

Universidad de Costa Rica
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Civil

Comparación de métodos aproximados y el método de Elementos Finitos en
la estimación de fuerzas internas debidas a cargas laterales en muros de
mampostería con aberturas

Proyecto de Graduación

Que para obtener el grado de Licenciatura en Ingeniería Civil

Presenta:

Luis Diego Ramírez Sanabria

Director de Proyecto de Graduación
Ing. Álvaro Poveda Vargas M.Sc.

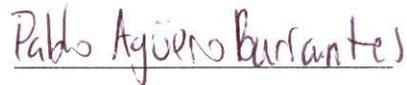
Ciudad Universitaria Rodrigo Facio

Integrantes del comité asesor



Ing. Álvaro Poveda Vargas, M.Sc.

Director



Ing. Pablo Agüero Barrantes, M.Sc.

Asesor



Ing. Andrea Ramírez Villalba

Asesora

Graduado



Luis Diego Ramírez Sanabria

Fecha: 19 de agosto de 2016

El suscrito, Luis Diego Ramírez Sanabria, cédula 3-0469-0198, estudiante de la carrera de Licenciatura en Ingeniería Civil de la Universidad de Costa Rica, con número de carné B15333, manifiesta que es autor del Proyecto de Graduación Comparación de métodos aproximados y el método de Elementos Finitos en la estimación de fuerzas internas debidas a cargas laterales en muros de mampostería con aberturas, bajo la Dirección del Ing. Álvaro Poveda Vargas, M.Sc., quien en consecuencia tiene derechos compartidos sobre los resultados de esta investigación.

Asimismo, hago traspaso de los derechos de utilización del presente trabajo a la Universidad de Costa Rica, para fines académicos: docencia, investigación, acción social y divulgación.

Nota: De acuerdo con la Ley de Derechos de Autor y Derechos Conexos N° 6683, Artículo 7 **(versión actualizada el 02 de julio de 2001); "No podrá suprimirse el nombre del autor en las publicaciones o reproducciones, ni hacer en ellas interpolaciones, sin una conveniente distinción entre el texto original y las modificaciones o adiciones editoriales". Además, el autor conserva el derecho moral sobre la obra, Artículo 13 de esta ley, por lo que es obligatorio citar la fuente de origen cuando se utilice información contenida en esta obra.**

DEDICATORIA

No tengo palabras para agradecer a mis padres y a mis hermanos por el cariño, comprensión y apoyo durante estos años. Gracias por estar siempre a mi lado y por tenderme la mano cuando más lo necesitaba.

Quiero agradecer especialmente a don Álvaro, por su apoyo incondicional en los últimos años de carrera. Don Álvaro: profesor e ingeniero excepcional, con gran espíritu de docencia. Andrea y Pablo, se les agradece por el apoyo en este proyecto.

A mis amigos, muchas gracias por los buenos momentos. La universidad no hubiera sido igual sin ustedes. La amistad es de los mejores recuerdos con los que termino esta etapa de mi vida.

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Justificación	1
1.1.1. <i>El problema específico</i>	1
1.1.2. <i>Importancia</i>	1
1.2. Objetivos.....	2
1.2.1. <i>Objetivo general</i>	2
1.2.2. <i>Objetivos específicos</i>	2
1.3. Delimitación del problema.....	2
1.3.1. <i>Alcance</i>	2
1.3.2. <i>Limitaciones</i>	3
1.4. Metodología	4
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	7
2.1. Antecedentes.....	7
2.2. Fundamentos teóricos	10
2.2.1. <i>Estructuras a base de muros</i>	10
2.2.2. <i>Rigidez y rigidez relativa de un muro de corte</i>	13
2.2.3. <i>Métodos Aproximados</i>	16
2.2.4. <i>Método de Modelado por Elementos Finitos</i>	26
2.4. Metodología de la investigación	30
CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y ANÁLISIS	35
3.1. Modelos de MEF	35
3.1.1. <i>Modelo primario</i>	35
3.1.2. <i>Modelo secundario</i>	35
3.1.3. <i>Convergencia de los modelos MEF</i>	36
3.2. Fuerzas cortantes.....	41
3.3. Momentos flectores	43
3.4. Cargas axiales.....	44
3.5. Resultados en diagramas de cuerpo libre, muro primario	48
CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	51

4.1. Conclusiones	51
4.2. Recomendaciones	52
BIBLIOGRAFÍA.....	54
APÉNDICES	56
Apéndice A. Memoria de cálculo	56
<i>A-1. Métodos aproximados.....</i>	<i>56</i>
<i>A-2. Solución por MEF.....</i>	<i>71</i>
Apéndice B. Calibración de brazo de palanca de Abrams	72
Apéndice C. Convergencia del modelo.....	76
<i>C-1. Muro primario</i>	<i>76</i>
<i>C-1. Muro secundario</i>	<i>78</i>

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Metodología seguida para el desarrollo de la investigación (primera parte)	5
Figura 2. Metodología seguida para el desarrollo de la investigación (segunda parte).....	6
Figura 3. Muro perforado de mampostería probado por CMACN.....	8
Figura 4. Modelo de Elementos Finitos de CMACN	9
Figura 5. Estructura tipo cajón de varios niveles de altura	11
Figura 6. Deformaciones presentes en un diafragma.....	12
Figura 7. Representación gráfica de la carga lateral asignada a dos muros paralelos	13
Figura 8. Condiciones de borde para muros, sub-muros y pilares.....	14
Figura 9. Deflexión del muro con aberturas	17
Figura 10. Tipos de uniones entre pilares/sub-muros/muros	18
Figura 11. Muros de mampostería ante carga lateral aplicada	20
Figura 12. Distribución de curvatura y desplazamiento en un muro en voladizo	20
Figura 13. Mecanismo plástico y distribución de desplazamientos en un muro perforado	21
Figura 14. Mecanismo plástico y distribución de desplazamientos en muros acoplados.....	22
Figura 15. Desarrollo del método de Abrams para un muro	25
Figura 16. Nodos considerados en la representación de MEF para una viga	26
Figura 17. Geometrías básicas para MEF de cuerpos bidimensionales	27
Figura 18. Geometrías básicas para MEF de cuerpos tridimensionales.....	28
Figura 19. Refinamiento progresivo de una malla tridimensional para un elemento	29
Figura 20. Representación gráfica de la convergencia del.....	30
Figura 21. Espécimen de muro estudiado en el proyecto	32
Figura 22. Modulación de bloques de mampostería en el espécimen estudiado	33
Figura 23. Celdas rellenas en el muro	33
Figura 24. Modelo primario usado en el desarrollo del proyecto	35
Figura 25. Modelo secundario empleado para la calibración de M. Abrams	36
Figura 26. Curvas de convergencia del cortante en los pilares del muro primario	38
Figura 27. Curvas de convergencia del cortante en los pilares del muro secundario	40
Figura 28. Representación gráfica del brazo de palanca de Abrams	45
Figura 29. Cargas internas en diagrama de cuerpo libre para MEF	48
Figura 30. Cargas internas en diagrama de cuerpo libre para LA FRANJA	49
Figura 31. Cargas internas en diagrama de cuerpo libre para ANALOGÍA DEL RESORTE	49
Figura 32. Cargas internas en diagrama de cuerpo libre para COLAPSO PLÁSTICO	50

Figura 33. Fuerzas axiales en diagrama de cuerpo libre para M. ABRAMS.....	50
Figura A - 1. Modelo 1 (usado en el análisis), muro primario	76
Figura A - 2. Modelo 2 (refinamiento 1), muro primario	77
Figura A - 3. Modelo 3 (refinamiento 2), muro primario	77
Figura A - 4. Modelo 4 (refinamiento 3), muro primario	77
Figura A - 5. Modelo 5 (refinamiento 4), muro primario	78
Figura A - 6. Modelo 1 (usado en el análisis), muro secundario	78
Figura A - 7. Modelo 2 (refinamiento 1), muro secundario	78
Figura A - 8. Modelo 3 (refinamiento 2), muro secundario	79
Figura A - 9. Modelo 4 (refinamiento 3), muro secundario	79
Figura A - 10. Modelo 5 (refinamiento 4), muro secundario	79

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Métodos aproximados considerados en este proyecto	16
Cuadro 2. Tiempos de ejecución para los niveles de refinamiento de MEF, modelo primario.....	37
Cuadro 3. Fuerzas cortantes absolutas y normalizadas del análisis de convergencia en el modelo primario	37
Cuadro 4. Variaciones porcentuales en los cortantes de los pilares entre los modelos de convergencia del muro primario	37
Cuadro 5. Tiempos de ejecución para los niveles de refinamiento de MEF, muro secundario	39
Cuadro 6. Fuerzas cortantes absolutas y normalizadas del análisis de convergencia en el modelo secundario.....	39
Cuadro 7. Variaciones porcentuales en los cortantes de los pilares entre los modelos de convergencia del muro secundario	39
Cuadro 8. Fuerzas cortantes y errores asociados de los 3 métodos aproximados para los pilares del muro primario	42
Cuadro 9. Fuerzas cortantes y errores asociados de los 3 métodos aproximados para los sub-muros del muro primario	42
Cuadro 10. Momentos flectores y errores asociados de los 3 métodos aproximados para los pilares del muro primario	43
Cuadro 11. Momentos flectores y errores asociados de los 3 métodos aproximados para los sub-muros del muro primario	44
Cuadro 12. Cargas axiales y errores asociados del método de Abrams respecto a MEF, para el muro secundario.....	45
Cuadro 13. Cargas axiales y errores asociados del método de Abrams respecto a MEF, para el muro primario	46
Cuadro 14. Cargas axiales en los pilares y sub-muros de los muros primario y secundario	47
Cuadro A - 1. Nomenclatura a usar para la referencia de los sub-muros y pilares	56
Cuadro A - 2. Resumen de las rigideces relativas/cortantes por La Franja	62
Cuadro A - 3. Resumen de los momentos flectores por La Franja	63
Cuadro A - 4. Rigideces relativas de los pilares que conforman el muro	64
Cuadro A - 5. Resumen de las rigideces relativas/cortantes por Analogía del Resorte	67
Cuadro A - 6. Resumen de los momentos flectores por Analogía del Resorte	67
Cuadro A - 7. Longitudes de los pilares	68
Cuadro A - 8. Resumen de las rigideces relativas/cortantes por Colapso Plástico	69
Cuadro A - 9. Resumen de los momentos flectores por Colapso Plástico	69

Cuadro A - 10. Cálculos previos para la estimación del centroide de Abrams	70
Cuadro A - 11. Cálculo de cargas axiales por el método de Abrams	71
Cuadro A - 12. Resumen de las rigideces relativas/cortantes por MEF	71
Cuadro A - 13. Resumen de las cargas axiales por MEF	72
Cuadro A - 14. Resumen de los momentos flectores por MEF	72
Cuadro A - 15. Cargas axiales y errores correspondientes de la primera iteración M. Abrams	73
Cuadro A - 16. Cargas axiales y errores correspondientes de la segunda iteración M. Abrams	73
Cuadro A - 17. Cargas axiales y errores correspondientes de la tercera iteración M. Abrams	74
Cuadro A - 18. Cargas axiales y errores correspondientes de la cuarta iteración M. Abrams	74
Cuadro A - 19. Cargas axiales y errores correspondientes de la quinta iteración M. Abrams	75
Cuadro A - 20. Cargas axiales y errores correspondientes de la sexta iteración M. Abrams	75
Cuadro A - 21. Cargas axiales y errores correspondientes de la séptima iteración M. Abrams	76

ÍNDICE DE ABREVIATURAS Y UNIDADES

ad	Adimensional
cm	Centímetro
CMACN	Concrete Masonry Association of California and Nevada
CR	Costa Rica
CSCR-2010	Código Sísmico de Costa Rica 2010
INTE	Norma nacional del Instituto Técnico de Normas de Costa Rica
Kg	Kilogramo
kips	Kilo-libra por pulgada cuadrada
m	Metro
MEF	Modelado por Elementos Finitos
rads	Radianes
t	Tonelada

GLOSARIO

Muro	Elemento constituyente de las estructuras tipo muro o "cajón". Entiéndase por la totalidad del elemento estructural desde el nivel de piso hasta el nivel de techo (para edificaciones de un nivel) o el elemento estructural limitado entre entrespisos o entre un entrespiso y un techo (para estructuras de varios niveles).
Sub-elemento	Puede referirse a los pilares, sub-muros, zócalos, vigas corona, vigas cargador que conforman un muro.
Sub-muro	Sub-elemento de un muro que puede ser sólido o presentar buques de ventanas cuando sus pilares están dispuestos en serie o en paralelo. Se amplía sobre estos conceptos en el Marco Teórico de este documento.
Pilar	Elemento constituyente de los sub-muros no sólidos, con secciones de pared dispuestas en serie o en paralelo.

SIMBOLOGÍA

A	Área bruta de la sección (m^2)
A_i	Área bruta del pilar i , M. Abrams (m^2)
c	Distancia desde el eje neutro hasta la fibra extrema sometida a f_{max} , M. Abrams
d	Longitud del muro (m)
d_{ABRAMS}	Brazo de palanca de Abrams (m)
E_m	Módulo elástico de la mampostería (t/m^2)
E_v	Módulo de cortante de la mampostería (t/m^2)
f_{ai}	Esfuerzo axial promedio en el pilar i (t/m^2)
f_{max}	Esfuerzo axial máximo en la sección longitudinal del muro (t/m^2)
h	Altura del muro, pilar, o sub-muro (m)
I	Inercia de la sección de muro (m^4)
k	Rigidez del elemento (t/m)
k_{ABRAMS}	Constante de calibración de Abrams (ad)
k_c	Rigidez de un elemento en condición de voladizo (t/m)
k_{cr}	Rigidez relativa de un elemento en condición de voladizo (sin unidad)
k_f	Rigidez de un elemento doblemente empotrado (t/m)
k_{fr}	Rigidez relativa de un elemento doblemente empotrado (sin unidad)
k_r	Rigidez relativa del elemento (sin unidad)
M	Momento flector ($t\cdot m$)
M_{res}	Momento resistente que actúa sobre el muro ($t\cdot m$)
M_{vol}	Momento de volcamiento que actúa sobre la totalidad del muro ($t\cdot m$)
p_i	Fuerza axial en el pilar i (t)
P	Carga axial (t)
t	Espesor del muro (m)
V	Fuerza cortante (t)
V_n	Fuerza cortante normalizada (ad)
\bar{x}	Distancia del borde del muro al centroide de las áreas de los pilares (m)
x_i	Distancia del borde del muro al centroide del pilar i (m)
Δ	Deformación de un elemento (m)
Δ_c	Deformación del elemento en condición de voladizo (m)

Δ_{cr}	Deformación relativa del elemento en condición de voladizo (sin unidad)
Δ_f	Deformación del elemento en condición empotrada (m)
Δ_{fr}	Deformación relativa del elemento en condición empotrada (sin unidad)
Δ_r	Deformación relativa de un elemento (sin unidad)
Δ_t	Deformación total de un elemento (m)
Δ_y	Deformación a partir de la cual inicia la fluencia de un elemento (m)
Δ_p	Deformación para la cual se alcanza la condición última del elemento (m)
θ	Rotación angular (rads)
θ_p	Rotación angular para la cual se alcanza la condición última del elemento (rads)
ϕ	Curvatura
ϕ_y	Curvatura a partir de la cual se inicia la fluencia del elemento
ϕ_u	Curvatura del elemento en su condición última

Ramírez Sanabria, Luis Diego

Comparación de métodos aproximados y el método de Elementos Finitos en la estimación de fuerzas internas debidas a cargas laterales en muros de mampostería con aberturas

Proyecto de Graduación – Ingeniería Civil – San José, C.R.:

L. Ramírez S., 2016

xiv, 56, [24]h, ils. col. – 20 refs

RESUMEN

El método de Modelado por Elementos Finitos (MEF), a través de un programa computacional, permite hallar las cargas internas (cortante, momento flector y carga axial) en muros de mampostería con aberturas sujetos a fuerzas laterales, con una gran exactitud. Sin embargo, su uso para viviendas y edificios de 3 o menos niveles es limitado. Existe una serie de métodos conocidos como La Franja, Analogía del Resorte, Colapso Plástico y el método de Abrams que permiten aproximar estas fuerzas, sin embargo, se desconoce el grado de exactitud. La Asociación de Mampostería de Concreto de California y Nevada (CMACN), en 2009, realiza una comparación entre los resultados obtenidos por los métodos y MEF, sin embargo, las condiciones del muro ensayado y del modelo de Elementos Finitos no son válidas para Costa Rica o no son presentadas del todo.

Se genera un espécimen de muro con buques de puertas y ventanas, y por lo tanto, con grupos de pilares dispuestos en serie y paralelo. Este espécimen se adecua a la realidad constructiva del país y se apega en todo momento a los lineamientos y recomendaciones del Código Sísmico de Costa Rica 2010.

La revisión de las cargas axiales por el método de Abrams lleva a generar una propuesta para el cálculo del momento de volcamiento, parámetro de entrada del método. Para ello, se calibra un brazo de palanca, en adelante nombrado como brazo de palanca de Abrams (d_{ABRAMS}).

Finalmente, se generan comparativas entre los resultados de los distintos métodos y se presentan cifras porcentuales de variación. La validez del modelo de Elementos Finitos y, en consecuencia, la validez de las comparaciones se revisa mediante un análisis de convergencia del modelo.

PALABRAS CLAVE: MURO DE CORTE, MAMPOSTERÍA, ELEMENTOS FINITOS.

Ing. Álvaro Poveda Vargas, M.Sc.
Escuela de Ingeniería Civil

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1. Justificación

1.1.1. El problema específico

Las fuerzas internas de carga axial, cortante y momento flector son básicas para el diseño de cualquier elemento estructural. El diseño de muros de mampostería sometidos a flexocompresión y cortante requiere, necesariamente, conocer estas fuerzas internas. Lo anterior es sustancialmente fácil al tratarse de muros sólidos, sin embargo, la presencia de aberturas en los muros (como buques de puertas y ventanas) lleva a muros perforados donde la distribución de las cargas laterales en el plano no es tan clara.

En presencia de muros perforados sometidos a fuerzas de sismo o viento (cargas laterales), es de uso común métodos aproximados tales como **"La Franja"**, el método de la **"Analogía del Resorte"** y el método de **"Colapso Plástico"** para encontrar fuerzas cortantes y momentos en el plano. Las cargas axiales en los pilares y sub-elementos de un muro pueden determinarse de forma aproximada con el método de **"Abrams"**. Estos procedimientos son sencillos, rápidos de ejecutar y no requieren de ningún programa computacional especializado. El método de Modelado por Elementos Finitos (MEF) y las aplicaciones computacionales que lo usan, proporcionan resultados más exactos al considerar un conjunto más amplio de variables, como lo son materiales, geometrías, tipos de elementos según el desempeño estructural, procedimientos de análisis y el grado de refinamiento del análisis.

A pesar de las ventajas a nivel de precisión en el análisis y diseño que ofrece el método de MEF, su aplicación es reducida o casi nula en el diseño de obras ingenieriles de menor escala, como las viviendas unifamiliares y edificios pequeños. Actualmente, se cree que los métodos aproximados generan distribuciones de fuerza, y con esto diseños, aceptables si se les compara con los métodos más elaborados. Este trabajo pretende encontrar las cargas internas en los pilares y sub-muros de un muro de mampostería, producto de la aplicación de una carga paralela al plano mediante los métodos antes mencionados, con el fin de determinar la validez de los métodos tradicionales.

1.1.2. Importancia

Este proyecto busca dilucidar si el uso de métodos aproximados en la estimación fuerzas cortantes, axiales y momentos flectores, para el caso de mampostería, es justificado como una

herramienta rápida, segura y económica en comparación con el uso de modelos de elemento finito. Lo anterior, se limita a las especificaciones arquitectónicas que por lo general se establecen para viviendas y edificios pequeños y a los métodos constructivos comúnmente usados en Costa Rica para la construcción en mampostería reforzada.

Al concluir este proyecto se tendrán cifras porcentuales que permitan conocer la posible variación en la estimación de cargas laterales para muros de mampostería y sus sub-elementos. Se pretende que dicha investigación constituya una herramienta para el diseñador estructural, que le permita valorar riesgos, sobre-estimaciones, sobres-costos al momento de aplicar un método en el diseño de mampostería reforzada en Costa Rica.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Comparar las fuerzas internas en muros de mampostería con aberturas producto de la aplicación de cargas laterales, mediante el método de MEF y métodos aproximados en un muro de prueba.

1.2.2. Objetivos específicos

- a) Calcular las fuerzas internas de corte y momento flector en los sub-elementos de un muro de mampostería perforado, mediante los métodos de La Franja, Analogía del Resorte, Colapso Plástico y Elementos Finitos.
- b) Calcular las cargas axiales de los sub-elementos de un muro de mampostería perforado mediante un programa de Elementos Finitos y el método simplificado de Abrams.
- c) Comparar las cargas internas de momento, cortante y fuerza axial obtenidas de los métodos anteriores.
- d) Validar los métodos aproximados para la estimación de fuerzas internas en muros de mampostería y sugerir recomendaciones para su uso según sea el caso.

1.3. Delimitación del problema

1.3.1. Alcance

El cálculo de las fuerzas internas se llevará a cabo en un muro perforado de mampostería. Dicho muro pretende simular la realidad constructiva del país, en cuanto a mano de obra,

legislación, códigos de diseño imperantes y oferta comercial de materiales de construcción, entre otros. Por tal razón, el muro de ensayo será de mampostería de concreto traslapada o **como se conoce popularmente en modo "tesón y sogá"**. En este caso particular, se supone que el muro se construye bajo el modelo de mampostería integral. Contará con al menos una abertura de ventana y otra de puerta dispuestas de tal manera que se puedan estudiar muros en serie y muros en paralelo.

Los métodos aproximados que serán considerados para la determinación de las fuerzas laterales en los distintos componentes del muro serán el método de La Franja, el método de Analogía del Resorte y el de Colapso Plástico (también conocido como Rotulación Plástica o Análisis Plástico). Por su parte, se empleará el método de MEF como punto de comparación al considerarle **como "exacto"**.

Se determinarán las cargas axiales en los pilares y sub-elementos de manera aproximada mediante el método de Abrams. Los resultados obtenidos a partir de este método serán comparados con aquellos obtenidos del programa de Elementos Finitos.

1.3.2. Limitaciones

Solamente se considerarán los métodos de La Franja, el método de Analogía del Resorte y el método de Colapso Plástico como **procedimientos aproximados o "manuales" para el cálculo** de cargas internas en los pilares. Aun cuando el método de MEF es en sí un método numérico, sus resultados se tomarán como exactos dado que el programa donde se pretende modelar la estructura permite incorporar propiedades mecánicas, geometrías y otros aspectos de análisis que los métodos aproximados no pueden considerar.

Esta investigación se limitará a estudiar un solo espécimen. La intención original del proyecto no es ahondar en las variables implicadas en la exactitud de los métodos aproximados, sino, replicar la investigación realizada por la Asociación de Mampostería de Concreto de California y Nevada (CMACN, por sus siglas en inglés) bajo las condiciones de diseño y construcción de mampostería reforzada en Costa Rica, para un caso específico.

Los materiales de construcción por emplear en el diseño y sus respectivas características corresponden a los presentes en el mercado costarricense al momento de llevar a cabo el análisis. Las labores de análisis estructural se apegarán en todo momento a las

recomendaciones y lineamientos expresados en las fuentes bibliográficas de este documento y aquellas dadas por el comité de apoyo de este proyecto.

Debe tenerse presente que el análisis se lleva a cabo para un muro específico, cuyas condiciones de frontera, cargas, etc., son desconocidas. Por tal razón, se evitan hacer análisis posteriores de diseño como el cálculo de refuerzos por cortante, flexocompresión, aceros mínimos, etc. Adicionalmente, no existe un valor preciso de carga lateral (ocasionada por sismo o viento) que pueda utilizarse en el análisis, por lo que se considera conveniente utilizar una **carga de "100 toneladas"**. Evidentemente, esta fuerza es exagerada para una vivienda o edificio y para un muro de mampostería, sin embargo, facilita los cálculos y la comparación de los métodos. En razón de que el cálculo de fuerzas y rigideces por métodos aproximados se basa únicamente en la geometría de los muros y que el análisis de Elementos Finitos será lineal elástico, los resultados obtenidos con la aplicación de la carga de 100 toneladas son totalmente extrapolables a otras cifras de carga lateral.

1.4. Metodología

Tal como se muestra en las Figuras 1 y 2, este trabajo consta de 5 etapas principales: la revisión bibliográfica en cuanto al estado del arte en el análisis de muros perforados de mampostería que trabajen como muros de corte, la elaboración y concepción de un muro de mampostería reforzada representativo, el análisis de cargas internas del muro por medio de los métodos aproximados y de MEF a través de un programa computacional (CSI ETABS v 15.1.0 de Computers and Structures Inc.) y por último, la comparación y análisis de los resultados. En el Capítulo 2 se ampliará sobre el planteamiento metodológico de esta investigación.

