

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
SISTEMA DE ESTUDIOS DE POSGRADO

ANÁLISIS DE LA VOLATILIDAD DEL TIPO DE CAMBIO SPOT DEL PESO
MEXICANO MEDIANTE EL MÉTODO GARCH.

Trabajo final de investigación aplicada sometido a la consideración de la
Comisión del Programa de Estudios de Posgrado en Economía para optar al
grado y título de Maestría Profesional en Economía con énfasis en Banca y
Mercado de Capitales

Rodrigo Calvo Bodán

SUSTENTANTE

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, Costa Rica

2016

Dedicatoria

A mi madre Herenia, cuyo esfuerzo y cariño
han sido indispensables para
que este momento llegara.


Agradecimientos

A mis profesores, por el tiempo dedicado a
nuestra enseñanza y su apoyo a la
culminación de este trabajo

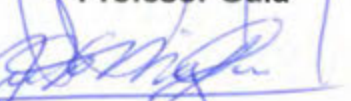
“Este trabajo final de investigación aplicada fue aceptado por la Comisión del Programa de Estudios de Posgrado Economía de la Universidad de Costa Rica, como requisito parcial para optar al grado y título de Maestría Profesional en Economía con énfasis en Banca y Mercado de Capitales”



Mag. Hernán Varela Pacheco
**Representante del Decano del
Sistema de Estudios de Posgrado**



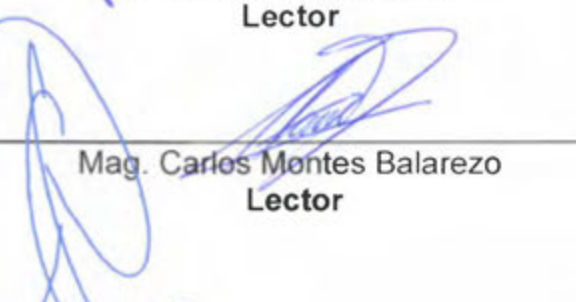
Mag. Francisco Quirós Naranjo
Profesor Guía



Dr. Juan E. Muñoz Giró
Lector



Mag. Carlos Montes Balarezo
Lector



Dr. Luis Hall Urrea
**Director
Programa de Posgrado en Economía**



Rodrigo Alberto Calvo Bodán
Sustentante

Tabla de contenido

Dedicatoria	ii
Agradecimientos	iii
Resumen	viii
Lista de Figuras	ix
Lista de Tablas	x
Lista de Abreviaturas	xi
Introducción	1
Capítulo I: Marco Teórico	4
1.1. Series de Tiempo	4
1.1.1. Definición	4
1.1.2. Componentes.....	5
1.1.3. Estacionariedad de las series de tiempo.....	5
1.1.4. Métodos de Pronóstico.....	6
1.1.5. Funciones de Auto correlación y Auto correlación Parcial	9
1.1.6. Proceso de Selección del Modelo de Series de Tiempo	10
1.2. Modelos de Series Tiempo para el Análisis de la Volatilidad	11
1.2.1. Modelos ARCH	11
1.2.2. Modelos GARCH.....	12

1.2.3.	Construcción de un Modelo GARCH.....	14
1.3.	El Valor en Riesgo.....	15
1.3.1.	Metodologías de Cálculo.....	16
1.3.2.	Formulación General.....	17
2.	Capítulo II: Construcción del Modelo GARCH	19
2.1.	Datos.....	19
2.2.	Aplicación Informática	20
2.3.	Análisis de Series de Tiempo.....	20
2.3.1.	Ecuación de la Media.....	21
2.3.2.	Ecuación de la Variancia.....	26
3.	Capítulo III: Análisis de Proyecciones y Valor en Riesgo	31
3.1.	Análisis de Proyecciones	31
3.1.1.	Proyecciones Dentro de Muestra	31
3.1.2.	Proyecciones Fuera de Muestra	34
3.2.	Valor en Riesgo.....	36
	Conclusiones.....	39
	Bibliografía.....	41
	Libros 41	
	Fuentes de internet.....	41

Resumen

El planteamiento central de este trabajo es realizar un análisis de la volatilidad del tipo de cambio del peso spot mexicano frente al dólar mediante la utilización del método heterocedástico autoregresivo generalizado (GARCH) con el objetivo de efectuar una proyección de la volatilidad y determinar la variación máxima a determinado nivel de confianza en un momento en el tiempo y bajo condiciones normales, es decir, un valor en riesgo. La ejecución de pruebas para validar el uso de un modelo GARCH a la información, que posee periodicidad diaria por un lapso de 5 años, sugieren y respaldan el uso de este tipo de modelos. Los resultados generados fueron evaluados a partir de distintas pruebas de hipótesis; además, se hicieron pruebas fuera de muestra y pruebas dentro de muestra que arrojaron resultados positivos confirmando que el modelo resultante tiene una capacidad predictiva aceptable. Con estos resultados se construyó un indicador de valor en riesgo suponiendo una compra de un dólar. Finalmente, se considera que el modelo captura adecuadamente las características de la volatilidad del tipo de cambio spot del peso mexicano pero se recomienda mantener actualizados los parámetros del modelo conforme nueva información del tipo de cambio surja en el tiempo con el objetivo de conservar su capacidad predictiva.

Lista de Figuras

Figura No 1: México: Evolución del Tipo de Cambio Spot del Peso Mexicano. 28 de abril de 2011 al 27 de abril de 2016	20
Figura No 2: Prueba de Raíz Unitaria	22
Figura No 3: Serie Diferenciada: Evolución del Tipo de Cambio Spot del Peso Mexicano. 28 de abril de 2011 al 27 de abril de 2016	23
Figura No 4: Prueba de Raíz Unitaria Serie Diferenciada	23
Figura No 5: Correlograma Tipo de Cambio Spot del Peso Mexicano	24
Figura No 6: Resultados Regresión Modelo ARIMA(1,1,0)	25
Figura No 7: Correlograma de Residuos al Cuadrado	27
Figura No 8: Resultados Prueba Multiplicador de Lagrange	27
Figura No 9: Resultados Regresión del Modelo GARCH	28
Figura No 10: Correlograma de los Errores Estandarizados	30
Figura No 11: Resultados Pruebas Dentro De Muestra	33
Figura No 12: Tipo de Cambio del Peso Mexicano. Proyección vs Real: De Enero hasta Abril 2016.....	34

Lista de Tablas

Tabla No 1: Resultados Prueba Fuera de Muestra.....	35
Tabla No 2: Resultados Valor en Riesgo Suponiendo Normalidad.....	37
Tabla No 3: Resultados Valor en Riesgo Sin Suponer Normalidad.....	38

Lista de Abreviaturas

ADF: Prueba Dickey Fuller Aumentada.

AR: Proceso Autoregresivo.

ARCH: Proceso Heterocedástico Autoregresivo.

ARIMA: Proceso Autoregresivo Integrado de Media Móvil

ARMA: Proceso Autoregresivo de Media Móvil.

FAC: Función de Autocorrelación Total.

FACP Función de Autocorrelación Parcial.

GARCH: Proceso Heterocedástico Autoregresivo Generalizado.

MA: Proceso de Media Móvil

VaR: Valor en Riesgo.

Introducción

El sector bancario como parte del sector financiero es de suma importancia para la actividad económica de cualquier país. Desde movilizar recursos de agentes económicos superavitarios hacia agentes deficitarios hasta facilitar y modernizar el pago de distintos servicios públicos y privados, el portafolio de servicios bancarios ha crecido en beneficio del desarrollo económico mundial.

Asimismo, el desarrollo tecnológico no solo ha permitido el crecimiento en la cantidad de servicios que ofrece la industria bancaria, sino que ha aumentado la dependencia del sector real de su buen funcionamiento en aspectos como uso de pago de planillas o proveedores, así como el apoyo al comercio internacional a través de transferencias electrónicas.

Al mismo tiempo, este progreso tecnológico ha facilitado la interconexión del sistema financiero y la codependencia entre las instituciones financieras no solo a nivel local si no a nivel internacional aumentando la sensibilidad de estas a factores negativos de otras instituciones.

Además, el avance tecnológico ha propiciado un aumento en los canales de información, así como la inmediatez con que fluye dicha información. Los teléfonos celulares, mensajería de texto y las redes sociales son solo ejemplos de la facilidad con la que se puede hacer llegar información a los clientes del sistema financiero.

Lo descrito en los párrafos anteriores implica una necesidad de inmediatez con que tienen que enfrentar las entidades financieras las solicitudes, cuestionamientos y requerimientos tanto de información como de transacciones.

Por otro lado, de acuerdo con Choudry(2011) al interior de la Banca hay dos conceptos sumamente importantes, transformación de plazos y riesgo de liquidez. El acto de aceptar depósitos y realizar préstamos genera necesariamente un descalce de plazos, ya que los agentes superavitarios

prestan o depositan sus recursos en el corto plazo mientras que los agentes deficitarios demandan recursos que buscan pagar en el largo plazo. Es decir, los bancos ofrecen recursos a largo plazo, pero se fondean a corto plazo, este descalce da origen al riesgo de liquidez.

Con el objetivo de suavizar el descalce de plazos que enfrentan las entidades bancarias y mejorar su gestión del riesgo de liquidez, estas instituciones buscan diversificar sus fuentes de fondeo adquiriendo créditos y líneas de créditos con otras instituciones locales e internacionales, los cuales pueden realizarse en distintas monedas a las que operan las entidades bancarias locales.

En consecuencia, y al igual que el caso de una persona física, cuando una entidad asume un crédito en una moneda distinta a las monedas en las que opera, esta entidad asume un riesgo de tipo de cambio, el cual se define como las pérdidas potenciales que puede afrontar la entidad ante movimientos inciertos del precio de una moneda en términos de otra.

