

Universidad de Costa Rica

Facultad de Ingeniería

Escuela de Ingeniería Civil

**Diseño estructural de silos de concreto postensado para almacenamiento de
cemento: Comparación de la norma del American Concrete Institute y el
Eurocode**

Proyecto de Graduación

Que para obtener el grado de Licenciatura en Ingeniería Civil

Presenta:

Jorge Hernández Carranza

Director de Proyecto de Graduación:

Ing. José Manuel Camacho Castro Msc.

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio

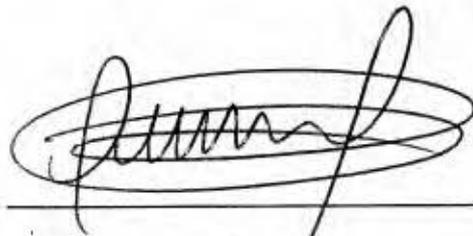
Costa Rica

Setiembre, 2012

Hoja de aprobación



Ing. José M. Camacho Castro, M.Sc.
Director del Proyecto de Graduación



Ing. Carlos Fernández Chaves, M.Sc.
Asesor del Proyecto de Graduación



Ing. Alejandro Navas Carro, M.Sc.
Asesor del Proyecto de Graduación



Jorge Hernández Carranza
Estudiante

Derechos de propiedad intelectual

Fecha: 14 de septiembre del 2012

El suscrito, Jorge Hernández Carranza, cédula 1-1355-0664, estudiante de la carrera de Licenciatura en Ingeniería Civil de la Universidad de Costa Rica, con número de carné **A62761**, manifiesta que es autor del Proyecto Final de Graduación **Diseño estructural de silos de concreto postensado para almacenamiento de cemento: Comparación de la norma del American Concrete Institute y el Eurocode**, bajo la Dirección del **Ing. José Camacho Castro, M.Sc.**, quien en consecuencia tiene derechos compartidos sobre los resultados de esta investigación.

Asimismo, hago traspaso de los derechos de utilización del presente trabajo a la Universidad de Costa Rica, para fines académicos: docencia, investigación, acción social y divulgación.

Nota: De acuerdo con la Ley de Derechos de Autor y Derechos Conexos N° 6683, Artículo 7 (versión actualizada el 02 de julio de 2001); "no podrá suprimirse el nombre del autor en las publicaciones o reproducciones, ni hacer en ellas interpolaciones, sin una conveniente distinción entre el texto original y las modificaciones o adiciones editoriales". Además, el autor conserva el derecho moral sobre la obra, Artículo 13 de esta ley, por lo que es obligatorio citar la fuente de origen cuando se utilice información contenida en esta obra.

Dedicatoria

A mis padres y a mi hermana, puesto que con su paciencia, con sus enseñanzas y con el esfuerzo que han realizado, me permitieron llegar a este día. Su sacrificio y su empeño, seguiré recompensándolo por el resto de mi vida. Este logro es de ustedes y para ustedes.

Agradecimientos

Mis sinceros agradecimientos a los ingenieros José Camacho Castro y Carlos Fernández Chaves por su guía académica, enseñanzas y consejos para el desarrollo de la presente investigación. Además por su colaboración y por la oportunidad que me han brindado de iniciar mi formación laboral y profesional.

Asimismo, quiero expresar mi agradecimiento al Ing. Alejandro Navas Carro por toda la asesoría brindada para culminar exitosamente este proyecto.

Finalmente, quiero agradecer a mis amigos que siempre estuvieron pendientes del desarrollo de este proyecto.

Hernández Carranza, Jorge.

Diseño estructural de silos de concreto postensado para almacenamiento de cemento: Comparación de la norma del American Concrete Institute y el Eurocode

Proyecto de Graduación – Ingeniería Civil – San José, C.R.:

J. Hernández C., 2012

iv,193, [2]h; ils. col – 67 refs.

RESUMEN

El proyecto comprende el diseño estructural de un silo aislado de concreto postensado para el almacenamiento de cemento. La estructura se diseñará siguiendo primero la norma del American Concrete Institute. Luego se diseñará la misma estructura nuevamente pero siguiendo la norma del Eurocode. Para entonces realizar una estimación de cantidades y poder comparar los dos diseños. Esto con el fin de determinar cuál es el más recomendado para el diseño de este tipo de estructuras.

Se diseñaron dos silos sometidos a las cargas correspondientes para este tipo de estructuras, utilizando para uno los lineamientos del American Concrete Institute y para el otro los de Eurocode. Las variaciones se daban en las presiones que se generan debido al material almacenado. Se harán comparaciones de las solicitaciones que considere cada código. Además se compararan mediante la estimación de cantidades de materiales, para analizar el efecto que tienen las diferencias entre los códigos, en el diseño final de las estructuras.

Se encontraron diferencias en el refuerzo de 5% para el acero de refuerzo convencional y de 12% para el acero de postensión. El volumen de concreto resulto ser el mismo para ambos diseños. Se concluye que el diseño realizado siguiendo los lineamientos del ACI resulta más económico y cumple con todas las especificaciones del ACI.

SILO; AMERICAN CONCRETE INSTITUTE; EUROCODE; POSTENSADO; CEMENTO

Ing. José Manuel Camacho Castro, M.Sc.

Escuela de Ingeniería Civil

Índice

Índice de Figuras	vii
Índice de Cuadros.....	viii
1. INTRODUCCION	0
1.1 Justificación	0
1.1.1 El problema específico.....	0
1.1.2 Importancia	1
1.2 Objetivo.....	2
1.2.1 Objetivo general	2
1.2.2 Objetivos específicos	2
1.3 Delimitación del problema	3
1.3.1 Alcances.....	3
1.3.2 Limitaciones.....	4
2. COMPORTAMIENTO DE MATERIALES ALMACENADOS EN SILOS	5
2.1.1 Introducción	5
2.1.2 Teoría de Janssen	5
2.1.3 Teoría de los hermanos Reimbert.....	8
2.1.4 Flujo del material almacenado	10
2.1.5 Antecedentes experimentales	12
2.1.6 Antecedentes Numéricos	23
2.1.7 Antecedentes en relaciones constitutivas	33
2.1.8 Normativa de cálculo de silos.....	51
3. CONCEPTOS DE PREEFORZADO	58
4. MODELOS ESTRUCTURALES	62
4.1 Definición de Variables.....	63
4.1.1 Materiales.....	63
4.1.2 Altura y diámetro de la estructura.....	63
4.1.3 Espesor de las paredes	64
4.1.4 Tolva	64
4.1.5 Cimentación.....	64
4.1.6 Tipo de suelo:	65

4.1.7	Caracterización sísmica.....	65
4.1.8	Material Almacenado	66
4.2	Descripción de las Cargas	66
4.2.1	Carga muerta	66
4.2.2	Carga viva	67
4.2.3	Carga por sismo	68
4.2.4	Carga por Temperatura	68
4.2.5	Combinaciones de carga.....	69
4.3	Modelo Estructural en SAP2000.....	69
4.3.1	Generalidades y Geometría	70
4.3.2	Cargas (ACI)	78
4.3.3	Cargas (Eurocode).....	85
4.4	Resultados del Análisis Estructural.....	85
4.4.1	Análisis modal y derivas.....	86
4.4.2	Fuerzas en el silo	97
4.5	Resultados del Diseño Estructural basado en ACI.....	97
4.5.1	Superestructura	123
4.5.2	Tolva	126
4.5.3	Cimentación.....	136
4.6	Resultados del Diseño Estructural basado en Eurocode.....	136
4.6.1	Superestructura.....	162
4.6.2	Tolva	165
4.6.3	Cimentación.....	175
5.	Análisis y comparación de los resultados	180
6.	Conclusiones y Recomendaciones.....	180
6.1	Conclusiones.....	182
6.2	Recomendaciones	183
7.	Referencias Bibliográficas.....	189
8.	Apéndices.....	189
	Apéndice A. Carga de Viento	189

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Equilibrio de fuerzas en un elemento diferencial	6
Figura 2. Silo cilíndrico	9
Figura 3. Tipos de Flujo.	11
Figura 4. Límites aproximados entre flujo másico y flujo de tubo para tolvas cónicas.	12
Figura 5. Presiones laterales medidas por Kim	14
Figura 6. Presiones verticales (q) y horizontales (p)	15
Figura 7. Presiones laterales en el llevado y en el vaciado	17
Figura 8. Flujo de tubo (Formación)	20
Figura 9. Estados del material almacenado.	21
Figura 10. Patrones de flujo en la descarga.....	22
Figura 11. Distribución de presiones sobre la pared del silo.....	25
Figura 12. Presiones sobre las paredes de un silo con fondo plano.	26
Figura 13. Presiones sobre las paredes de un silo con tolva cilíndrica.....	27
Figura 14. Distribución de presión horizontal sobre las paredes para análisis estático y dinámico.....	28
Figura 15. Comparación de las distribuciones obtenidas con modelos de elemento finito.....	30
Figura 16. Tipos de flujo en la descarga.	54
Figura 17. Tipos de flujo en la descarga.	54
Figura 18. Presiones en la tolva.....	57
Figura 19. Viga simplemente apoyada.....	59
Figura 20. Viga simplemente apoyada con presfuerzo	60
Figura 21. Viga simplemente apoyada con presfuerzo excéntrico	61
Figura 22. Viga simplemente apoyada con presfuerzo excentricidad variable	61
Figura 23. Detalle de Estructura	64
Figura 24. Detalle de Cimentación.....	65
Figura 25. Espectro de respuesta, Zona III y suelo S3	67
Figura 26. Masa del material almacenado.....	68
Figura 27. Vista General del Silo.....	69
Figura 28. Vista interior y detalle de tolva.....	70
Figura 28. Carga Viva en losa de techo (200 kg/m ²)	71
Figura 29. Variación K _t con espesor de la pared.....	72
Figura 31. Carga de Temperatura	72
Figura 32. Presiones por descarga y llenado.....	76
Figura 33. Presiones por descarga y llenado.....	77
Figura 34. Presiones por descarga y llenado en tolva	77
Figura 35. "Patch load"	79
Figura 36. Presiones por descarga y llenado.....	83
Figura 37. Presiones por descarga y llenado.....	84

Figura 38. Presiones por descarga y llenado en tolva	84
Figura 39. Deformación del silo para sismo (La deflexión en el punto más alto es de 12 mm)	86
Figura 40. Fuerzas de tensión horizontal (Hoop Forces) (Ton/m)	87
Figura 41. Momentos Flexionantes Horizontales (Ton-m/m).....	88
Figura 42. Fuerzas de tensión vertical (Ton/m).....	89
Figura 43. Momentos Flexionantes Verticales (Ton-m/m).....	89
Figura 44. Fuerzas de compresión con sismo (Ton/m).....	90
Figura 45. Fuerzas de compresión sin sismo (Ton/m) Figura.....	91
Figura 46. Fuerzas de cortante (Ton/m).....	91
Figura 47. Envolvente de Fuerzas F11 (Circunferencial) (Izq. Max) (Der. Min) (Ton/m).....	92
Figura 48. Envolvente de Fuerzas F22 (Meridional) (Izq. Max) (Der. Min) (Ton/m)	93
Figura 49. Envolvente de Fuerzas Cortantes (Izq. Max) (Der. Min) (Ton/m).....	93
Figura 50. Comparación de presiones.....	176

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Coeficientes de sobrepresión lateral en el vaciado	18
Cuadro 2. Clasificación de las clases de confianza en silos.....	51
Cuadro 3. Clasificación de Esbeltez del silo.....	52
Cuadro 4. Clasificación del silo según espesor de pared.....	52
Cuadro 5. Clasificación del silo según aspereza de la pared.....	52
Cuadro 6. Combinación de las propiedades del material para distintos tipos de acciones	53
Cuadro 7. Coeficiente de sobrepresión para la descarga de silos.....	56
Cuadro 8. Materiales	63
Cuadro 9. Propiedades del Material.....	66
Cuadro 10. Combinaciones de carga.....	68
Cuadro 11. Parámetros para el cálculo de presiones.....	74
Cuadro 12. Presión del material almacenado.....	75
Cuadro 13. Parámetros para el cálculo de presiones.....	81
Cuadro 14. Presión del material almacenado.....	82
Cuadro 15. Masa Participativa.....	85
Cuadro 16. Periodos fundamentales de la estructura.....	85
Cuadro 17. Fuerzas de Diseño	94
Cuadro 18. Reacciones en la base para ACI	95
Cuadro 19. Reacciones en la base para Eurocode	96
Cuadro 20. Cuadro comparativo del refuerzo	178
Cuadro 22. Cuadro comparativo del refuerzo	179
Cuadro 23. Cuadro comparativo (Resumen).....	179

1. INTRODUCCION

1.1 Justificación

1.1.1 *El problema específico*

El problema planteado nace con el diseño y construcción de silos para almacenamiento de cemento en Ecuador. Estos silos, propiedad de la empresa Holcim, fueron diseñados por distintas compañías del mundo. Para fiscalizar y revisar que los diseños fueran apropiados se contrató a una empresa nacional. Mientras se revisan los diseños, se han nacido dudas sobre algunas consideraciones necesarias para el diseño estructural.