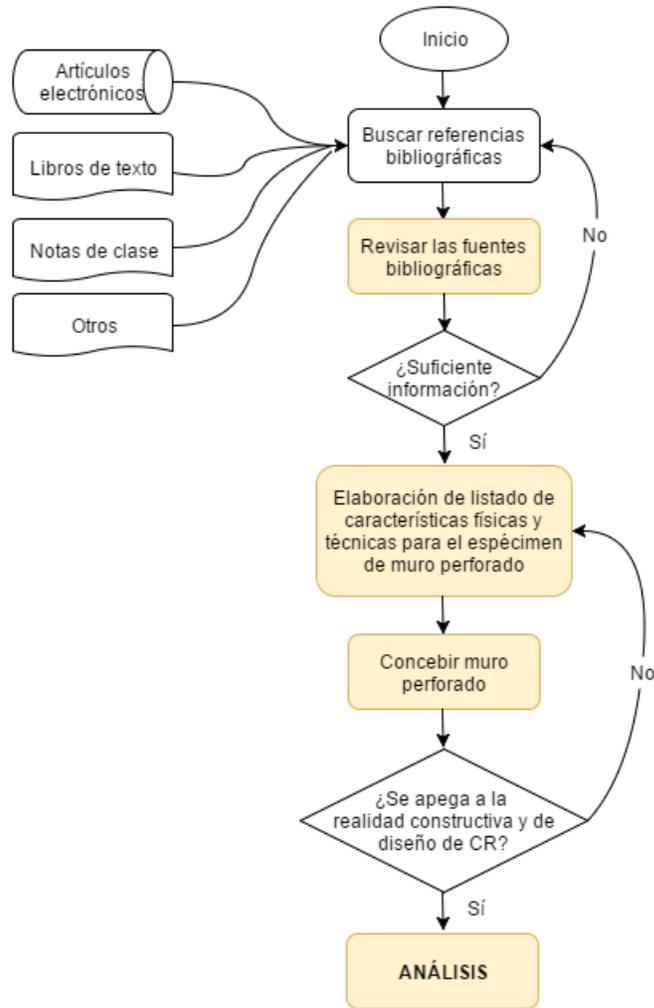


Figura 1. Metodología seguida para el desarrollo de la investigación (primera parte)

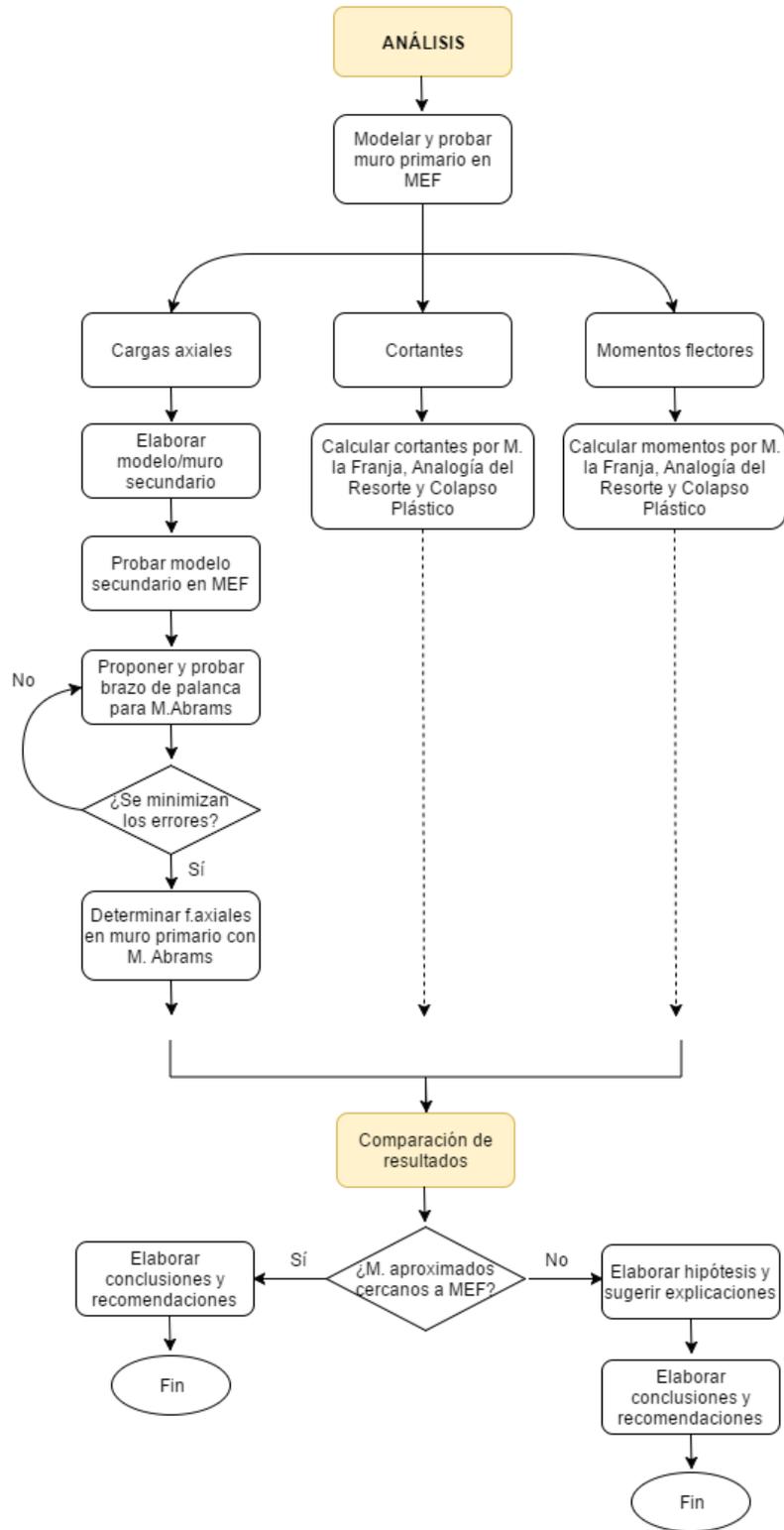


Figura 2. Metodología seguida para el desarrollo de la investigación (segunda parte)

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes

A nivel nacional, se han realizado múltiples trabajos teóricos y experimentales orientados a caracterizar el comportamiento de la mampostería ante la presencia de cargas laterales. Loría (2000) analizó tres modelos de mampostería comunes a la fecha de elaboración de su informe. Para cada uno de estos, el autor encontró ventajas y desventajas estructurales, constructivas y económicas. Por otro lado, se basó en la metodología de Priestley para distribuir las cargas laterales a los elementos sismorresistentes de la estructura.

Tanner (1998) y Hernández (2011) realizaron estudios similares al evaluar la degradación de la rigidez en muros de mampostería confinada producto de cargas cíclicas laterales. Tanner llevó a cabo un programa experimental en donde construyó dos paredes que fueron instrumentadas y falladas posteriormente. Luego, elaboró un programa de Elementos Finitos que alimentó con los resultados de la fase experimental con el fin de simular el comportamiento no lineal de la mampostería en el ensayo. Hernández tomó como base el proyecto de Tanner y calibró los parámetros de otro modelo de Elementos Finitos para emular el comportamiento de los muros de mampostería bajo los efectos de carga lateral.

Cruz (2013) realizó un estudio con el fin de validar el diseño de estructuras basado en el método dinámico del CSCR-2010 mediante la incorporación de una variable de control de daño. Se modelaron 36 edificios de marcos regulares de concreto a los cuales se aplicó un análisis de **empuje lateral progresivo o "Push Over", que permite evaluar la respuesta inelástica de una estructura ante fuerzas laterales cuasi-estáticas.**

Abarca (2015), realiza un proyecto analítico y experimental para determinar la contribución de los muros perforados al sistema sismorresistente de una estructura. Para ello, construyó dos muros de mampostería confinada a escala natural que fueron probados mediante cargas cíclicas. Los muros fueron analizados mediante el método de Elementos Finitos, Ensamblaje de Sub-elementos, el Método de Puntales-Tensores y el de Colapso Plástico.

La investigación realizada por CMACN en 2009 es la base del presente proyecto. En esta, se llevó a cabo un análisis de fuerzas internas en un muro de mampostería perforado sujeto a cargas laterales. Los métodos utilizados fueron los mismos que se adoptaron para esta investigación: La Franja, la Analogía del Resorte, Colapso Plástico y Elementos Finitos mediante

un paquete computacional no especificado. Dentro de los alcances del estudio de CMACN no se consideró evaluar y comparar cargas axiales.

En la figura siguiente, se muestra el espécimen de muro evaluado por CMACN:

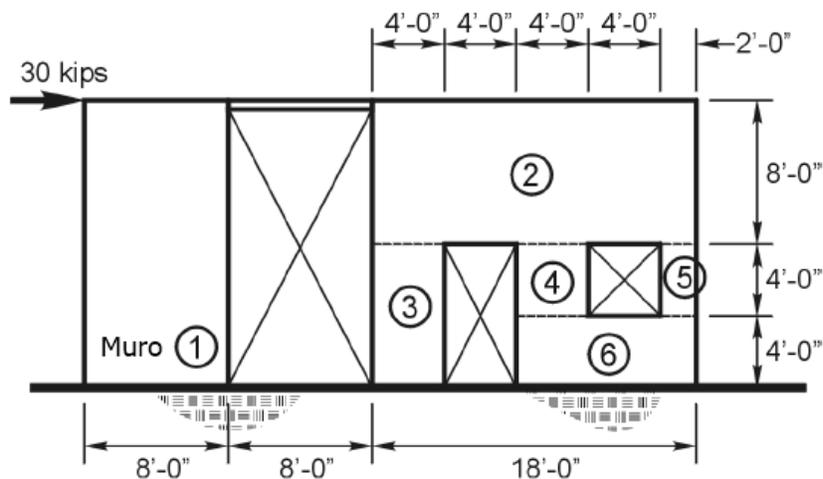


Figura 3. Muro perforado de mampostería probado por CMACN
Fuente: CMACN, 2009

La publicación del estudio de CMACN se limitó a presentar la base teórica y los cálculos de los métodos de la Franja y de Analogía del Resorte, sin embargo, no incluyó la memoria de cálculo de los métodos de Rotulación Plástica ni las consideraciones físicas, mecánicas y modelado con Elementos Finitos.

Asimismo, la investigación no considera la presencia de muros en serie, sino solamente un muro de altura completa y dos pilares unidos entre sí de forma paralela. El modelo de Elementos Finitos de CMACN se muestra a continuación en la Figura 4. Los elementos de mampostería fueron modelados como unidades de área tipo cascarón o Shell de forma cuadrada, que a juzgar por las dimensiones del muro en la Figura 3 y la cantidad de filas y columnas de la Figura 4, cada elemento de área tiene como dimensiones 1 ft x 1 ft, aproximadamente 30,5 cm x 30,5 cm.

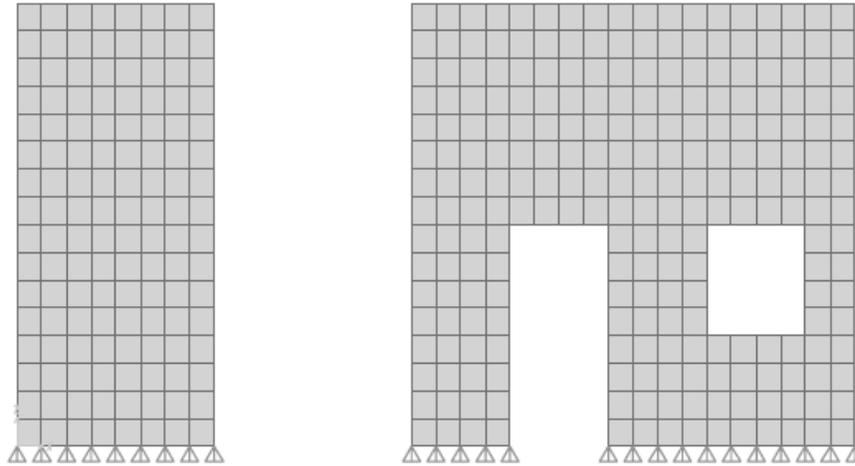


Figura 4. Modelo de Elementos Finitos de CMACN
Fuente: CMACN, 2009

A criterio propio, se considera que el análisis realizado por CMACN fue bueno al presentar el análisis de cargas internas por 3 métodos aproximados diferentes y el método de Elementos Finitos. Sin embargo, la configuración geométrica del muro de prueba no es habitual encontrarla en Costa Rica: paredes de mampostería en una misma planta con discontinuidad en los miembros estructurales que funcionan como viga corona (espacio libre entre el muro en voladizo (muro 1, Figura 3) y el sub-muro que incluye los pilares en paralelo). Por otro lado, la altura de pared usada en este análisis fue de 16 pies, lo que equivale a 4,88 m, muy por encima de las alturas frecuentemente encontradas en Costa Rica.

También, como se dijo antes, el análisis por MEF no especifica variaciones en espesores y rigideces de elementos en la mampostería por la presencia de celdas rellenas, las dimensiones de las unidades tipo Shell no son representativas para los mampuestos usados en Costa Rica y no se profundiza en otras consideraciones ingenieriles que usualmente se requieren para analizar estos modelos.

Por los anteriores motivos, se considera oportuno replicar el estudio llevado a cabo por CMACN tomando en cuenta la reglamentación de diseño estructural en el país y las prácticas habituales en la construcción con mampostería, a fin de generar valores de cargas y comparativas representativas de nuestro medio.

2.2. Fundamentos teóricos

2.2.1. Estructuras a base de muros

Todas las estructuras, entiéndase viviendas y edificios de uso residencial, comercial o industrial, deben contar con miembros capaces de resistir las fuerzas laterales, de viento o de sismo. Existe una variedad de sistemas que sirven para resistir estas fuerzas y que cumplen la función de trasladarlas al suelo; algunos son: los muros de corte, los marcos arriostrados, los marcos rígidos o de momento y las combinaciones de estos para producir sistemas duales (Taly, 2010).

Las estructuras conformadas por muros son conocidas como sistemas de muros de carga o **“estructuras tipo cajón”**. Desde el punto de vista de diseño, las estructuras que resisten las cargas laterales por medio de muros o marcos arriostrados se conocen como estructuras **“tipo muro”**, según el Código Sísmico de Costa Rica 2010 (CSCR-2010). Estas estructuras omiten el uso de columnas para la transferencia de cargas gravitacionales pues los muros o *paredes* son suficientes.

Las estructuras tipo cajón pueden ser menos costosas que las estructuras convencionales de marcos. Las paredes que las conforman eliminan la necesidad de marcos estructurales y a la vez cumplen una función de cerramiento para los espacios. Por otro lado, los muros evitan gastos adicionales en materiales y sistemas de aislamiento térmico y acústico. Los sistemas conformados por muros son por lo general muy rígidos y esto se convierte en una ventaja para aquellos edificios donde se quieren limitar las deformaciones laterales en eventos de sismo o viento.

En cuanto a materiales constructivos, los marcos arriostrados usualmente se construyen de acero o concreto reforzado. Los muros de corte, por su parte, pueden construirse en concreto reforzado, mampostería reforzada, marcos de madera o placas de acero (Taly, 2010).

El funcionamiento básico de una estructura tipo cajón se presenta en la siguiente Figura:

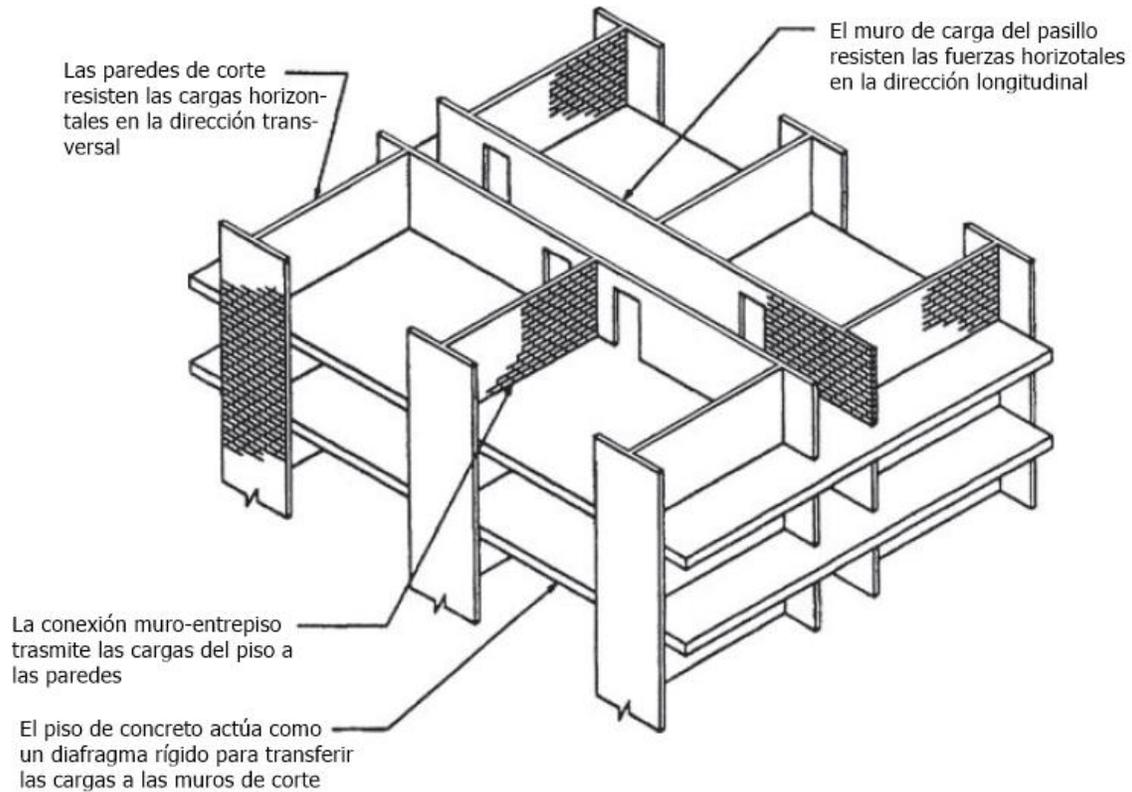


Figura 5. Estructura tipo cajón de varios niveles de altura

Nota: Los entrepisos de los niveles intermedios fueron concebidos como diafragmas rígidos

Adaptado de: Taly, 2010

Además de los muros, en una estructura tipo cajón, cobra importancia la presencia de los diafragmas. Taly (2010) define los diafragmas como elementos con orientación horizontal que resisten fuerzas y actúan como transmisores a los elementos verticales (marcos o muros). En una estructura convencional, los diafragmas son los entrepisos para niveles intermedios y la estructura de techo y cubierta de techo para el último nivel de la edificación. Los diafragmas, como se observa en la figura anterior, cumplen una función importante, pues son los elementos encargados de transmitir las cargas laterales, en especial las sísmicas, a los muros de la estructura que finalmente descargan en las fundaciones y en el suelo alrededor.

Existen dos tipos de diafragmas, los rígidos y los flexibles. En un diafragma rígido, las deformaciones en su plano son mínimas, mientras que los diafragmas flexibles pueden presentar grandes deformaciones. Sobre esto, el CSCR-2010 establece que un diafragma puede considerarse como rígido si la deformación lateral máxima en su plano es menor o igual a dos

veces el promedio de la deriva máxima y mínima del este. Lo anterior queda ejemplificado en la siguiente Figura:

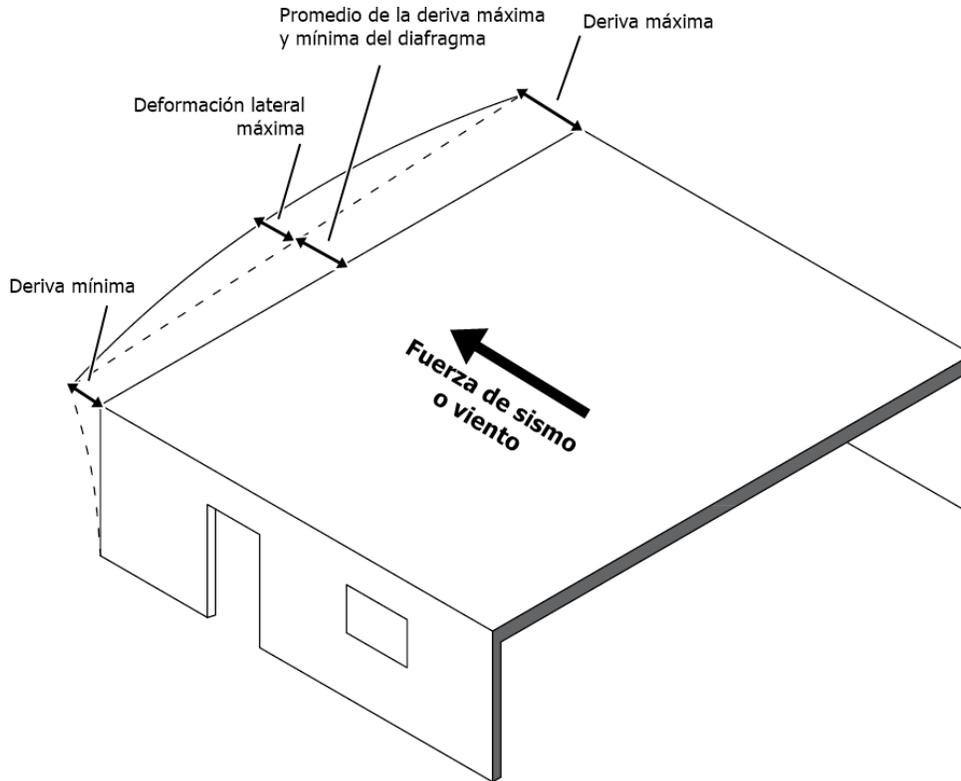


Figura 6. Deformaciones presentes en un diafragma

El CSCR-2010 también estipula que para que un diafragma pueda considerarse como rígido, su relación de largo/ancho debe ser menor a 3. Por otro lado, no deben existir espacios entrantes, reducciones o discontinuidades en su plano. El diafragma rígido no puede tener una dimensión en planta mayor a 50 m y como mínimo se pide que la losa o sobrelosa (para sistemas de entrepiso especiales) tenga un espesor de al menos 6 cm.

En el caso de las estructuras tipo cajón, las cargas laterales transmitidas a los muros dependen en gran medida del tipo de diafragma que se tenga. Los diafragmas rígidos cuentan con la suficiente rigidez para que su desplazamiento y deformación sea muy similar en toda su extensión; por esta razón, los muros que integran la estructura presentan una deformación **muy similar, aspecto que provoca que las cargas laterales se distribuyan "democráticamente"** según la rigidez de estos muros. Por otro lado, la rigidez de los diafragmas flexibles es tal que

no es posible garantizar una deformación y deriva uniforme en el diafragma, lo que lleva a que las cargas laterales se asignen por las áreas de cobertura o áreas tributarias a cada elemento resistente.

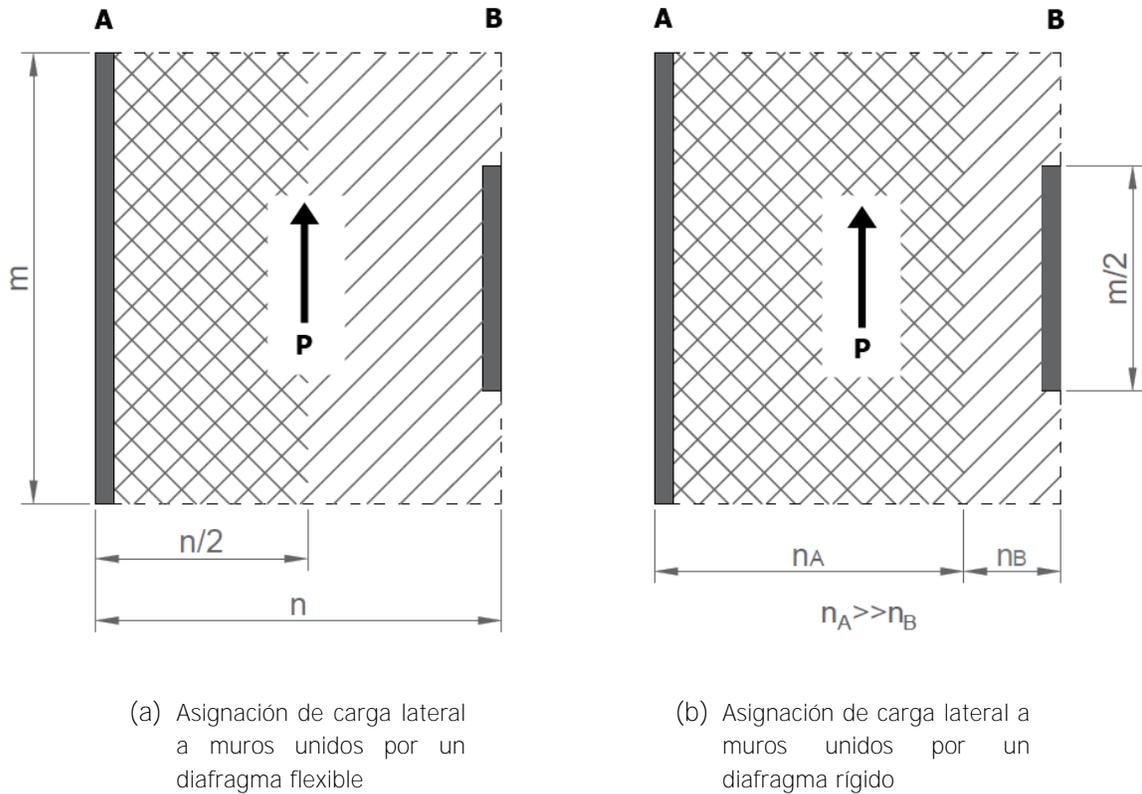


Figura 7. Representación gráfica de la carga lateral asignada a dos muros paralelos
 Nota: "m" y "n" son dimensiones

2.2.2. Rigidez y rigidez relativa de un muro de corte

De acuerdo con Taly (2010), el parámetro más importante que describe la resistencia de un muro de corte es su rigidez. La rigidez puede definirse como la fuerza aplicada a un extremo del muro para producir una deformación unitaria. La rigidez se expresa en unidades de fuerza entre distancia.