Los derivados, entre ellos las opciones, han permitido a las entidades bancarias enfrentar este tipo de riesgos logrando disminuir sus efectos adversos. Sin embargo, esto no implica que no se generen costos o pérdidas. Por ejemplo, cuando se contrata una opción para cubrirse, ésta se realiza por un tiempo definido después del cual debe pagarse y recibir la diferencia entre el tipo de cambio del momento (spot) y del tipo de cambio contratado previamente.

Por otro lado, cuando la entidad busca cubrirse mediante un derivado por primera vez o desea renovarlo, este debe fijarse a un precio el cual incorpora información del tipo de cambio actual junto con las expectativas del tipo de cambio que se espera se forme cuando la opción se pueda ejercer.

En consecuencia, las pérdidas por movimientos inciertos de tipo de cambio, aún cubiertas por una opción, pueden generar pérdidas, las cuales dependiendo del tamaño pueden desestabilizar a la entidad bancaria que enfrenta el riesgo.

Entonces, el aumento en la interconexión y codependencia del sector financiero entre sí y con el sector real han incrementado los efectos negativos que puede generar el mal desempeño del banco, así como asumir altos niveles de riesgo, entre ellos el riesgo de tipo de cambio. Debido a esto el análisis y gestión de este tipo de riesgo reviste de importancia y se vuelve ineludible en la gestión bancaria.

En consecuencia, el presente trabajo de investigación busca desarrollar un modelo que permita estudiar la volatilidad del tipo de cambio, y generar una proyección del mismo, así como cambios de esta variable a distintos niveles de confianza que lleven a la construcción de un indicador de Valor en Riesgo, de forma que sirva de apoyo y guía para las personas encargadas de negociar el contrato de cobertura. La variable de interés para la presente investigación es el tipo de cambio spot del peso mexicano pues ha presentado una gran variabilidad en los últimos años y existe exposición hacia esta moneda.

Capítulo I: Marco Teórico

En la presente investigación se busca realizar un análisis de la volatilidad del tipo de cambio spot del peso mexicano con respecto al dólar estadounidense y a partir de este análisis obtener el Valor en Riesgo sobre esta misma variable. Para realizar el estudio de la volatilidad se utilizan metodologías de series de tiempo, específicamente el modelo Heterocedástico Autoregresivo Generalizado o modelo GARCH. El modelo mencionado anteriormente requiere como primer paso la estimación de una ecuación de la media la cual se construye mediante los modelos básicos: autoregresivos $AR(p)$, de media móvil $MA(q)$ o una combinación de ambos $ARMA(p,q)$.

Por tanto, este capítulo tiene tres secciones principales, la primera corresponde al análisis de series de tiempo donde se explican los modelos mencionados hacia el final del párrafo anterior, así como la metodología Box-Jenkins utilizada para determinar dichos modelos. En la segunda sección se explican los modelos GARCH y su metodología de estimación, mientras que en el último apartado se explican el Valor en Riesgo y sus generalidades, así como la forma en que se utilizarán los resultados del modelo GARCH para obtener el valor en riesgo VaR.

1.1. Series de Tiempo

1.1.1. Definición

De acuerdo con Villavicencio (2009) una serie tiempo puede considerarse como una secuencia de observaciones, medidas en determinados momentos del tiempo, ordenados cronológicamente y, espaciados entre sí de manera uniforme. También, puede considerarse como un conjunto de datos estadísticos que se recopilan, observan o registran en intervalos de tiempo regulares (diario, semanal, semestral, anual, entre otros). Así mismo, Reyes(2007) considera que las series de tiempo son una secuencia ordenada de valores de una variable en intervalos de tiempo periódicos y consecutivos.

1.1.2. Componentes

Seguendo a González(2010) la técnicas de análisis descomponen las series de tiempo en cuatro componentes los cuales son:

- **Tendencia:** Es la dirección general de la variable en el periodo de observación, es decir, el cambio a largo plazo de la media de la serie.
- **Estacionalidad.** Existen series de tiempo tales que exhiben variaciones en periodos relativamente cortos, puede ser anual, mensual o cualquier otra fluctuación periódica de la variable.
- **Ciclicidad:** Además de los efectos estacionales, algunas series de tiempo presentan variaciones debido a otras causas ambientales o del entorno. Este tipo de variaciones se caracterizan por oscilaciones alrededor de la tendencia con una duración aproximada de 2 o 8 años.
- **Fluctuaciones Irregulares:** hace referencia a movimientos erráticos o aleatorios que no siguen patrones específicos y que pueden ser causados por diversos elementos volviéndose impredecible.

1.1.3. Estacionariedad de las series de tiempo.

Un elemento característico de las series de tiempo es la condición de estacionariedad, la cual, de acuerdo con Enders(2010) implica que la media y la variancia de la serie de tiempo son constantes y por tanto pueden ser aproximadas con un conjunto de datos lo suficientemente grandes.

Por otro lado, las series no estacionarias pueden mostrar cambios en la varianza, exhibir tendencia (la media crece o disminuye a lo largo del tiempo), y además presentar efectos estacionales.

Con el objetivo de comprobar la existencia de estacionariedad se utiliza la prueba Dickey Fuller Aumentada cuya hipótesis nula es que la serie de tiempo no es

estacionaria o posee raíz unitaria, el estadístico t se distribuye como una t -student.

1.1.4. Métodos de Pronóstico

Siguiendo a Foix(2006), los Modelos de Series de Tiempo tienen un enfoque netamente predictivo y en ellos los pronósticos se elaborarán sólo con base al comportamiento pasado de la variable de interés.

1.1.4.1. Modelos Deterministas.

Se trata de métodos de extrapolación sencillos en los que no se hace referencia a las fuentes o naturaleza de la aleatoriedad subyacente en la serie. Su simplicidad relativa generalmente va acompañada de menor precisión.

1.1.4.2. Modelos Estocásticos.

Se basan en la descripción simplificada del proceso aleatorio subyacente en la serie. En términos sencillos, se asume que la serie observada $y_1, y_2, y_3, \dots, y_t$ se extrae de un grupo de variables aleatorias con una cierta distribución conjunta difícil de determinar, por lo que se construyen modelos aproximados que sean útiles para la generación de pronósticos.

Los principales modelos estocásticos son los modelos autoregresivos(AR), los modelos de media móvil(MA), los modelos mixtos(ARMA) y los mixtos integrados.

1.1.4.2.1. Modelos Autoregresivos

Los modelos autoregresivos AR(p) representan los procesos de series de tiempo como una suma ponderada de las observaciones pasadas de la variable. Por tanto, este tipo de modelos suponen que el valor de la variable Y en el momento t es afectada por los valores de la misma variable en periodos anteriores $(t-1, \dots, t-p)$ donde p representa la cantidad de rezagos de la variable, es decir,

la cantidad de periodos anteriores que se suponen afectan el valor actual de la variable. Este modelo se representa de la siguiente forma:

$$(1) y_t = \delta + \alpha y_{t-1} + \beta y_{t-2} + \dots + \varphi y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Donde:

y_t representa el valor de la variable de interés, y , que toma en el momento t

δ, α, β y φ son los coeficientes.

p Cantidad de rezagos o valores pasados que se toman en cuenta.

ε_t es el término de error o ruido blanco.

1.1.4.2.2. Modelos de Media Móvil

Los modelos de media móvil MA(q) representan los procesos de series de tiempo como una combinación lineal de una secuencia de ruido blanco en distintos puntos en el tiempo. Se representa de la siguiente forma:

$$(2) y_t = \varepsilon_t + \gamma \varepsilon_{t-1} + \varpi \varepsilon_{t-2} + \dots + \nu \varepsilon_{t-q} + \mu$$

Donde:

y_t representa el valor de la variable de interés, y , que toma en el momento t

γ, ϖ y ν son los coeficientes.

q Cantidad de rezagos o valores pasados que se toman en cuenta.

ε_t es el término de error o ruido blanco correspondiente al momento t

μ es el valor aleatorio de la regresión.

1.1.4.2.3. Modelos Mixtos o Modelos Autoregresivos de Media Móvil

Los modelos auto regresivos de media móvil ARMA(p,q) representan los procesos de series de tiempo como una suma ponderada de las observaciones pasadas de la variables y de los errores actuales y anteriores. En estos modelos (p) representa el número de rezagos de la variable de interés mientras que la cantidad de rezagos del error se representan por (q) siendo (p, q) el orden o número de rezagos de los modelos mixtos. Dicho modelo se representa de la siguiente forma:

$$(3) y_t = \delta + \alpha y_{t-1} + \beta y_{t-2} + \dots + \varphi y_{t-p} + \varepsilon_t + \gamma \varepsilon_{t-1} + \varpi \varepsilon_{t-2} + \dots + \nu \varepsilon_{t-q} + \mu$$

Donde:

y_t representa el valor de la variable de interés, y , que toma en el momento t

$\delta, \alpha, \beta, \varphi, \gamma, \varpi$ y ν son los coeficientes.

p Cantidad de rezagos o valores pasados que se toman en cuenta.

q Cantidad de rezagos o valores pasados que se toman en cuenta.

ε_t es el término de error o ruido blanco correspondiente al momento t

μ es el valor aleatorio de la regresión.

1.1.4.2.4. Modelos Autoregresivos Integrados de Media Móvil

Como se indicó en el apartado No 1.1.3, las series de tiempo pueden ser no estacionarias, cuando esto ocurre los modelos de series de tiempo explicados en los apartados anteriores pierden precisión y se vuelve necesario realizar una serie de transformaciones al conjunto de datos con el objetivo de convertirla en una serie estacionara y poder aplicar alguna de las metodologías ya vistas.