A la hora de realizar el diseño estructural de un silo, se deben realizar varias revisiones de diferentes condiciones que pueden afectar la estructura. Debido a la existencia de diferencias entre los códigos de diseño, se han presentado dudas en los diseños de estas estructuras. Entre las normas utilizadas para el diseño estructural de silos se encuentran la norma del *American Concrete Institute (ACI)* y el *Eurocode*. Sin embargo, cuando se hace una revisión de estas normas resaltan diferencias en las consideraciones para realizar el diseño.

Por ejemplo, el Eurocode considera el flujo asimétrico del material almacenado mientras que el ACI 313-97 recalca que se deben tener en cuenta las sobrepresiones inducidas, pero no propone ningún procedimiento concreto para su cálculo. Una diferencia como esta puede llevar a variaciones en dimensiones y costos. También abordan de forma diferente la consideración de los efectos de diferenciales de temperatura, debidas al almacenamiento de materiales.

Debido a esto, se pretende hacer la comparación y poder identificar los alcances y limitaciones que posee cada código, para que al realizar diseños estructurales de silos estos alcances y limitaciones se consideren en el futuro.

1.1.2 Importancia

Diseños recientes de silos de concreto en Ecuador, propiedad de la empresa Holcim, se muestran algunas dudas que se deben principalmente a la no consideración de diversos efectos que se pueden dar en estas estructuras. Generalmente se deben al comportamiento del material almacenado, diferenciales de temperatura e inclusive la no consideración de las condiciones de servicio que debe respetar el silo. Una de las razones de esto son las diferencias existentes entre los códigos con uso más extendido entre los diseñadores, el ACI y el Eurocode. A raíz de esto es importante hacer la comparación y determinar los alcances y limitaciones que posee cada código.

Para esto se pretende realizar el diseño de un silo para el almacenamiento de cemento, por medio de la norma ACI y otro por medio de la norma Eurocode. Luego se compararan ambos diseños para identificar las diferencias que existen. Se realizará una estimación de cantidades de materiales para cada diseño. Al no existir un precedente en el país para el diseño estructural de silos de concreto postensado, este proyecto pretende servir como guía para futuros diseños de estructuras similares. Es importante realizar todo el proceso de diseño, no solo la determinación de presiones. Esto porque un cambio en las presiones, se ve reflejado directamente en el refuerzo de las paredes del silo. Un cambio en este aspecto puede generar grandes variaciones en las cantidades de materiales debido al tamaño de la estructura. Esto afectará el comportamiento ante un sismo y el tamaño de las fundaciones. Por estas razones no solo se debe limitar el trabajo a determinar las presiones que generan los materiales almacenados.

1.2 Objetivo

1.2.1 Objetivo general

- Comparar el diseño estructural de silos de concreto postensado para almacenamiento de cemento, por medio de la norma *ACI 313-97* y el *Eurocode 1 y 2*

1.2.2 Objetivos específicos

- Diseñar los silos mediante los procedimientos indicados en la norma del *American Concrete Institute (ACI 313-97)*.
- Diseñar los silos mediante los procedimientos indicados en el *Eurocode 1 y 2*
- Analizar el modelo de la estructura y todas las cargas que sobre esta actúan mediante el programa SAP2000
- Identificar los alcances y limitaciones que cada método utilizado presenta
- Realizar una estimación de cantidades de materiales para cada diseño
- Presentar las consideraciones que se deben realizar a la hora de utilizar cada una de las normas analizadas

1.3 Delimitación del problema

1.3.1 Alcances

El proyecto propuesto comprende el diseño estructural de un silo aislado para el almacenamiento de cemento ubicado en Ecuador. La estructura se diseñará siguiendo primero la norma del American Concrete Institute. Luego se diseñara la misma estructura nuevamente pero siguiendo la norma del Eurocode. Para entonces hacer la comparación entre los dos diseños.

Se harán comparaciones de las solicitaciones que considere cada código. Además se compararan mediante la estimación de cantidades de materiales, para analizar el efecto que tienen las diferencias entre los códigos, en el diseño final de las estructuras. Esta comparación es importante debido a la necesidad de tener en cuenta la economía y el impacto ambiental. Si se utilizan menos materiales se tendrá menor impacto y costos menores.

Las dimensiones de la estructura se supondrán y estas serán acordes a los tamaños típicos de los silos. Se definirán las dimensiones siguientes: altura, diámetro, volumen de almacenamiento. De acuerdo a estas dimensiones se realizarán los diseños. Es importante recalcar que el silo tendrá una geometría circular y no se considerarán otras geometrías.

El proyecto incluye el diseño de la superestructura, la cimentación y la tolva. Para la superestructura se utilizará concreto postensado, colado en sitio. Para la cimentación se supondrá que la estructura se encuentra en una zona con un suelo muy bueno. Además, la cimentación se realizará por medio de una losa de fundación. En cuanto a la tolva, se considerará una forma, cono. Se tomará en cuenta que exista una descarga concéntrica del material almacenado. Para determinar las presiones debidas al material almacenado se utilizarán las metodologías y formulas que se presentan y recomiendan las normas a utilizar. No se modelarán estas en el análisis estructural en el programa SAP2000.

Se realizará el diseño sismorresistente de acuerdo a los códigos de la zona donde se encuentra la estructura, y de acuerdo a la respectiva norma utilizada, ya sea ACI o Eurocode. Se tomarán en cuenta cargas laterales (sísmicas o de viento). Se tomarán en cuenta los

efectos de los diferenciales de temperatura entre el material almacenado y las paredes de la estructura, y se hará el diseño correspondiente con estos efectos. El análisis estructural se realizará en el programa SAP2000. Este programa se utilizará para determinar las fuerzas a las que se verá sometida la estructura y los desplazamientos debido a cargas gravitacionales y laterales. No se generarán planos constructivos ni especificaciones.

Se utilizarán las combinaciones de carga del CSCR-2010 así como las combinaciones del ASCE 7-10. Esto para poder realizar una comparación solo de los métodos utilizados para calcular la presiones del material almacenado y no tener variaciones debido a los factores de ponderación que utilizan las combinaciones de Eurocode y ACI.

1.3.2 Limitaciones

La ubicación de la estructura a diseñar es una limitación, ya que no se puede conocer a fondo el lugar donde será construido el silo. Esto hace que no se pueda conocer con certeza el tipo de suelo, tener una idea de las condiciones climáticas, sísmicas, etc. Esto hace que la disponibilidad de información sea restringida.

En cuanto al material que se va a almacenar, existen varias incertidumbres. No se sabe un valor exacto sobre la temperatura a la que estará el material al ser ubicado dentro del silo. Se tiene un rango de estas temperaturas. También los valores para caracterizar el material como el ángulo de fricción, densidad y cohesión, son tomados de tablas que se obtienen de las normas a utilizar. No se pueden realizar ensayos en el material a almacenar.

Para el modelo que se analizará en el programa SAP2000, solo se modelarán las cargas gravitacionales y sísmicas. Esto debido a la incertidumbre que existe para la determinación de la variación de la presión del material almacenado con la deformación que experimentan las paredes del silo. El cálculo de esas presiones se realizarán con las metodologías propuestas por las normas que se van a utilizar. Se deben tomar en cuenta las mismas limitaciones que tienen las teorías que se han desarrollado para determinar el comportamiento del material almacenado. Todavía hay incertidumbres sobre los efectos de vaciado y llenado, y sobre los efectos de la fricción entre el material almacenado y las paredes.

2. COMPORTAMIENTO DE MATERIALES ALMACENADOS EN SILOS

2.1.1 Introducción

Los silos son estructuras ampliamente utilizadas en todo el mundo para el almacenamiento de numerosos productos agrícolas y no agrícolas, como granos, forrajes, harinas, cemento, clinker, coque, etc. Las tipologías de silos existentes son muy variadas, tanto en su forma como en los materiales empleados en su construcción. Entre las formas se pueden encontrar silos rectangulares, circulares y con formas poligonales. Los materiales más utilizados para la construcción son concreto y acero. En el pasado el aumento en el uso de los silos para el almacenamiento tuvo como consecuencia varios accidentes y fallas estructurales. Por esto comenzaron a realizarse estudios en silos para lograr estimar las acciones producidas sobre la estructura y así realizar un diseño más seguro y eficiente. La teoría desarrollada por Janssen (1895) para el cálculo de los empujes del material sobre las paredes, ha sido la que más impacto ha tenido. Esto a pesar de las investigaciones de los hermanos Reimbert (Reimbert, 1976), incluso la teoría de Janssen (1895) es la referencia de la normativa vigente para el American Concrete Institute (ACI) y el Eurocode.

2.1.2 Teoría de Janssen

La teoría de Janssen es desarrollada para la estimación de las presiones verticales que se producen en el interior de la masa del material almacenado, y las presiones horizontales que se ejercen sobre la pared del silo a distintas alturas. La teoría hace ciertas suposiciones para realizar los cálculos, entre estas:

- Las presiones verticales (p_v) permanecen constantes en el caso de superficies horizontales
- El ángulo de rozamiento entre la pared y el material almacenado (δ) es constante

- El peso específico del material almacenado (γ) no varía en ningún punto del silo
- Se considera que las paredes del silo son completamente rígidas
- La relación entre las presiones horizontales y verticales (k) es constante para cada altura del silo, y es igual a:

$$k = \frac{p_h}{p_v} \text{ Ecuación 1}$$

Donde p_h es la presión horizontal y p_v la presión vertical

- Se aplican las teorías de Mohr-Coulomb y Rankine para los materiales granulares almacenados en el silo

Se considera un elemento diferencial situado a una profundidad z y con una altura dz , donde se establece un equilibrio de fuerzas, a partir del cual se podrán calcular las presiones ejercidas sobre la pared en cada altura del silo. En la Figura 1 se puede ver el equilibrio de fuerzas.