El análisis de muros sujetos a fuerzas de corte es similar al de vigas. Para determinar las deflexiones que sufre un muro, es decir, para determinar el inverso multiplicativo de la rigidez, se considera al muro como una viga vertical, donde su longitud es análoga al peralte de la viga, donde la altura es igual a la longitud de la viga y donde los espesores de ambos elementos coinciden (Taly, 2010).

Debido a que los muros son “vigas de gran peralte”, tanto las deformaciones por cortante como por flexión se vuelven importantes. Por tal razón, la deformación total del muro se determina a partir de dos términos. Es importante aclarar que las deformaciones que presenta un muro dependen sustancialmente de las condiciones de frontera. Según sean las condiciones, dimensiones y geometrías de los elementos, se puede considerar que el muro, pilar o sub-muro se encuentra fijo en ambos extremos, o bien, en voladizo:

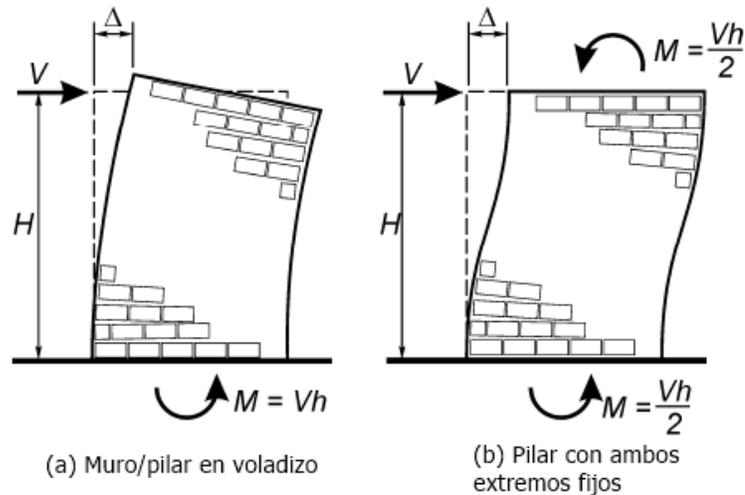


Figura 8. Condiciones de borde para muros, sub-muros y pilares
Adaptado de: CMACN, 2009

La deflexión total para elementos en voladizo se estima con la siguiente fórmula (Poveda, 2015):

$$\Delta_c = \frac{Vh^3}{3E_m I} + \frac{1,2Vh}{AE_v} \quad \text{Ec. 1}$$

La deflexión total para elementos con extremos fijos se estima con la siguiente fórmula (Poveda, 2015):

$$\Delta_f = \frac{Vh^3}{12E_m I} + \frac{1,2Vh}{AE_v} \quad \text{Ec. 2}$$

Por otro lado, el área bruta y la inercia de una sección rectangular de pared están definidas por las siguientes fórmulas:

$$A = td$$

$$I = \frac{td^3}{12}$$

Para estructuras de concreto o de mampostería, el CSCR-2010 recomienda calcular el módulo de cortante del material como:

$$E_v = 0,4E_m$$

Sustituyendo las igualdades anteriores en las ecuaciones 1 y 2 se encuentran las siguientes ecuaciones:

$$\Delta_c = \frac{V}{E_m t} [4(h/d)^3 + 3(h/d)]$$

$$\Delta_f = \frac{V}{E_m t} [(h/d)^3 + 3(h/d)]$$

El material (y por ende, su módulo elástico y de cortante) y el espesor de un muro son por lo general uniformes en toda su extensión. Si a lo anterior se le suma que la distribución de cargas internas, específicamente las de corte y momento flector, dependen de la rigidez relativa de los pilares o sub-muros contenidos en el muro, las ecuaciones para el cálculo de deformaciones, para su uso en los métodos aproximados, pueden simplificarse de esta manera:

$$\Delta_{cr} = 4(h/d)^3 + 3(h/d) \quad \text{Ec. 3}$$

$$\Delta_{fr} = (h/d)^3 + 3(h/d) \quad \text{Ec. 4}$$

Donde las variables anteriores denotan:

<i>A</i>	Área bruta de la sección (m ²)
<i>d</i>	Longitud del muro (m)
<i>E_m</i>	Módulo elástico de la mampostería (t/m ²)
<i>E_v</i>	Módulo de cortante de la mampostería (t/m ²)
<i>h</i>	Altura del muro, pilar, o sub-muro (m)
<i>I</i>	Inercia de la sección de muro (m ⁴)
<i>t</i>	Espesor del muro (m)
<i>V</i>	Fuerza cortante aplicado (t)
Δ_c	Deformación del elemento en condición de voladizo (m)

Δ_{cr}	Deformación relativa del elemento en condición de voladizo (m)
Δ_f	Deformación del elemento en condición empotrada (t)
Δ_{fr}	Deformación relativa del elemento en condición empotrada (t)

2.2.3. Métodos Aproximados

Para esta investigación, se han considerado los métodos aproximados del Cuadro 1.

Cuadro 1. Métodos aproximados considerados en este proyecto

Aplicación	Métodos
Cortantes y momentos flectores	La Franja Analogía del Resorte Colapso Plástico
Cargas axiales	Abrams

La razón para categorizar estas formulaciones como aproximadas se debe a que todos los métodos consideran solamente para sus cálculos la disposición espacial de los pilares y sub-muros, además de otros aspectos geométricos como largos, alturas, etc.

2.2.3.1. Método de La Franja

El método de La Franja corresponde a un método aproximado para la determinación de la rigidez en muros de mampostería con aberturas, así como una herramienta para el cálculo de fuerzas en segmentos de muro: vigas, pilares, sub-muros, etc. Este método distribuye las fuerzas laterales contenidas en el plano de la pared a los diferentes elementos que componen el muro con base en su rigidez relativa. En presencia de aberturas, como lo son los buques de puertas y ventanas, se procede a estimar la deflexión del muro sólido y dicha deflexión se ve incrementada por el efecto de la abertura. A partir de la deflexión total, se estima la rigidez del sistema (CMACN, 2009).

El uso de estos procedimientos no es recomendado para muros con aberturas grandes, en donde la configuración de la estructura asemeje un marco. Los muros, aun cuando soporten entrepisos, se modelan como elementos en voladizo con posibilidad de rotación en su parte superior, debido a que no experimentan mayor restricción en la unión con estos componentes.

En el caso específico de los pilares, la continuación del muro en su parte superior presupone una condición restringida a la rotación en esa zona.

El procedimiento de resolución requiere primero calcular la deformación del muro entero sólido, luego se calcula la deformación de una franja cuyas dimensiones sean tales que su altura albergue a todos los buques de puertas y ventanas y su largo corresponde al mismo largo del muro. Se calculan las deformaciones de los pilares: debe valorarse si los pilares están en serie o en paralelo para encontrar deformaciones equivalentes.

La deformación del muro con aberturas está dada por la deformación del muro entero sólido, menos la deformación de la franja, más la deformación equivalente de los pilares o grupos de pilares. La rigidez relativa del muro es el inverso multiplicativo de la deformación antes encontrada. Para hallar las deformaciones y rigideces de los pilares, la rigidez del conjunto se prorratea a 1 y se lleva a cabo un retro-cálculo. En el Apéndice A, se halla un ejemplo de cálculo. El procedimiento anterior se resume como:

$$\Delta_{muro} = \Delta_{sólido} - \Delta_{franja\ sólida} + \Delta_{pilares} \quad \text{Ec. 5}$$

$$k_{muro} = 1/\Delta_{muro} \quad \text{Ec. 6}$$

La Figura 9 describe gráficamente el proceso:

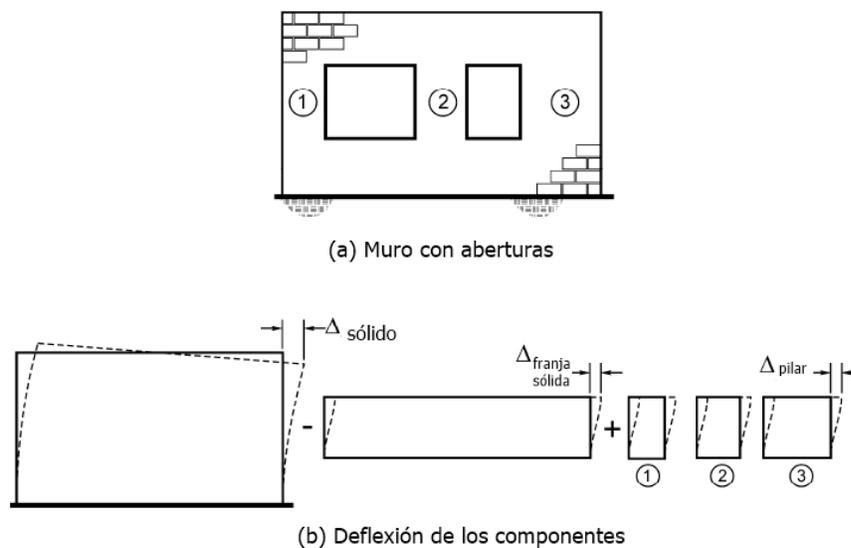


Figura 9. Deflexión del muro con aberturas
Adaptado de: CMACN, 2009

2.2.3.2. Método Analogía del Resorte

Existe otro método alternativo, similar al método de La Franja. Este método inicia con el cálculo de las deformaciones de elementos individuales: pilares y porciones de muros por encima y por debajo de las perforaciones. Luego, se determina la rigidez de cada elemento y aplicando los principios de sistemas en serie y en paralelo, se obtiene el desplazamiento total del sistema. A partir de este desplazamiento, puede aproximarse la rigidez equivalente del muro perforado (Balasubramanian, 2011).

El método aproximado emplea las mismas ecuaciones que el método de La Franja (que considera la deformación tanto por cortante como por momento) para finalmente llegar a la deflexión total del muro, y consecuentemente, su rigidez equivalente.

En la Figura 10, se explica gráficamente el funcionamiento de los sistemas en serie y paralelo:

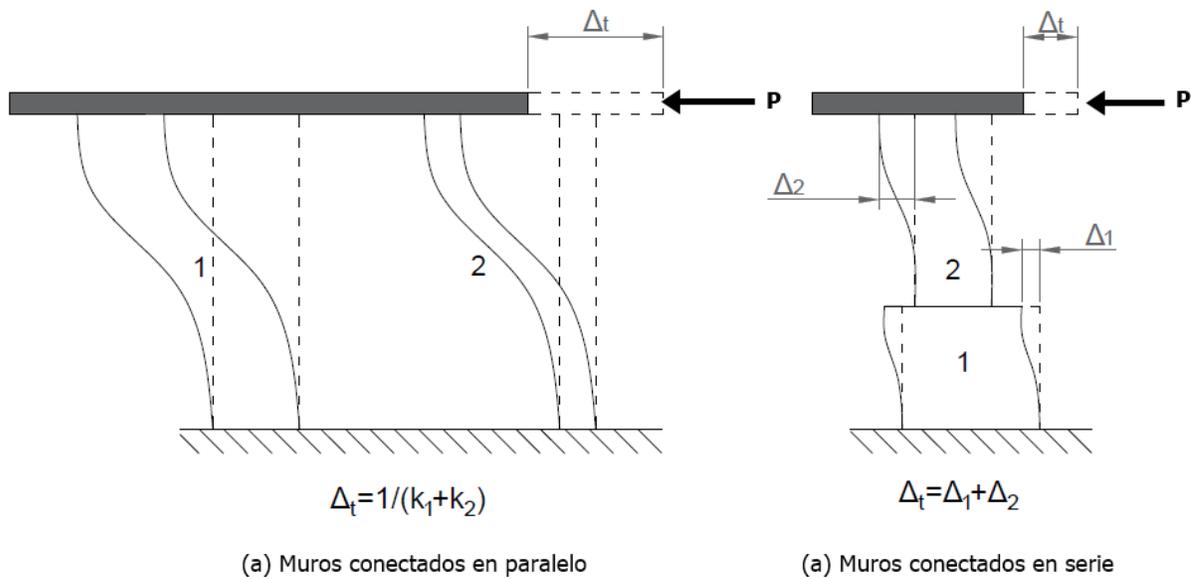


Figura 10. Tipos de uniones entre pilares/sub-muros/muros

2.2.3.3. Método de colapso plástico

El tercer método aproximado por utilizar para determinar las fuerzas internas en los segmentos de muro que conforman las paredes perforadas es el de Colapso Plástico. En este, se considera un mecanismo de colapso para la predicción de la resistencia última de los muros de corte regidos por flexión.

Este procedimiento considera que los muros toman grandes esfuerzos de flexión, los cuales llevan a la falla de la estructura al formar rótulas plásticas en los extremos de los elementos que lo conforman. El método resulta sencillo pues no se necesita calcular las rigideces de estos segmentos de muro (Elshafie, 2002). Por otro lado, permite al ingeniero establecer o anticipar el desempeño de la estructura sin necesidad de cálculos detallados. En el caso de países sísmicos como Costa Rica, el análisis plástico es una herramienta adecuada dado que la respuesta de las estructuras, durante sismos de gran magnitud, puede presentarse en el rango no lineal (CMACN, 2008).

De acuerdo con Leiva (1991), se pueden identificar dos tipos principales de estructuras tipo cajón de mampostería. Es posible tener estructuras compuestas de muros en voladizo unidos entre sí por medio de entresijos, lo suficientemente flexibles para no afectar el comportamiento natural del voladizo. También, es posible tener estructuras más comunes en el entorno como son los muros perforados por puertas y ventanas, que definen elementos tipo pilar. En estas estructuras, el comportamiento inelástico va a depender de la capacidad relativa de los pilares y del relleno de mampostería entre estos (viga cargador, viga de entresijo y/o viga corona).

A lo interno de un muro, los buques de ventanas generalmente definen un comportamiento de tipo pilar, en donde la acción inelástica ocurre en los pilares, en un mecanismo de desplazamiento de tipo columna. Las aberturas de puertas usualmente definen un comportamiento de tipo muro acoplado, en donde la mayoría de la acción inelástica tiene lugar en los extremos de los elementos de acople y en la base de las paredes acopladas (Leiva, 1991).

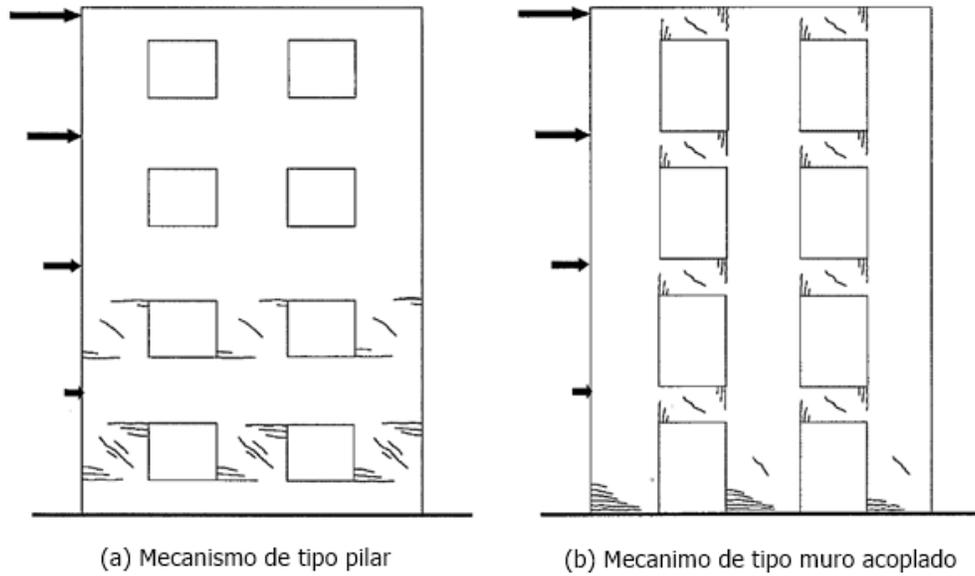


Figura 11. Muros de mampostería ante carga lateral aplicada
Adaptado de: Leiva, 1991

En un muro en voladizo, la disipación de energía ocurre en las rótulas plásticas en la base del muro. Estrictamente hablando, esta idealización solo es válida para voladizos con cargas concentradas en la parte superior; sin embargo, un sistema de pisos múltiples con cargas en cada nivel puede ser idealizado como un voladizo con una carga resultante en la parte superior (ver Figura 12).

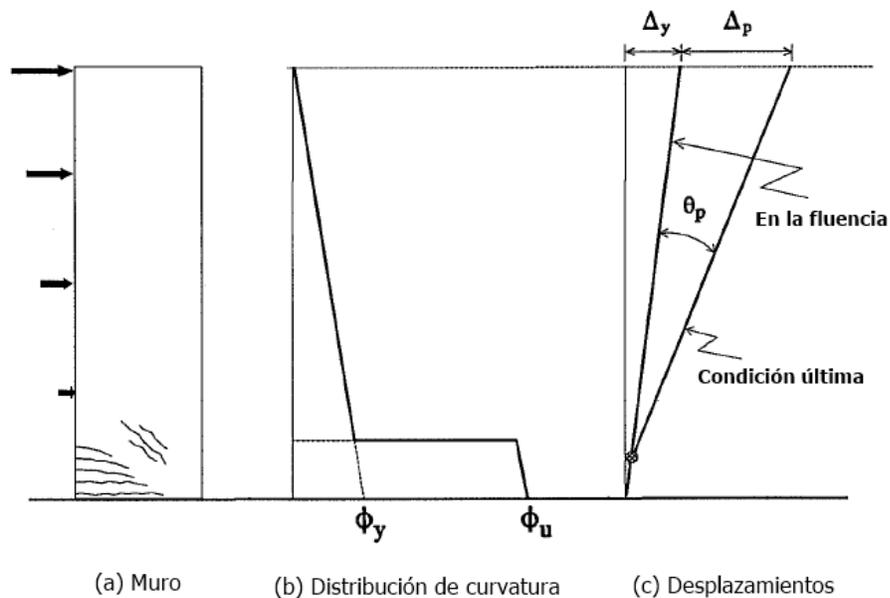


Figura 12. Distribución de curvatura y desplazamiento en un muro en voladizo
Adaptado de: Leiva, 1991

En un muro perforado, las aberturas están acomodadas de tal manera que las secciones de muro entre pilares orientadas en sentido horizontal (viga cargador, viga de entrepiso y/o viga corona) son más fuertes que los pilares. En un muro controlado por el comportamiento de pilares, la deformación inelástica ocurre predominantemente en los pilares de los primeros niveles, como se muestra en la Figura 13. Las deformaciones plásticas después de la fluencia usualmente se concentran en un solo nivel, lo que define un mecanismo de desplazamiento de tipo columna. En este, se asume que los desplazamientos aumentan linealmente con la altura hasta la fluencia, después de donde, los desplazamientos inelásticos se asumen que están concentrados en un nivel blando. Debido a que los pilares presentan una relación de aspecto baja, el desarrollo de sus capacidades para resistir cargas laterales generalmente está acompañado de grandes fuerzas de corte.

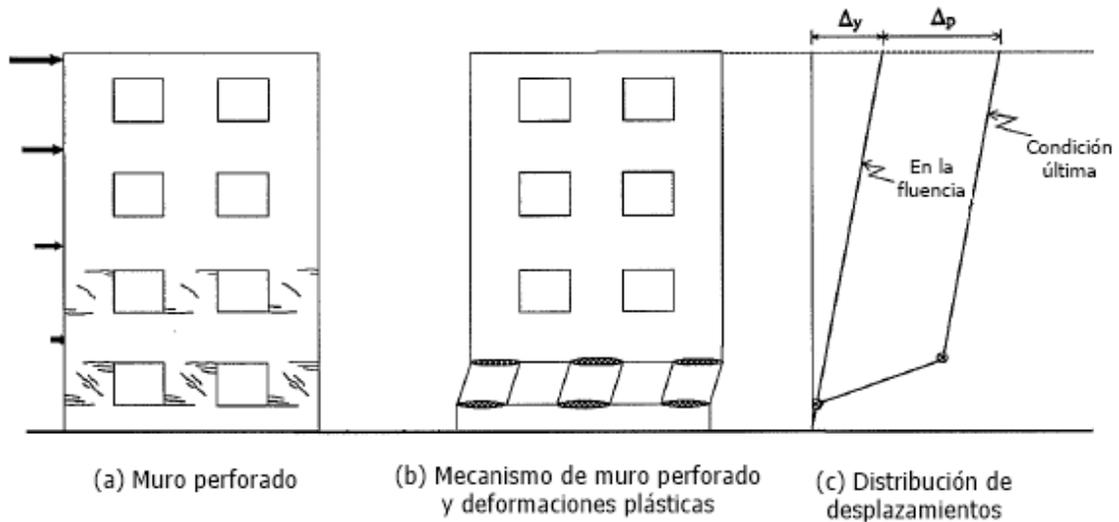


Figura 13. Mecanismo plástico y distribución de desplazamientos en un muro perforado
Adaptado de: Leiva, 1991

En un muro cuyo comportamiento se rige por el principio de muros acoplados, como el que se muestra en la Figura 14, la deformación plástica ocurre en la base de los muros y en los extremos de los elementos de acople. El mecanismo plástico se define por la existencia de rótulas en estos puntos. Debido a la relación de aspecto baja de los elementos de acople, a estos se le asocian grandes fuerzas de corte para el desarrollo de su capacidad a flexión.

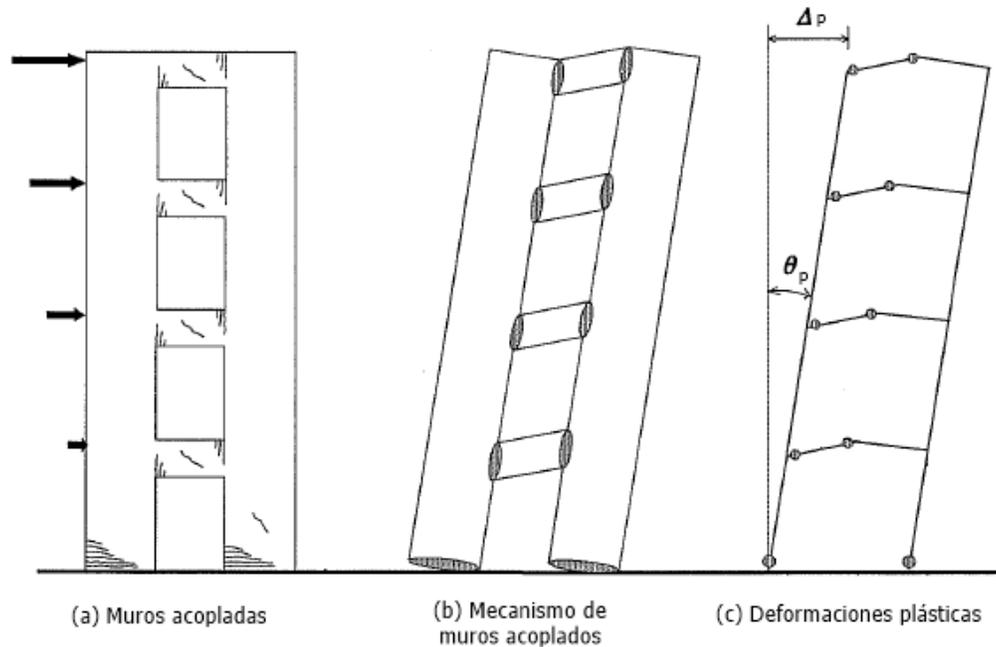


Figura 14. Mecanismo plástico y distribución de desplazamientos en muros acoplados
Adaptado de: Leiva, 1991

Algunas de las condiciones para aplicar este método a muros de corte, según Elshafie (2002), son:

- Los muros toman cargas y se deforman principalmente por efectos de flexión.
- Las rótulas o bisagras plásticas pueden deformarse hasta lograr el colapso del mecanismo sin ninguna degradación en la resistencia.
- La resistencia a flexión de las secciones de mampostería puede determinarse usando la teoría de flexión de Euler-Bernoulli.

El procedimiento para la solución de un muro perforado a través del método de Colapso Plástico se resume en ubicar las rótulas plásticas (según los criterios antes vistos) y según CMACN (2009), distribuir la totalidad de la fuerza lateral proporcional a la longitud (en el sentido resistente de las cargas) de cada sub-elemento.

2.2.3.4. Método de Abrams

El método de Abrams es un método aproximado que permite encontrar las cargas axiales en los pilares de un muro, al suponer la existencia de un eje neutro (punto de cero deformaciones con carga axial nula) y a partir del cual se origina una distribución de fuerzas y deformaciones lineal, tal que dicho punto separa la sección de muro sujeta a cargas de compresión y otra

sección de muro sujeta a cargas de tracción (Abrams, 1993). Esto es muy similar al supuesto de deformaciones planas que se toma para el estudio de vigas sometidas a momento flector, en rango elástico lineal.