La transformación del conjunto de datos consiste en obtener la diferencia en el valor de la variable en cada momento en el tiempo. Es decir, una serie y_t será una serie diferenciada de orden d si $w_t = \Delta^d y_t$ es estacionaria. Una serie de datos puede requerir más de una transformación para llegar a ser estacionaria, por lo que el orden d determina la cantidad de veces que es necesario aplicar la diferenciación para alcanzar la estacionariedad. La primera diferencia se obtendría como se muestra en esta ecuación No 4 mientras que la ecuación No 5 exhibe la obtención de la segunda diferencia.

$$(4) \Delta y_t = y_t - y_{t-1} \qquad (5) \Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1}$$

Por tanto, un modelo auto regresivo integrado de media móvil de orden (p, d, q) se representaría de la siguiente forma:

$$(6) \Delta^d y_t = \delta + \alpha y_{t-1} + \beta y_{t-2} + \dots + \varphi y_{t-p} + \varepsilon_t + \gamma \varepsilon_{t-1} + \varpi \varepsilon_{t-2} + \dots + \nu \varepsilon_{t-q} + \mu$$

1.1.5. Funciones de Auto correlación y Auto correlación Parcial

Como se ha planteado anteriormente los valores que toma una variable en el tiempo no son independientes entre sí, sino que un valor determinado depende de los valores anteriores, existen dos formas de medir esta dependencia de las variables.

La función de autocorrelación total (ACF) mide la correlación total entre dos periodos mientras que la función de autocorrelación parcial (PACF) mide únicamente la correlación directa entre esos dos periodos. Es decir, al analizar la correlación entre y_t y y_{t-2} la ACF tomará en cuenta tanto la correlación entre y_t y y_{t-1} así como y_{t-1} y y_{t-2} , mientras que la PACF tomará en cuenta solo la correlación entre y_t y y_{t-2} excluyendo el efecto indirecto de y_{t-1} .

1.1.6. Proceso de Selección del Modelo de Series de Tiempo

De acuerdo con Enders(2010) en 1976 surgió la estrategia Box-Jenkins para seleccionar el modelo más apropiado para describir el comportamiento de la variable. Este proceso tiene tres etapas, identificación, estimación y diagnóstico, las cuales una vez aprobadas se puede utilizar el modelo para realizar proyecciones. A continuación, se describen estas etapas:

- **Identificación:** Mediante la representación gráfica de la serie, así como la aplicación de pruebas de hipótesis es posible determinar si la serie es estacionaria o no estacionaria. Si la serie no estacionaria se deben realizar las transformaciones necesarias para que así lo sea.
- **Estimación:** Se utiliza la función de autocorrelación parcial para determinar el número de rezagos del proceso autoregresivo y la función de autocorrelación total para definir el número de rezagos de ruido blanco a incluir dentro del proceso de media móvil. Se determinan varios modelos tentativos y se estiman sus coeficientes. Finalmente, bajo el principio de parsimonia se utiliza el criterio de información de Akaike(AIC) o el criterio Swartz(SIC) para elegir el modelo estacionario con mejor ajuste y más parsimonioso.
- **Diagnóstico:** Consiste en analizar los errores o residuos que se generan durante la estimación, de forma que se pueda asegurar que dichos residuos asemejan un ruido blanco.
- **Pronóstico (Etapa Final):** El objetivo de estos modelos es realizar proyecciones por lo que una vez identificado el proceso ARIMA¹ que genera la serie temporal de interés, estimados los parámetros del modelo ARIMA correspondiente y una vez aprobada la etapa de verificación, se

¹ Debe destacarse que los procesos AR(p) y MA(q) son formas de procesos ARMA(p,q) y ARIMA(p,d,q). Un Proceso AR(p) es igual a un ARMA(p,0) o ARIMA(p,d,0) y un MA(q) es igual a un ARMA(0,q) o ARIMA(0,d,q).

utiliza el modelo para realizar pronósticos, con el menor error de predicción posible.

1.2. Modelos de Series Tiempo para el Análisis de la Volatilidad

De acuerdo con Tsay(2013) la volatilidad, a pesar de no ser directamente observable posee una serie de características que son comunes en las series de tiempo y que se deben tomar en cuenta cuando se desea modelar la volatilidad. La primera característica consiste en la posible existencia de conglomerados o segmentos de volatilidad. Segundo, la volatilidad evoluciona de forma continua con el tiempo. Tercero, la volatilidad no diverge al infinito, es decir, se mueve entre rangos fijos y cuarto, la volatilidad puede variar en magnitudes diferentes ante cambios positivos o cambios negativos en su variable.

En las series económicas y financieras es muy común encontrar la presencia de conglomerados o grupos de volatilidad, con periodos de alta volatilidad y periodos de baja volatilidad, según apunta Matteson(2011). Asimismo, en Enders(2010) se indica que este tipo de series de tiempo poseen una variancia condicional al tiempo.

Los modelos Autoregresivos Heterocedásticos(ARCH) y los modelos Generalizados Autoregresivos Heterocedásticos (GARCH) propuestos por Engle(1982) y Bollerslev(1986) respectivamente, fueron diseñados para capturar los conglomerados de volatilidad(Enders,2010). La característica fundamental de este tipo de modelos radica en que a diferencia de los modelos ARMA o ARIMA, que poseen una variancia incondicional, su varianza es condicional al tiempo.

1.2.1. Modelos ARCH

Los modelos ARCH tienen su origen en un artículo de Engle (1982), en el que se pretendía obtener una predicción adecuada para la inflación en el Reino Unido, sujeta a fuerte volatilidad y con períodos de especial calma o de especial agitación.

Seguendo a Tsay(2013), la idea básica es que el shock a_t que recibe una variable no está serialmente correlacionada, pero si es dependiente. Y dicha dependencia puede describirse como una simple función cuadrática de los valores de sus rezagos. Específicamente un modelo ARCH(m) asume que:

$$(7) a_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad (8) \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m a_{t-m}^2$$

Donde:

$$\alpha_0 > 0, \quad \alpha_i \geq 0, \quad i > 0$$

σ_t^2 es la volatilidad en el periodo

σ_t es la desviación estándar.

$\{\varepsilon_t\}$ representa a una secuencia de variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida (i.i.d.) con media 0 y variancia 1.

Además, los coeficientes α_i deben satisfacer algunas condiciones para asegurarse que la variancia incondicional de a_t sea finita. En la práctica, se asume que ε_t sigue una distribución normal estándar, una t-student o una distribución generalizada del error(GED).

De acuerdo con Sosa (2014) a pesar de que el modelo ARCH permite modelar varianzas dependientes del tiempo y otras propiedades, tiene el inconveniente de que la cantidad de rezagos necesarios para representar la serie de tiempo tiende a ser grande. Además, el supuesto de no negatividad de los parámetros puede no cumplirse cuando el número de estos se incrementa.

1.2.2. Modelos GARCH

Como respuesta a las debilidades de los modelos ARCH señaladas en el párrafo anterior surge el modelo GARCH introducido por Bollerslev(1986) el cual mejora

la especificación original del modelo ARCH añadiendo la varianza condicional rezagada, la cual actúa como un término suavizador, por lo que evita las dificultades mencionadas al permitir que las volatilidades pasadas impacten en la volatilidad actual. Enders (2010) señala que la característica clave de los modelos GARCH es que la varianza condicional de la variable de interés sigue un proceso ARMA.

El modelo GARCH(m,s) se representa de la siguiente forma:

$$(9) a_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad (10) \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Donde:

$$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j > 0 \text{ y } \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \beta_i) < 1$$

σ_t^2 es la volatilidad en el periodo

σ_t es la desviación estándar.

Se entiende que $\alpha_i > 0$ para $i > m$ y $\beta_j = 0$ para $j > s$. Además, la restricción $\alpha_i + \beta_i$ implica que la varianza incondicional de a_t es finita mientras que su varianza condicional σ_t^2 evoluciona a través del tiempo.

$\{\varepsilon_t\}$ representa a una secuencia de variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida (i.i.d.) con media 0 y variancia 1.

Finalmente, se asume que ε_t sigue una distribución normal estándar, una t student o una distribución generalizada del error(GED).

1.2.3. Construcción de un Modelo GARCH

Tsay(2013) y Enders(2010) indican una serie de pasos a seguir para un modelo de la volatilidad de una serie de tiempo. Los pasos se explican a continuación:

- **Ecuación de la Media:** se especifica una ecuación para la media de la variable de interés para determinar la existencia de dependencia serial construyendo un modelo econométrico como un modelo ARMA.
- **Residuos:** Se utilizan los residuos de la ecuación anterior para detectar los efectos de un modelo heterocedástico. Para poder detectar estos efectos se utiliza la prueba estadística de correlación serial Ljung-Box quien tiene un estadístico $Q(m)$ donde m son la cantidad de rezagos y analiza los errores cuadráticos. La hipótesis nula es que los primeros m rezagos de la ACF de los errores cuadráticos es cero, es decir que los errores no están serialmente correlacionados. Por tanto, si esta prueba de hipótesis es rechazada entonces se podría suponer que hay evidencia de un proceso GARCH. El estadístico $Q(m)$ se distribuye como una chi-cuadrado con m grados de libertad. Además, como segunda prueba se utiliza el Multiplicador de Lagrange² cuya hipótesis nula es que no existe correlación serial de los errores y su estadístico, mF , se distribuye como una chi-cuadrado con m grados de libertad donde m , al igual que la otra prueba, es el número de rezagos.
- **Especificación del modelo GARCH:** si los efectos del modelo heterocedástico resultan estadísticamente significativos se debe especificar el modelo de volatilidad, y seguidamente ejecutar una estimación conjunta de las ecuaciones de la media y de la volatilidad. Para especificar el modelo GARCH, al igual que en los modelos ARMA, se

² Esta prueba se distingue de la Ljung-Box en que en ésta se busca una significancia conjunta, es decir es una prueba equivalente a la prueba f de significancia global utilizada en la regresión lineal.

utiliza las funciones ACF³ y PACF para determinar los números de rezagos. Donde ACF se utiliza para determinar los rezagos de ε_t y PACF de σ_t .

- **Diagnóstico:** Revisar el modelo ajustado y refinarlo en caso de ser necesario. Esta revisión consiste en formar un error estandarizado que toma la forma $\tilde{\varepsilon}_t = \varepsilon_t / \sigma_t$ y probar si todavía hay evidencia de procesos GARCH.