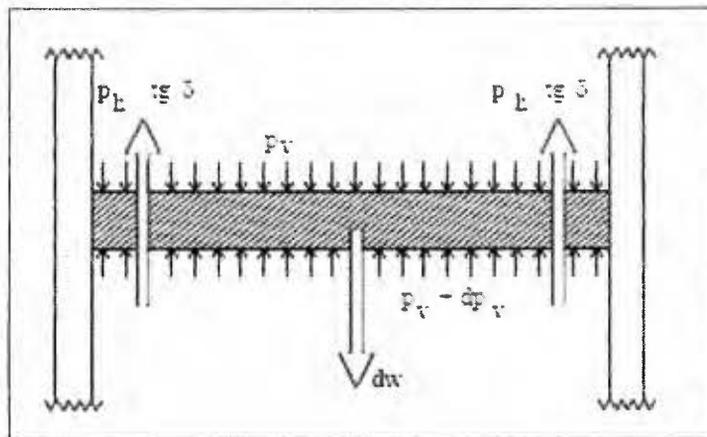


Figura 1. Equilibrio de fuerzas en un elemento diferencial

Fuente: Ravenet (1977)

Cuando el material almacenado se encuentra en reposo se establece un equilibrio entre el peso del elemento diferencial (dw) y las presiones verticales existente (p_v y $p_v + dp_v$), y las fuerzas de rozamiento aparecidas debido al empuje del material sobre las paredes ($p_h \tan \delta$).

$$p_h \cdot \tan\delta \cdot dz \cdot U + (p_v + dp_v - p_v) \cdot A - dw = 0 \quad \text{Ecuación 2}$$

$$dw = \gamma \cdot A \cdot dz \quad \text{Ecuación 3}$$

Donde U es el perímetro de la pared del silo para la altura z considerada, A es el área de la sección. La relación entre la presión horizontal y la presión vertical se puede expresar en forma diferencial:

$$k \cdot dp_v = dp_h \quad \text{Ecuación 4}$$

Resolviendo las ecuaciones anteriores se obtiene la formula general de Janssen para el cálculo de la presión sobre las paredes de un silo:

$$p_h = \frac{\gamma \cdot R}{\mu \cdot k} \left(1 - e^{-\frac{\mu k z}{R}} \right) \quad \text{Ecuación 5}$$

Donde μ es coeficiente de rozamiento con la pared ($\mu = \tan\delta$), R es el radio hidráulico de la sección del silo ($R = A/U$). Entre las principales limitaciones de la teoría de Janssen está la selección del valor de k. Koenen (1895) propuso la tasa para el estado activo de presiones de Rankine:

$$k = \frac{1 - \text{sen}\varphi}{1 + \text{sen}\varphi} \quad \text{Ecuación 6}$$

Donde φ es el ángulo de reposo del material almacenado. Otros experimentadores expresaron que los valores que se obtenían de la ecuación anterior eran excesivamente bajos, por lo que se propuso siguiente relación. Esta relación es la que recomienda el ACI 313-97 para el cálculo de k:

$$k = 1 - \text{sen}\varphi \quad \text{Ecuación 7}$$

A lo largo del siglo XX se realizaron numerosos ensayos experimentales en silos. Como consecuencia de estas investigaciones, se pudo concluir que las presiones predichas por la ecuación de Janssen para un silo se ajustaban bastante bien a los valores experimentales medidos. Sin embargo, algunos fenómenos registrados como la sobrepresión durante los primeros instantes del vaciado o las asimetrías de las presiones durante el llenado provocan que la ecuación Janssen no pueda ser aplicada de forma universal.

2.1.3 Teoría de los hermanos Reimbert

La teoría de Janssen es la más usada actualmente y constituye la base de los códigos vigentes. Aun así, durante la década de 1940 se demostró que durante el vaciado podían producirse presiones horizontales hasta cuatro veces mayores a las deducidas por la fórmula de Janssen. Por esto se comenzaron a desarrollar otros métodos de cálculo, como el de los hermanos Reimbert. El método de Janssen suponía un valor constante para k , que no era afectado por la profundidad del silo considerada, su forma geométrica o su radio hidráulico. Los resultados experimentales obtenidos por los hermanos Reimbert demostraban que esa suposición de Janssen era errónea. Con el método de los hermanos Reimbert, la presión y la carga sobre el fondo son equilibradas con la fuerza de rozamiento generada en la fricción del grano con la pared (F_2), la cual depende a su vez de la profundidad considerada. En la Figura 2 se muestra un silo cilíndrico, donde dada una profundidad inicial $z=0$, la carga inicial (Q_0) es igual al peso de la parte superior del material almacenado:

$$Q_0 = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \gamma \cdot S \cdot h \quad \text{Ecuación 8}$$

Donde S es la sección transversal del silo analizado y h es la altura del triángulo superior. Se puede expresar $h=r \tan \varphi$, donde r es el radio del silo.

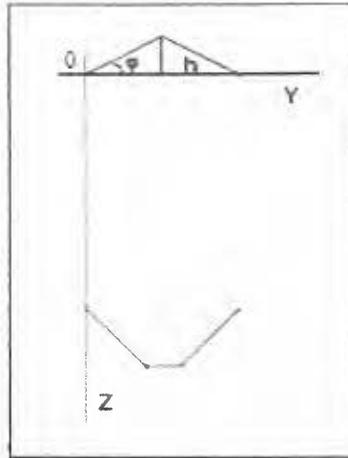


Figura 2. Silo cilíndrico

Se establece un equilibrio de fuerzas en una sección diferencial del silo (dz). Las expresiones que determinan p_h y p_v a una determinada profundidad son:

$$p_h = \frac{dF_z/dz}{U \cdot \mu} \quad \text{Ecuación 9}$$

$$p_v = \gamma \cdot \left(z + \frac{h}{3} \right) - \frac{F_x}{s} \quad \text{Ecuación 10}$$

Según esta teoría la relación entre las presiones horizontales y verticales (k), se obtiene directamente al dividir las ecuaciones 8 y 9. Se comprobó que la fuerza de rozamiento es función de la profundidad z , y se puede calcular con la $F_z = \frac{\gamma \cdot s \cdot z^2}{z+a}$ Ecuación 11:

$$F_z = \frac{\gamma \cdot s \cdot z^2}{z+a} \quad \text{Ecuación 11}$$

$$a = \frac{Q_{\max} - Q_0}{\gamma \cdot s} \quad \text{Ecuación 12}$$

La presión sobre el fondo del silo (Q_{\max}) coincide en las teorías de Reimbert y Janssen, siendo este valor igual a:

$$Q_{\max} = \frac{\gamma \cdot S \cdot U}{4 \mu \tan \delta \cdot \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)} \quad \text{Ecuación 13}$$

Por lo tanto, las expresiones para las presiones horizontales y verticales, para un silo con cualquier geometría serán:

$$p_h = \frac{\gamma \cdot S}{U \cdot \mu} \left[1 - \left(\frac{z}{a} + 1\right)^{-2} \right] \quad \text{Ecuación 14}$$

$$p_h = \gamma \cdot \left[z \cdot \left(\frac{z}{a} + 1\right)^{-1} + \frac{h}{3} \right] \quad \text{Ecuación 15}$$

Esta teoría ha sido considerada en alguna normativa, pero una revisión realizada demostró que las teorías de Janssen y Reimbert son equivalentes, y solo representan dos supuestos distintos sobre el coeficiente k. La teoría de Reimbert tiende a sobreestimar las presiones laterales en relación con las previstas por Janssen. No solo la geometría del silo es fundamental, sino que existe una notable influencia de los parámetros que definen al material almacenado. La teoría de Reimbert da valores de presiones considerablemente superiores a los reales y no se aconseja su uso para solos de paredes lisas. Además, según esta teoría el coeficiente k disminuye con la profundidad mientras que análisis de elemento finito demuestran lo contrario.

2.1.4 Flujo del material almacenado

En el momento de abrir la boca de la tolva, se inicia el movimiento de la masa del material almacenado. Este flujo puede ser principalmente de dos tipos:

- Flujo másico: toda la masa se pone en movimiento. Debido a esto se generan grandes incrementos en las presiones laterales durante el vaciado. Se puede ver este tipo de flujo en la Figura 3.

- Flujo de tubo: a la hora de abrir la boca de la tolva, solo se pone en movimiento la zona que se encuentra por encima de la boca, generalmente la zona central. Cuando se tiene flujo de tubo, no se generan aumentos de presión durante el vaciado. Se puede ver este tipo de flujo en la Figura 3.

En silos donde se tiene flujo de tubo, el material no interacciona ni roza las paredes de la estructura. Por esto, el aumento de presión actúa solo en el mismo material almacenado que permanece estático alrededor del tubo. No se han propuesto criterios para la determinación y prevención de que se forme flujo masivo. Se conocen factores que contribuyen a evitar el incremento de las presiones debido a flujo másico. La rugosidad de las paredes, poca inclinación de la tolva y velocidades de descargar lentas. Se sabe además que el flujo másico ocurre cuando el ángulo de la tolva es grande y la boca de esta es lo suficientemente amplio para que el material fluya. En ocasiones se puede caer en un flujo intermedio entre el másico y el de tubo. Esta condición se da cuando la tolva no es lo bastante lisa ni inclinada para permitir in flujo masivo ni presiones desiguales.

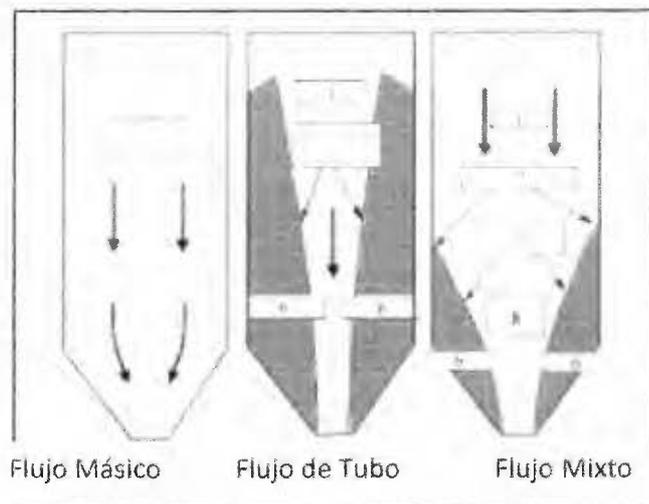


Figura 3. Tipos de Flujo.

Fuente: ENV 1991-4 (2006)

En la Figura 4 se muestra un grafico que relaciona el ángulo de inclinación de la tolva y el ángulo de fricción entre las paredes de la tolva y el material almacenado. El grafico considera tolvas con forma cónica.

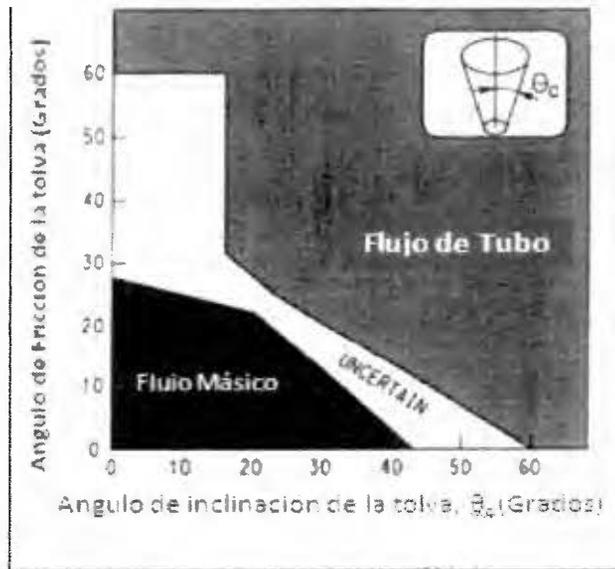


Figura 4. Límites aproximados entre flujo másico y flujo de tubo para tolvas cónicas.

Fuente: ACI 313R-97

2.1.5 Antecedentes experimentales

La realización de ensayos experimentales es fundamental para comprender el comportamiento del material almacenado en los silos o para conocer las presiones máximas que pueden producirse en cada caso. A lo largo del siglo XX se han realizado numerosas pruebas en distintos tipos de silos: silos de laboratorio, silos modelo, silos industriales en operación y silos a escala real. Las dos primeras clases han sido tradicionalmente empleadas en el estudio del flujo del material porque sus menores dimensiones los convierten en idóneos para garantizar un control adecuado de todos los parámetros. Sin embargo, el efecto de escala provoca que sean inapropiados para la investigación de presiones. Por esto, los silos industriales en operación y los silos a escala real son los más aconsejables para registrar mediciones de las presiones en las paredes.

En relación con la experimentación en silos, existen dos grandes líneas de trabajo: la enfocada hacia el comportamiento estructural y una segunda enfocada con el comportamiento del material almacenado. Los principales objetivos que se asocian a la línea estructural son la determinación de las presiones durante el llenado y el vaciado, dando

especial importancia a las sobrepresiones producidas durante el vaciado, o la evolución de ciertos aspectos como el coeficiente de rozamiento con la pared o el coeficiente de presiones horizontales y verticales, k .

Presiones en los silos

La experimentación en silos acerca de su comportamiento estructural está condicionada por la necesidad de instalaciones con dimensiones bastante considerables, lo cual reduce la posibilidad de realizar ensayos. La mayor parte de los ensayos realizados en silos de grandes dimensiones fueron hechos por investigadores rusos. Así, Tachtamishev ensayo entre 1938 y 1940 silos con grano, determinado que en el vaciado se alcanzaban presiones normales a la pared de 2 a 3 veces superiores a las previstas según el método de Janssen.