La ubicación del eje neutro o centroide de fuerza se fija a partir del momento de área de las secciones de los pilares. Una vez ubicado el centroide, se define el momento resistente, M_{res} , como la suma de los momentos de las cargas axiales de los pilares respecto a un punto de referencia. Para un pilar extremo, se tendrá el esfuerzo máximo, f_{max} , a partir del cual se calculan los esfuerzos al centro del resto de pilares, por medio de triángulos semejantes. Los planteamientos anteriores permiten relacionar las variables de momento resistente, esfuerzo máximo, inercia del muro y la distancia del eje neutro a la fibra extrema sometida a f_{max} . Una sustitución permite finalmente encontrar una expresión para calcular las cargas axiales de los pilares. A continuación, se brinda una demostración de la ecuación de cargas axiales de Abrams:

Equilibrio de las cargas axiales de los pilares:

$$\sum p_i = 0 \quad \text{Ec. 7}$$

$$\sum p_i = 0 = \sum f_{ai} A_i \quad \text{Ec. 8}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} \quad \text{Ec. 9}$$

Equilibrio de momentos:

$$M_{vol} = M_{res} = \sum p_i \bar{x}_i = \sum f_{ai} A_i \bar{x}_i \quad \text{Ec. 10}$$

Por triángulos semejantes:

$$f_{ai} = \frac{f_{max} x_i}{c} \quad \text{Ec. 11}$$

Sustituyendo en 10:

$$M_{vol} = \sum \left(f_{max} \frac{\bar{x}_i}{c} \right) A_i \bar{x}_i \quad \text{Ec. 12}$$

$$M_{vol} = \left(\frac{f_{max}}{c} \right) \sum A_i \bar{x}_i^2 \quad \text{Ec. 13}$$

$$M_{vol} = \left(\frac{f_{max}}{c} \right) I \quad \text{Ec. 14}$$

Resolviendo para f_{max} :

$$f_{max} = \frac{M_{vol}c}{I} \quad \text{Ec. 15}$$

Sustituyendo en 11:

$$f_{ai} = \left(\frac{Mc}{I}\right) \frac{\bar{x}_i}{c} = \frac{M_{vol}\bar{x}_i}{I} \quad \text{Ec. 16}$$

$$p_i = A_i f_{ai} = \frac{M_{vol}A_i\bar{x}_i}{I} \quad \text{Ec. 17}$$

$$p_i = M_{vol} \frac{A_i\bar{x}_i}{\sum A_i\bar{x}_i^2} \quad \text{Ec. 18}$$

Donde las variables anteriores denotan:

A_i	Área bruta del pilar i (m ²)
c	Distancia desde el eje neutro hasta la fibra extrema sometida a f_{max}
f_{ai}	Esfuerzo axial promedio en el pilar i (t/m ²)
f_{max}	Esfuerzo axial máximo en la sección longitudinal del muro (t/m ²)
M_{res}	Momento resistente que actúa sobre el muro (t-m)
M_{vol}	Momento de volcamiento que actúa sobre la totalidad del muro (t-m)
p_i	Fuerza axial en el pilar i (t)
\bar{x}	Distancia del borde del muro al centroide de las áreas de los pilares (m)
x_i	Distancia del borde del muro al centroide del pilar i (m)

El planteamiento matemático anterior se visualiza fácilmente en la Figura 15. El sentido (compresión o tracción) de las cargas axiales cambiará según el sentido de aplicación de la carga lateral.

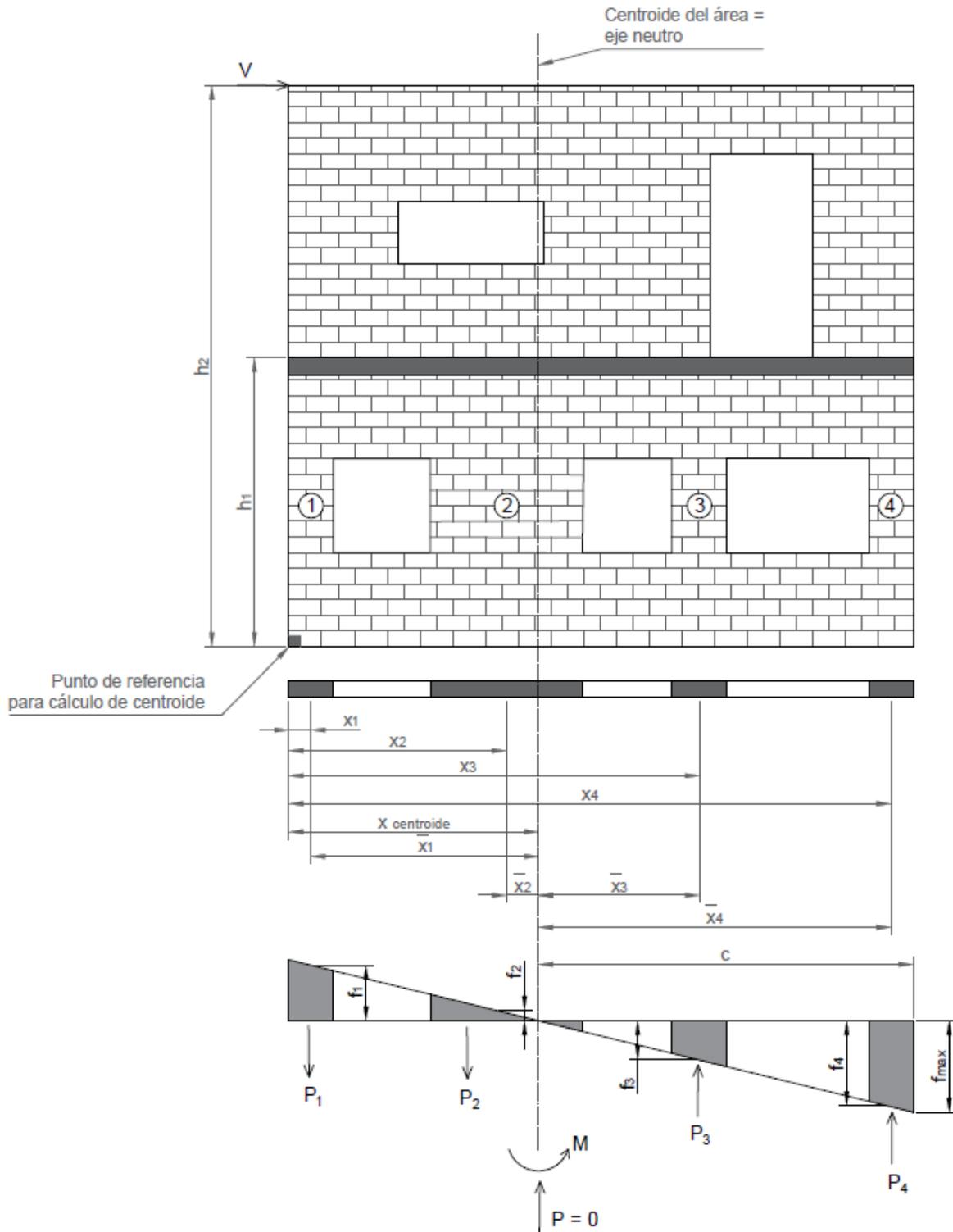


Figura 15. Desarrollo del método de Abrams para un muro

2.2.4. Método de Modelado por Elementos Finitos

El método de MEF discretiza una región compleja que define un continuo en formas geométricas llamada elementos finitos. Las propiedades del material y las relaciones gobernantes son evaluadas sobre estos elementos y expresadas en valores desconocidos en los bordes de los elementos. Es a través de un proceso de ensamblaje que se consideran debidamente las cargas y restricciones y se genera un conjunto de ecuaciones que sirven para especificar el comportamiento aproximado del medio (Chandrupatla, 1999).

Los modelos de elemento finito pueden programarse, o bien, puede recurrirse a paquetes computacionales que disponen de distintos tipos de sólidos de elemento finito previamente programados, por ejemplo: elementos tipo cascarón, tipo marco, etc.

Para estos tipos de elementos, el primer paso en un programa computacional es dividir la geometría o dominio irregular del cuerpo en elementos más pequeños llamados sub-dominios regulares o elementos finitos. Claramente, entre mayor sea el refinamiento que se haga en este paso, el análisis será más detallado, pero se deberá invertir más tiempo de la computadora. El tamaño, forma, cantidad y las configuraciones de estos elementos deben ser escogidos cuidadosamente, de tal manera que pueda construirse el dominio original sin un esfuerzo considerable de la computadora (Rao, 2004).

Formas de los elementos finitos

En el caso de barras, que son elementos de una dimensión, estos se pueden describir perfectamente con dos nodos, uno en cada extremo. En la Figura 16 se muestra un diagrama de los nodos considerados y sus respectivos grados de libertad, que ejemplifica una viga donde interesa el desplazamiento transversal y el ángulo de rotación del cuerpo:

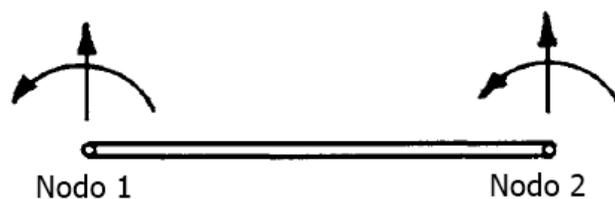


Figura 16. Nodos considerados en la representación de MEF para una viga

Fuente: Rao, 2004

Cuando la configuración y otros detalles del problema pueden ser descritos en términos de dos coordenadas espaciales independientes, se pueden utilizar elementos bidimensionales. El elemento más básico es el triángulo. También es posible utilizar un cuadrilátero (sea un cuadrado o un paralelogramo), al ensamblar dos o cuatro triángulos. El uso de cuadriláteros ha demostrado ser ventajoso. En estos casos, para el análisis de superficies planas, se emplean múltiples grados de libertad en cada nodo. Estas geometrías se muestran a continuación en la Figura 17:

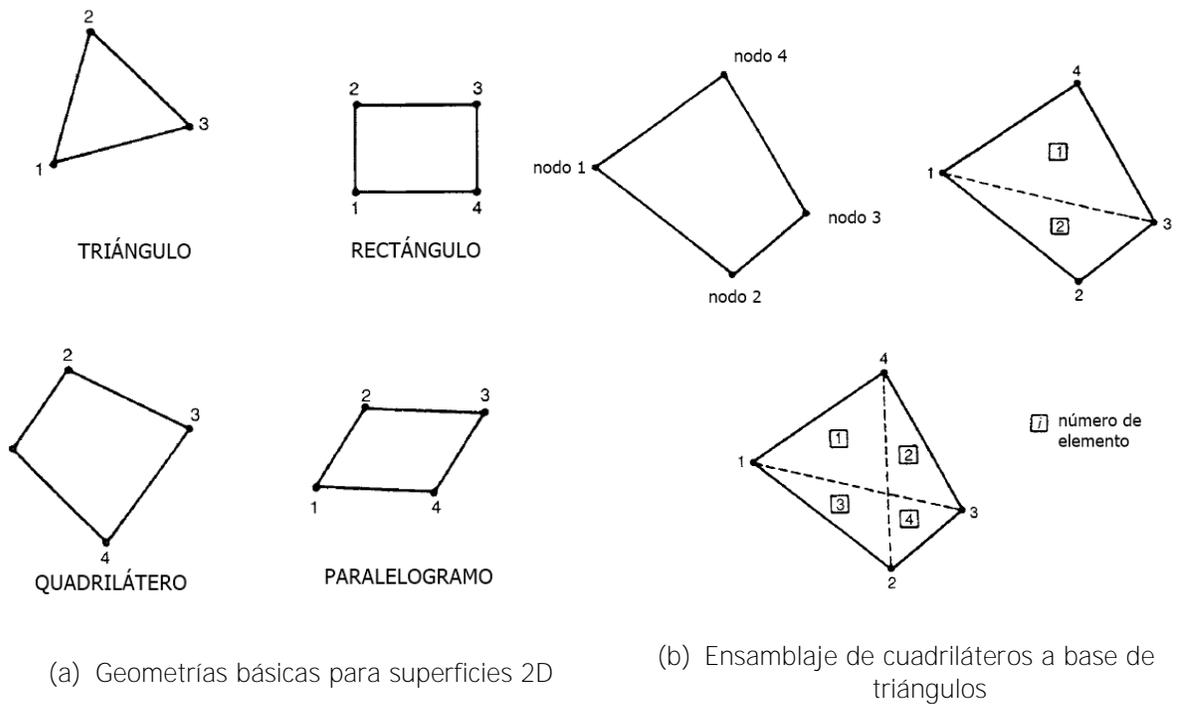


Figura 17. Geometrías básicas para MEF de cuerpos bidimensionales

Fuente: Rao, 2004

Por último, si la geometría, las propiedades de los materiales y otros parámetros del cuerpo pueden ser descritos por tres coordenadas espaciales independientes, el cuerpo se puede idealizar utilizando figuras tridimensionales, mostradas en la Figura 18. En este caso, el análogo del triángulo para elementos tridimensionales es el tetraedro. De igual forma, se puede ensamblar un hexaedro por medio de cinco tetraedros y al igual que los cuadriláteros, este ofrece ventajas para el análisis computacional.

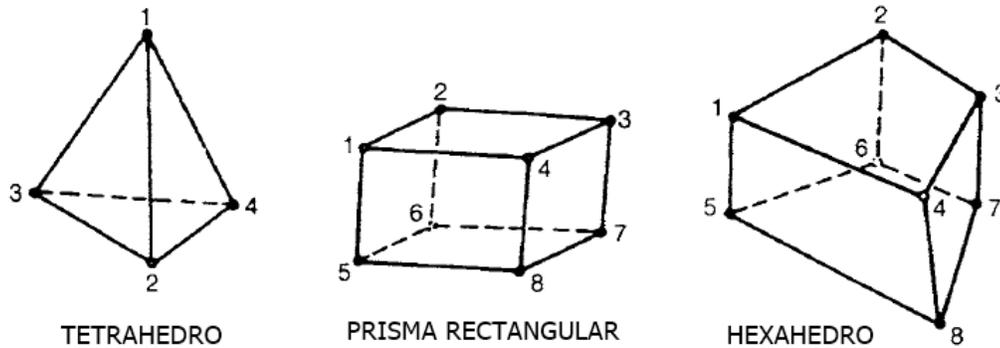


Figura 18. Geometrías básicas para MEF de cuerpos tridimensionales
Fuente: Rao, 2004

La discretización de problemas que involucren superficies o lados curvos se resuelve fácilmente con elementos finitos o sub-dominios curvos. Modelar este tipo de cuerpos es posible gracias a una mayor cantidad de nodos en el elemento finito, lo que permite emular de mejor forma la geometría real del problema.

Tamaño de los elementos finitos

Además de la forma geométrica que tenga el elemento finito, el tamaño toma un papel importante, pues como se dijo antes, tiene influencia en el nivel de detalle de la solución (convergencia) y en los recursos de procesamiento del ordenador. A medida que el elemento se hace más pequeño, se espera que los resultados obtenidos sean más fieles a la realidad (lo que implica un mayor nivel de convergencia) pero además se requiere más tiempo de respuesta de la computadora y un uso mayor de sus capacidades a nivel de procesamiento y memoria (Rao, 2004).

Cuando se idealiza un cuerpo con elementos finitos, estos no necesariamente deben ser del mismo tamaño. En algunas situaciones, por ejemplo, cuando existe un agujero en una placa, donde se espera que haya concentraciones de esfuerzos o donde se desea saber con más detalle la solución, es necesario refinar la malla de elementos finitos en la zona deseada. La relación de aspecto de los elementos finitos, que para elementos planos se define como el cociente del lado más largo con respecto al más corto, influye notablemente en la solución. Se prefieren relaciones de aspecto cercanas a la unidad, pues estas proporcionan resultados más exactos (Rao, 2004).

Cantidad de elementos finitos/convergencia del modelo

La cantidad de elementos finitos escogida para el modelo depende del nivel de exactitud deseado, del tamaño de los elementos finitos y el número de grados de libertad involucrados. A pesar de que un número cada vez mayor de elementos finitos proporciona resultados cada vez mejores para un cierto problema, a partir de cierta cantidad de elementos no se obtendrá una mejora significativa en la exactitud de los resultados (Rao, 2004).

El análisis de convergencia inicia con la selección de uno o más resultados directos del programa computacional en los cuales se estudiarán los efectos del refinamiento, por ejemplo, el cortante en un pilar. Posteriormente, se incrementa el número elementos finitos y se obtienen del programa computacional los nuevos resultados. Se calculan variaciones porcentuales entre el nuevo resultado y el resultado inicial; este valor es un buen parámetro para conocer si el modelo ha convergido. Sirve además generar una gráfica donde se comparen los resultados normalizados y la cantidad de elementos finitos en la malla (Dassault Systèmes, 2007) (ver Figura 20).

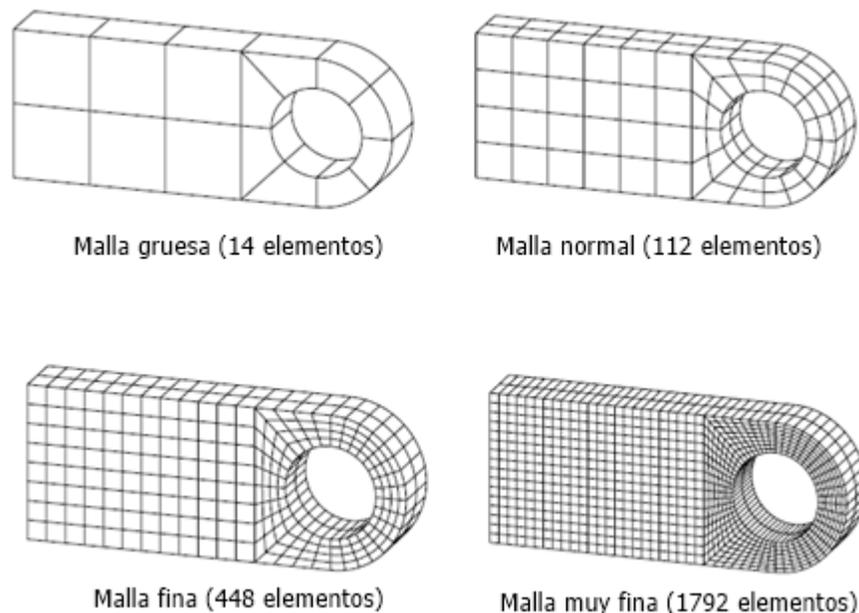


Figura 19. Refinamiento progresivo de una malla tridimensional para un elemento
Fuente: Dassault Systèmes, 2007

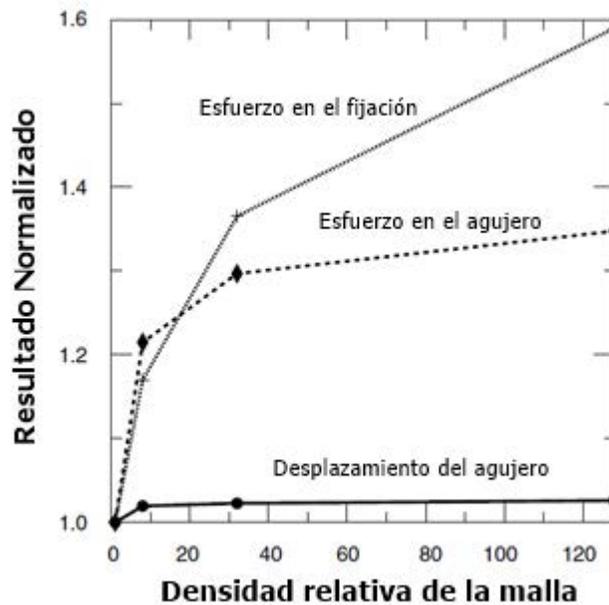


Figura 20. Representación gráfica de la convergencia del modelo para tres variables
Fuente: Dassault Systèmes, 2007

Para efectos prácticos, la programación por elementos finitos usualmente se lleva a cabo considerando un modelo elástico lineal. Al discretizar los paños de mampostería manualmente, autores como Tanner (1998), Neuenhofer (2006), Hernández (2011) y Abarca (2015) emplean mallas bidimensionales de 4 nodos con dos grados de libertad por nodo. Esto último, es acorde con el planteamiento teórico que se presentó anteriormente.

Al considerar elementos con propiedades mecánicas distintas a la mampostería (esto es, marcos de concreto que rodean las unidades), se asignan especificaciones distintas en el programa para estas zonas. Si el modelo se desarrolla utilizando un paquete informático, el procedimiento para la construcción y análisis del modelo varía según la especialidad y subrutinas que el programa tenga y el refinamiento en el modelaje que se pretenda.

2.4. Metodología de la investigación

A continuación, se explican los principales puntos del diagrama de flujo de la Metodología del proyecto, como se muestra en las Figuras 1 y 2.

a) Revisar las fuentes bibliográficas

Las fuentes bibliográficas consultadas fueron revisadas a fin de elaborar el Marco Teórico de este documento y con la intención de cubrir todas las necesidades ingenieriles del espécimen de muro por estudiar y sus respectivos modelos de Elementos Finitos.

b) Listado de características y concepción del muro

La mayor parte de la construcción con mampostería en Costa Rica se lleva a cabo con bloques prefabricados de concreto, con dimensiones nominales de 40 cm de largo por 20 cm de altura y de espesores de 12 cm, 15 cm o 20 cm. Independientemente del espesor de los bloques o **“mampuestos”, cada unidad cuenta con dos cavidades o “celdas” cuyas dimensiones varían** según el espesor nominal del bloque. La colocación de las unidades usualmente se hace traslapado de manera que las celdas coincidan. Lo anterior motiva a dibujar un espécimen de muro cuya longitud total, altura total y dimensiones de buques de puertas y ventanas modulen en 20 cm.

La labor de diseño de elementos estructurales se basa en muchas ocasiones en suponer dimensiones, áreas y refuerzos, para luego corroborar estas suposiciones. Lo anterior se debe, por ejemplo, que para diseñar un muro de mampostería para cargas sísmicas se necesita conocer la masa participante del elemento; no obstante, dentro de la masa participante se encuentra el concreto de relleno que se debe colocar en las celdas con barras de refuerzo vertical, áreas de acero que se deben diseñar según la fuerza sísmica. De esta manera, se ha acordado suponer una separación de refuerzos verticales (y celdas rellenas) de 60 cm, lo que corresponde según Salazar (2013) a un peso volumétrico de la mampostería de 1650 kg/m^3 . Sin embargo, se prescinde de este valor para el alcance de la investigación.

Se ha considerado utilizar mampostería de 15 cm de espesor. Este espesor es apropiado pues desde el punto de vista estructural, la mampostería de 12 cm ofrece muy poco espacio para la colocación de refuerzos verticales.

Según la norma INTE-06-03-01-07, los espesores mínimos de las paredes de los bloques de 15 cm de espesor son de 2,5 cm, valor muy cercano a los 2,6 cm medidos por Salazar (2013) en su trabajo final de graduación.

La viga corona del muro por estudiar se supone que es construida en bloques especiales **conocidos como “viga bloque”**. Estos bloques permiten alojar el acero de refuerzo longitudinal

dentro de las unidades y garantiza un completo recubrimiento de las barras. La existencia de cavidades permite la inserción de aros. Evidentemente, todas las celdas de los mampuestos de la viga son rellenas con concreto, por lo que el espesor real de la viga corresponde al espesor de los bloques: 15 cm. Se desprecia la contribución del mortero de repello.

Se propone que el muro de estudio tenga una longitud de 8,4 m, una altura total de 2,8 m y que contenga 5 aberturas correspondientes a 3 buques de ventana y 2 buques de puerta. Se estima que la configuración sugerida, la cual se muestra en la imagen a continuación, asemeja en buena medida un muro típico para vivienda o edificio.

Para efectos de contabilizar las celdas rellenas en el muro, debe recordarse que el CSCR-2010 recomienda colocar acero de refuerzo vertical y horizontal alrededor de los bordes de buques de puertas y ventanas.