1.3. El Valor en Riesgo

El desarrollo del Valor en Riesgo o VaR, de acuerdo con Menichini(2006), se produjo por los graves problemas financieros ocurridos a comienzos de la década de 1990, como Orange County (Estados Unidos) y Daiwa (Japón), que realzaron la importancia de una adecuada administración del riesgo. Jorion(2007) afirma que Till Guidman, jefe de investigación de J.P:Morgan fu el primero en usar ese término, el cual apareció por primera vez en un reporte elaborado por el Grupo de los Treinta(G30) sobre manejo de riesgo. En 1994 J.P.Morgan lanza el servicio RiskMetrics como un medio que sus clientes implementaran el uso del VaR.

Lara(2008) define el valor en riesgo como una medida estadística que estima la pérdida máxima esperada que se podría registrar en un intervalo de tiempo y con cierta probabilidad o confianza bajo condiciones normales. Resulta importante resaltar que el VaR no es una medida de certidumbre con respecto a pérdidas que se pudieran sufrir, sino a una expectativa de resultados basada en estadística y en algunos supuestos de los modelos o parámetros que se utilizan para su cálculo.

³ ACF Y PACF son las funciones de autocorrelación total y parcial que se mencionaron en la sección 1.1.5 y que se representarán con correlogramas.

1.3.1. Metodologías de Cálculo

1.3.1.1. Métodos Paramétricos.

Se basan en el supuesto de que la variable que se desea analizar asume una distribución Normal. Sus métodos más comunes son el método de varianza-Covarianza y Simulación de Montecarlo

1.3.1.1.1. Método de Variancia-Covarianza

También conocido como método analítico o delta normal, de acuerdo con Choudry(2006) este método se basa en el supuesto que los factores de riesgo⁴ de la variable que se desea analizar están normalmente distribuidos, la correlación entre los factores de riesgo son constantes, y el delta⁵ de cada miembro del portafolio es constante.

Mediante el uso del método de correlación se extrae la volatilidad de cada factor de riesgo a partir de información histórica. Además, el efecto potencial de cada componente del portafolio sobre el portafolio total se determina a partir del componente delta con respecto a un factor de riesgo particular. Finalmente, basándose en la información señalada anteriormente es posible obtener la volatilidad del portafolio y aplicar la siguiente ecuación para obtener el VaR:

$$(11) VaR_p = F * S * \sigma_p * \sqrt{t}$$

F determina el nivel de confianza del cálculo.

S el monto absoluto de la variable que se analiza.

σ_p es la desviación estándar del portafolio.

⁴ De acuerdo a Lara(2008) un factor de riesgo es un parámetro cuyos cambios en los mercados financieros causarán un cambio en el valor presente neto de los portafolios. Los factores de riesgo más comunes son: precios, tasas de interés, tipos de cambio, etc.

⁵ En Choudry(2006) se define el delta como la sensibilidad del precio a cambios en los factores de riesgo.

t horizonte de tiempo que se desea calcular.

1.3.1.1.2. Método de Simulación de Montecarlo

Siguiendo a Choudry(2006), con este método se genera una cantidad importante de números aleatorios utilizando una volatilidad y una correlación estimadas por el gestor de riesgo. Aunque cada simulación tendrá un valor diferente, en el agregado tenderán a los parámetros seleccionados anteriormente. Finalmente, los resultados de la simulación se ordenan y se buscan los percentiles relativos a los niveles de confianza deseados.

1.3.1.2. Método No Paramétrico o Simulación Histórica.

En Choudry(2006) se indica que en este método no se asume una distribución de probabilidad específica; además, el modelo se encarga de calcular las pérdidas potenciales usando información histórica de los factores de riesgo y por tanto captura la distribución no-normal de los factores de riesgo de la variable en estudio.

1.3.2. Formulación General

De acuerdo con Lara(2008) dentro de los modelos paramétricos el VaR para una sola variable se define como

$$(12) VaR = F * S * \sigma * \sqrt{t}$$

Donde:

F determina el nivel de confianza del cálculo.

S el monto absoluto de la variable que se analiza.

σ es la desviación estándar de la variable.

t horizonte de tiempo que se desea calcular.

Un aspecto importante y que no se encuentra en la ecuación anterior es la existencia del factor multiplicativo el cual de acuerdo con Álvarez(2007) su uso se justifica por la falta de especificación en las colas de la distribución y en la variación potencial en la distribución de la variable que se analiza. En otras palabras, debido a que el análisis paramétrico se basa en el supuesto de que la variable que se estudia se distribuye como una Normal entonces se utiliza este factor para engordar las colas y disminuir la probabilidad de que se esté subestimando el riesgo que se asume por una inadecuada especificación de la distribución.

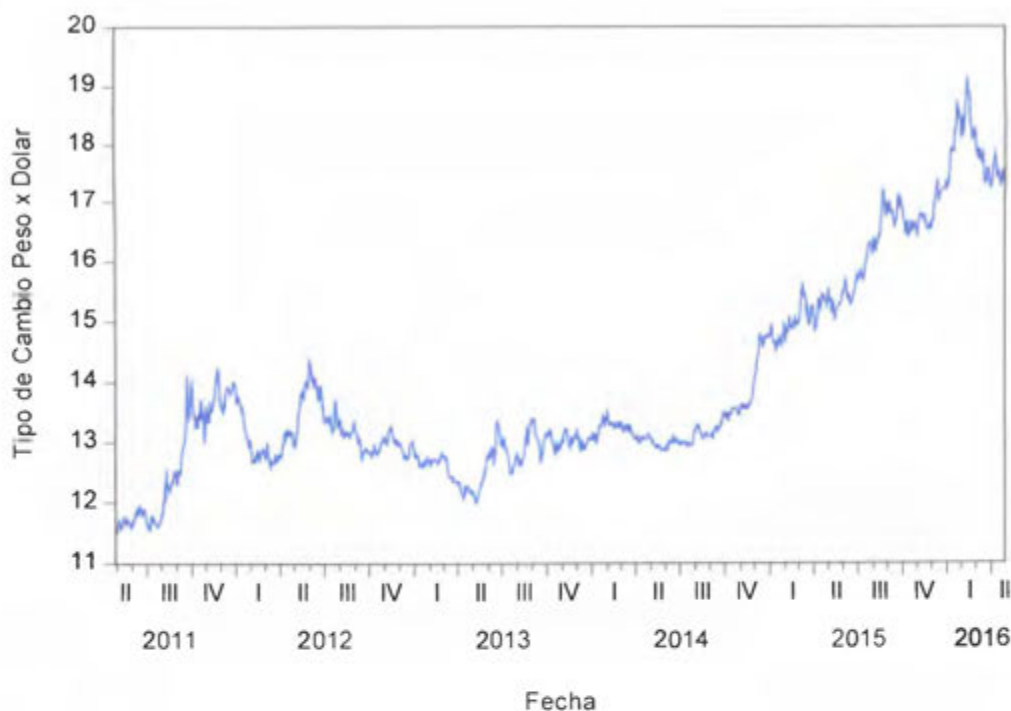
2. Capítulo II: Construcción del Modelo GARCH

En este capítulo se presenta el análisis de la información que lleva a la construcción del modelo que describe adecuadamente la volatilidad para el tipo de cambio spot del peso mexicano. Debido a lo anterior la sección 2.3 se divide en dos grandes apartados, en el primer apartado se construye la ecuación de la media basándose en el análisis de series de tiempo y en parte de la metodología Box-Jenkins descrito en la sección 1.1 del primer capítulo. El segundo apartado trata sobre la estimación de la ecuación de la variancia en la cual se ejecuta el proceso descrito en la sección 1.2.3 del capítulo anterior, donde se estudian los residuos de la ecuación de la media, se especifica el modelo GARCH, se realiza una estimación y un diagnóstico del modelo.

2.1. Datos

La variable de análisis corresponde el tipo de cambio spot del peso mexicano con respecto al dólar al cierre de cada día desde el 28 de abril del 2011 hasta el 27 de abril de 2016 obtenido de Bloomberg L.P.

Figura No 1: México: Evolución del Tipo de Cambio Spot del Peso Mexicano.
28 de abril de 2011 al 27 de abril de 2016



Fuente: Elaboración propia con datos de Bloomberg.L.P.

2.2. Aplicación Informática

Para realizar el análisis de series de tiempo se utilizará el programa Eviews versión 9.0, el cual es un programa econométrico ampliamente utilizado en este tipo de estudios.

2.3. Análisis de Series de Tiempo

Como se mencionó anteriormente, el análisis de la heterocedasticidad en las series de tiempo requiere la estimación simultánea de dos ecuaciones, una para la media y otra para la varianza, además de la ejecución de una serie de pruebas de hipótesis orientadas a validar la presencia de ciertas características distintivas de estos modelos, indicadas en el capítulo No 1. A continuación se presenta el proceso para determinar dichas ecuaciones.

2.3.1. Ecuación de la Media

La ecuación de la media se construye utilizando las primeras etapas de la metodología Box-Jenkins explicadas en la sección 1.1.6.

2.3.1.1. Identificación

En este apartado se busca determinar tres características relativas a la información, primero se identifica si la serie es no estacionaria; segundo, se determina si el proceso que describe los datos es un proceso autoregresivo, de media móvil o una combinación de los anteriores; y tercero, se determina el número de rezagos que utilizará cada componente.

La figura No1 sugiere que la serie es no estacionaria ya que exhibe una tendencia y sugiere una varianza irregular. Por tanto, se ejecuta la prueba de hipótesis Dickey Fuller Aumentada, la cual establece como hipótesis nula la existencia de raíz unitaria o no estacionariedad. La figura No2 expone los resultados de la prueba los cuales indican el no rechazo de la hipótesis nula y confirman que la serie es no estacionaria.