Sin embargo, durante la década de 1950, varios equipos de investigación rusos realizaron ensayos en silos de grandes dimensiones. Los trabajos de Petrov (1958) se hicieron en dos silos cilíndricos industriales en operación, construidos en hormigón con fondo plano que se usaban para el almacenamiento de cemento. Tenían diámetros de 8 y 10 m, alturas de 17 y 25 m y espesores de pared de 18 y 20 cm, respectivamente. Las mediciones en las paredes se realizaron con galgas extensiométricas situadas a distintas alturas del silo, habiéndose registro también la temperatura del cemento. Se observó que las presiones registradas en el llenado, en la zona de mayor profundidad del silo, eran superiores entre 1.4 y 1.6 veces a los valores previstos según la ecuación de Janssen. Por otro lado, las presiones registradas en la descarga aumentaban aun más, siendo entre 1.5 y 2,2 veces las obtenidas con el método de Janssen. A partir de estos datos experimentales, este equipo propuso que para los dos tercios inferiores del silo se empleara un coeficiente de sobrepresión de 2 en descarga concéntrica y 2.2 en descarga lateral. Además, se recomendó que para el tercio superior el coeficiente fuera de 1.5.

Kim (1959) realizó ensayos en elevadores de grano para paliar las roturas que se producían durante el vaciado. Se trataba de silos cilíndricos con 6 m de diámetro, 33 m de altura y poseían unos anillos de madera para la rigidización del silo. Según se aprecia en la Figura 5, la curva de presión para el vaciado con flujo másico B tiene un comportamiento errático. En cuanto a la curva C, esta es la proporcionada para las zonas de los anillos de madera, donde las presiones aumentan, por lo que se consideró que no eran protecciones efectivas.

Finalmente la curva D corresponde al vaciado con una columna enrejada cuadrada desde la apertura de la descarga hasta la parte superior, consiguiendo eliminar las sobrepresiones y ajustándose a la curva de Janssen.

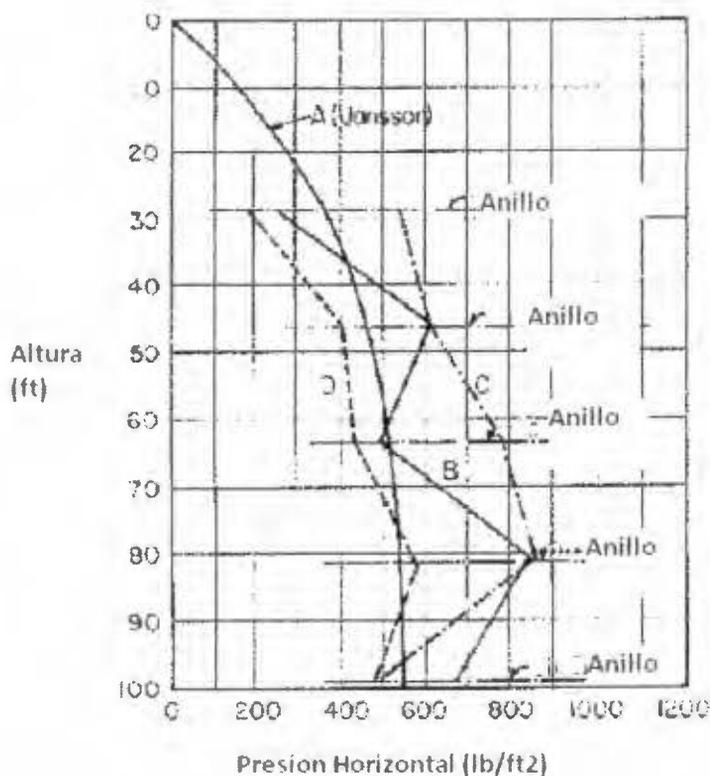


Figura 5. Presiones laterales medidas por Kim

Fuente: Kim, 1959

Asimismo, Kim apreció que no había influencia de la velocidad de llenado en las presiones ejercidas sobre la pared, y que la densidad del material a una misma profundidad era inferior en el vaciado. También informo de un aumento de la presión en el vaciado. Finalmente se detecto que el rozamiento vertical del grano con la pared era mayor en la descarga, algo que posteriormente no ha sido confirmado por otros trabajos.

En el mismo año, Petrov y Kovtun (1959) realizaron pruebas en silos cilíndricos de concreto de fondo plano, empleados para almacenar trigo. En la Figura 6 se observa que las presiones

obtenidas para el llenado eran similares a las deducidas según la ecuación de Janssen, mientras que en el vaciado se producían sobrepresiones. En este caso, las presiones verticales aumentaban solo en 1.25 veces las registradas durante el llenado, mientras que las horizontales lo hacían 2.13 veces.

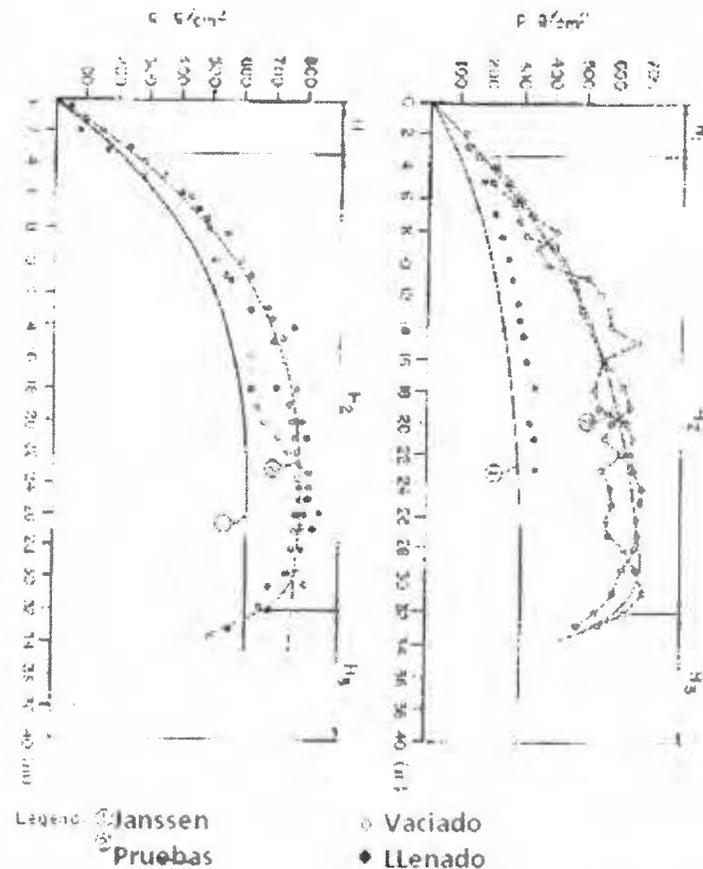


Figura 6. Presiones verticales (q) y horizontales (p)

Fuente: Petrov y Kovtun, 1959

A principios de los años 1960, el comité de elaboración de las normas DIN encargó al un equipo liderado por Klaus Pieper la realización de estudios en silos que permitieran la redacción de una norma sobre estas estructuras. Se utilizaron silos cilíndricos metálicos (Pieper y Wenzel, 1963) de 0.6 m de diámetro y 3 m de altura, y se realizaron ensayos con

arena y granos. Estos investigadores detectaron que el aumento de la velocidad de llenado provocaba un ligero incremento de la presión lateral.

Asimismo, se registraron presiones durante el vaciado 1.79 veces superiores a las de llenado y se detectó un menor rozamiento del grano con la pared durante el vaciado, hechos que corroboraron las conclusiones de otros investigadores. Además, se apreció que las descargas excéntricas producen presiones superiores, y que la relación entre presiones horizontales y verticales, k , aumenta en el vaciado y se sitúa en el rango de valores 0.7-1.35. Otras conclusiones obtenidas en este trabajo son la existencia de una mayor sobrepresión en las paredes lisas frente a las rugosas, y el hecho de que el ángulo de rozamiento con la pared no sólo depende del ángulo de rozamiento interno, sino que también es función de la rugosidad de la pared.

Los estudios realizados por Klaus Pieper fueron ampliados posteriormente con los ensayos realizados en silos modelo, en la Universidad de Braunschweig. Se ampliaron los estudios acerca del ángulo de rozamiento con la pared y se concluyó que la influencia de la rugosidad de la pared era despreciable. En relación con el vaciado excéntrico, se detectó que la sobrepresión máxima producida llegaba a ser un 40% superior al caso centrado y se situaba en la pared cercana a la boca de salida.

Los silos de concreto suelen poseer un cuerpo vertical único, por lo que los ensayos hechos por Sugita (1972) en un silo de concreto formado por una pared vertical cilíndrica y una tolva de descarga son muy interesantes. El silo tenía una altura total de 7 m y un diámetro interior de 2.15 m. En cuanto a la tolva, esta poseía una altura de 0.45 m y una boca de descarga centrada. La medición de las presiones se realizó mediante la disposición de equipos de presión y galgas extensométricas a distintas alturas de la pared del silo.

En la Figura 7 se pueden observar las presiones laterales registradas durante el llenado y el vaciado. Así, los valores medidos durante el llenado concuerdan bastante bien con las previsiones realizadas según la ecuación de Janssen, aunque presentan valores ligeramente superiores. En cuanto al estudio del vaciado, las sobrepresiones registradas variaban según la altura de la pared de acuerdo al siguiente esquema:

- Desde la galga 2-2 hasta la 5-6, el incremento de la presión durante el vaciado no excede el doble de la presión registrada en el llenado.

- En el tramo de pared situado entre la galga 5-6 y la 5-4, se alcanzan coeficientes de sobrepresión de un valor igual a cuatro.
- En la zona próxima a la unión entre el cuerpo vertical y la tolva (5-4 a 5-3), prácticamente no aparecen sobrepresiones.
- Finalmente en la parte inferior del silo las presiones descienden hasta un valor igual a 0.66 veces el registrado durante el llenado.

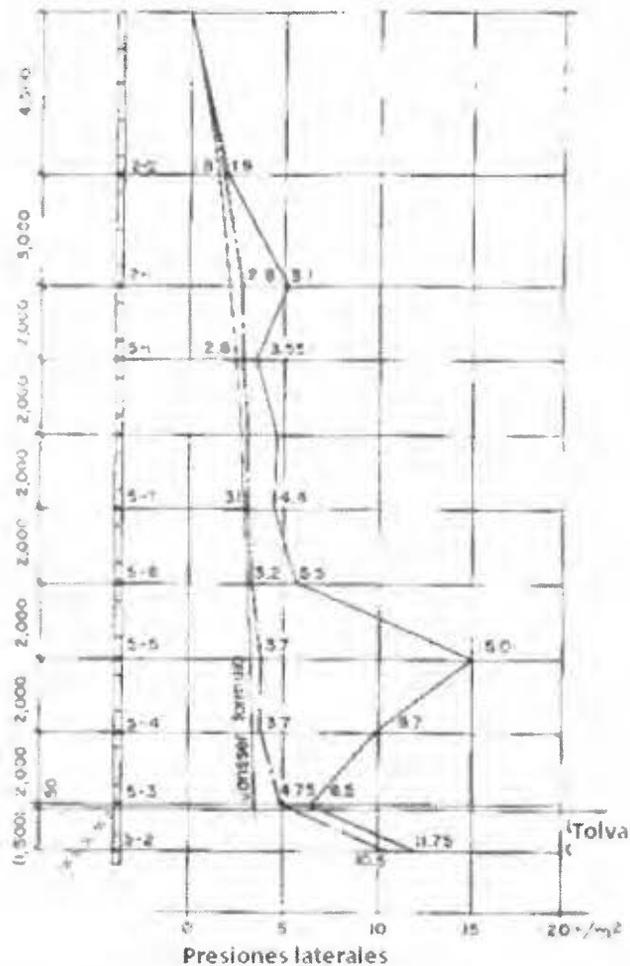


Figura 7. Presiones laterales en el llevado y en el vaciado

Fuente: Sugita, 1971

Los trabajos realizados por los hermanos Reimbert durante la década de los años 1970 (Reimbert y Reimbert, 1976) sirvieron de base para el desarrollo de la norma francesa de silos. Construyeron una maqueta de silo metálico para verificar la validez de la teoría de Janssen. Sin embargo, encontraron que esta sólo era válida cuando el material almacenado estaba en reposo y observaron que la relación entre presiones horizontales y verticales, k , no era constante ya que variaba con la profundidad y la forma geométrica del silo.