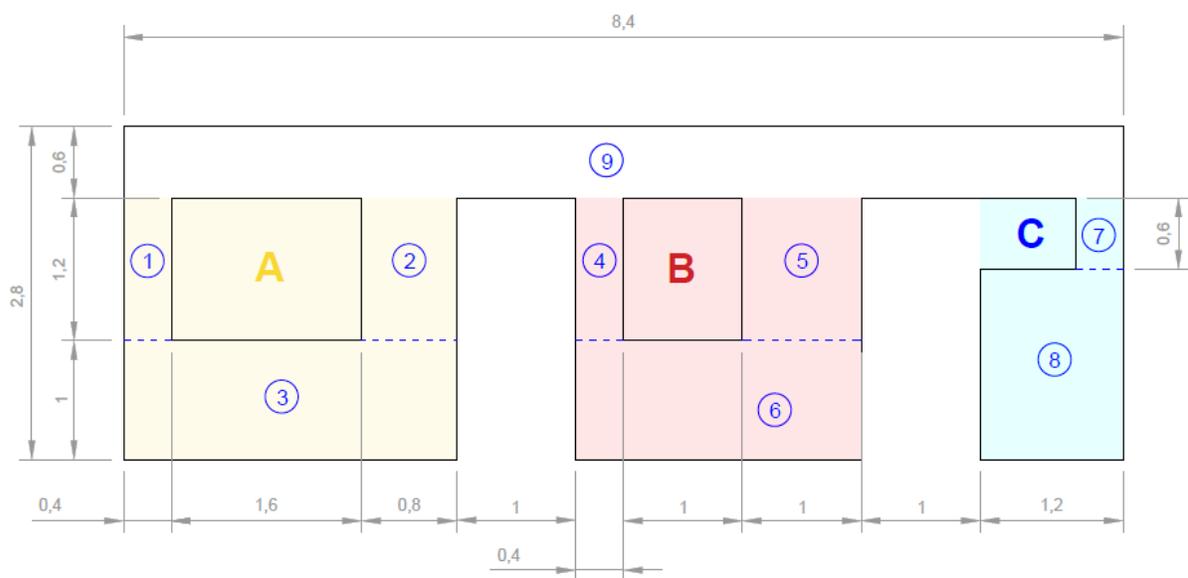


Figura 21. Especimen de muro estudiado en el proyecto
Los distintos pilares del muro son numerados y se señala en colores y con letras cada uno de los sub-muros
NOTA: cotas en metros

La construcción de este muro con bloques de mampostería de 20x40x15 cm podría ser como se muestra en la Figura 22.

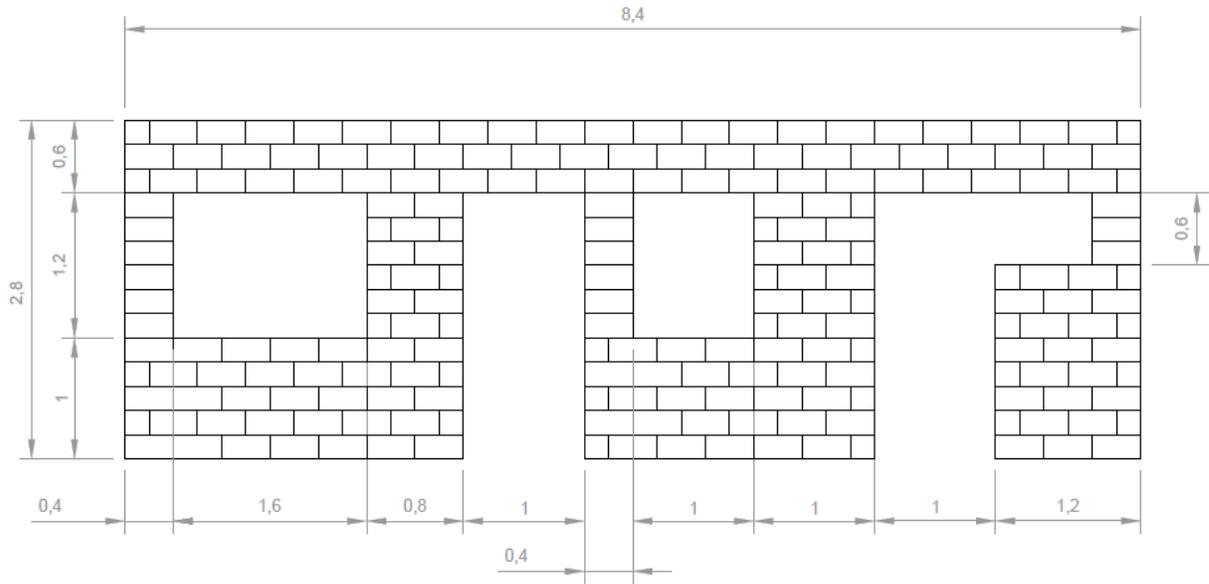


Figura 22. Modulación de bloques de mampostería en el espécimen estudiado
 NOTA: cotas en metros

En la Figura 23 se indican en color las celdas rellenas del muro de prueba. Esta consideración es importante por la contribución de estas celdas en la rigidez del muro.

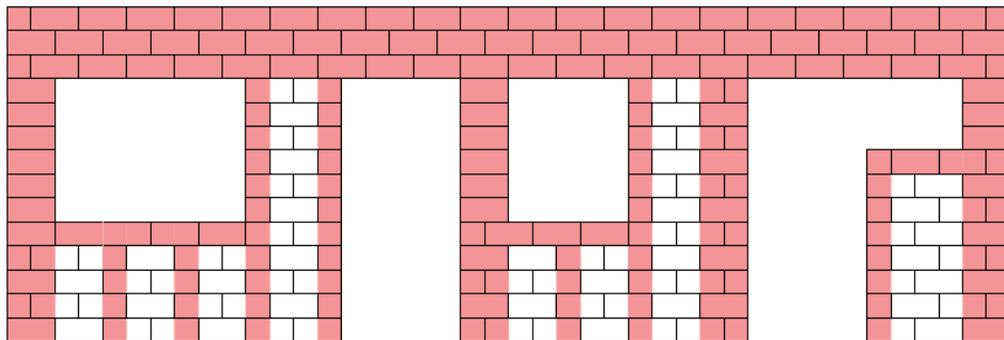


Figura 23. Celdas rellenas en el muro

c) Análisis de cargas axiales, cortantes y momentos

En cuanto al análisis de cargas axiales, el primer paso corresponde a generar una propuesta para el cálculo del momento de volcamiento. Dado que el momento de volcamiento se calcula

como el producto de la fuerza lateral y una distancia "d" que en adelante se denotará por d_{ABRAMS} , es necesario generar otro espécimen de muro y su respectivo modelo para llevar a cabo la calibración. Esto se debe a que el pilar 7, como se muestra en la Figura 21, es más corto que los demás, por lo que la eventual calibración en este modelo tendría que verse afectada por la altura de cada pilar, aspecto que no se valorará en este proyecto. Al nuevo muro y el modelo de este se les llamará muro secundario y modelo secundario; el muro original tendrá el nombre de primario y su modelo se titulará de igual forma.

Se procede a construir el modelo secundario en el programa CSI ETABS. De este, se obtienen las cargas axiales de cada pilar. Se programa una hoja de cálculo que emule el procedimiento del método de Abrams y cuyo único parámetro de entrada sea el brazo d_{ABRAMS} por calibrar. Por la importancia que toman los pilares externos en cuanto a cargas axiales, la calibración se basará en las cargas y variaciones con respecto a MEF en estos elementos. Se llevan a cabo múltiples iteraciones, de forma manual, hasta aproximar el valor.

Una vez obtenido el valor de d_{ABRAMS} , se calcula un factor que dependa de la altura de los pilares y que pueda ser utilizado para el análisis de cargas en el muro primario.

Con este factor, se lleva a cabo el análisis de cargas axiales para el muro primario. De igual forma, se aplican los métodos aproximados y se corre el modelo computacional de MEF para el muro primario.

d) Comparación de resultados

Se lleva a cabo la comparación y análisis de resultados. Los resultados de momentos y cortantes de los métodos de La Franja, Analogía del Resorte y Colapso Plástico son comparados contra aquellos de MEF. Lo anterior se repite para las cargas axiales dadas por el método de Abrams. Se calculan porcentajes de error y se determinan los métodos óptimos basado en los elementos (pilares) críticos para cada condición de carga (se amplía con más detalle en el Capítulo 3. Resultados y Análisis).

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

El análisis a continuación no es exclusivamente matemático, por lo contrario, se parte de los preceptos básicos de ingeniería civil y de los fundamentos de ingeniería estructural, muchos de los cuales fueron presentados anteriormente en el marco teórico.

3.1. Modelos de MEF

3.1.1. Modelo primario

El modelo primario es el modelo principal de análisis de cargas internas. En total contabiliza 388 elementos tipo Shell grueso, con espesores de 5 cm y 15 cm para las celdas vacías y rellenas, respectivamente. Al tratarse del análisis de un muro de corte, los apoyos se consideran como tipo gozne o "cuchilla". **Las unidades en rojo son rellenas mientras que las verdes son huecas.** Se supone que el muro tendrá barras de refuerzo vertical a cada 60 cm, aproximadamente. En la Figura 24 se muestra la viga de transferencia con dimensiones de 10 cm de peralte por 15 cm de ancho; esta viga se muestra en color gris, en la parte superior.

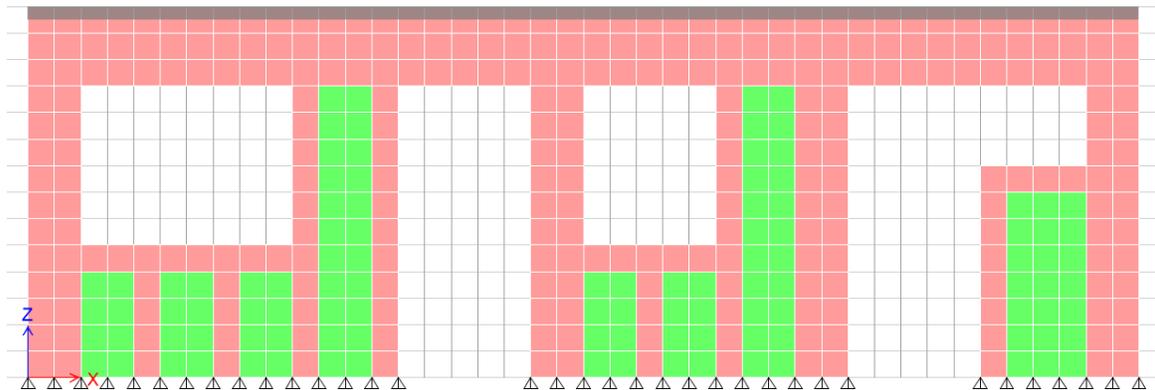


Figura 24. Modelo primario usado en el desarrollo del proyecto

3.1.2. Modelo secundario

El modelo secundario es muy similar al anterior. La única diferencia reside en una menor cantidad de elementos Shell (376 uds), a causa de que el buque aledaño al pilar 7 tiene dimensiones mayores. Este modelo se utiliza en el análisis de cargas axiales (ver Figura 25).



Figura 25. Modelo secundario empleado para la calibración de M. Abrams

3.1.3. Convergencia de los modelos MEF

Tanto para calibrar el brazo de palanca en el modelo secundario de muro y para llevar a cabo el análisis de cargas internas en el modelo primario, se realizó un análisis de convergencia de la malla. La variable empleada para el modelo primario fue el cortante en los pilares y en el caso del modelo secundario, la carga axial en los pilares. Inicialmente, se corrieron los modelos utilizando elementos de 20x20 cm, que simulan la mitad de un bloque de mampostería de concreto. Como segundo paso para verificar la convergencia, los elementos Shell de 20x20 cm se dividieron en cuartos para lograr elementos de 10x10 cm. Esto se repitió sucesivamente hasta llegar a unidades cuadradas de 1,25 cm, punto en el cual se alcanzó la capacidad de la computadora.

Para el modelo primario, se llevaron a cabo 4 refinamientos de la malla; el primer modelo, que emplea elementos de 20 cm de lado, contenía en total 388 unidades y el quinto y último modelo, con elementos de 1,25 cm de lado, un total de 99328 unidades tipo Shell (Cuadro 2). A fin de contar con un parámetro numérico, se calcularon errores porcentuales para los resultados de cada modelo respecto al anterior. Asimismo, los cortantes obtenidos fueron normalizados con respecto a los valores del modelo 1 (Cuadro 3) y se graficaron contra la cantidad de elementos finitos, a fin de visualizar la convergencia como el allanamiento de la curva de cortante normalizado contra la cantidad de elementos finitos (ver Figura 26).

Los resultados del modelo primario convergieron rápidamente. Esto se confirma por el súbito allanamiento de las curvas para cada pilar en la Figura 26. Por otro lado, si se observa el Cuadro 4, se notará que los errores o diferencias porcentuales, en los cortantes de un modelo respecto

al anterior, decrecen hasta llegar a casi 0%. La diferencia máxima presentada fue de apenas 3,12%, para el pilar 3, entre los modelos 1 y 2. Si se establece el criterio de aceptación de un modelo cuando el error es menor o igual al 5%, cifra de por sí muy ambiciosa para ámbitos ingenieriles, se puede concluir que la convergencia se alcanza en la primera iteración con suficiente holgura. En síntesis, es válido utilizar, para efectos del análisis de cargas internas de este proyecto, los resultados de MEF del primer modelo.

Cuadro 2. Tiempos de ejecución para los niveles de refinamiento de MEF, modelo primario

No. Modelo	Tamaño de elemento tipo Shell	Cantidad de elementos	Tiempo de ejecución (s)
1	20 x 20 cm	388	1
2	10 x 10 cm	1552	1
3	5 x 5 cm	6208	3
4	2,5 x 2,5 cm	24832	15
5	1,25 cm x 1,25 cm	99328	70

Cuadro 3. Fuerzas cortantes absolutas y normalizadas del análisis de convergencia en el modelo primario

No. Modelo	Pilar 1		Pilar 2		Pilar 3		Pilar 4		Pilar 5	
	V (t)	V _n (ad)								
1	8,960	1,000	28,120	1,000	12,170	1,000	35,250	1,000	15,500	1,000
2	8,848	0,987	28,135	1,001	11,790	0,969	35,702	1,013	15,527	1,002
3	8,802	0,982	28,129	1,000	11,621	0,955	35,902	1,018	15,549	1,003
4	8,783	0,980	28,122	1,000	11,547	0,949	35,988	1,021	15,562	1,004
5	8,775	0,979	28,118	1,000	11,514	0,946	36,026	1,022	15,570	1,004

Cuadro 4. Variaciones porcentuales en los cortantes de los pilares entre los modelos de convergencia del muro primario

No. Modelo	Pilar 1 (%)	Pilar 2 (%)	Pilar 3 (%)	Pilar 4 (%)	Pilar 5 (%)
1	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
2	1,25	0,05	3,12	1,28	0,17
3	0,52	0,02	1,44	0,56	0,14
4	0,21	0,02	0,64	0,24	0,09
5	0,09	0,02	0,29	0,11	0,05

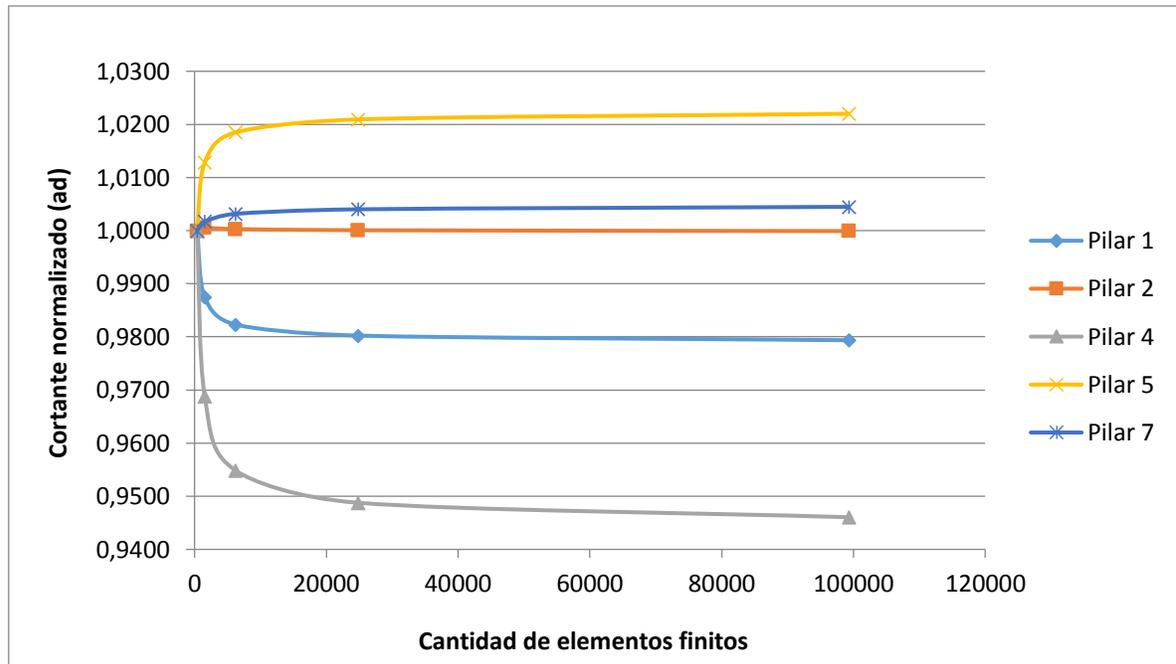


Figura 26. Curvas de convergencia del cortante en los pilares del muro primario

El análisis de convergencia del modelo del muro secundario llevó un procedimiento muy similar al del muro primario. En este caso, la variable estudiada fueron las cargas axiales en los pilares. Igualmente, se llevaron a cabo 4 refinamientos de malla: el primer modelo contaba con 376 elementos Shell y el último y quinto modelo, con 96256 elementos (la diferencia en cantidad respecto al muro primario se debe a la mayor altura que se dio al buque aledaño al pilar 7).

De la misma manera, se obtienen los tiempos de corrida del programa ETABS (Cuadro 5) y se calculan valores normalizados de carga axial (ver Cuadro 6). Se observa una rápida convergencia, sustentada por la asíntota que presentan las curvas de carga axial contra cantidad de elementos finitos (ver Figura 27) y por la diferencia porcentual que igualmente decae entre modelos, para cada pilar (ver Cuadro 7). Sin embargo, se puede observar que se presentaron diferencias algo mayores a las del análisis del muro primario, en el orden de 12% (pilar 3). Aun cuando este valor sobrepasa el límite de 5% que se había considerado excelente, sigue siendo muy bajo para efectos ingenieriles. También, recuérdese que los pilares críticos para el análisis y diseño por carga axiales son los externos, 1 y 7, por lo que esta diferencia en el pilar 3 es totalmente aceptable. Una vez más, el modelo original (número 1) que considera elementos Shell de 20 cm de lado es lo suficientemente detallado para ofrecer resultados finales, en este caso, empleados para la propuesta de un brazo de palanca d_{ABRAMS}.

Cuadro 5. Tiempos de ejecución para los niveles de refinamiento de MEF, muro secundario

No. Modelo	Tamaño de elemento tipo Shell	Cantidad de elementos	Tiempo de ejecución
1	20x20 cm	376	1
2	10x10 cm	1504	1
3	5x5 cm	6016	2
4	2,5x2,5 cm	24064	10
5	1,25 cm x 1,25 cm	96256	65

Cuadro 6. Fuerzas cortantes absolutas y normalizadas del análisis de convergencia en el modelo secundario

No. Modelo	Pilar 1		Pilar 2		Pilar 3		Pilar 4		Pilar 5	
	P (t)	Pn (ad)								
1	-12,760	1,000	-6,958	1,000	3,388	1,000	2,602	1,000	13,728	1,000
2	-12,709	0,996	-6,672	0,959	3,005	0,887	2,723	1,046	13,653	0,994
3	-12,694	0,995	-6,532	0,939	2,815	0,831	2,782	1,069	13,630	0,993
4	-12,690	0,995	-6,465	0,929	2,725	0,804	2,809	1,080	13,621	0,992
5	-12,689	0,994	-6,433	0,924	2,682	0,792	2,823	1,085	13,617	0,992

Cuadro 7. Variaciones porcentuales en los cortantes de los pilares entre los modelos de convergencia del muro secundario

No. Modelo	Pilar 1 (%)	Pilar 2 (%)	Pilar 3 (%)	Pilar 4 (%)	Pilar 5 (%)
1	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
2	0,40	4,11	11,29	4,64	0,55
3	0,11	2,10	6,34	2,15	0,17
4	0,03	1,03	3,21	1,00	0,06
5	0,01	0,49	1,57	0,47	0,03

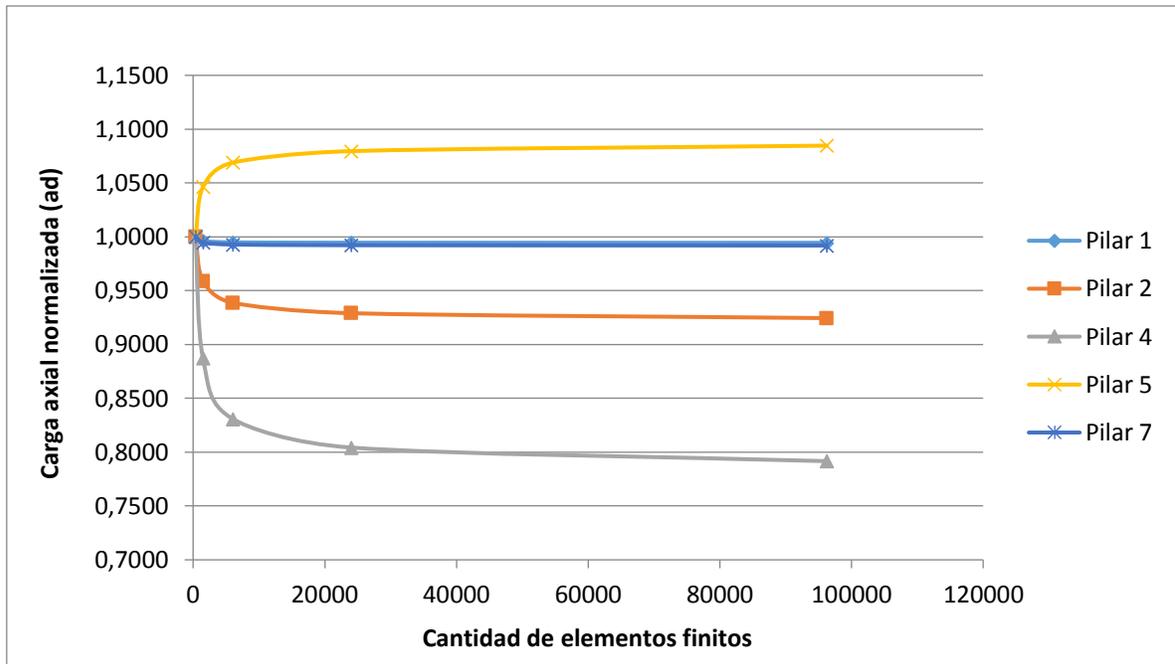


Figura 27. Curvas de convergencia del cortante en los pilares del muro secundario

3.2. Fuerzas cortantes

Las fuerzas cortantes de los pilares del muro primario, por los 4 métodos de estudio contemplados, se muestran en el Cuadro 8. Adicionalmente, se ha calculado su error o diferencia porcentual respecto al valor arrojado por el método de MEF. Las celdas en verde indican sobreestimaciones, mientras que las celdas en rojo indican subestimaciones.

Para el diseño de los pilares del muro principal, los pilares 2, 5 y 7 resultan los más críticos para el diseño por cortante. Estos elementos presentan las relaciones de aspecto más bajas (1,5; 1,2; 1,5; respectivamente), lo que quiere decir que son elementos controlados por el cortante. Así las cosas, la validación de los métodos aproximados y sus comparaciones respecto a MEF se centrarán en estos elementos. Como se puede observar, los métodos de La Franja y de Analogía del Resorte dan resultados muy favorables, por cuanto existen variaciones menores al 23%, pero en todos los casos conservadoras. En otras palabras, la fuerza de corte se sobreestima levemente. Para estos mismos pilares, 2, 5 y 7, el método de Colapso Plástico muestra variaciones respecto a MEF, que tienden a subestimar la fuerza en todos los casos, hasta en un 14 %. Se considera que esta diferencia es despreciable, por cuanto existen factores de mayoración de cargas y factores de reducción de las capacidades de los elementos en el CSCR-2010, que anulan estas diferencias.

En apariencia, los métodos de La Franja y Analogía del Resorte subestiman el cortante para los pilares 1 y 4, precisamente aquellos elementos con relaciones de aspecto mucho mayores a la unidad y que claramente son controlados por la flexión. Caso contrario ocurre con Colapso Plástico, que para estos mismos pilares sobrestima las fuerzas, hasta en un 49%.

Al revisar los resultados para bloques de muros, es decir, el A, B y C, se observa que en general los métodos aproximan de mejor forma a MEF cuando los bloques son controlados por el cortante, es decir el A y B, para todos los métodos (ver Cuadro 9). En lo anterior, algunas fuerzas resultan sobrestimadas y otras subestimadas. Es importante recalcar que para el bloque C, dominado por la flexión, las variaciones que subestiman y sobrestiman son las mayores para cada método.