Figura No 2: Prueba de Raíz Unitaria

Null Hypothesis: MXN has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=22)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.558646	0.8769
Test critical values: 1% level	-3.435153	
5% level	-2.863549	
10% level	-2.567889	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(MXN)

Method: Least Squares

Date: 04/26/16 Time: 20:34

Sample (adjusted): 4/29/2011 4/27/2016

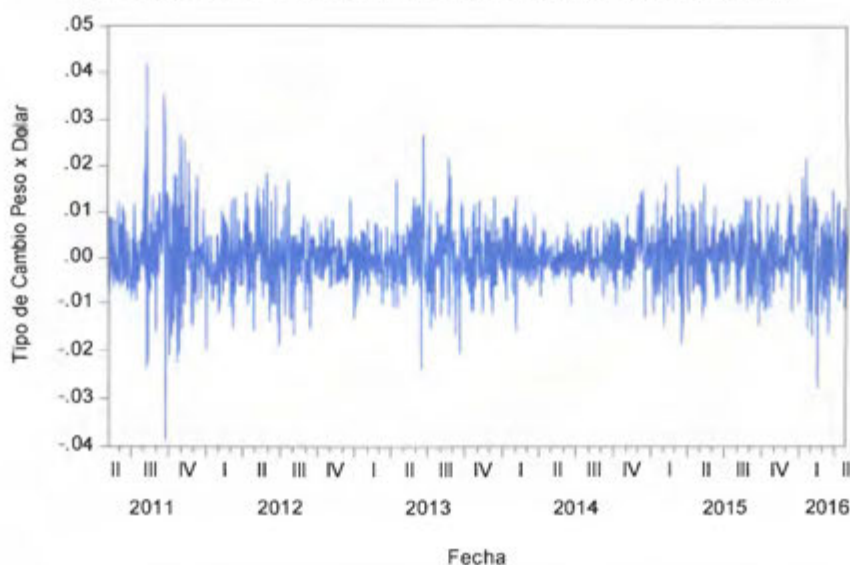
Included observations: 1304 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MXN(-1)	-0.000942	0.001686	-0.558646	0.5765
C	0.017540	0.023585	0.743665	0.4572
R-squared	0.000240	Mean dependent var		0.004459
Adjusted R-squared	-0.000528	S.D. dependent var		0.102068
S.E. of regression	0.102095	Akaike info criterion		-1.724298
Sum squared resid	13.57119	Schwarz criterion		-1.716364
Log likelihood	1126.242	Hannan-Quinn criter.		-1.721321
F-statistic	0.312086	Durbin-Watson stat		2.121509
Prob(F-statistic)	0.576499			

Fuente: Eviews con datos Obtenidos en BloombergL.P.

Debido a que el conjunto de datos analizado es no estacionario, resulta necesario utilizar la variable diferenciada, esto es $dy_t = \ln y_t - \ln y_{t-1}$ y repetir el análisis presentado en el párrafo anterior. La figura No 3 sugiere la ausencia de tendencia y una varianza estable, mientras que los resultados de la prueba Dickey Fuller Aumentada, que se reflejan en la figura No 4, confirman que esta transformación de la serie es estacionaria al rechazar la hipótesis nula.

Figura No 3: Serie Diferenciada: Evolución del Tipo de Cambio Spot del Peso Mexicano. 28 de abril de 2011 al 27 de abril de 2016



Fuente: Elaboración propia con datos de Bloomberg.L.P.

Figura No 4: Prueba de Raíz Unitaria Serie Diferenciada

Null Hypothesis: DLMXN has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=22)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-39.16232	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.435176	
5% level	-2.863559	
10% level	-2.567894	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(DLMXN)
Method: Least Squares
Date: 04/26/16 Time: 20:48
Sample (adjusted): 5/09/2011 4/27/2016
Included observations: 1298 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DLMXN(-1)	-1.083502	0.027667	-39.16232	0.0000
C	0.000334	0.000199	1.674260	0.0943
R-squared	0.541999	Mean dependent var		6.14E-06
Adjusted R-squared	0.541645	S.D. dependent var		0.010606
S.E. of regression	0.007180	Akaike info criterion		-7.033372
Sum squared resid	0.066820	Schwarz criterion		-7.025408
Log likelihood	4566.659	Hannan-Quinn criter.		-7.030384
F-statistic	1533.687	Durbin-Watson stat		1.994834
Prob(F-statistic)	0.000000			

Fuente: Eviews con datos Obtenidos en Bloomberg.L.P.

En la figura No 5 se observa el correlograma del tipo de cambio spot del peso mexicano. En dicha figura la función de autocorrelación total muestra valores cercanos a la unidad y con poca variación; visualmente, se observan barras altas que descienden lentamente conforme se incrementa el rezago, lo anterior sugiere que no existe un proceso de media móvil MA(0).

Por otro lado, la función de autocorrelación parcial presenta un valor alto en el primer rezago para luego caer de forma importante a partir del segundo rezago; visualmente, se observa una barra alta mientras que las siguientes caen rápidamente. Por tanto, se sugiere la existencia de un proceso autoregresivo de orden 1 AR(1).

Figura No 5: Correlograma Tipo de Cambio Spot del Peso Mexicano

Date: 04/26/16 Time: 20:36
Sample: 4/28/2011 4/27/2016
Included observations: 1305

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.996	0.996	1297.0	0.000	
2	0.992	0.019	2584.4	0.000	
3	0.987	-0.03...	3861.5	0.000	
4	0.983	0.017	5129.0	0.000	
5	0.979	0.015	6387.0	0.000	
6	0.976	0.063	7637.1	0.000	
7	0.972	-0.02...	8878.7	0.000	
8	0.968	-0.02...	10111.	0.000	
9	0.964	-0.04...	11334.	0.000	
1...	0.960	0.048	12548.	0.000	
1...	0.956	0.006	13754.	0.000	
1...	0.952	-0.01...	14951.	0.000	
1...	0.948	-0.02...	16138.	0.000	
1...	0.944	-0.03...	17316.	0.000	
1...	0.940	-0.01...	18484.	0.000	
1...	0.936	0.010	19643.	0.000	
1...	0.931	-0.00...	20791.	0.000	
1...	0.927	0.022	21931.	0.000	
1...	0.923	0.010	23062.	0.000	
2...	0.920	0.007	24185.	0.000	
2...	0.916	0.020	25299.	0.000	
2...	0.912	-0.04...	26405.	0.000	
2...	0.908	-0.01...	27501.	0.000	
2...	0.903	-0.02...	28588.	0.000	
2...	0.899	-0.02...	29665.	0.000	
2...	0.895	-0.00...	30733.	0.000	
2...	0.890	0.037	31791.	0.000	
2...	0.886	-0.02...	32840.	0.000	
2...	0.882	-0.00...	33879.	0.000	
3...	0.878	0.026	34910.	0.000	
3...	0.873	-0.04...	35931.	0.000	
3...	0.869	-0.03...	36942.	0.000	
3...	0.864	0.031	37943.	0.000	
3...	0.860	0.020	38936.	0.000	
3...	0.856	-0.00...	39919.	0.000	
3...	0.851	-0.00...	40893.	0.000	

Fuente: Eviews con datos Obtenidos en BloombergL.P.

2.3.1.2. Estimación

A continuación se presentan los resultados del modelo AR(1) con la serie diferenciada una vez, es decir se presentan los resultados de un modelo autoregresivo integrado de media móvil ARIMA(1,1,0). Dichos resultados muestran que a pesar que el R-cuadrado y el R-cuadrado ajustado son bajos, el proceso AR(1) con un rezago se exhibe significativo, el estadístico Durbin-Watson es cercano a dos por lo que se puede asumir que no hay correlación serial y la raíz del proceso AR es invertible. Por tanto, el siguiente paso es analizar los residuos en busca de errores ARCH y la consecuente formación de la ecuación de la variancia.

Figura No 6:Resultados Regresión Modelo ARIMA(1,1,0)

Dependent Variable: DLMXN
Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)
Date: 04/26/16 Time: 21:29
Sample: 5/06/2011 4/27/2016
Included observations: 1299
Convergence achieved after 9 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.081570	0.018218	-4.477445	0.0000
R-squared	0.004906	Mean dependent var		0.000302
Adjusted R-squared	0.004139	S.D. dependent var		0.007204
S.E. of regression	0.007189	Akaike info criterion		-7.031061
Sum squared resid	0.067026	Schwarz criterion		-7.023103
Log likelihood	4568.674	Hannan-Quinn criter.		-7.028075
Durbin-Watson stat	1.993041			
Inverted AR Roots	-0.08			

Fuente: Eviews con datos Obtenidos en BloombergL.P.

2.3.2. Ecuación de la Variancia

2.3.2.1. *Análisis de los residuos*

Las figuras No 7 y No 8 suministran información relevante con respecto a la volatilidad. La figura No 7 es el correlograma de los residuos al cuadrado de la ecuación de la media, lo cual muestra dos barras altas y continuas tanto en la función de correlación parcial como en la función de correlación total lo cual sugiere presencia de errores ARCH.

Además, el correlograma incluye la prueba Ljung-Box donde su estadístico $Q(m)$ desde el rezago 1 hasta el rezago $m=36$ rechazan la hipótesis nula de que los errores no están serialmente correlacionadas, lo cual implica la existencia de un proceso ARCH o GARCH para la volatilidad. Finalmente, la figura No 8 refuerza esta idea ya que la prueba del multiplicador de Lagrange rechaza la hipótesis nula de que los errores no están serialmente correlacionados, nótese que en esta última prueba únicamente los dos primeros residuos son significativos lo cual concuerda con el correlograma de la figura No 7.

Debido a que se puede concluir que la volatilidad del tipo de cambio spot del peso mexicano sigue un proceso heterocedástico, se necesita concluir si es un modelo ARCH o GARCH y el número de rezagos correspondiente.