Estos autores realizaron también ensayos experimentales en silos de 100 toneladas de capacidad y sección cuadrada, con 4.1 m de lado y 10 m de altura. La medición de las presiones durante el llenado y el vaciado se realizó con 14 medidores instalados a distintas alturas. En el Cuadro 1 se puede ver que el coeficiente de sobrepresión detectado en el vaciado depende de la profundidad del silo considerada, aunque el material sea el mismo. Además los máximos coeficientes de sobrepresión no se obtuvieron en la base del silo, sino en la mitad de la altura de la pared vertical del silo.

Cuadro 1. Coeficientes de sobrepresión lateral en el vaciado

Ensayo Tipo 1		Ensayo Tipo 2	
Profundidad (m)	Coefficiente Sobrepresión	Profundidad (m)	Coefficiente Sobrepresión
2.2	1.39	2.2	1.69
4	1.76	5.2	2.39
6.5	1.61	9	1.86
9.5	1.14	9.7	1.45

Fuente: Reimbert y Reimbert, 1976

A lo largo de la década de 1970, el ingeniero español Juan Ravenet practicó ensayos en maquetas de silos (Ravenet, 1977) de sección cuadrada y con tolvas de inclinación variable. Asimismo, gracias al diseño de la maqueta, pudo ensayar silos de fondo plano. Las conclusiones que obtuvo fueron similares a las alcanzadas por otros investigadores, como las sobrepresiones durante el vaciado o el aumento de la sobrepresión cuando se producen vaciados excéntricos.

Kmita (1985) realizó mediciones durante el llenado y el vaciado en un silo modelo rectangular. Analizando las curvas de presiones obtenidas durante el vaciado, se obtuvo que

las sobrepresiones producidas en la descarga eran debidas a la formación de un sistema de vibración autoinducido por el propio material en movimiento. Así, este fenómeno era más acusado en la tolva y estaba relacionado con la fricción del material con la pared. Munch (1992) estudió la relación entre las presiones registradas y el tipo de flujo que presenta el material almacenado. Se puede destacar que aquellas partes de la pared donde el material está en movimiento, se producen fluctuaciones de la presión muy rápidas. Si el material cercano a la pared se encuentra en la zona sin movimiento, la presión registrada permanece más o menos constante hasta que el nivel del material almacenado alcanza dicha zona y empieza a moverse el grano. Por último, una importante conclusión de este trabajo es que existe influencia del método de llenado en las presiones obtenidas, tanto en el almacenamiento como durante el vaciado.

Flujo del material almacenado

Los primeros trabajos sobre el flujo del material en los silos se deben a los experimentos realizados por numerosos investigadores rusos desde finales de los años 1930 hasta finales de la década de 1950. Así, las investigaciones realizadas por Tachtamishev en 1941 en los silos de arena y trigo determinaron que el movimiento de las partículas en las zonas próximas a las paredes era menor que en el centro del silo (flujo de tubo). Como consecuencia, se observó que este flujo producía mayores presiones sobre las paredes que cuando el movimiento del grano era mayor en el interior del silo (flujo másico). Otros experimentos, gracias a la colocación de ventanas de cristal en las paredes del silo, contrastaron la existencia de dos tipos de flujo, másico y de tubo, y la aparición esporádica de un tercer tipo con un comportamiento intermedio entre los dos anteriores. También se corroboró que las presiones producidas dependían del flujo existente en el silo. Por otro lado, el flujo de tubo se producía en silos con un alto coeficiente de rozamiento con la pared y una relación altura/ancho elevada.

Los ensayos de vaciado en silos modelo realizados por Lenczner (1963) permitieron explicar el proceso de formación de un flujo de tubo. En los instantes iniciales del vaciado, se forma un pequeño canal de ancho similar al de la boca de salida que alcanza la parte superior del silo. Esta zona se caracteriza por el elevado movimiento del grano, en contraste con el grano situado en las inmediaciones del canal, que se encuentra en reposo. Posteriormente, dicho canal se ensancha progresivamente hasta que alcanza las paredes. En este último estado,

aparecen dos regiones en el fondo del silo situadas entre la boca de salida y la pared, donde el grano está completamente en reposo. Por otro lado, el material situado en la parte central descende más rápidamente hasta formar un ángulo igual al de rozamiento interno.

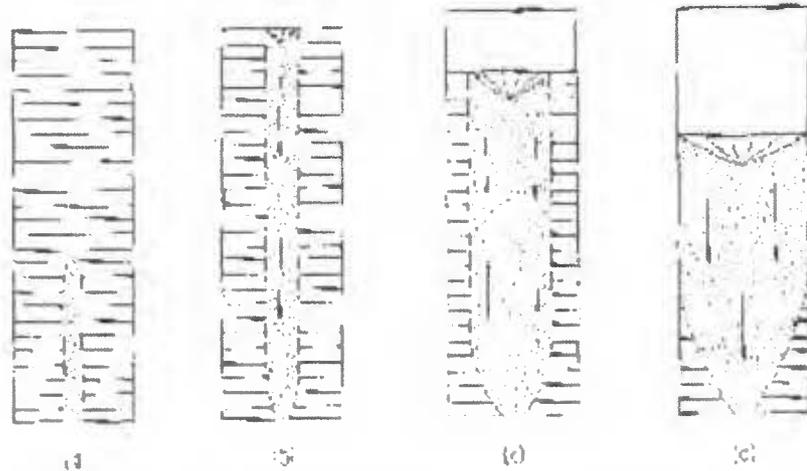


Figura 8. Flujo de tubo (Formación)

Fuente: Lenczner, 1963

Jenike y Johansson (1968) emprendieron numerosos trabajos a lo largo de los años 1960, fruto de los cuales concluyeron la existencia de tres estados del material como se observa en la Figura 9. Durante el reposo, el material almacenado se encuentra en estado activo, mientras que durante la descarga el estado es pasivo, y la presión sobre la pared aumenta. Sin embargo, en los instantes iniciales de la descarga existe una transición entre ambos estados, denominado estado de cambio. De esta manera, aparece una zona inferior en la tolva donde el estado ya es pasivo, mientras que en la parte superior el estado todavía es activo. Además, estos investigadores observaron un aumento de la presión sobre la pared en la zona donde se produce la transición entre ambos estados.

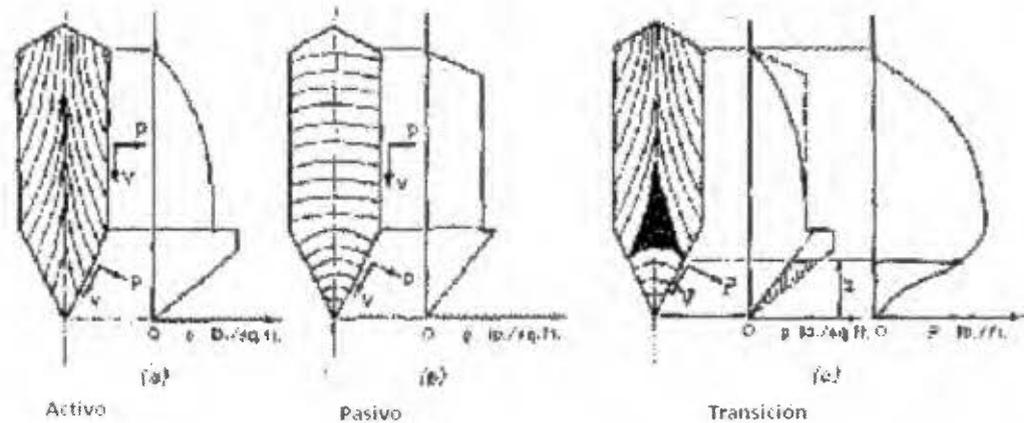


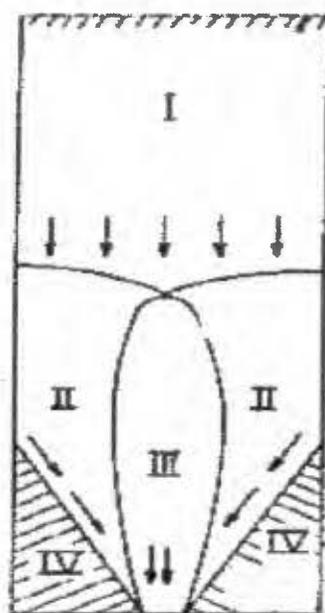
Figura 9. Estados del material almacenado.

Fuente: J&J, 1968

También se comprobó la existencia de un flujo de canal cuando se usaban tolvas poco inclinadas y la consiguiente aparición de una zona donde el material permanece en reposo. Por esto, el pico de presiones que aparecía en la unión del cuerpo cilíndrico con la tolva, es desplazado hasta el punto más alto de la zona donde el material se encuentra en reposo. Estos efectos hicieron que se recomendara diseños de tolvas alargadas para impedir la formación de zonas sin movimiento del grano y reducir la sobrepresión que ello provoca en la pared.

Deutsch y Clyde (1967) investigaron utilizando silos modelo utilizando arena. Como se observa en la Figura 10, el número de zonas del material durante la descarga es de cuatro. El material almacenado en el silo posee un flujo másico en la zona I, por lo cual todo el material se encuentra en movimiento, descendiendo hacia la boca de salida. Además, en la superficie libre del silo, el material sufre una depresión en la parte central, inclinándose hasta que forma un ángulo igual al de rozamiento interno. La zona III se caracteriza porque el material presente en ella adquiere altas velocidades debido a la proximidad de la boca de salida. En este caso, se produce una depresión vertical en el interior del silo, dándose lugar a una especie de tubo. De esta forma, el material situado en la zona II, sería realmente parte de la

zona I pero que sufre un progresivo aumento de velocidad hasta caer en la zona III. Finalmente, el material situado en la zona IV esta en reposo.



Patrones de Flujo

Figura 10. Patrones de flujo en la descarga

Fuente: D&C, 1967

En la década de 1970, el ingeniero español Juan Ravenet realizó varios estudios sobre el flujo de materiales almacenados (Ravenet, 1977). Utilizó una maqueta de caras transparentes, separadas 3 centímetros entre sí, con una relación altura/lado a 6 y empleando franjas de material de distinto color. Las principales conclusiones que obtuvo fueron: hasta una altura igual a 0.7 veces el lado de la celda aparecen zonas de material en reposo que amortiguan las sobrepresiones, y que permanecen en estado activo; el material situado sobre la zona en reposo posee una velocidad de descenso constante, ligeramente inferior en la cercanía a la pared debido al rozamiento; según avanza el vaciado y hasta una altura de 0.4 veces el lado, se forman zonas de material en reposo que siguen amortiguando las sobrepresiones; entre las alturas de 0.4 y 0.7 veces el lado. La masa ensilada tiene un movimiento lento donde apenas se varía el ángulo de rozamiento estático y las presiones sufren un ligero incremento.

2.1.6 Antecedentes Numéricos

Los grupos que trabajan en la simulación numérica del llenado y vaciado de silos difieren en el método numérico y en la formulación que utilizan. Otro aspecto en el que se encuentran diferencias es en la ley constitutiva para el material granular que cada grupo adopta.

Un aspecto común a todos los grupos es la necesidad de contar con una ley constitutiva que pueda ser adaptada a diferentes materiales granulares y definida con un número mínimo de parámetros a determinar experimentalmente. Una ley constitutiva general para los materiales granulares no cohesivos aún no es evidente.

Esto es afectado fuertemente por la falta de estudios experimentales, enfocados a determinar cuáles son las propiedades mecánicas relevantes y los factores que influyen en el manejo de materiales a granel. En general los diferentes grupos adoptan leyes constitutivas desarrolladas en el ámbito de la mecánica de los suelos, donde el fenómeno que estudian presenta similitudes y diferencias respecto de los que tienen lugar dentro de un silo. Entre las diferencias más relevantes se encuentra el rango de tensiones de interés. A continuación se presentan antecedentes numéricos y sus características relevantes.