Cuadro 8. Fuerzas cortantes y errores asociados de los 3 métodos aproximados para los pilares del muro primario

Bloque	Pilar	MEF	La Franja		Analogía del Resorte		Colapso Plástico	
		K _r (%) o V(t)	K _r (%) o V(t)	Error (%)	K _r (%) o V(t)	Error (%)	K _r (%) o V(t)	Error (%)
A	1	8,96	6,75	24,67	6,41	28,46	13,33	48,77
	2	28,12	30,87	9,78	29,28	4,13	26,67	5,16
B	4	12,17	5,89	51,60	5,85	51,93	13,33	9,53
	5	35,25	39,80	12,91	39,49	12,03	33,33	5,45
C	7	15,50	16,68	7,61	18,98	22,45	13,33	14,00
	8							

NOTA: En verde el porcentaje de sobrestimación y en rojo el porcentaje de subestimación respecto al valor arrojado por el MEF

Cuadro 9. Fuerzas cortantes y errores asociados de los 3 métodos aproximados para los sub-muros del muro primario

Bloque	MEF	La Franja		Analogía del Resorte		Colapso Plástico	
	K _r (%) o V(t)	K _r (%) o V(t)	Error (%)	K _r (%) o V(t)	Error (%)	K _r (%) o V(t)	Error (%)
A	37,08	37,62	1,46	35,69	3,75	40,00	7,87
B	47,42	45,69	3,65	45,34	4,39	46,66	1,60
C	15,50	16,68	7,61	18,98	22,45	13,33	14,00

NOTA: En verde el porcentaje de sobrestimación y en rojo el porcentaje de subestimación respecto al valor arrojado por el MEF

3.3. Momentos flectores

En general, las estructuras con relación de aspecto mayor a la unidad, es decir, aquellas cuya altura es mayor que su longitud, son dominadas por la flexión. De esta manera, para efectos del análisis, los pilares 1 y 4 resultan críticos. Puede notarse que los resultados de momento por medio de La Franja y de Analogía del Resorte son en todos los casos subestimados, hasta en un 59%. No obstante, nótese que Colapso Plástico subestima apenas en un 6% para el pilar 4 y sobrestima casi en 45% para el pilar 1. Si se reconoce que estas variaciones son pequeñas y anuladas por factores o por requerimientos mínimos en el detallado de refuerzo, el método de Colapso Plástico proporciona los mejores resultados para el diseño de pilares por momento flector (ver Cuadro 10).

En cuanto a los demás pilares, que son elementos dominados por el cortante, con relaciones de aspecto cercanas a 1 o menores, los métodos de La Franja y Analogía del Resorte proporcionan mejores resultados que Colapso Plástico. Según se muestra en el Cuadro 10, en muy pocos casos se tiende a sobrestimar los momentos flectores internos.

El análisis para sub-muros evidencia que no existe un método favorable para elementos controlados por momento ni por cortante (ver Cuadro 11). De igual manera, no existe un sub-muro cuyos resultados hayan sido favorables consistentemente. De todas maneras, para un muro perforado, los elementos críticos por diseñar son los pilares individuales y no el segmento de muro o pared que los une en su parte inferior.

Cuadro 10. Momentos flectores y errores asociados de los 3 métodos aproximados para los pilares del muro primario

Bloque	Pilar	MEF	La Franja		Analogía del Resorte		Colapso Plástico	
		M (t-m)	M (t-m)	Error (%)	M (t-m)	Error (%)	M (t-m)	Error (%)
A	1	5,55	4,05	27,03	3,85	30,70	8,00	44,11
	2	18,27	18,52	1,38	17,57	3,84	16,00	12,41
B	4	8,46	3,53	58,23	3,51	58,51	8,00	5,46
	5	22,52	23,88	6,04	23,69	5,21	20,00	11,20
C	7	5,96	5,00	16,04	5,69	4,46	4,00	32,90
	8	33,05	31,69	4,11	36,06	9,11	25,33	23,37

NOTA: En verde el porcentaje de sobrestimación y en rojo el porcentaje de subestimación respecto al valor arrojado por el MEF

Cuadro 11. Momentos flectores y errores asociados de los 3 métodos aproximados para los sub-muros del muro primario

Bloque	MEF	La Franja		Analogía del Resorte		Colapso Plástico	
	M (t-m)	M (t-m)	Error (%)	M (t-m)	Error (%)	M (t-m)	Error (%)
A	64,79	60,19	7,10	57,10	11,86	64,00	1,22
B	73,86	73,10	1,02	72,54	1,78	74,66	1,08
C	33,05	31,69	4,11	36,06	9,11	25,33	23,37

NOTA: En verde el porcentaje de sobrestimación y en rojo el porcentaje de subestimación respecto al valor arrojado por el MEF

3.4. Cargas axiales

Como se pudo ver antes, el método de Abrams se basa en la aplicación de un momento de volcamiento, obtenido a partir de un brazo de palanca d_{ABRAMS} y la fuerza lateral de sismo o viento. En la literatura no existe una recomendación para este brazo palanca, por lo que se dedujo del modelo secundario, en donde todos los pilares críticos, tienen la misma altura.

Por otro lado, debe reconocerse que la teoría de Abrams supone deformaciones planas alrededor de un eje, muy similar a la premisa tomada para el estudio de vigas en rango elástico lineal sujeta a momentos flectores. De esto se concluye que los elementos/pilares sujetos a mayor carga de compresión, o peor aún, de tensión, serán los externos, es decir, el pilar 1 y 7. Una carga axial es subestimada cuando se tenga mayor magnitud en tracción o menor magnitud en compresión.

Después de iterar, se llega a la conclusión de que la carga axial es aproximada en buena forma cuando se toma el brazo de palanca como la suma del peralte de la viga corona (o corona más cargador, si corresponde) y tres cuartas partes (0.75) de la altura del pilar (ver Figura 28).

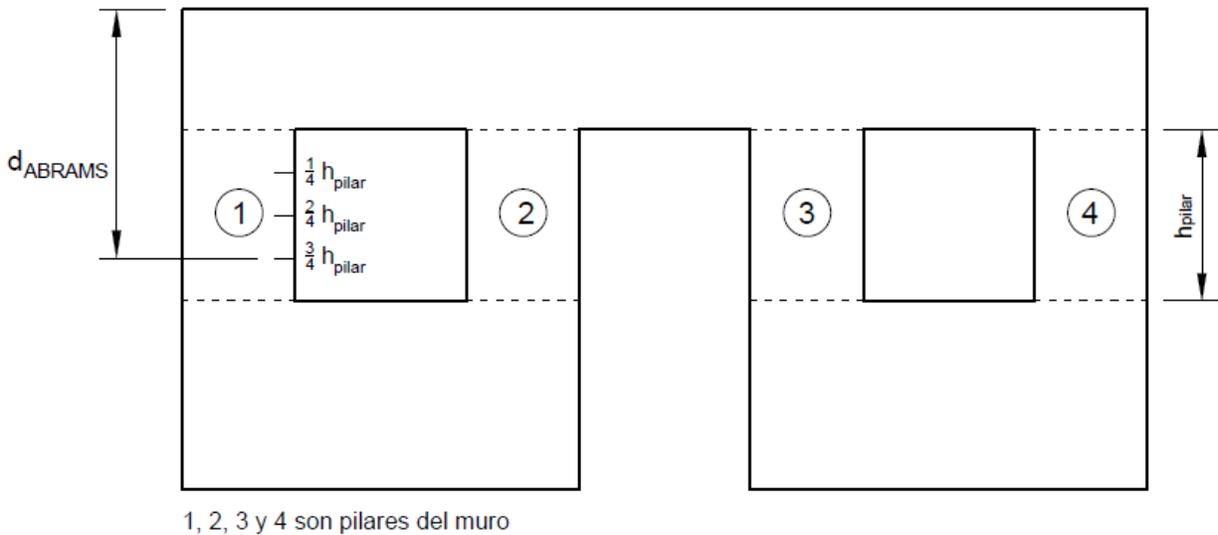


Figura 28. Representación gráfica del brazo de palanca de Abrams

Para esta calibración, el modelo secundario arrojó un error a favor de 6,34% para el pilar 1 y de 0,84% en contra para el pilar 7, esto considerando que el caso más crítico es cuando la carga lateral induce tracción en el elemento (estos valores se muestran en el Cuadro 12). Habiendo propuesto un brazo de palanca, se llevó a cabo el análisis de cargas en el modelo primario, inicialmente estudiado.

Cuadro 12. Cargas axiales y errores asociados del método de Abrams respecto a MEF, para el muro secundario

Bloque	MEF	Abrams		Pilar	MEF	Abrams	
	P (t)	P (t)	Error (%)		P (t)	P (t)	Error (%)
A	₡19,72	₡25,76	30,61	1	₡12,76	₡13,57	6,34
				2	₡6,96	₡12,19	75,10
B	±5,99	±12,14	102,70	4	±3,39	₡0,66	80,62
				5	±2,60	±12,80	392,26
C	±13,73	±13,61	0,84	7	±13,73	±13,61	0,84
				8			

NOTA: En verde el porcentaje de sobrestimación y en rojo el porcentaje de subestimación respecto al valor arrojado por el MEF. La subestimación se presenta cuando la fuerza axial aproximada es de menor compresión o mayor tracción.

En este, la particularidad para aplicar el método de Abrams reside en que el pilar 7 tiene como altura 60 cm, mientras que los demás pilares, 1, 2, 4 y 5 tienen 120 cm. De nuevo, no existe sugerencia de como tomar esta excepción. A raíz de esto, y dado que solamente un pilar presenta esta diferencia, diferencia que para el método vendría a acortar el brazo de palanca, se sugiere seguir un análisis conservador y tomar el brazo según las dimensiones de los pilares 1, 2, 4 y 5. El brazo de palanca utilizado fue de 150 cm según el criterio expuesto anteriormente.

Al usar un brazo de palanca d_{ABRAMS} de 150 cm, la posible carga de tracción del pilar crítico 1 fue subestimada en casi 11% mientras que la posible carga de tracción para el pilar 7 fue apenas subestimada en 3%. Estas diferencias se consideran despreciables por las consideraciones mínimas de diseño que se siguen en códigos y manuales de referencia para el diseño estructural. Por otro lado, la sugerencia de despreciar los efectos del pilar 7 para el brazo de palanca es válida y algo conservador para este ejemplo (ver Cuadro 13).

Cuadro 13. Cargas axiales y errores asociados del método de Abrams respecto a MEF, para el muro primario

Bloque	MEF	Abrams		Pilar	MEF	Abrams	
	P (t)	P (t)	Error (%)		P (t)	P (t)	Error (%)
A	±18,69	±25,76	37,81	1	±12,22	±13,57	11,04
				2	±6,47	±12,19	88,36
B	±4,69	±12,14	158,89	4	±3,27	±0,66	79,91
				5	±1,42	±12,80	801,33
C	±14,00	±13,61	2,75	7	±14,00	±13,61	2,75
				8			

NOTA: En verde el porcentaje de sobrestimación y en rojo el porcentaje de subestimación respecto al valor arrojado por el MEF. La subestimación se presenta cuando la fuerza axial aproximada es de menor compresión o mayor tracción.

Sobre los resultados de carga axial entre los modelos de MEF para el muro primario y secundario, debe mencionarse que los errores o variaciones son mayores para los pilares interiores. Esto es positivo, por cuanto los pilares exteriores tienden a ser más críticos para el diseño. Si se compara las magnitudes de carga axial dado por MEF para el muro primario y secundario, se descubre que la sola variación en la altura de un pilar exterior produce diferencias en las cargas de los pilares interiores de hasta 46% (pilar 5) y de hasta 5% en los pilares exteriores (pilar 1). Lo anterior

parece indicar que cuando pocos pilares, de un conjunto mayor, se diferencian en altura, es válido tomar el brazo de palanca que se le asignaría al conjunto mayor (ver Cuadro 14).

Cuadro 14. Cargas axiales en los pilares y sub-muros de los muros primario y secundario

Bloque	Secundario	Primario		Pilar	Secundario	Primario	
	P (t)	P (t)	Var. (%)		P (t)	P (t)	Var. (%)
A	±19,72	±18,69	5,22	1	±12,76	±12,22	4,23
				2	±6,96	±6,47	7,04
B	±5,99	±4,69	21,70	4	±3,39	±3,27	3,54
				5	±2,60	±1,42	45,38
C	±13,73	±14,00	-1,97	7	±13,73	±14,00	1,97
				8			

3.5. Resultados en diagramas de cuerpo libre, muro primario

Los diagramas mostrados a continuación corresponden únicamente al muro primario. La Figura 29 muestra las cargas internas de cortante, fuerza axial y momento flector obtenidas por medio de MEF. La dirección de estas fuerzas sería la contraria si se invierte la dirección de la carga lateral.

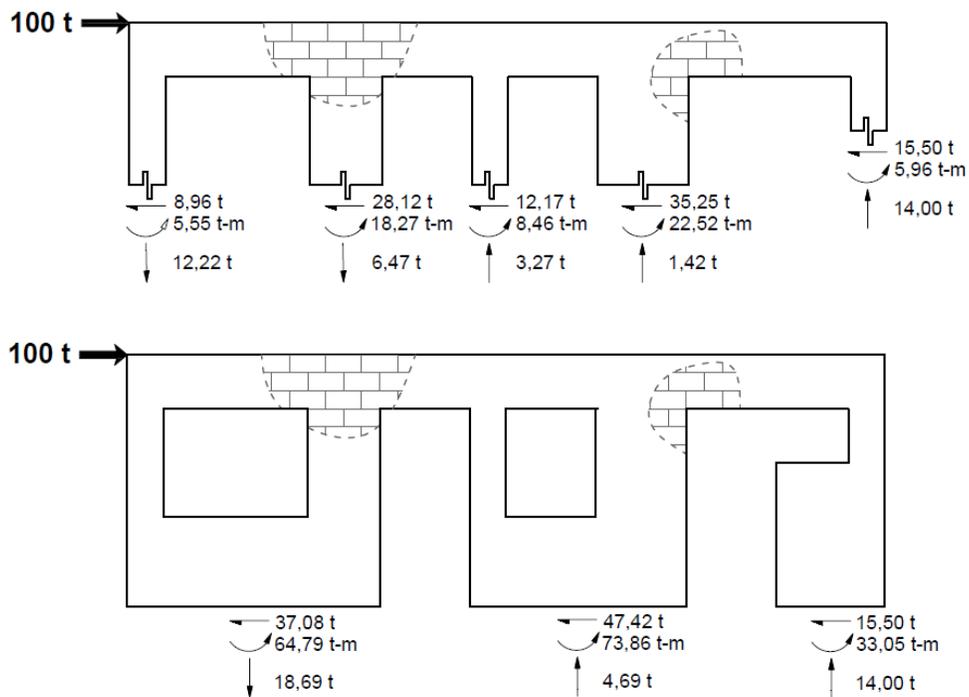


Figura 29. Cargas internas en diagrama de cuerpo libre para MEF

La Figura 30 expone los resultados del método de La Franja. Por su lado, los cortantes y momentos flectores obtenidos por el método de Analogía del Resorte se describen en la Figura 31. Estos métodos no calculan cargas axiales, de allí que no se muestren. De igual manera, la dirección de estas fuerzas sería la contraria si se invierte la dirección de la carga lateral.

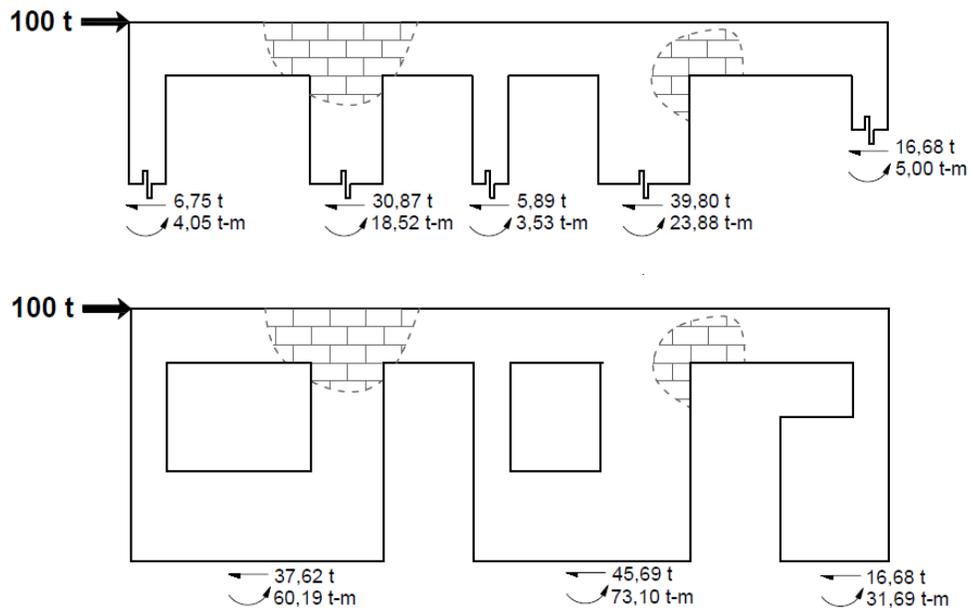


Figura 30. Cargas internas en diagrama de cuerpo libre para LA FRANJA

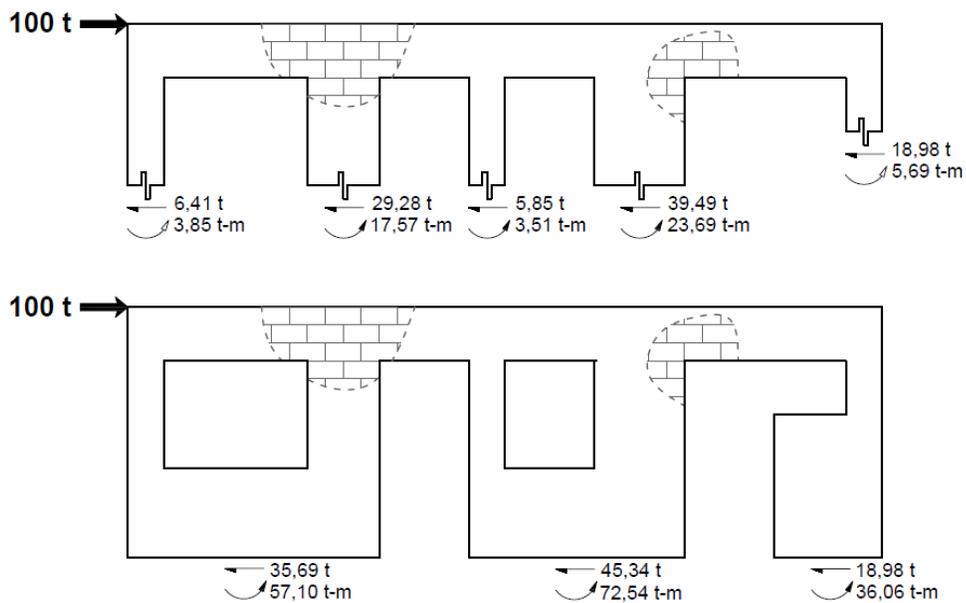


Figura 31. Cargas internas en diagrama de cuerpo libre para ANALOGÍA DEL RESORTE

La Figura 32 expone los resultados de cortante y momento por medio de Colapso Plástico, mientras que la Figura 33 muestra las cargas axiales obtenidas por el método de Abrams. Nuevamente, el sentido de estas fuerzas sería el contrario si se invierte la dirección de la carga lateral.

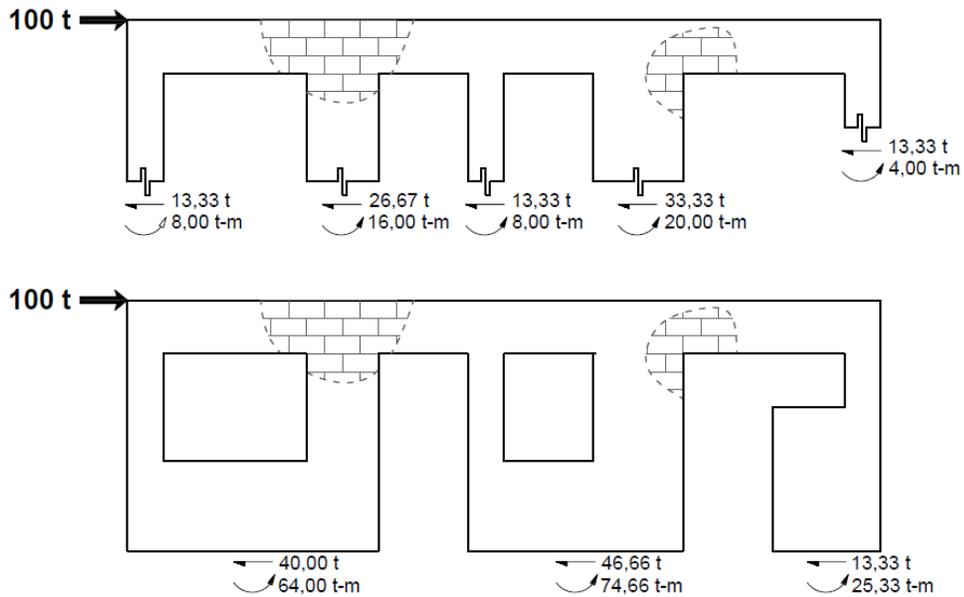


Figura 32. Cargas internas en diagrama de cuerpo libre para COLAPSO PLÁSTICO

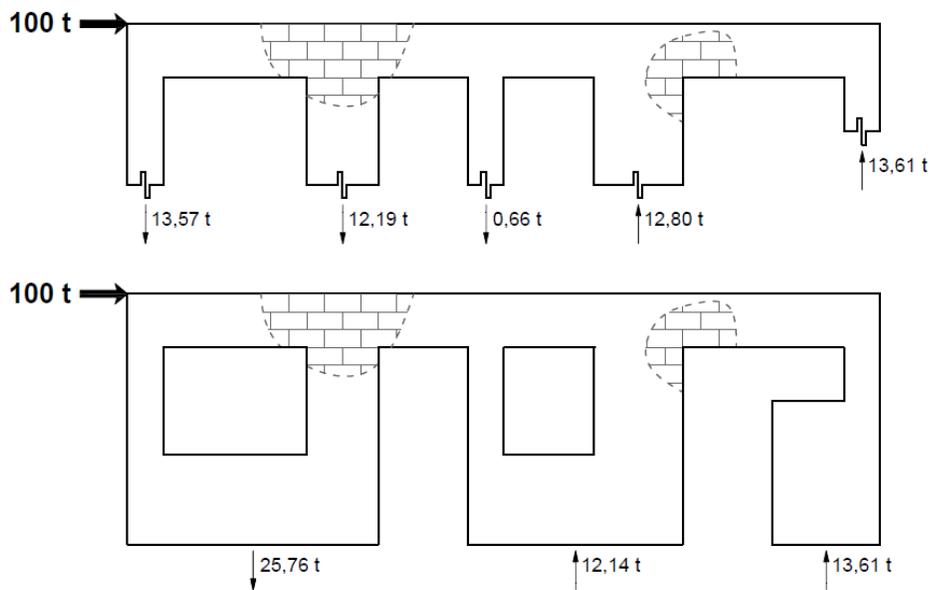


Figura 33. Fuerzas axiales en diagrama de cuerpo libre para M. ABRAMS

CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1. Conclusiones

- La Franja y Analogía del Resorte son los mejores métodos para el análisis y diseño por cortante, de muros perforados de mampostería. No hay suficiente base estadística para diferenciar el más exacto entre ambos. Para los pilares que rigen el diseño por cortante, estos métodos siempre aproximaron fuerzas conservadoras y el error máximo encontrado fue 23%.
- Colapso Plástico es el mejor método para el análisis y diseño de elementos regidos por flexión, de muros perforados de mampostería. Para el pilar 1, el error encontrado fue de 6% (subestimación, no conservador) y para el pilar 4, el error fue de 45% (sobrestimación, conservador).
- En razón de que los muros y pilares en viviendas tienden a tener relaciones de aspecto bajas (elementos chatos) y por lo tanto su eventual falla es de corte y no de flexión (esfuerzos bajos), se recomienda usar los métodos de La Franja o Analogía del Resorte para el análisis de cargas.
- Los métodos aproximados pueden ser resueltos parcial o totalmente en hojas de cálculo. De todos los métodos, Analogía del Resorte presenta la mayor facilidad. Sin embargo, es importante notar que el buen uso que se le dé a estas herramientas digitales está condicionado a dominar la teoría relativa a cada método y al grado de familiarización que se tenga con la hoja de cálculo.
- El brazo de palanca d_{ABRAMS} requerido por el método de Abrams, calculado como la distancia desde la parte superior de la viga corona hasta 0.75 de la altura de los pilares (siempre y cuando todos los pilares tengan la misma altura) proporciona valores de carga axial buenos para aquellos pilares que resultan normalmente críticos para el diseño por carga axial o flexocompresión, es decir, los externos.
- La variación en altura en uno de varios pilares (para este proyecto 1 de 5 en total) no motiva cambios significativos en los axiales de pilares exteriores, sin embargo, para pilares interiores este efecto sí es más importante, como se constata de los modelos de muro primario y secundario evaluados por MEF.
- Para la aplicación del método de Abrams en muros perforados con pilares de diferente altura, es conservador utilizar el mayor brazo de palanca disponible, según la metodología sugerida en el punto anterior. Para el análisis de cargas en el muro

primario, el axial aproximado se subestimó en 11% (no conservador) para el pilar 1 y se subestimó en 3% (no conservador) para el pilar 7.

- Es válido elaborar modelos para el método de MEF con elementos cuadrados de área tipo Shell grueso de 20 cm de lado, que asemejen la mitad de un mampuesto de concreto. El análisis de convergencia para el modelo del muro primario y secundario dio resultados muy favorables en ambos casos.