Figura No 7: Correlograma de Residuos al Cuadrado

Date: 04/29/16 Time: 17:36
 Sample: 5/06/2011 4/27/2016
 Included observations: 1299

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.313	0.313	127.38	0.000
		2	0.277	0.199	227.62	0.000
		3	0.102	-0.03...	241.32	0.000
		4	0.122	0.056	260.74	0.000
		5	0.107	0.059	275.70	0.000
		6	0.101	0.030	288.97	0.000
		7	0.116	0.057	306.47	0.000
		8	0.116	0.050	324.12	0.000
		9	0.098	0.017	336.60	0.000
		1...	0.091	0.024	347.49	0.000
		1...	0.044	-0.02...	349.97	0.000
		1...	0.072	0.033	356.82	0.000
		1...	0.055	0.013	360.84	0.000
		1...	0.071	0.019	367.54	0.000
		1...	0.088	0.045	377.73	0.000
		1...	0.108	0.051	393.03	0.000
		1...	0.105	0.031	407.64	0.000
		1...	0.064	-0.01...	413.06	0.000
		1...	0.082	0.033	422.04	0.000
		2...	0.120	0.077	440.94	0.000
		2...	0.116	0.034	458.86	0.000
		2...	0.143	0.056	485.84	0.000
		2...	0.105	0.011	500.42	0.000
		2...	0.077	-0.02...	508.23	0.000
		2...	0.092	0.035	519.45	0.000
		2...	0.115	0.057	536.98	0.000
		2...	0.092	0.000	548.28	0.000
		2...	0.089	0.008	558.70	0.000
		2...	0.112	0.048	575.42	0.000
		3...	0.181	0.112	618.91	0.000
		3...	0.205	0.100	674.83	0.000
		3...	0.234	0.103	748.07	0.000
		3...	0.122	-0.03...	768.07	0.000
		3...	0.150	0.044	798.08	0.000
		3...	0.086	-0.00...	807.89	0.000
		3...	0.086	-0.01...	817.87	0.000

Fuente: Eviews con datos Obtenidos en BloombergL.P.

Figura No 8: Resultados Prueba Multiplicador de Lagrange

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	61.14446	Prob. F(3,1292)	0.0000
Obs*R-squared	161.1253	Prob. Chi-Square(3)	0.0000

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Date: 04/26/16 Time: 21:10

Sample (adjusted): 5/11/2011 4/27/2016

Included observations: 1296 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.99E-05	3.36E-06	8.894213	0.0000
RESID^2(-1)	0.237534	0.027809	8.541487	0.0000
RESID^2(-2)	0.213383	0.027966	7.630148	0.0000
RESID^2(-3)	-0.032104	0.027812	-1.154334	0.2486
R-squared	0.124325	Mean dependent var	5.15E-05	
Adjusted R-squared	0.122292	S.D. dependent var	0.000108	
S.E. of regression	0.000101	Akaike info criterion	-15.55781	
Sum squared resid	1.32E-05	Schwarz criterion	-15.54186	
Log likelihood	10085.46	Hannan-Quinn criter.	-15.55183	
F-statistic	61.14446	Durbin-Watson stat	1.996632	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Fuente: Eviews con datos Obtenidos en BloombergL.P.

2.3.2.2. Especificación del Modelo GARCH

En la figura No 7, las funciones de autocorrelación total y parcial sugieren que se debe utilizar un modelo GARCH(2,2); sin embargo, lo que se determina hacer es realizar diferentes combinaciones, desde modelos GARCH(1,0) o modelos ARCH(1) hasta modelos GARCH(2,2) y escoger el modelo más parsimonioso o que posee el mejor AIC y SBC, siendo este el modelo GARCH(1,1).

La figura No 9 muestra los resultados de la estimación conjunta de la ecuación de la media, ARIMA(1,1,0) y de la ecuación de la volatilidad GARCH(1,1). Donde a pesar de que el R-cuadrado y el R-cuadrado ajustado son bajos, todas las variables son significativas. Además, el estadístico Durbin-Watson es cercano a dos por lo que se puede asumir que no hay correlación serial y la raíz del proceso AR es invertible.

Figura No 9: Resultados Regresión del Modelo GARCH

Dependent Variable: DLMXN
Method: ML - ARCH
Date: 04/26/16 Time: 21:28
Sample: 5/06/2011 4/27/2016
Included observations: 1299
Convergence achieved after 28 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.082582	0.028328	-2.915199	0.0036
Variance Equation				
C	4.89E-07	2.04E-07	2.391848	0.0168
RESID(-1)^2	0.076476	0.010256	7.456791	0.0000
GARCH(-1)	0.916399	0.010814	84.74543	0.0000
R-squared	0.004905	Mean dependent var		0.000302
Adjusted R-squared	0.004905	S.D. dependent var		0.007204
S.E. of regression	0.007186	Akaike info criterion		-7.203466
Sum squared resid	0.067026	Schwarz criterion		-7.187548
Log likelihood	4682.651	Hannan-Quinn criter.		-7.197493
Durbin-Watson stat	1.990944			
Inverted AR Roots	-08			

Fuente: Eviews con datos Obtenidos en BloombergL.P.

Por tanto, basado en los indicadores de los coeficientes la ecuación de la media y la variancia toman la siguiente forma:

$$(13) y_{t+1} = -0.082y_t + \varepsilon_t$$

$$(14) \sigma_{t+1}^2 = 4.89 * 10^{-7} + 0.0764 * \varepsilon_t^2 + 0.9163 * \sigma_t^2 + \mu_t$$

2.3.2.3. Diagnóstico

La figura No 10 muestra el correlograma de los errores estandarizados generados a partir de la estimación simultánea de la ecuación de la media y la varianza. Como puede observarse, desde el punto de vista gráfico la función de correlación total y parcial no sugieren la presencia de algún proceso heterocedástico. Así mismo, los estadísticos de la prueba Q-Ljung-Box no rechazan la hipótesis nula de no existencia de correlación serial. Por tanto, puede concluirse que el modelo seleccionado describe adecuadamente la heterocedasticidad pues no queda evidencia de errores ARCH.

**Figura No 10: Correlograma de los Errores Estandarizados
del Modelo GARCH**

Date: 05/01/16 Time: 11:04
Sample: 5/06/2011 4/27/2016
Included observations: 1299

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.005	0.005	0.0354	0.851
		2	0.042	0.042	2.3807	0.304
		3	0.011	0.010	2.5298	0.470
		4	-0.01...	-0.01...	2.7797	0.595
		5	-0.02...	-0.02...	3.7032	0.593
		6	0.017	0.018	4.0777	0.666
		7	0.021	0.024	4.6782	0.699
		8	0.039	0.038	6.6545	0.574
		9	-0.05...	-0.05...	10.370	0.321
		1...	-0.00...	-0.01...	10.429	0.404
		1...	-0.00...	0.005	10.430	0.492
		1...	-0.01...	-0.00...	10.591	0.564
		1...	0.020	0.020	11.098	0.603
		1...	0.005	0.000	11.128	0.676
		1...	-0.00...	-0.00...	11.138	0.743
		1...	-0.00...	-0.00...	11.140	0.801
		1...	0.013	0.018	11.356	0.837
		1...	-0.00...	-0.00...	11.359	0.879
		1...	-0.00...	-0.00...	11.359	0.911
		2...	-0.00...	-0.00...	11.361	0.936
		2...	0.038	0.036	13.254	0.899
		2...	0.006	0.009	13.310	0.924
		2...	-0.01...	-0.01...	13.439	0.942
		2...	0.032	0.029	14.757	0.928
		2...	0.016	0.017	15.103	0.939
		2...	0.002	0.003	15.106	0.955
		2...	0.042	0.039	17.416	0.920
		2...	-0.02...	-0.02...	18.278	0.919
		2...	-0.02...	-0.03...	19.319	0.913
		3...	-0.00...	-0.00...	19.387	0.932
		3...	0.017	0.022	19.755	0.941
		3...	-0.02...	-0.02...	20.326	0.945
		3...	-0.03...	-0.03...	21.821	0.932
		3...	-0.00...	-0.00...	21.836	0.947
		3...	0.023	0.026	22.522	0.949
		3...	-0.03...	-0.02...	24.199	0.933

Fuente: Eviews con datos Obtenidos en BloombergL.P.

3. Capítulo III: Análisis de Proyecciones y Valor en Riesgo

Debido a que el análisis del capítulo anterior permitió obtener un modelo GARCH(1,1), mediante la ecuación de la media y de la varianza es posible realizar proyecciones tanto del valor esperado como de la varianza que deben ser valoradas para determinar la validez del modelo. Una vez realizada la validación del modelo se procederá a utilizar los valores proyectados para construir un indicador de valor en riesgo.

3.1. Análisis de Proyecciones

3.1.1. Proyecciones Dentro de Muestra

Las proyecciones dentro de muestra se constituyen como una herramienta de suma importancia que ayuda en la valoración del modelo. Cuando se ejecuta esta herramienta el modelo toma la observación real de $t-1$ para proyectar t , lo cual repite hasta completar la serie. Es decir, el modelo toma el tipo de cambio spot del peso mexicano real del 1 enero de 2012 para proyectar el 2 de enero del 2012, luego toma el valor real de la variable el 2 de enero de 2012 y proyecta el 3 de enero de 2012, esto lo hace sucesivamente hasta completar la serie y una observación adicional. Para este caso se proyectó desde el 6 de mayo de 2012 hasta el 28 de abril de 2016.

La figura No 11 ofrece resultados valiosos para la validación, la figura No 11.A muestra la proyección dentro de muestra del tipo de cambio spot del peso mexicano acompañada de dos bandas o niveles de confianza. Si se compara esta gráfica con la figura No1 se podrá observar que ambos poseen un comportamiento similar además de compartir la tendencia. La figura No 12 exhibe una comparación entre la proyección y el valor real por un periodo más corto de forma que se pueda apreciar claramente la similitud entre ambos. De igual forma la figura No 11.B muestra la proyección de la varianza cuya similitud con la varianza correspondiente a los datos reales se vuelve evidente.