Método de Elementos Finitos con formulación Euleriana

La ecuación de equilibrio dinámico es formulada en el marco de referencia Euleriano (que toma como referencia la configuración deformada del sistema) utilizando el principio de velocidades virtuales. El objetivo es determinar el campo de velocidades que cumpla con las condiciones de contorno cinemáticas. Häußler y Eibl (1984) utilizan una ley constitutiva viscoplástica incremental, la tasa de tensiones corrotacionales de Jaumann y una medida objetiva para la tasa de aceleración. Las tensiones de Cauchy son separadas en una parte dependiente y otra parte independiente de las tasas. En base a las leyes constitutivas independientes de las tasas con grandes deformaciones propuesta por Gudehus (1996), adaptan la ley elastoplástica para pequeñas deformaciones propuesta por Lade (1977) para arena. Adoptan para el material granular en movimiento un modelo que corresponde al de un fluido Newtoniano viscoso incompresible. Suponen que la densidad permanece constante en el espacio y el tiempo lo cual tiene como consecuencia que la matriz de masa sea constante,

mientras la matriz de masa convectiva depende del campo de velocidades a través del gradiente de velocidades y las fuerzas nodales internas dependen del campo de velocidades a través de la ley constitutiva. Suponen que la matriz de rigidez tangente es definida positiva y desprecian el término de masa convectivo, con lo cual obtienen un esquema de integración incondicionalmente estable. Para poder simular el proceso de llenado en forma incremental omiten los términos de masa y de viscosidad en la ecuación de gobierno. Häussler y Eibl (1984) presentan gráficos donde comparan las presiones que obtienen en la simulación del llenado con valores de presiones medidos experimentalmente para dos silos con distinta geometría.

También presentan gráficos con los campos de velocidades, los campos de tensiones principales en el material granular y las distribuciones de presiones en la pared obtenidos para diferentes tiempos durante la etapa de vaciado. Esta formulación, presenta dos inconvenientes: uno de ellos es que no se cumple la condición de densidad constante en el espacio y el tiempo, el otro inconveniente es la elección del número de viscosidad que afecta los valores de las velocidades y de las tensiones, y cuyos antecedentes físicos no están explorados. Otra desventaja es que todos los bordes están fijos, lo cual no permite incluir en la simulación la variación de la superficie libre de material durante el llenado y la descarga del silo.

Otros trabajos con una formulación similar son los desarrollados por Rombach y Eibl (1989), Schmidt y Wu (1989), Runesson y Nilson (1986) y Karlsson et al. (1998). En estos trabajos se evidencia que los autores buscan simplificar la relación constitutiva o trabajar con geometrías más complicadas como las que resultan de incorporar insertos en el interior del silo y simular el flujo a su alrededor. Si bien con ésta formulación se han obtenido algunos resultados importantes durante la descarga, existen una serie de limitaciones insalvables para esta formulación, principalmente en lo que se refiere al modelado del llenado del silo, a la utilización de relaciones constitutivas adecuadas para el material ensilado, la descripción del proceso transitorio y el análisis del flujo canalizado.

Método de Elementos Finitos con formulación Lagrangeana

En los trabajos que utilizan una formulación Lagrangeana del problema (que adopta a la configuración no deformada inicial del sistema como configuración de referencia) se

Guaita Fernández et al. (1996) simulan el llenado de silos cilíndricos y consideran dos hipótesis para el comportamiento del material granular: en un caso lo consideran como elástico y en otro como elastoplástico adoptando como superficie de fluencia el criterio de Drucker-Prager. Utilizan un elemento de contacto de dos nodos para considerar la fricción del grano con la pared. Estudian como varían las magnitudes y distribuciones de presión con el tamaño de los elementos utilizados en la discretización en dos geometrías de silo, una es un silo de fondo plano y la otra un silo con tolva cuya pared tiene un ángulo de inclinación respecto de la horizontal de 45°. Analizan la influencia del valor adoptado para el coeficiente de Poisson y el módulo de Young del material granular sobre las presiones en las paredes encontrando que el primero tiene importante influencia no así el segundo. Analizan la variación de la relación de tensiones $K = (\text{presión horizontal} / \text{presión vertical})$ y encuentran que no es constante como suponen algunas de las fórmulas teóricas adoptadas por diferentes normas. En sus simulaciones encuentran que el valor que adoptan para el coeficiente de fricción afecta tanto los valores de la presión como las zonas de material granular que plastifica. Presentan los resultados de las simulaciones comparados con fórmulas teóricas, que se reproducen en la Figura 12 para el silo de fondo plano, y la comparación con distintas normas en la Figura 13 para el silo con tolva.

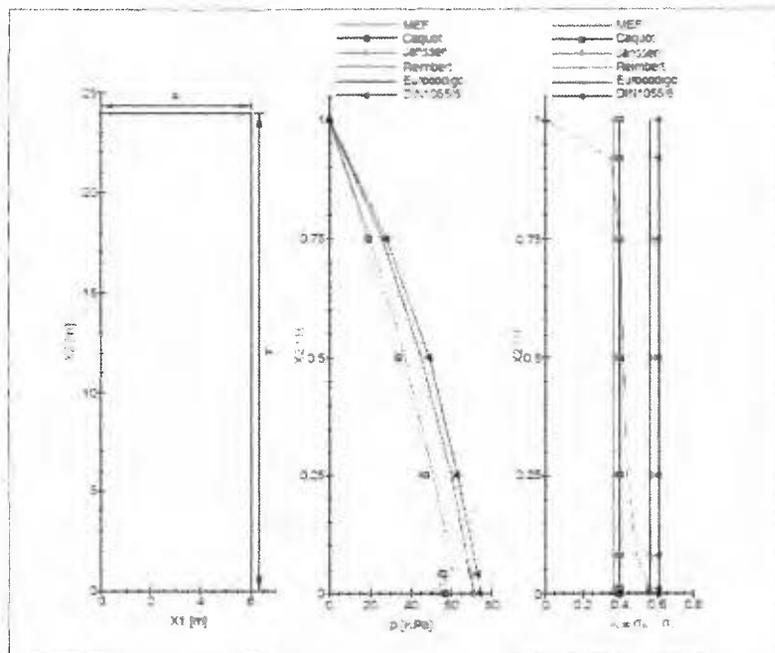


Figura 12. Presiones sobre las paredes de un silo con fondo plano.

Fuente: Ooi y Rotter ,1991

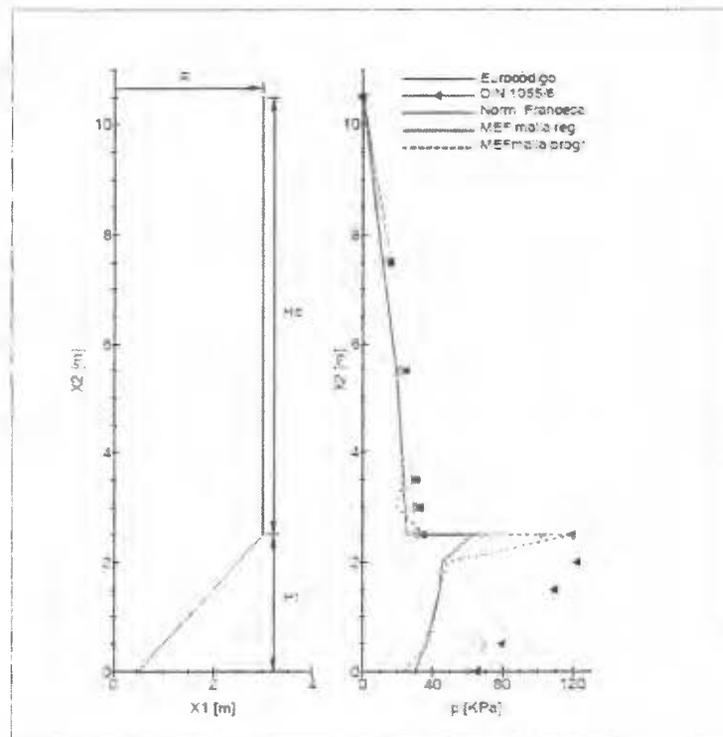


Figura 13. Presiones sobre las paredes de un silo con tolva cilíndrica.

Fuente: Ooi y Rotter ,1991

Martínez et al. (2002) y Chen et al. (2001) modelan el llenado y vaciado resolviendo la ecuación de equilibrio dinámico. Martínez et al. (2002) modelan un silo axilsimétrico utilizando el programa Abaqus. Para la etapa de vaciado utilizan una solución de Abaqus hasta que los elementos cerca de la abertura de descarga se distorsionan, luego aplican un programa hecho por ellos para remallar y mapear los resultados obtenidos en una nueva malla no distorsionada y continuar el cálculo hasta que nuevamente se distorsione la malla.

Para el material granular adoptan una ley elástica lineal y otra elastoplástica que incluye la superficie de Drucker - Prager como superficie de fluencia o falla, endurecimiento isotrópico y regla de flujo no asociada para considerar deformaciones inelásticas incompresibles. A fin de evitar singularidades numéricas adoptan un valor pequeño de cohesión. La interacción entre el grano y la estructura la modelan utilizando superficies de contacto. Las simulaciones consideran que las deformaciones y los desplazamientos son finitos, utilizando para ello una formulación no lineal geométrica. Consideran la acción de la gravedad sobre el material granular que interactúa con las paredes imponiendo la condición de contacto mecánico con

fricción (ley de Coulomb). Modelan tanto el material granular como la estructura. Consideran los siguientes casos: análisis estático con un comportamiento elástico o elastoplástico para el grano.

Para estos casos realizan las simulaciones suponiendo que las paredes son rígidas o flexibles para el llenado. Utilizan un análisis dinámico para el proceso de descarga considerando que el material granular es elastoplástico y la pared es rígida. Comparan los resultados con distintas normas, y encuentran que los resultados de los desplazamientos representan cualitativamente bien los resultados experimentales de Kvapil (1965). (Kvapil estudió el movimiento de las partículas al que separó en zonas donde se presentan movimientos solo verticales y otra donde el movimiento es vertical y horizontal. Estas zonas tienen formas elípticas cerca de la salida). Calculan la fricción movilizada en el contacto, obteniendo distintas tendencias si la simulación es estática o dinámica. En la Figura 14 se muestra la comparación de los resultados estático y dinámico con distintas normas.

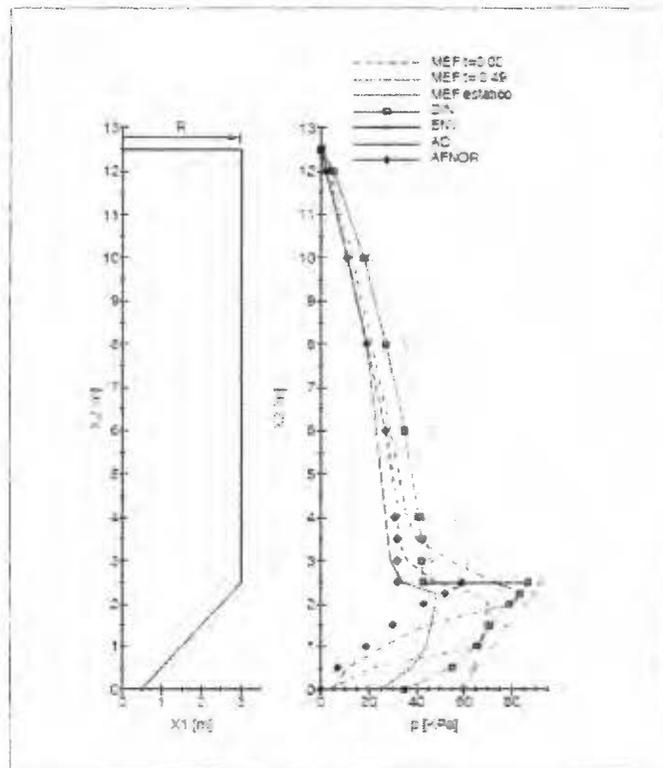


Figura 14. Distribución de presión horizontal sobre las paredes para análisis estático y dinámico.