4.2. Recomendaciones

- Este proyecto se limitó a calcular las cargas internas de un muro perforado de mampostería por medio de métodos aproximados y MEF. Los resultados y conclusiones derivados se basan en el comportamiento exhibido por este espécimen. Se recomienda ampliar el conjunto de muros examinados y se considera oportuno que para esto se lleve a cabo un análisis de sensibilidad por variables.
- Sobre lo anterior, algunas variables que pueden ser incluidas en futuros proyectos son las dimensiones de buques, en específico alturas y largos. Por otro lado, la ubicación de estas perforaciones también puede estudiarse, tanto en sentido vertical como horizontal. Estas dos variables pueden ser estudiadas posteriormente en conjunto y comparadas con los resultados que se obtienen para las variables por separado. Otras variables importantes son las dimensiones del muro (altura, largo), cantidad de buques, cantidad de sub-muros en serie y paralelo, sucesiones de muros en serie, en paralelo, entre otras.
- Para efectos de modelar mampostería en MEF, en el contexto costarricense, no existe un documento, proyecto de graduación o material escrito a conocimiento del autor que recomiende principios básicos de modelado. Con base en lo estudiado y en el juicio experto del comité asesor, se recomienda que los muros de mampostería se construyan a partir de elementos tipo Shell grueso, del tamaño de la mitad de un bloque convencional de mampostería. Cuando se tengan bloques de mampostería de diferente geometría a la usada en este trabajo (ver Alcances), se sugiere que las dimensiones del elemento finito correspondan a la altura del bloque, dispuesto en su forma habitual, y a la longitud tributaria de cada celda. Así por ejemplo, si el bloque tiene una altura de 20 cm, una longitud de 45 cm y 3 celdas, los elementos finitos tendrían como medida de 20 cm por 15 cm. Por otro lado, se sugiere que los apoyos a piso utilizados, si el muro se analiza como muro de corte o forma parte de una estructura tipo cajón, sean

de tipo "pin" o "cuchilla" en cada nodo de la malla de elementos Shell. Si el sistema de mampostería es integral y la viga corona se construye a partir de la misma mampostería, es necesario agregar un elemento tipo marco o Frame (por su nombre en inglés) que distribuya la cargas hacia los elementos tipos Shell. Esta viga puede tener como dimensiones 10 cm de peralte, y de espesor, el mismo espesor grueso de los mampuestos. En cuanto al espesor de sección Shell, se recomienda emplear dos variantes: para aquellas mitades o celdas de mampostería vacías se puede utilizar un espesor igual a la suma de los espesores de las paredes exteriores del mampuesto; para aquellas zonas rellenas, donde hay refuerzo vertical, horizontal, aros, etc., se puede usar el espesor bruto de la mampostería. A pesar de que los materiales no son enteramente los mismos, tanto las secciones huecas como rellenas de mampostería pueden modelarse con el mismo material. Para esta investigación, se consideró mampostería clase A.

- En cuanto al método de Abrams, se sugiere utilizar un brazo de palanca igual a la distancia que existe entre la parte superior de la corona y el cuarto inferior del pilar más alto en todo el muro. Para efectos de calcular el momento de volcamiento se sugiere concentrar la carga lateral al punto más alto del muro. Si se quisiera ser más conservador en el cálculo de las fuerzas axiales, puede tomarse el brazo como la distancia que hay desde la parte superior del muro hasta la base de los pilares.
- Debe plantearse un proyecto de investigación que involucre el diseño de una o más estructuras reales de mampostería. Lo anterior busca revisar si efectivamente los factores de mayoración y reducción del CSCR-2010 compensan las diferencias no conservadoras en las cargas estimadas por los métodos aproximados. Por otro lado, el aporte de carga axial del peso propio de los elementos y de las cargas superpuestas, indudablemente llevaría a situaciones menos críticas que las analizadas en este estudio, siempre y cuando, la edificación sea de baja altura, podría decirse que de 4 niveles o menos.
- Realizar un proyecto de graduación donde se compare la resistencia aportada por los muros perforados, calculada según los métodos estudiados y la resistencia calculada según la recomendación de la sección 17.2.1 del CSCR-2010, último párrafo, al considerar únicamente las secciones de muro continuas de contrapiso/entrepiso a techo/entrepiso.

BIBLIOGRAFÍA

- Abarca, A. (2015). Evaluación de métodos de análisis y diseño para marcos de concreto rellenos de mampostería reforzada con aberturas. Borrador de proyecto de graduación para optar por el grado de Magister Scientiae en Ingeniería Civil, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
- Abrams, D. (1993). *A Set of Classnotes for a Course in Masonry Structures*. (2^{da} ed.). EEUU, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Balasubramanian S. et al. (2011). An Improved Method for Estimation of Elastic Lateral Stiffness of Brick Masonry Shear Walls with Openings. *KSCE Journal of Civil Engineering*. 15(2), 281-293.
- Chandrupatla, T. et al. (1999). *Introducción al Estudio del Elemento Finito en Ingeniería*. (2^{da} ed.). México, Prentice Hall.
- Colegio Federado de Ingenieros y Arquitectos de Costa Rica. (2010). *Código Sísmico de Costa Rica*. Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- Concrete Masonry Association of California and Nevada (CMACN). (2009). Openings in Concrete Masonry Walls (Part II). *Masonry Chronicles*, Spring 2009.
- Cruz, M. M. (2013). Índices de daño en marcos regulares diseñados según el Código Sísmico de Costa Rica. Proyecto de graduación para optar por el grado de Magister Scientiae en Ingeniería Civil, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
- CSI ETABS (Versión 15.1.0). (2015). Computers and Structures Inc. Estados Unidos.
- Dassault Systèmes. (2007). *Abaqus: Getting Started with Abaqus*. EEUU
- Elshafie, H. et al. (2002). Strength and Stiffness of Masonry Shear Walls with Openings. *TMS Journal December 2002*. The Masonry Society, Colorado, EEUU.
- Hernández, F. (2011). Modelaje de muros de mampostería con elementos monolíticos de borde mediante el método de elemento finito. Proyecto de graduación para optar por el grado de Licenciatura en Ingeniería Civil, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.

- Instituto Técnico de Costa Rica (INTECO). (2007). *INTE 06-03-01-07 Elementos de mampostería hueca de concreto (bloques de concreto) para uso estructural-Requisitos*. Costa Rica.
- Leiva, G. (1991). In-plane Seismic Resistance of Two-story Concrete Masonry Shear Walls with Openings. Technical Coordinating Committee for Masonry Research (TCCMaR). Reporte No. 3.1(c)-2.
- Loría, M. M. (2000). Comparación de tres modelos matemáticos para el análisis estructural de edificios en mampostería. Proyecto de graduación para optar por el grado de Licenciatura en Ingeniería Civil, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
- Neuenhofer, A. (2006). Lateral Stiffness of Shear Walls with Openings. *Journal of Structural Engineering*, 132 (11).
- Poveda, A. (2015). Notas del curso: Estructuras de Mampostería IC-1014. Escuela de Ingeniería Civil, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
- Rao, S. (2004). *The Finite Elemento Method in Engineering*. (4^{ta} ed.). EEUU, Elsevier Science & Technology Books.
- Salazar, J. (2013). Propiedades geométricas y densidad de la mampostería de concreto. Proyecto de graduación para optar por el grado de Licenciatura en Ingeniería Civil, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
- Taly, N. (2010). *Design of Reinforced Masonry Structures*. (2^{da} ed.). EEUU: McGraw-Hill.
- Tanner, J. (1998). Modelaje de mampostería y análisis mediante el método de elemento finito. Proyecto de graduación para optar por el grado de Magister Scientiae en Ingeniería Civil, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.

APÉNDICES

Apéndice A. Memoria de cálculo

A-1. Métodos aproximados

Cuadro A - 1. Nomenclatura a usar para la referencia de los sub-muros y pilares

Bloque	Pilares asociados	Color asignado
A	1, 2, 3	Amarillo 
B	4, 5, 6	Rojo 
C	7, 8	Azul 

a) Método de la Franja

El método de la franja se basa en las deformaciones de los pilares, calculadas de acuerdo con sus condiciones de frontera, es decir, si el muro se encuentra empotrado solamente en su parte inferior (voladizo) o si se encuentra empotrado en ambas partes (empotrado-empotrado). Como se comentó anteriormente, clasifican como muros en voladizo (o sub-muros) aquellos que son continuos desde la base hasta la parte superior. Los elementos empotrados corresponden a aquellos que no cumplen lo anterior y que por lo general se delimitan entre vigas o entre vigas y la fundación.

CORTANTES

Para el muro completo:

$$\frac{h}{d} = \frac{2,80 \text{ m}}{8,40 \text{ m}} = 0,3333$$

$$\Delta_{cr} = 4(0,3333)^3 + 3(0,3333)$$

$$\Delta_{cr} = 1,1480$$

- *Sub-muro A*

Para el sub-muro completo:

$$\frac{h}{d} = \frac{2,20 \text{ m}}{2,80 \text{ m}} = 0,7857$$

$$\Delta_{fr} = (0,7857)^3 + 3(0,7857)$$

$$\Delta_{fr} = 2,8421$$

Franja interna:

$$\frac{h}{d} = \frac{1,20 \text{ m}}{2,80 \text{ m}} = 0,4286$$

$$\Delta_{fr} = (0,4286)^3 + 3(0,4286)$$

$$\Delta_{fr} = 1,3645$$

Los pilares 1 y 2 están en paralelo, entonces se calcula la rigidez conjunta:

Para el pilar 1:

$$\frac{h}{d} = \frac{1,20 \text{ m}}{0,40 \text{ m}} = 3,0000$$

$$\Delta_{fr} = (3,0000)^3 + 3(3,0000)$$

$$\Delta_{fr} = 36,0000$$

$$k_{fr} = \frac{1}{36,0000} = 0,02778$$

Para el pilar 2:

$$\frac{h}{d} = \frac{1,20 \text{ m}}{0,80 \text{ m}} = 1,5000$$

$$\Delta_{fr} = (1,5000)^3 + 3(1,5000)$$

$$\Delta_{fr} = 7,875$$

$$k_{fr} = \frac{1}{7,875} = 0,1270$$

Deformación equivalente:

$$\Delta_{eq\ 1\ y\ 2\ r} = \frac{1}{0,02778 + 0,1270} = 6,4608$$

Finalmente:

$$\Delta_{1,2\ y\ 3\ r} = 2,8421 - 1,3645 + 6,4608 = 7,9384$$

$$k_{1,2\ y\ 3\ r} = \frac{1}{7,9384}$$

$$k_{1,2\ y\ 3\ r} = 0,1260$$

- *Sub-muro B*

Para el muro completo:

$$\frac{h}{d} = \frac{2,20\ m}{2,40\ m} = 0,9167$$

$$\Delta_{fr} = (0,9167)^3 + 3(0,9167)$$

$$\Delta_{fr} = 3,5204$$

Franja interna:

$$\frac{h}{d} = \frac{1,20\ m}{2,40\ m} = 0,5000$$

$$\Delta_{fr} = (0,5000)^3 + 3(0,5000)$$

$$\Delta_{fr} = 1,6250$$

Los pilares 4 y 5 están en paralelo, entonces se calcula la rigidez conjunta:

Para el pilar 4:

$$\frac{h}{d} = \frac{1,20\ m}{0,40\ m} = 3,0000$$

$$\Delta_{fr} = (3,0000)^3 + 3(3,0000)$$

$$\Delta_{fr} = 36,0000$$

$$k_{fr} = \frac{1}{36,0000} = 0,02778$$

Para el pilar 5:

$$\frac{h}{d} = \frac{1,20 \text{ m}}{1,00 \text{ m}} = 1,2000$$

$$\Delta_{fr} = (1,2000)^3 + 3(1,2000)$$

$$\Delta_{fr} = 5,328$$

$$k_{fr} = \frac{1}{5,328} = 0,1877$$

Deformación equivalente:

$$\Delta_{eq \ 1 \ y \ 2 \ r} = \frac{1}{0,02778 + 0,1877} = 4,6408$$

Finalmente:

$$\Delta_{4,5 \ y \ 6 \ r} = 3,5204 - 1,6250 + 4,6408 = 6,5362$$

$$k_{1,2 \ y \ 3 \ r} = \frac{1}{6,5362}$$

$$k_{1,2 \ y \ 3 \ r} = 0,1530$$

- *Sub-muro C*

Para el muro completo:

$$\frac{h}{d} = \frac{2,20 \text{ m}}{1,20 \text{ m}} = 0,18333$$

$$\Delta_{fr} = (0,18333)^3 + 3(0,18333)$$

$$\Delta_{fr} = 11,6616$$

Franja interna:

$$\frac{h}{d} = \frac{0,60 \text{ m}}{1,20 \text{ m}} = 0,5000$$

$$\Delta_{fr} = (0,5000)^3 + 3(0,5000)$$

$$\Delta_{fr} = 1,6250$$

Los pilares 7 y 8 están en serie, entonces no es necesario calcular una rigidez conjunta:

Para el pilar 7:

$$\frac{h}{d} = \frac{0,60 \text{ m}}{0,40 \text{ m}} = 1,5000$$

$$\Delta_{fr} = (1,5000)^3 + 3(1,5000)$$

$$\Delta_{fr} = 7,8750$$

$$k_{fr} = \frac{1}{7,8750} = 0,1270$$

Para el pilar 8:

$$\frac{h}{d} = \frac{1,60 \text{ m}}{1,20 \text{ m}} = 1,3333$$

$$\Delta_{fr} = (1,3333)^3 + 3(1,3333)$$

$$\Delta_{fr} = 6,3701$$

$$k_{fr} = \frac{1}{6,3701} = 0,1570$$

Finalmente:

$$\Delta_{7y8r} = 11,6616 - 1,6250 + 7,8750 = 17,9116$$

$$k_{7y8r} = \frac{1}{11,9116}$$

$$k_{7y8r} = 0,05583$$

La distribución relativa de rigidez se resume como:

$$k_{Ar} = 0,1260$$

$$k_{Br} = 0,1530$$

$$k_{Cr} = 0,0558$$

A partir de las rigideces relativas, se calcula la deformación equivalente total del muro y su respectiva rigidez:

$$\Delta_{total r} = 1,1480 - 0,8037 + 2,9866 = 3,3309$$

$$k_{total r} = 0,3002$$

Se calculan los aportes de rigidez al sistema de cada bloque de muros y de cada pilar:

$$k_{Ar} + k_{Br} + k_{Cr} = 0,1260 + 0,1530 + 0,05583 = 0,3348$$

Entonces:

$$k_{Ar} = \frac{0,1260}{0,3348} * 100 = 37,63\%$$

$$k_{Br} = \frac{0,1530}{0,3348} * 100 = 45,70\%$$

$$k_{Cr} = \frac{0,05583}{0,3348} * 100 = 16,88\%$$

En el caso de los pilares:

- *Sub-muro A*

Se suman las rigideces relativas antes calculadas:

$$k_{1r} + k_{2r} = 0,02778 + 0,1270 = 0,1548$$

Para el pilar 1:

$$k_{1r} = \frac{0,02778}{0,1548} * 37,63 = 6,75\%$$

Para el pilar 2:

$$k_{2r} = \frac{0,1270}{0,1548} * 37,63 = 30,87\%$$

- *Sub-muro B*

Se suman las rigideces relativas antes calculadas:

$$k_{5r} + k_{6r} = 0,02778 + 0,1877 = 0,2155$$

Para el pilar 4:

$$k_{4r} = \frac{0,02778}{0,2155} * 45,70 = 5,89\%$$

Para el pilar 5:

$$k_{5r} = \frac{0,1877}{0,2155} * 45,70 = 39,80\%$$

- *Sub-muro C*

Dado que los pilares se encuentran en serie, la carga es única e igual para los pilares 7 y 8. La contribución de rigidez del conjunto en serie es la que se indicó para el bloque de muros C (16,88%).

Cuadro A - 2. Resumen de las rigideces relativas/cortantes por La Franja

Bloque	Rigidez relativa (%)	Pilar	Rigidez relativa (%)
A	37,63	1	6,75
		2	30,87
B	45,7	4	5,89
		5	39,8
C	16,68	7	16,68
		8	
Suma	100,01	Suma	99,99

MOMENTOS FLECTORES

Como se vio anteriormente, para un pilar doblemente empotrado, el momento flector máximo en el pilar está dado por:

$$M = \frac{Vh}{2}$$

Si se desea conocer el momento flector asociado a las cargas de corte de un pilar pero a un nivel inferior, es decir, con un mayor brazo de palanca, se puede considerar que la fuerza de corte actúa a media altura del pilar y tomar como brazo de palanca para el cálculo del momento, la distancia entre el nivel de media altura del pilar y el nivel inferior al que se desea conocer el momento.

De esa manera, el momento flector en el pilar 1 corresponde a:

$$M_1 = \frac{6,75 * 1,20}{2} = 4,065 \text{ t - m}$$

El momento flector en el pilar 2 corresponde a:

$$M_2 = \frac{30,87 * 1,20}{2} = 18,52 \text{ t - m}$$

La contribución de momento a nivel de fundaciones del pilar 1 es:

$$M_{1-base} = 6,75 * 1,6 = 10,80 \text{ t - m}$$

La contribución de momento a nivel de fundaciones del pilar 2 es:

$$M_{2-base} = 30,87 * 1,6 = 49,39 \text{ t - m}$$

De esta manera, el momento basal del bloque A es:

$$M_A = M_{1-base} + M_{2-base} = 10,80 + 49,39 = 60,19 \text{ t - m}$$

Se realiza el mismo procedimiento para los demás bloques de muros.

Cuadro A - 3. Resumen de los momentos flectores por La Franja

Bloque	Momento (t-m)	Pilar	Momento (t-m)
A	60,19	1	4,05
		2	18,52
B	73,10	4	3,53
		5	23,88
C	31,69	7	5,00
		8	31,69

b) Método de Analogía del Resorte

CORTANTES

Se reconsideran las condiciones de frontera de los muros/submuros/pilares. Las fórmulas que se emplean para los cálculos son las mismas. El método alternativo de deformaciones basa su cálculo principalmente en las conexiones que tienen los muros: serie o paralelo.

Inicialmente, se calculan todas las deformaciones y rigideces relativas de los pilares constituyentes:

Cuadro A - 4. Rigideces relativas de los pilares que conforman el muro

Submuro	h(m)	d(m)	Δ_f	k_f
1	1,20	0,40	36,0000	0,0278
2	1,20	0,80	7,8750	0,1270
3	1,00	2,80	1,1170	0,8953
4	1,20	0,40	36,0000	0,0278
5	1,20	1,00	5,3280	0,1877
6	1,00	2,40	1,3223	0,7562
7	0,60	0,40	7,8750	0,1270
8	1,60	1,20	6,3704	0,1570
9	0,60	8,40	0,2147	4,6587

- *Sub-muro A*

$$\Delta_{1y2r} = \frac{1}{0,0278 + 0,1270}$$

$$\Delta_{1y2r} = 6,4599$$

Entonces:

$$\Delta_{1,2y3r} = \Delta_{1y2r} + \Delta_{3r}$$

$$\Delta_{1,2y3r} = 1,1170 + 6,4599 = 7,5769$$

$$k_{1,2y3r} = \frac{1}{7,5769} = 0,1320$$

- *Sub-muro B*

$$\Delta_{4y5r} = \frac{1}{0,0278 + 0,1877}$$

$$\Delta_{4y5r} = 4,6404$$

Entonces:

$$\Delta_{4,5y6r} = \Delta_{4y5r} + \Delta_{6r}$$

$$\Delta_{4,5y6r} = 4,6404 + 1,3223 = 5,9627$$

$$k_{1,2,y3r} = \frac{1}{5,9627} = 0,1677$$

- *Sub-muro C*

$$\Delta_{7,y8r} = \Delta_{7r} + \Delta_{8r}$$

$$\Delta_{7,y8r} = 7,8750 + 6,3704 = 14,2454$$

$$k_{7,y8r} = \frac{1}{14,2454} = 0,0702$$

La distribución relativa de rigidez se resume como:

$$k_{Ar} = 0,1320$$

$$k_{Br} = 0,1677$$

$$k_{Cr} = 0,0702$$

Entonces, la deformación total del muro está dada por el inverso de la suma de las rigideces de los tres bloques y la deformación del elemento 9 que corresponde a la viga corona:

$$\Delta_{totalr} = \frac{1}{k_{1,2,y3r} + k_{4,5,y6r} + k_{7,y8r}} + \Delta_{9r}$$

$$\Delta_{totalr} = \frac{1}{0,1320 + 0,1677 + 0,0702} + 0,2147$$

$$\Delta_{totalr} = 2,7034 + 0,2147 = 2,9181$$

$$k_{totalr} = \frac{1}{\Delta_{totalr}}$$

$$k_{totalr} = \frac{1}{2,9181} = 0,3427$$

Se calculan los aportes de rigidez al sistema de cada bloque de muros y de cada pilar:

$$k_{Ar} + k_{Br} + k_{Cr} = 0,1320 + 0,1677 + 0,0702 = 0,3699$$

Entonces:

$$k_{Ar} = \frac{0,1320}{0,3699} * 100 = 35,69\%$$

$$k_{B r} = \frac{0,1677}{0,3699} * 100 = 45,34\%$$

$$k_{C r} = \frac{0,0702}{0,3699} * 100 = 18,98\%$$

En el caso de los pilares:

- *Sub-muro A*

Se suman las rigideces relativas antes calculadas:

$$k_{1 r} + k_{2 r} = 0,0278 + 0,1270 = 0,1548$$

Para el pilar 1:

$$k_{1 r} = \frac{0,0278}{0,1548} * 35,69 = 6,41\%$$

Para el pilar 2:

$$k_{2 r} = \frac{0,1270}{0,1548} * 35,69 = 29,28\%$$

- *Sub-muro B*

Se suman las rigideces relativas antes calculadas:

$$k_{5 r} + k_{6 r} = 0,0278 + 0,1877 = 0,2155$$

Para el pilar 4:

$$k_{4 r} = \frac{0,0278}{0,2155} * 45,34 = 5,85\%$$

Para el pilar 5:

$$k_{5 r} = \frac{0,1877}{0,2155} * 45,34 = 39,49\%$$

- *Sub-muro C*

Dado que los muros se encuentran en serie, la carga es única e igual para los pilares 7 y 8. La contribución de rigidez del conjunto en serie es la que se indicó para el bloque de muros C (18,98%).

Cuadro A - 5. Resumen de las rigideces relativas/cortantes por Analogía del Resorte

Bloque	Rigidez relativa (%)	Pilar	Rigidez relativa (%)
Amarillo	35,69	1	6,41
		2	29,28
Rojo	45,34	4	5,85
		5	39,49
Azul	18,98	7	18,98
		8	
Suma	100,01	Suma	100,01

MOMENTOS FLECTORES

Los momentos flectores para el método de Analogía del Resorte se calculan de la misma forma que para el método de La Franja. La única variación es a nivel de las cargas de corte o rigideces relativas, propias a cada modelo.

Cuadro A - 6. Resumen de los momentos flectores por Analogía del Resorte

Bloque	Momento (t-m)	Pilar	Momento (t-m)
A	57,10	1	3,85
		2	17,57
B	72,54	4	3,51
		5	23,69
C	36,06	7	5,69
		8	36,06

c) Solución por aplicación de Colapso Plástico

CORTANTES

Como se dijo previamente en el marco teórico de este documento, el método de Colapso Plástico supone la formación de rótulas o articulaciones en la zona de mayor demanda, por cortantes y momentos. Las cargas laterales se asignan según la longitud de cada elemento respecto a la suma de longitudes de todos los pilares.

Las longitudes de los elementos que conforman el muro de ensayo se muestran a continuación:

Cuadro A - 7. Longitudes de los pilares

Pilar	Longitud (m)
1	0,40
2	0,80
4	0,40
5	1,00
7	0,40
TOTAL	3,00

De lo anterior:

$$V_1 = \frac{0,40}{3,00} * 100 = 13,33 t$$

$$V_2 = \frac{0,80}{3,00} * 100 = 26,67 t$$

Entonces:

$$V_3 = V_1 + V_2$$

$$V_3 = 13,33 t + 26,67 t = 40,00 t$$

$$V_4 = \frac{0,40}{3,00} * 100 = 13,33 t$$

$$V_5 = \frac{1,00}{3,00} * 100 = 33,33 t$$

$$V_6 = V_4 + V_5$$

$$V_6 = 13,33 t + 33,33 t = 46,67 t$$

$$V_7 = \frac{0,40}{3,00} * 100 = 13,33 t$$

Cuadro A - 8. Resumen de las rigideces relativas/cortantes por Colapso Plástico

Bloque	Rigidez general (%)	Pilar	Rigidez general (%)
A	40,00	1	13,33
		2	26,67
B	46,66	4	13,33
		5	33,33
C	13,33	7	13,33
		8	
Suma	99,99	Suma	99,99

MOMENTOS FLECTORES

Teniendo las cargas internas, se procede a calcular los momentos internos. El procedimiento es básicamente el mismo al mostrado para los métodos de La Franja y Analogía del Resorte.