Los resultados relativos a la evaluación de la proyección se observan en la figura No 11.C. La raíz del error cuadrático medio, también conocido como error estándar del pronóstico y el error absoluto medio dependen de la escala de la variable dependiente, por consiguiente se deben utilizar como una medida relativa para comparar pronósticos de la misma serie. Debe señalarse que entre menor sea el valor de cada uno de los indicadores mayor será su capacidad para pronosticar. Los resultados correspondientes a la proyección dentro de muestra del modelo GARCH(1,1) son de 0.1020 y 0.0753, para la raíz del error cuadrático medio y el error absoluto medio respectivamente, lo cual sugiere que es un modelo adecuado pues ambos valores son bajos e incluso menores que uno.

A diferencia de los indicadores anteriores, el error porcentual absoluto medio es una medida proporcional que no depende de la escala de las variables involucradas, el cual entre menor sea su valor mejor será la capacidad predictiva del modelo. En este caso el error es de 53%.

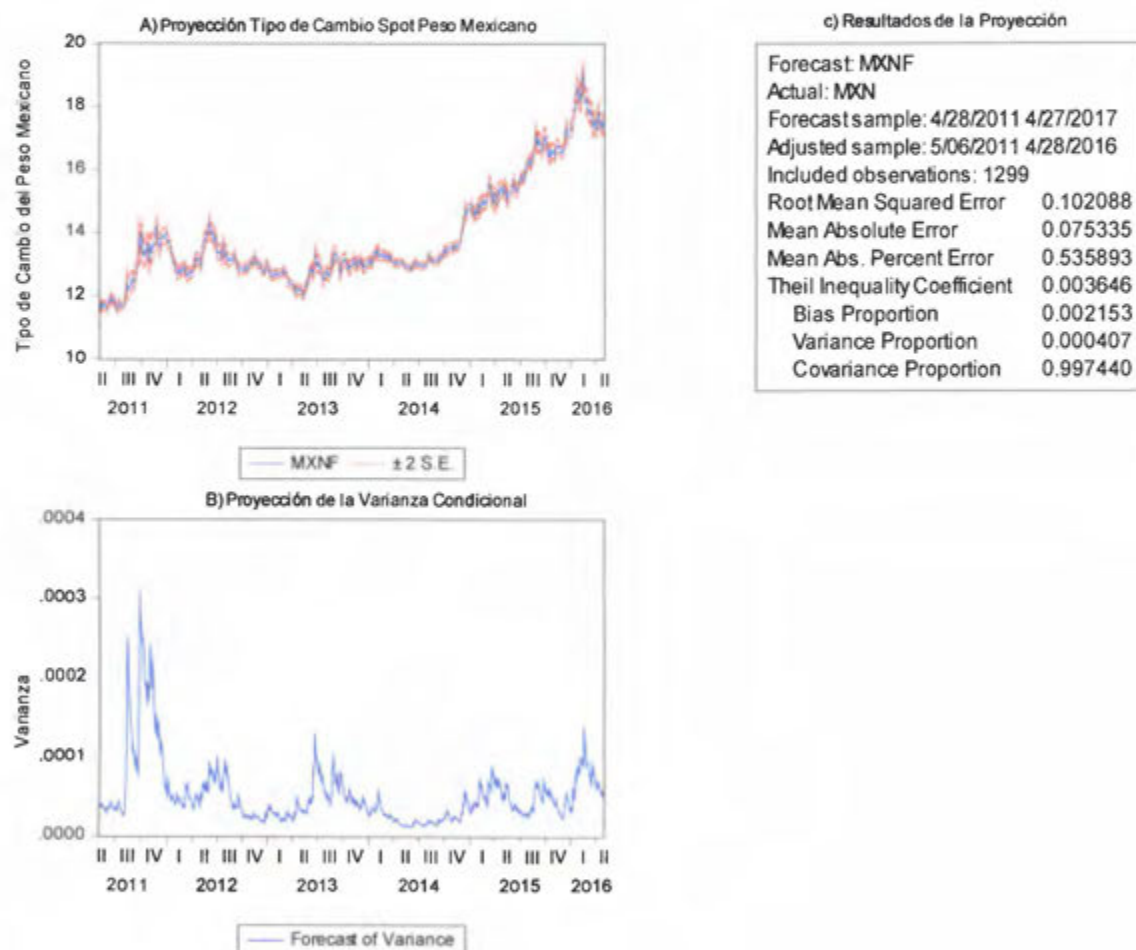
Por otro lado, el coeficiente de desigualdad de Theil es un valor comprendido entre cero y uno, en donde cero indica un pronóstico perfecto. El valor resultante de la aplicación de la prueba generada por el modelo presentado en este documento es 0.003646, lo cual sugiere que dicho modelo posee una adecuada capacidad de predicción. Además, el coeficiente de Thiel se descompone en tres partes, sesgo, varianza y covarianza, cuya suma debe ser uno y cuya evaluación se expone en los siguientes párrafos.

El sesgo mide la diferencia entre la media de las proyecciones y la media de los valores reales, lo cual implica que entre más pequeño sea este indicador mejor será la proyección del modelo, este coeficiente alcanza un valor de 0.002153. Asimismo, la proporción de la varianza indica la distancia entre la varianza proyectada y la varianza real, por tanto es deseable que el indicador sea lo más pequeño posible, alcanzando para el presente modelo un valor de 0.000407. Finalmente, la proporción de la covarianza indica cual proporción de errores de pronóstico obedecen a la parte no sistemática del modelo, teniendo en cuenta que la parte sistemática está medida por el sesgo y la varianza, resulta deseable

que el modelo tenga este coeficiente lo más cercano a la unidad. En este caso el coeficiente es de 0.997440.

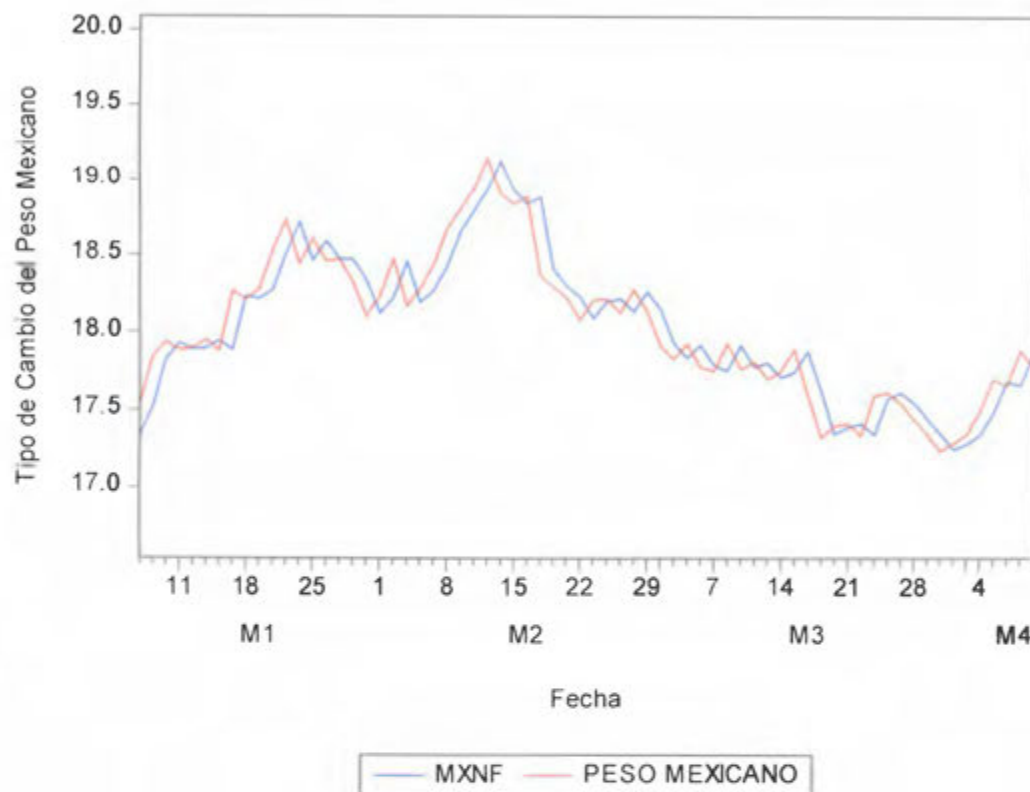
Por tanto, el análisis de los resultados mostrados en la figura No 11 y discutidos en los párrafos anteriores sugieren que el modelo GARCH(1,1) constituido por la ecuación de la media y la de la varianza realiza proyecciones adecuadas y con alto nivel de precisión.

Figura No 11: Resultados Pruebas Dentro De Muestra



Fuente: Eviews con datos Obtenidos en BloombergL.P.

Figura No 12: Tipo de Cambio del Peso Mexicano. Proyección vs Real: De Enero hasta Abril 2016



Fuente: Eviews con datos Obtenidos en BloombergL.P.

3.1.2. Proyecciones Fuera de Muestra

Al igual que las proyecciones dentro de muestra, las proyecciones fuera de muestra se utilizan como una herramienta que colabora en la valoración de la capacidad predictiva del modelo. Cuando se ejecuta esta herramienta el modelo toma la observación real de t para proyectar $t+1$, luego toma el valor proyectado en $t+1$ para proyectar $t+2$, proceso que se repite hasta $t+n$, donde n es el último valor que se desea proyectar.

Para el presente análisis se proyectó el tipo de cambio spot del peso mexicano desde el 28 de abril de 2016 hasta el 4 de mayo del mismo año. La tabla No 1 revela que la diferencia máxima entre las proyecciones realizadas y la información real alcanza el 2.3% que corresponde al cuatro de mayo de 2016 mientras que la menor diferencia fue del 1.04% asociada al dos de mayo de este mismo año. Finalmente, las proyecciones representaron en promedio el 99,86% del valor real del tipo de cambio spot del peso mexicano, es decir, en promedio la desviación de la proyección con respecto al valor real fue del 0.13%, por lo que puede concluirse que el modelo ARIMA(1,1,0) GARCH(1,1) realiza proyecciones adecuadas del tipo de cambio spot del peso mexicano.