Fuente: Ooi y Rotter ,1991

En Rotter et al. (1998) muestran un estudio de colaboración internacional que fue emprendido para explorar las predicciones de diferentes modelos en un conjunto de problemas simplificados de silos, ya que las comparaciones de los mejores modelos computacionales con experimentos son débiles y suministran poca seguridad de la precisión de cualquier modelo existente. Los resultados clave para tres problemas sobre la capacidad predictiva de los cálculos por elementos discretos y elementos finitos del comportamiento de sólidos granulares en silos son presentados por los autores. Los tres problemas son: llenado de un silo de fondo plano, descarga de un silo de fondo plano y la descarga de un silo con tolva ahusada. Ambos métodos muestran considerables defectos. Diferentes grupos de investigación presentan predicciones ampliamente diferentes aun cuando el problema fue establecido en forma detallada. Hay mucha dispersión en las predicciones como para realizar nuevos estudios comparativos con el fin de identificar las razones por las cuales diferentes modelos basados en suposiciones similares pueden producir tan variadas predicciones.

Los silos son utilizados para almacenar una gran variedad de sólidos en muchas industrias y los diseños están basados casi exclusivamente en interpretaciones simplificadas de observaciones experimentales. Es ampliamente reconocido que es muy difícil obtener información confiable a partir de esos experimentos. De los trabajos informados dos problemas clave permanecen pendientes: el rol del llenado progresivo y la relación de presiones laterales que puede surgir de un modelo constitutivo bien definido para arena, lo que evidencia que es necesario más trabajo en esta materia. Los resultados de la distribución de presiones sobre la pared de nueve grupos diferentes que abordaron el problema del llenado de un silo de laboratorio con fondo plano, son comparados entre sí y presentados en el gráfico que se reproduce en la Figura 15. Los resultados de las distribuciones de presión obtenidos por varios grupos que abordaron el problema del llenado y vaciado de silos de tamaño real, también son comparados por los autores y presentados en gráficos con similar grado de dispersión.

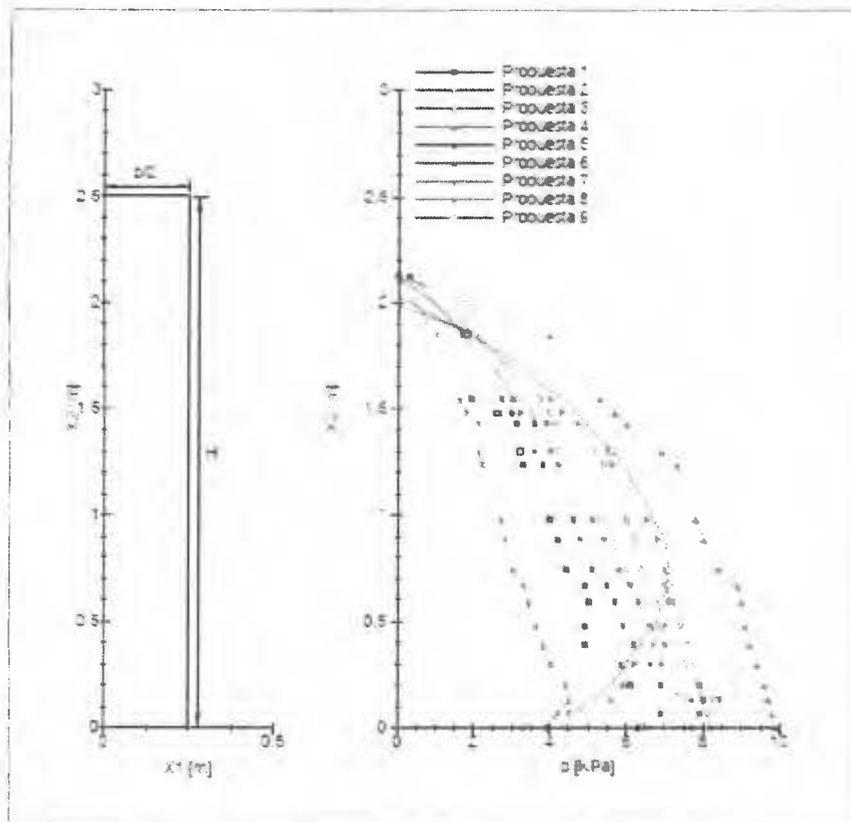


Figura 15. Comparación de las distribuciones obtenidas con modelos de elemento finito.

Fuente: Ooi y Rotter ,1991.

Otro trabajo presentado a partir del mismo estudio de colaboración Sanad et al. (2001) donde los autores concluyen que el método de elementos finitos de cualquier silo debe hacerse por capas y no llenando la altura completa del silo para que las tensiones dependientes de las deformaciones puedan desarrollarse. Otra conclusión a la que llegan es que el pico de presión que se desarrolla en el encuentro entre el depósito y la tolva depende fuertemente de los siguientes aspectos: el modelo de interacción, el número de elementos, de la redondez del vértice de la unión del depósito y la tolva y de la relación tensión-deformación elegida. Estos problemas deben ser resueltos en la etapa de llenado antes de intentar simular el vaciado.

Comparación de las formulaciones Lagrangeana y Euleriana

Los materiales granulares están compuestos por partículas sólidas dentro de una fase gaseosa continua, considerando que el material se encuentra seco en términos prácticos. La

interacción entre las partículas y la fase continua es muy complicada de formular analíticamente de forma completa.

El comportamiento del conjunto es una combinación del comportamiento correspondiente a fluidos y sólidos. Si se lo considera como un fluido en condición estática el material no puede transmitir fuerzas de corte y la presión crece con la profundidad de manera lineal e independiente de la dirección (ya que en general no se considera el aumento de la densidad por acción del propio peso). Pero los materiales granulares pueden formar una superficie cuya pendiente con la horizontal es conocida como ángulo de reposo del material y son capaces de transmitir fuerzas de corte y presiones a la pared del silo las cuales crecen no linealmente con la profundidad. Las presiones tienden a alcanzar un valor máximo rápidamente debido a la fricción con las paredes. Las presiones dependen de la dirección y varían de acuerdo a la historia del manipuleo, esto es, la manera en la que el silo fue llenado, el tiempo que el material estuvo almacenado y como se vacía el silo.

Las características de los materiales granulares no son posibles de asimilar completamente ni a las de un sólido ni a las de un fluido. Si se adopta una formulación Euleriana, característica de los fluidos, la relación constitutiva del material granular se ve reflejada en un solo parámetro dentro del modelo y además se tiene la limitación de que los contornos permanecen fijos durante la simulación (superficie de control). Las características de un material granular son posibles de asimilar a un sólido elastoplástico con una formulación Lagrangeana, de modo que la relación constitutiva del material pueda ser tratada mejor utilizando los modelos elastoplásticos desarrollados en el ámbito de la mecánica de suelos.

Por otra parte en un modelo con formulación Lagrangeana no se tiene la limitación de tener que mantener fijos los contornos. Deben considerarse tanto desplazamientos como deformaciones finitas junto a una relación constitutiva no lineal y condiciones de contacto friccional, lo que da lugar a un sistema altamente no lineal a resolver tanto para la simulación del llenado como el vaciado de un silo o una tolva. Una complicación extra aparece durante la etapa de vaciado, fundamentalmente cuando el flujo es de tipo canalizado o mixto, causada por la distorsión en la malla, que puede ser tratada con técnicas de remallado local.

Otras metodologías numéricas

Schmidt y Wu (1989) utilizaron el método de elementos de borde para predecir las presiones en silos. En éste método las incógnitas son los desplazamientos que se producen en el contorno o borde relacionados con las fuerzas actuantes. Solo los puntos que pertenecen al contorno tendrán asociadas incógnitas, no así los puntos en el interior del dominio. Utilizan un modelo constitutivo elastoplástico, con descomposición aditiva del tensor de deformaciones. Las condiciones de contorno contemplan tres casos: superficie libre, adhesión en el contacto y región de contacto friccional. (Guines et al., 2002) utilizan una aproximación consistente de la mecánica del continuo en un marco de referencia Lagrangeano - Euleriano arbitrario, que tiene en cuenta la condición de equilibrio dinámico incluyendo fuerzas de inercia y grandes deformaciones y desplazamientos. En este caso el marco de referencia se mueve pero no necesariamente con la misma velocidad con la que se mueve el material. La ley constitutiva que implementaron es elastoplástica, y consideran que las paredes son suaves y no se desarrolla fricción con el material granular. Utilizan en la resolución un esquema explícito de integración en el tiempo.

Uno de los más recientes métodos en desarrollo que se está utilizando para simular el llenado y la descarga de silos es el método de elementos discretos. En este método se simula la interacción entre las partículas. El número de ecuaciones a resolver es muy elevado aun cuando se utilice un tamaño de partícula que sea grande comparado con el tamaño real de los granos. Las presiones sobre la pared deben calcularse a partir de las fuerzas de contacto entre las partículas y la pared mediante un procedimiento de promediado sobre la superficie. Este procedimiento guarda relación con el tamaño de las partículas y con el paso de tiempo del proceso de solución y muestra grandes fluctuaciones locales influenciadas por el tamaño de la zona en la que se realiza el proceso de promediado. Este método permite ilustrar, hasta ahora en forma cualitativa, el desarrollo del patrón de flujo diferenciando las zonas donde hay movimiento relativo entre un conjunto de partículas y otro. Dentro del material granular las tensiones también son calculadas a partir de las fuerzas de contacto entre las partículas. Algunos fenómenos detectados con las formulaciones continuas han comenzado a verse con esta metodología. Pueden citarse los trabajos Rotter et al. (1998), Yang y Hsiau (2001), Rong et al. (1997) y Sanad et al. (2001) entre los que emplean esta metodología.

2.1.7 Antecedentes en relaciones constitutivas

Modelos constitutivos de la mecánica de suelos

Los modelos para materiales granulares no cohesivos se han desarrollado principalmente dentro de la mecánica de suelos. Estos materiales están compuestos al menos por dos fases una de ellas sólida y la otra es un fluido (líquido o gaseoso). En general se considera que las partículas no se deforman ni se rompen. Cuando el material granular se deforma ocurren cambios de volumen significativos causados por el cambio de las posiciones relativas de los granos y a la expulsión del fluido que llena los intersticios.

Dependiendo de la medida en que la estructura de los granos impide la salida del fluido se obtienen diferentes respuestas tensión - deformación. La permeabilidad es la medida que se utiliza para estimar la facilidad con la cual un fluido particular fluye dentro de la estructura formada por los granos. La permeabilidad depende principalmente de la proporción del volumen total ocupado por los sólidos y por los vacíos y está relacionada por una parte con el tamaño medio de partícula y la distribución granulométrica y por otro con las propiedades del fluido.

La historia de la formación de un depósito de material granular en general se refleja en la estructura que forman las partículas. Esta estructura controla la respuesta del material al ser sometido a nuevos estados de carga. Es de esperar que el arreglo de partículas dependa tanto de la tensión actual como de la historia de tensiones por la cual el material llegó a su estado actual. En algunos casos se ha visto que es indispensable incluir alguna variable que describa parcialmente de la estructura de los granos.

Distintos investigadores han incorporado en los modelos aspectos importantes que caracterizan el comportamiento macroscópico de los materiales granulares como: compresibilidad volumétrica, fenómeno de dilatancia, existencia de estados críticos, cambios en la permeabilidad y densidad del material granular por acción de la presión, la dependencia con la tensión media (o presión) de la resistencia al corte entre otras. Los modelos se basan principalmente en los resultados de ensayos triaxiales. Entre la bibliografía donde pueden encontrarse algunos de estos modelos caben citarse Chen y Han (1988), Desai y Siriwardane (1984), Wood (1991), Schofield y Wroth (1968) y Chen y Baladi (1985) entre otros.

Reseña histórica

Los modelos tensión - deformación para suelos han producido una revolución en la mecánica de suelos debido a los avances en las teorías el análisis numérico y los experimentos. Como consecuencia muchas propiedades básicas y definiciones que se han utilizado en la mecánica de suelos clásica para caracterizar el comportamiento de los suelos han necesitado ser modificadas o precisadas. El comportamiento del suelo es complicado y depende de la historia geológica representada por el tamaño la forma y la composición de las partículas, la historia de tensiones que ha experimentado y el fluido que llena los poros. Una de las particularidades de estos materiales es que las propiedades deben medirse y no especificarse como es el caso de otros materiales. Las propiedades pueden variar muy ampliamente y se pueden conocer con menor exactitud. Sorprendentemente las arenas, que pertenecen al grupo de materiales friccionales no cohesivos, son las más difíciles de modelar. El propósito principal de modelar el comportamiento constitutivo es poder utilizar esos modelos para resolver problemas de ingeniería.