Cuadro A - 9. Resumen de los momentos flectores por Colapso Plástico

Bloque	Momento (t-m)	Pilar	Momento (t-m)
A	64,00	1	8,00
		2	16,00
B	74,66	4	8,00
		5	20,00
C	25,33	7	4,00
		8	25,33

d) Método de Abrams

Se encuentra el punto de pivote o "eje neutro" de las deformaciones o centroide de las secciones de los pilares. Para esto, se requieren la distancia de un punto fijo al centroide de cada área y el área de cada sección. La elección de este punto es arbitrario, se ha seleccionado la esquina inferior izquierda de todo el muro. Como muestra de cálculo, se determina el momento de área para el pilar 1. El cuadro A-10 reúne estos valores:

$$Ax_1 = A_i * x_i = 0,06 \text{ m}^2 * 0,2 \text{ m} = 0,012 \text{ m}^3$$

Cuadro A - 10. Cálculos previos para la estimación del centroide de Abrams

Pilar	x_i (m)	A_i (m ²)	Ax_i (m ³)
1	0,2	0,06	0,012
2	2,4	0,12	0,288
4	4	0,06	0,240
5	5,7	0,15	0,855
7	8,2	0,06	0,492
Suma		0,45	1,887

Entonces, el centroide de las áreas está dado por:

$$x_{prom} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = \frac{1.887 \text{ m}^3}{0.45 \text{ m}^2} = 4.193 \text{ m}$$

A continuación, se calcula la distancia del centroide del muro a cada centroide de los pilares (brazo de palanca de la reacción vertical), S :

$$s_1 = x_{prom} - x_1 = 4,193 \text{ m} - 0,2 \text{ m} = 3.993 \text{ m}$$

Dado que lo que se pretende es sugerir una metodología de cálculo del brazo de palanca de Abrams, d_{Abrams} , se programa una hoja electrónica que calcule el error en las cargas axiales tan pronto como se ingresa un valor d_{Abrams} arbitrario. Se encuentra que tomar un brazo de 150 cm genera buenos resultados (ver Capítulo XX Análisis y Capítulo XX Conclusiones).

$$M_{vol} = F * d_{Abrams} = 100 \text{ t} * 1,50 \text{ m} = 150 \text{ t} - \text{m}$$

La fuerza axial para cada pilar se calcula de la siguiente forma:

$$P_i = M_{vol} \left(\frac{A_i s_i}{\sum A_i s_i^2} \right)$$

Para el pilar 1:

$$P_1 = 150 \text{ t} - \text{m} * \left(\frac{0.06 \text{ m}^2 * 3.993 \text{ m}}{2.649 \text{ m}^3} \right) = \pm 13,569 \text{ t}$$

Enseguida se muestran los resultados para todos los pilares:

Cuadro A - 11. Cálculo de cargas axiales por el método de Abrams

Pilar	S (m)	AS (m3)	AS ² (m4)	Pi d 115
1	3,993	0,2396	0,957	∓13,569
2	1,793	0,2152	0,386	∓12,187
4	0,193	0,0116	0,002	∓0,657
5	1,507	0,226	0,341	±12,799
7	4,007	0,2404	0,963	±13,614
Suma			2,649	0,000

A-2. Solución por MEF

Para esto, se empleó el programa CSI ETABS en su versión 15.1.0.

Se resumen los resultados obtenidos del programa. Se aplicó una carga lateral de 100 toneladas, tanto hacia la derecha como hacia la izquierda. Se pretende que los resultados indicados correspondan a fuerza y a su vez a la contribución de rigidez de cada elemento.

Cuadro A - 12. Resumen de las rigideces relativas/cortantes por MEF

Bloque	Rigidez general (%)	Pilar	Rigidez general (%)
A	37,08	1	8,96
		2	28,12
B	47,42	4	12,17
		5	35,25
C	15,50	7	15,50
		8	
Suma	100,00	Suma	100,00

Cuadro A - 13. Resumen de las cargas axiales por MEF

Bloque	Carga axial (t)	Pilar	Carga axial (t)
A	-18,69	1	∓12,22
		2	∓6,47
B	4,69	4	±3,27
		5	±1,42
C	14,00	7	±14,00
		8	
Suma	0,00	Suma	0,00

Cuadro A - 14. Resumen de los momentos flectores por MEF

Bloque	Momento (t-m)	Pilar	Momento (t-m)
A	64,79	1	5,55
		2	18,27
B	73,86	4	8,46
		5	22,52
C	-	7	5,96
		8	33,05

Apéndice B. Calibración de brazo de palanca de Abrams

La calibración del brazo de palanca del método de Abrams se llevó a cabo en el modelo secundario de muro, aquel muro cuyo buque de ventana aledaño al pilar 7, tenía dimensiones mayores, con el fin de que todos los pilares tuvieran la misma altura (ver Figura 25).

Para la primera iteración, se sugiere un valor d_{ABRAMS} conservador: 200 cm (a la base del pilar):

Cuadro A - 15. Cargas axiales y errores correspondientes de la primera iteración M. Abrams

Bloque	P (t)		Error (%)	Pilar	P (t)		Error (%)
	MEF	Abrams			MEF	Abrams	
A	∓19,72	∓34,34	74,15	1	∓12,76	∓18,09	41,79
				2	∓6,96	∓16,25	133,47
B	±5,99	±16,19	170,27	4	±3,39	∓0,88	74,16
				5	±2,60	±17,07	556,35
C	±13,73	±18,15	32,21	7	±13,73	±18,15	32,21
				8			

El factor k_{ABRAMS} toma el valor de: 1,17.

Segunda iteración: $d_{\text{ABRAMS}} = 190$ cm:

Cuadro A - 16. Cargas axiales y errores correspondientes de la segunda iteración M. Abrams

Bloque	P (t)		Error (%)	Pilar	P (t)		Error (%)
	MEF	Abrams			MEF	Abrams	
A	∓19,72	∓32,62	65,44	1	∓12,76	∓17,19	34,70
				2	∓6,96	∓15,44	121,80
B	±5,99	±15,38	156,76	4	±3,39	∓0,83	75,45
				5	±2,60	±16,21	523,53
C	±13,73	±17,24	25,60	7	±13,73	±17,24	25,60
				8			

El factor k_{ABRAMS} toma el valor de: 1,08.

Tercera iteración: $d_{\text{ABRAMS}} = 180 \text{ cm}$:

Cuadro A - 17. Cargas axiales y errores correspondientes de la tercera iteración M. Abrams

Bloque	P (t)		Error (%)	Pilar	P (t)		Error (%)
	MEF	Abrams			MEF	Abrams	
A	±19,72	±30,91	56,73	1	±12,76	±16,28	27,61
				2	±6,96	±14,62	110,12
B	±5,99	±14,57	143,24	4	±3,39	±0,79	76,75
				5	±2,60	±15,36	490,72
C	±13,73	±16,34	18,99	7	±13,73	±16,34	18,99
				8			

El factor k_{ABRAMS} toma el valor de: 1,00.

Cuarta iteración: $d_{\text{ABRAMS}} = 170 \text{ cm}$:

Cuadro A - 18. Cargas axiales y errores correspondientes de la cuarta iteración M. Abrams

Bloque	P (t)		Error (%)	Pilar	P (t)		Error (%)
	MEF	Abrams			MEF	Abrams	
A	±19,72	±29,19	48,02	1	±12,76	±15,38	20,52
				2	±6,96	±13,81	98,45
B	±5,99	±13,76	129,73	4	±3,39	±0,74	78,04
				5	±2,60	±14,51	457,90
C	±13,73	±15,43	12,38	7	±13,73	±15,43	12,38
				8			

El factor k_{ABRAMS} toma el valor de: 0,92.

Quinta iteración: $d_{\text{ABRAMS}} = 160 \text{ cm}$:

Cuadro A - 19. Cargas axiales y errores correspondientes de la quinta iteración M. Abrams

Bloque	P (t)		Error (%)	Pilar	P (t)		Error (%)
	MEF	Abrams			MEF	Abrams	
A	±19,72	±27,47	39,32	1	±12,76	±14,47	13,43
				2	±6,96	±13,00	86,78
B	±5,99	±12,95	116,22	4	±3,39	±0,70	79,33
				5	±2,60	±13,65	425,08
C	±13,73	±14,52	5,77	7	±13,73	±14,52	5,77
				8			

El factor k_{ABRAMS} toma el valor de: 0,83.

Sexta iteración: $d_{\text{ABRAMS}} = 150 \text{ cm}$:

Cuadro A - 20. Cargas axiales y errores correspondientes de la sexta iteración M. Abrams

Bloque	P (t)		Error (%)	Pilar	P (t)		Error (%)
	MEF	Abrams			MEF	Abrams	
A	±19,72	±25,76	30,61	1	±12,76	±13,57	6,34
				2	±6,96	±12,19	75,10
B	±5,99	±12,14	102,70	4	±3,39	±0,66	80,62
				5	±2,60	±12,80	392,26
C	±13,73	±13,61	0,84	7	±13,73	±13,61	0,84
				8			

El factor k_{ABRAMS} toma el valor de: 0,75.

Sétima iteración: $d_{\text{ABRAMS}} = 151,27 \text{ cm}$:

Cuadro A - 21. Cargas axiales y errores correspondientes de la sétima iteración M. Abrams

Bloque	P (t)		Error (%)	Pilar	P (t)		Error (%)
	FEM	Abrams			FEM	Abrams	
A	∓19,72	∓25,97	-31,72	1	∓12,76	∓13,68	7,24
				2	∓6,96	∓12,29	76,59
B	±5,99	±12,24	-104,42	4	±3,39	∓0,66	80,46
				5	±2,60	±12,91	396,43
C	±13,73	±13,73	0,00	7	±13,73	±13,73	0,00
				8			

El factor k_{ABRAMS} toma el valor de: 0,76.

Apéndice C. Convergencia del modelo

En total, se llevaron a cabo 5 iteraciones. Debido a que el primer modelo fue lo suficientemente detallado, como se desprende del análisis de convergencia, la calibración del brazo de palanca fue realizada con los resultados obtenidos de este modelo. Para cada refinamiento, el modelo anterior es refinado mediante la división de cada cuadrícula de elemento tipo Shell en 4 cuadrículas, sucesivamente. La cantidad de cuadrículas para cada modelo puede ser consultada en la sección de Resultados de este informe. A continuación, se presentan los modelos empleados. Nótese que la única variación presente es a nivel de densidad de la malla.

C-1. Muro primario

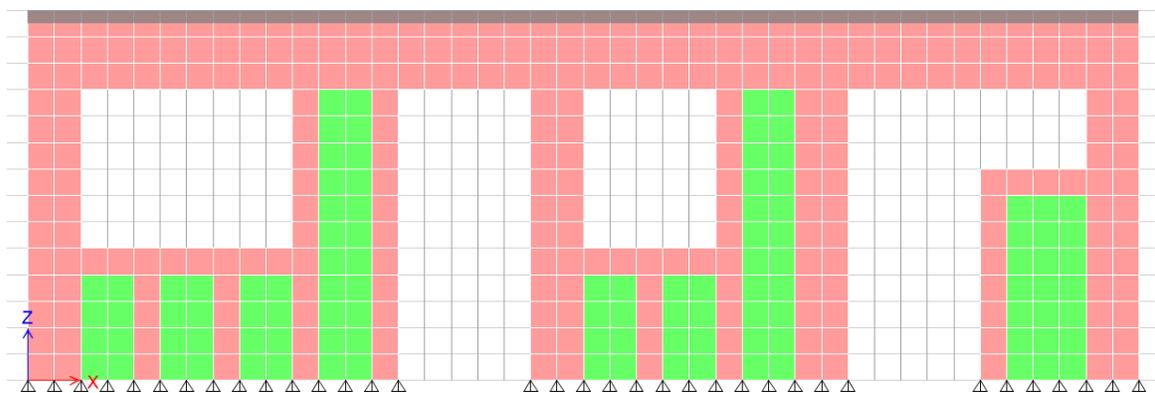


Figura A - 1. Modelo 1 (usado en el análisis), muro primario

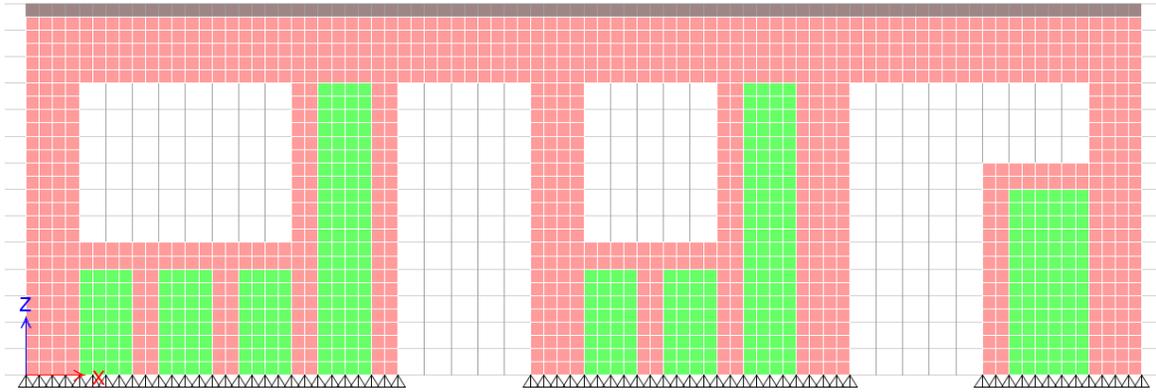


Figura A - 2. Modelo 2 (refinamiento 1), muro primario

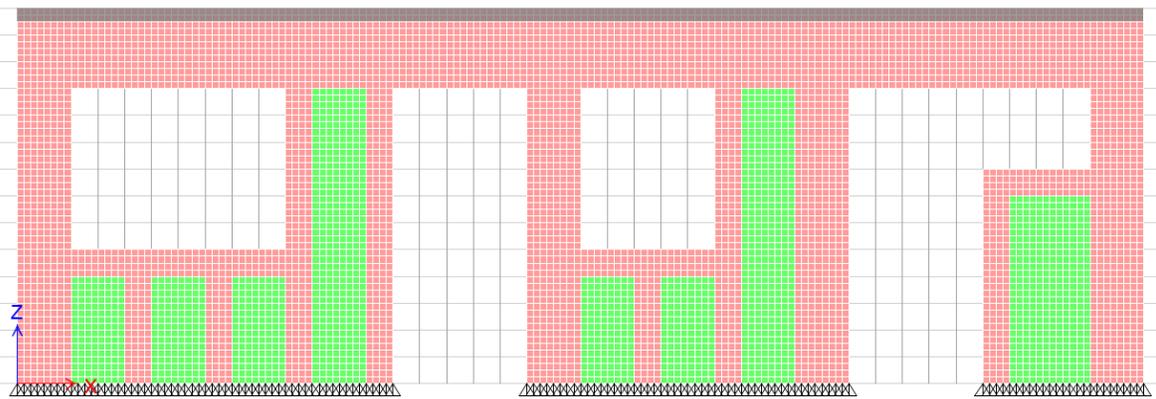


Figura A - 3. Modelo 3 (refinamiento 2), muro primario

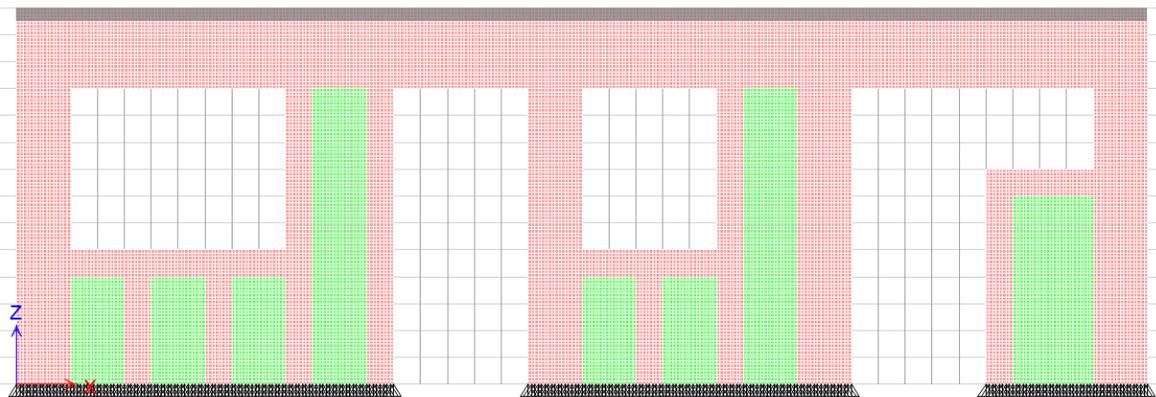


Figura A - 4. Modelo 4 (refinamiento 3), muro primario

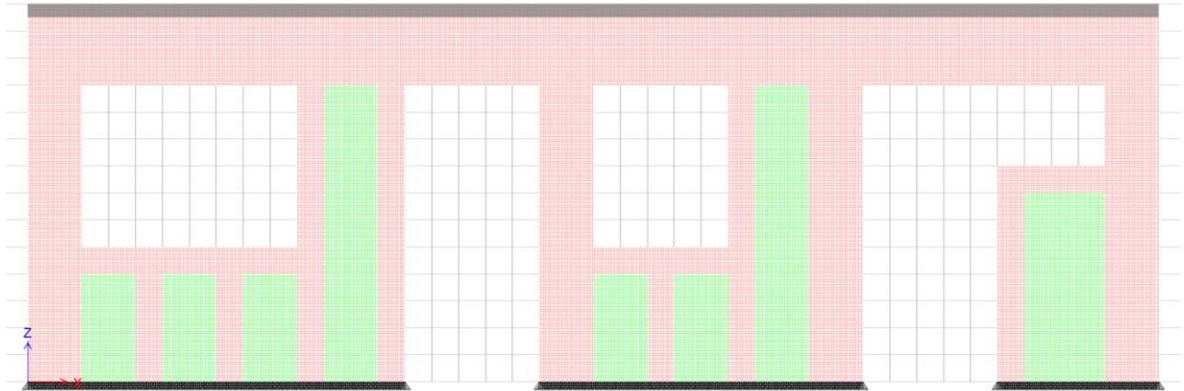


Figura A - 5. Modelo 5 (refinamiento 4), muro primario

C-1. Muro secundario

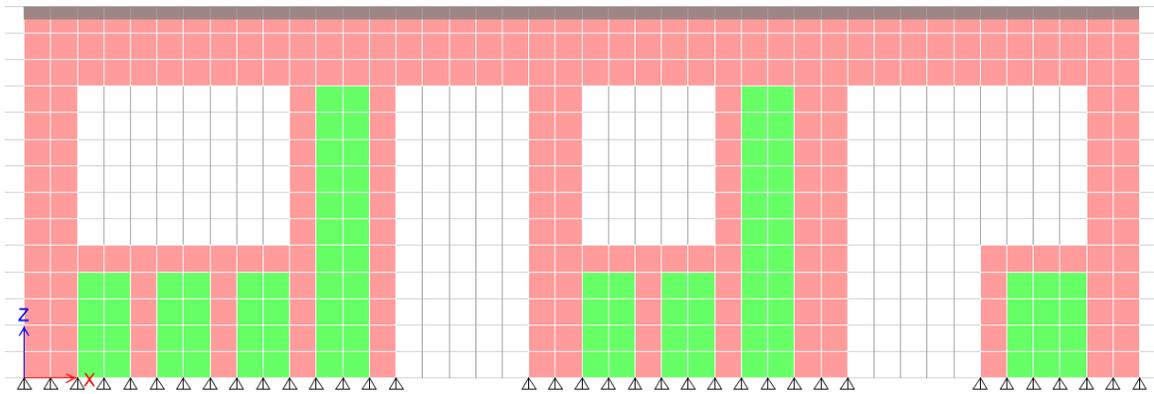


Figura A - 6. Modelo 1 (usado en el análisis), muro secundario

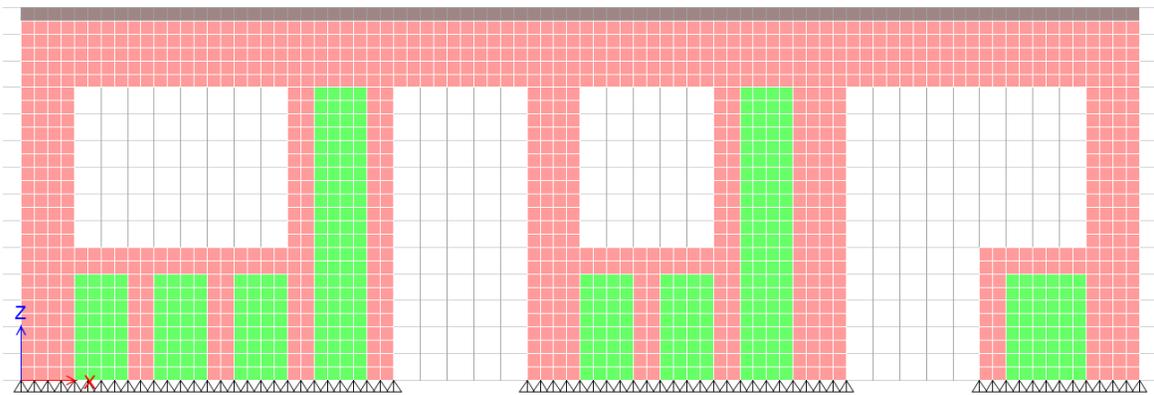


Figura A - 7. Modelo 2 (refinamiento 1), muro secundario

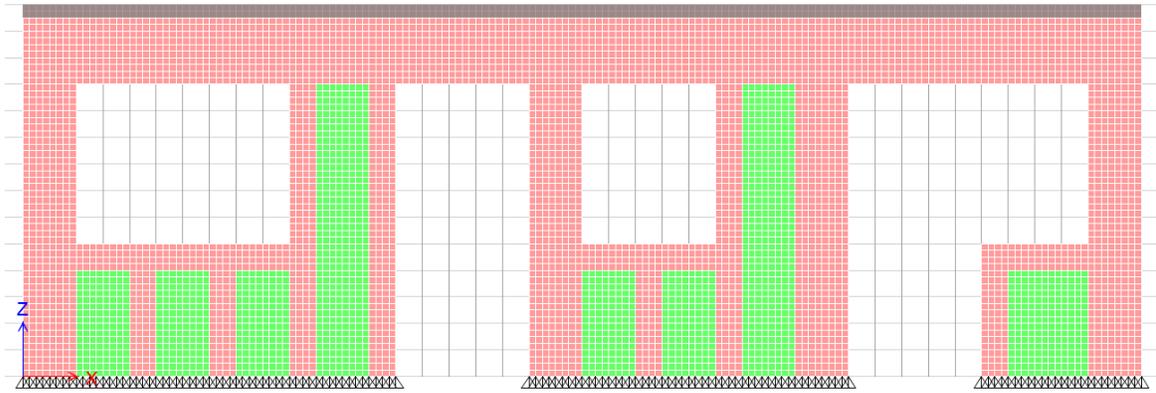


Figura A - 8. Modelo 3 (refinamiento 2), muro secundario

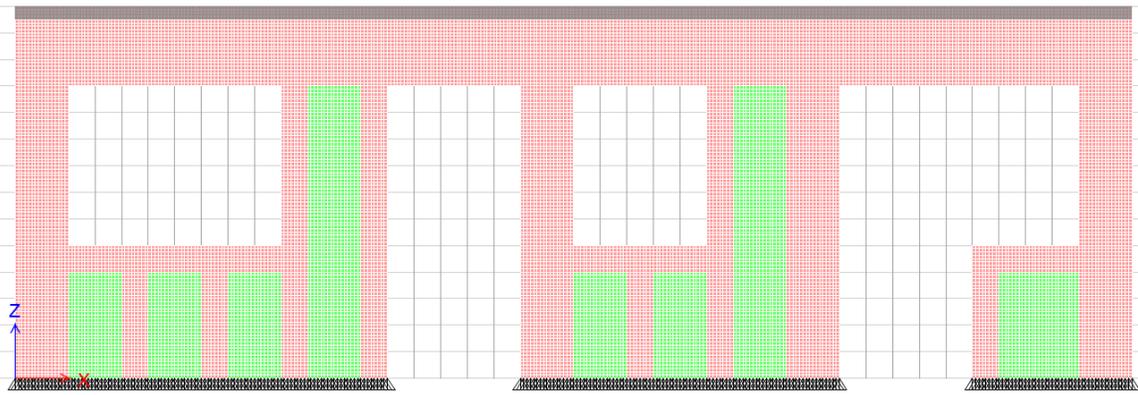


Figura A - 9. Modelo 4 (refinamiento 3), muro secundario

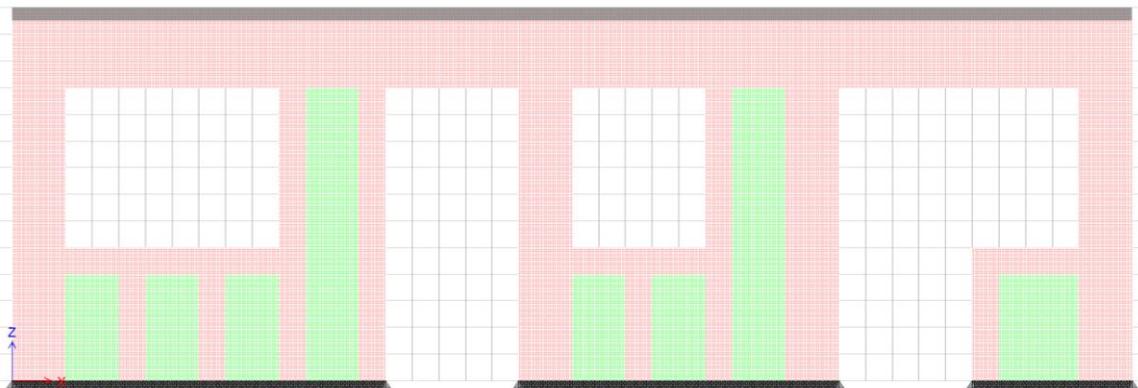


Figura A - 10. Modelo 5 (refinamiento 4), muro secundario