Tabla No 1: Resultados Prueba Fuera de Muestra

Fecha	Tipo de Cambio Spot del Peso Mexicano Proyectado	Tipo de Cambio Spot del Peso Mexicano Real	Evaluación de la Prueba Fuera de Muestra
28/4/2016	17,38539501	17,2710	100,6624
29/4/2016	17,38550281	17,1770	101,2138
2/5/2016	17,38549390	17,2056	101,0456
3/5/2016	17,38549464	17,6115	98,7167
4/5/2016	17,38549458	17,7996	97,6735
Promedio			99,8624

Fuente: Eviews y BloombergL.P.

3.2. Valor en Riesgo

Debido a que con los resultados de la sección 2.3.2.3 del capítulo anterior correspondiente al diagnóstico del modelo y los resultados de la sección 3.1 del presente capítulo se ha podido concluir que el modelo GARCH desarrollado en el presente trabajo captura y proyecta de forma adecuada el tipo de cambio spot del peso mexicano, mediante la ecuación de la media, así como su volatilidad, mediante la ecuación de la varianza, resulta, por tanto, factible determinar el valor en riesgo para dicha variable.

Retomando la sección 1.3.2 del primer capítulo, el modelo de valor en riesgo paramétrico para un solo activo toma la fórmula siguiente:

$$VaR = F * S * \sigma * \sqrt{t}$$

Donde:

F determina el nivel de confianza del cálculo.

S el monto absoluto de la variable que se analiza.

σ es la desviación estándar de la variable.

t horizonte de tiempo que se desea calcular.

Para el presente ejercicio el valor de S será de \$100. Recordando que la ecuación No 14 permite obtener σ_t^2 la volatilidad del valor proyectado de dicha variable para el periodo $t+1$ y debido a que la frecuencia de la serie de tiempo es 1 y la proyección es un día, t será igual a uno. En consecuencia, la fórmula del VaR se transforma en

$$(15) VaR_{t+1} = F * 100 * \sqrt{\sigma_{t+1}^2} * 1$$

Utilizando el método de proyección estática empleado en el análisis dentro de muestra, la proyección en $t+1$ del tipo de cambio sería de 17.37255 y su varianza $5.24 \cdot 10^{-5}$ por lo que los resultados a distintos niveles de confianza serían de:

Tabla No 2: Resultados Valor en Riesgo Suponiendo Normalidad

Nivel de Confianza	Factor Suponiendo Normalidad	Valor en Riesgo a un día (monto en dólares)
90%	1,28	0,9277
95%	1,64	1,1907
99%	2,33	1,6840

Fuente: Eviews y Bloomberg L.P.

Por tanto, se podría concluir que con una inversión de \$100 y bajo el supuesto que el tipo de cambio sigue una distribución normal existe un 90% de probabilidad de que la pérdida máxima en un día no supere \$1, un 95% que alcance un máximo de un \$1.1 y un 99% que la pérdida máxima sea de \$1.68 en un día.

Como se mencionó en la sección 1.3.2 del primer capítulo debido a la falta de especificación en las colas de la distribución y en la variación potencial en la distribución de la variable que se analiza se asume el riesgo de estar subestimando el Valor en Riesgo. Asimismo, Basilea II en su Revisión sobre el Marco de Análisis del Riesgo de Mercado (2009) establece como medida conservadora la incorporación de un factor multiplicativo mínimo de tres. Los resultados de multiplicar el VaR obtenido en la Tabla No 2 por la recomendación de Basilea sugieren que con una inversión de \$100 existe un 90% de probabilidad de que la pérdida máxima en un día no supere \$2.78, un 95% que alcance un máximo de un \$3.57 y un 99% que la pérdida máxima sea de \$5.05 en un día.

Tabla No 3: Resultados Valor en Riesgo Sin Suponer Normalidad

Nivel de Confianza	Factor Multiplicativo	Valor en Riesgo a un día
90%	3,84	2,7831
95%	4,93	3,5720
99%	6,98	5,0520

Fuente: Eviews y BloombergL.P.

Conclusiones

La evolución del tipo de cambio spot del peso mexicano sigue un comportamiento no estacionario, mostrando tendencia, y una varianza que es condicional al tiempo. Durante el periodo analizado fue posible observar que la volatilidad presenta conglomerados o segmentos en los cuales se puede determinar que la volatilidad es mayor en ciertos periodos que en otros.

Las características de la variable tipo de cambio spot del peso mexicano revelan que es factible utilizar un modelo de series de tiempo que capture la heterocedasticidad de la varianza, factibilidad que fue demostrada por medio de la ejecución de diferentes pruebas y; en consecuencia, se estableció el uso de un modelo GARCH para estudiar la serie capturando las características de la volatilidad.

El modelo seleccionado, compuesto por una ecuación de la media, que sigue un proceso autoregresivo e integrado de media móvil de orden (1,1,0), y la ecuación de la varianza que sigue un proceso generalizado heterocedástico autoregresivo de orden (1,1), representa adecuadamente el comportamiento de la variable en estudio de acuerdo con las pruebas ejecutadas.

El análisis de las proyecciones dentro de muestra reveló que el modelo hacía una proyección bastante adecuada, mientras que el estudio de la proyección fuera de muestra de cinco días hacia adelante reveló que la desviación máxima era del 2% y la desviación promedio era menor al 1%, por lo que puede concluirse que el modelo proyecta de forma adecuada la variable en estudio.

El análisis del Valor en Riesgo permitió determinar que, bajo el supuesto de normalidad, la máxima pérdida esperada es de \$1.68 por cada \$100 mientras que sin el supuesto de normalidad este monto se incrementa en \$5.05.

El proceso anterior se construyó con una ventana de tiempo específica de 5 años donde el último dato es el 27 de abril de 2016. Por tanto, se recomienda realizar este proceso con frecuencia ya que la nueva información relativa al tipo de

cambio spot del peso mexicano permitirá actualizar los coeficientes de la media y la varianza e incluso aumentar o disminuir la cantidad de rezagos que se utilizan en ambas ecuaciones.

Se recomienda el uso de una función de densidad espectral para el análisis de la volatilidad, así como promover el uso de las griegas para valorar los riesgos de los derivados en México.

Finalmente, el presente estudio permitió estimar el comportamiento de la volatilidad generando el insumo necesario para determinar la pérdida máxima en un día que se puede obtener si se desea comprar una determinada cantidad de dólares.

Bibliografía

Libros

Choudry, Moonrad (2012) *The Principles of Banking*. Singapore. John Wiley & Sons Singapore Pre.Ltd.

Choudry, Moonrad (2006) *An Introduction to Value at Risk*. New Jersey. United States of America. John Wiley & Sons, Inc.

Enders, Walter (2010). *Applied Econometric Time Series*(3 Ed.). New Jersey. United States of America. John Wiley & Sons, Inc.

Jorion, Phillpe. (2007). *Value at Risk*(3 Ed.).New York, United States of America. McGraw-Hill Company.

Lara Haro, Alfonso(2008). *Medición y Control de Riesgos Financieros*(3 Ed.).México DF, México.LIMUSA.

TSay, Ruey(2013). *An introduction to Analysis of Financial Data With R*. New Jersey. United States of America. John Wiley & Sons, Inc.

Fuentes de internet

Álvarez Castillo, Ximena.(2007). Backtesting para modelos internos de medición de riesgos: Determinación estadística de la Tabla de Permanencia. Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras de Chile. Recuperado el 16 de febrero de 2016 en http://www.sbif.cl/sbifweb/internet/archivos/publicacion_5463.pdf

BIS(2011). *Revisions to the Basel II Market Risk Framework*. Recuperado el 16 de febrero de 2016 en <http://www.bis.org/publ/bcbs158.pdf>

Foix, Cristian(2006). *Proyección del Precio del Cobre: ¿Herramientas de Inteligencia Computacional o Series de Tiempo?*. Tesis para optar por el grado

de Magister en Gestión de Operaciones. Universidad de Chile. Recuperado el 16 de febrero de 2016 en http://www.tesis.uchile.cl/tesis/uchile/2007/foix_c/html/index-frames.html

Gonzalez Sierra, María Asunción(2010). *Análisis de la Demanda de Energía Eléctrica usando Series de Tiempo*. Tesis de Licenciatura en Matemáticas Aplicadas. Universidad Tecnológica de la Mixteca. Oaxaca, México. En http://jupiter.utm.mx/~tesis_dig/11114.pdf

Matteson, Davis & Ruppert, David(2011). GARCH Models of Dynamic Volatility and Correlation. Cornell University. Recuperado el 16 de febrero de 2016 en https://www.scss.tcd.ie/khurshid.ahmad/Teaching/Lectures_on_Financial_Informatics/External%20Courses/GARCH_tutorial.pdf

Menichini, Amilcar.(2006) *Value at Risk. Metodología de Administración del Riesgo* Financiero. Bolsa de Comercio de Rosario. Recuperado el 16 de febrero de 2016 en http://www.bcr.com.ar/Publicaciones/serie%20de%20lecturas/2006_01.pdf

Reyes, Primitivo(2007). Metodología de Análisis con Series de Tiempo. Recuperado el 16 de febrero de 2016 en <https://view.officeapps.live.com/op/view.aspx?src=http://www.icicm.com/files/SeriesDeTiempoComp.doc>

Sosa, Jorge; Batún Jose Luis; Guerrero, Ernesto; Kantún, Diódora; Medina, Salvador & Pantí, Henry(2014). *Un Paseo por el modelo GARCH y sus Variantes*. Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Yucatán, México. Recuperado el 16 de febrero de 2016 en <file:///C:/Users/Pacay/Google%20Drive/Tesis%20MBMC/Lecturas%20que%20finalmente%20fueron%20utilizadas%20en%20el%20texto/Un%20paseo%20por%20el%20modelo%20GARCH%20y%20sus%20variantes.pdf>

Villavicencio, John(2009). Introducción a las Series de Tiempo. Recuperado el 16 de febrero de 2016 en http://www.estadisticas.gobierno.pr/iepr/LinkClick.aspx?fileticket=4_BxecUaZmg%3D