Hay dos razones por las cuales la simplicidad del modelo es muy importante. Una de ellas es que las propiedades deben poder ser obtenidas a partir de los resultados de un número reducido de ensayos simples. El segundo requisito es que de alguna manera el modelo debe reflejar los procesos físicos subyacentes, en particular, los parámetros deben tener un significado físico identificable. Todos los suelos son básicamente materiales friccionales cuya resistencia es suministrada por la resistencia a fricción entre las partículas que está gobernada por la tensión efectiva a la cual ellas están sometidas.

Los modelos clásicos de la mecánica de suelos se pueden clasificar en dos grupos:

- Análisis límite: solo interesa el equilibrio de la masa de material y tratan con el peso del material y la resistencia. Frecuentemente utilizan como parámetros el peso específico γ , la cohesión efectiva c' y el ángulo de fricción interna efectivo ϕ' .
- Análisis de deformaciones: trata con las propiedades de deformación y consolidación. Convencionalmente los parámetros son los utilizados en la teoría de la elasticidad, adoptando el módulo de Young E y la relación de Poisson ν o bien el módulo volumétrico K y el módulo transversal o de corte G . Para la mayoría de los suelos es

razonable adoptar la relación de Poisson constante, mientras que los módulos K y G son funciones de la tensión media efectiva.

Usualmente los dos conjuntos de propiedades (γ, c', ϕ') y (K, G) no están relacionados. El objetivo del desarrollo de una relación constitutiva completa para describir el comportamiento del suelo es abarcar los dos tipos de análisis anteriores dentro de un marco simple, donde el suelo pueda ser modelado cuando se deforma monotónicamente, de alguna manera no lineal, hasta que alcance algún estado límite. De esta manera se produce el enlace de los dos conjuntos de parámetros y se asegura que los valores adoptados sean consistentes.

Aproximaciones al estudio del comportamiento de los materiales granulares

Una aproximación sería tener un conjunto de modelos, donde cada uno esté diseñado para cumplir un propósito diferente incluyendo los rasgos relevantes para ello. Distintos modelos podrían utilizarse para modelar el mismo material pero en distintos análisis. Una primera opción sería elegir un modelo enmarcado en la mecánica de los medios continuos, en el cual las propiedades reales discontinuas de un suelo son suavizadas como un continuo.

El material se expresa por medio de las relaciones tensión deformación junto con los principios de equilibrio y compatibilidad en términos de fuerzas de contorno y desplazamientos. El modelo más simple disponible es el perfectamente elástico, suponiendo que el material es isótropo y homogéneo, frecuentemente es la primera elección. Si la anisotropía es importante otros modelos elásticos podrían utilizarse si se tiene suficiente cantidad de datos (modelo anisótropo, modelo no homogéneo). Una segunda posibilidad sería elegir algún modelo elastoplástico, a los cuales también se los puede clasificar en categorías.

Otro enfoque es dado por la mecánica de partículas que trata la interacción entre partículas individuales, proporcionando información importante sobre el comportamiento del material con el cual se puede alimentar un modelo de la mecánica del continuo. La teoría tensión - dilatación de Rowe surgió a partir del estudio de arreglos regulares de esferas. Ésta teoría luego fue estudiada por Thornton. El modelo estadístico de las distribuciones de contacto ha dado idea de la estructura que forman las partículas. Un modelo numérico de ensamblajes de partículas puede suministrar el vínculo entre la mecánica de partículas y la mecánica del

continuo. Una área donde el comportamiento discontinuo es importante es en la formación de bandas de corte en suelos.

El rol de la mecánica del continuo

Las constantes del material que aparecen en el modelo definen el tipo de material y las variables de estado serán las que definan el estado del material cuando es sometido a deformación. Ambos grupos de parámetros aparecerán en las ecuaciones a resolver y están relacionados entre sí. Las tensiones efectivas son el grupo más importante de variables de estado junto con la relación de vacíos.

Algunas constantes de caracterización de los suelos, que se adoptaron al inicio del desarrollo de la mecánica de suelos sufren de defectos en su definición. Uno de estos parámetros es el ángulo de fricción interna ya que su definición original no tiene en cuenta la influencia de la tensión principal intermedia. Trabajos sobre la variación de la resistencia con la tensión principal intermedia realizados por Lade y Duncan (1975) y por Matsuoka (1976) pueden interpretarse como la variación del ángulo de fricción interna con el mayor ángulo de Lode. En otros casos adoptar otro parámetro puede resultar ventajoso, tal el caso de la relación de vacíos e y su variable derivada el volumen específico definido como $V = 1 + e$. La relación de sobreconsolidación (OCR) es otro parámetro que es convencionalmente definido en función de la tensión vertical, pero para incluirla en los modelos elastoplásticos es más conveniente expresarla en función de la tensión media.

En la mecánica de suelos la convención de signos para las tensiones y las deformaciones es opuesta a la de la mecánica del continuo. Al realizar el análisis de un problema es conveniente utilizar cantidades derivadas de los ensayos triaxiales como la tensión media efectiva o presión efectiva $p = 1/3(\sigma'_1 + 2\sigma'_3)$ y de la tensión desviadora $q = \sigma'_1 - \sigma'_3$ definidas por Roscoe (Wood, 1991) y las correspondientes variables de deformación $\epsilon_p = \epsilon_1 + 2\epsilon_3$ deformación volumétrica y $\epsilon_q = 2/3(\epsilon_1 - \epsilon_3)$ y de corte. Estas variables, relacionadas con los invariantes de los tensores de tensiones y de deformaciones, fueron cuidadosamente elegidas para poder expresar el trabajo incremental como $dW = p d\epsilon_p + q d\epsilon_q$. Wood (1991) se pueden encontrar las definiciones de las variables de tensión y de deformación y sus aplicaciones, donde se sugiere una notación consistente. La utilización de los invariantes de los tensores de tensiones y de deformaciones proporcionan una simplificación conveniente y

concisa de expresar las leyes constitutivas pero tiene el inconveniente que la información sobre las direcciones principales de tensión y de deformación quedan ocultas por lo cual no es posible realizar análisis de la anisotropía.

El principio de las tensiones efectivas es el concepto más importante de la mecánica de suelos, puede interpretarse como un caso especial de la teoría de mezclas, y surge de la naturaleza multifase del suelo. Este principio tiene una base experimental completa y una justificación desde el punto de vista de la mecánica del continuo fue presentada por Bishop y Houlsby.

La consolidación es la causa principal de los efectos que dependen del tiempo cuando el tamaño de las partículas es muy pequeño y se debe a la naturaleza bifásica del suelo (agua+partículas) o (aire+partículas). Está estrechamente vinculada con la resistencia que ofrece la estructura de los granos al flujo del fluido, la medida de la resistencia al flujo está dada por el coeficiente de permeabilidad. El conjunto de ecuaciones que resulta, cuando se consideran pequeñas deformaciones, es similar a la ecuaciones de transferencia de calor. Cuando se consideran grandes deformaciones las ecuaciones se complican.

Introducción a los tipos de comportamiento en la mecánica del continuo

El comportamiento de la estructura del suelo es en gran medida independiente de la velocidad de deformación y se conoce que es altamente no lineal. Dentro de la mecánica de los medios continuos hay varios grupos diferentes de teorías para representar el comportamiento de un material. Las principales aproximaciones que han sido consideradas para la descripción del comportamiento no lineal de los suelos son:

- elasticidad no lineal : da resultados irreales cuando se realiza un ciclo de descarga recarga, aunque algunos modelos hipoeelásticos han tenido algún éxito. Hay tres tipos de teorías elásticas que en orden creciente de restricciones son: hipoeelástica, elástica e hiperelástica Chen y Han (1988). Al derivar los parámetros es común obtener correlaciones para la variación de los módulos incrementales con las tensiones. Para arenas tanto el módulo volumétrico como el de corte pueden ser expresados en función de la tensión media efectiva. Debe tenerse especial cuidado con los modelos hipoeelásticos porque es fácil generar modelos que creen energía en los ciclos de carga - descarga violando el segundo principio de la termodinámica.

- teoría elastoplástica: este modelo representa con mayor fidelidad el comportamiento del suelo en un ciclo de descarga recarga. La descarga se realiza con una trayectoria más rígida que durante la carga primaria y al recargar vuelve al punto desde donde se inició la descarga. La base teórica es sólida y está bien probada en otros materiales. Hay buenas razones para que el suelo se comporte de la manera predicha por este modelo aunque son necesarios modelos más complicados para ajustar algunos aspectos del comportamiento del suelo. La región en el espacio de tensiones dentro de la cual el comportamiento del suelo puede describirse por una ley elástica está limitado por la superficie de fluencia. La superficie de fluencia marca el estado en el que se produce un marcado cambio de la rigidez local, típicamente de un orden de magnitud. La superficie de fluencia es una función de las tensiones y si también es función de las deformaciones plásticas se dice que el material presenta endurecimiento por deformación y la superficie puede cambiar su tamaño (y su forma) cuando se producen deformaciones plásticas. Si solo aparecen términos en función de las tensiones se dice que el modelo es perfectamente plástico y la superficie de fluencia permanece fija en el espacio de tensiones. Cuando el suelo se deforma plásticamente el punto de tensión está restringido a situarse sobre la superficie de fluencia. Si luego el material se descarga ocurren deformaciones elásticas y al recargar sigue un camino elástico hasta que alcanza nuevamente la superficie de fluencia. El incremento de deformaciones totales se descompone aditivamente en el incremento de deformación elástica y de deformación plástica. Para poder calcular las deformaciones plásticas se requiere más información, usualmente se define que los incrementos de deformación plástica son normales a la superficie potencial plástico (definida en el espacio de tensiones). Cuando la superficie potencial plástico es idéntica a la superficie de fluencia se dice que el modelo es de plasticidad asociada. Cuando el suelo está sometido a muy grandes deformaciones plásticas en general se utiliza un modelo rígido perfectamente plástico, frecuentemente utilizado en los cálculos de falla. Una superficie de falla no tiene un significado único para un material, contrariamente a lo que ocurre con la superficie de fluencia, y no hay una manera única de definir falla. Debe distinguirse además entre falla del material y del sistema.

- teoría endocrónica: difiere de la elastoplástica en la etapa de recarga que el suelo muestra menor rigidez que durante la descarga, comportamiento que no coincide con los experimentos. Tiene la ventaja de presentar transiciones suaves entre tipos de comportamiento. Las bases teóricas no están completamente establecidas.

La causa principal del comportamiento dependiente del tiempo es la consolidación, que depende de la interacción entre el flujo viscoso del fluido en los poros y la estructura del suelo para cumplir con las leyes de equilibrio y conservación de masa de fluido y de partículas. Otras propiedades dependientes del tiempo, especialmente en arcillas, son el creep (consolidación secundaria) y el incremento de la resistencia al corte con la tasa de deformación.

Modelos para suelos cohesivos (arcillas)

Entre los rasgos más significativos del comportamiento de las arcillas se encuentra la consolidación Lambe y Whitman (1991). El comportamiento clásico es el de consolidación unidimensional de las arcillas donde los resultados son presentados en gráficos de la relación de vacíos en función de la presión vertical efectiva. De estos se obtienen el índice de hinchamiento y el índice de compresión. Para poder estimar la presión horizontal se utiliza el coeficiente de presión lateral (cociente entre la presión horizontal y la vertical). Existen algunas formulas teóricas para estimar el valor del coeficiente de presión lateral en función del ángulo de resistencia al corte con distinto grado de aproximación. Más recientemente la consolidación se estudia utilizando ensayos triaxiales de compresión isotrópica cuyos resultados se representan en gráficos del volumen específico en función del logaritmo natural de la tensión media efectiva, rasgo esencial de la teoría de estado crítico de los suelos. Los dos grupos de parámetros pueden relacionarse pero no completamente, en especial la relación de sobreconsolidación.

En los ensayos de compresión triaxial no drenados, los resultados son expresados en función de las variables de estado p' , q y V . Dos muestras con diferente grado de preconsolidación fallaran cuando alcancen la línea de estado crítico la cual se supone paralela a la línea de consolidación normal isotrópica en el diagrama V vs $\ln p'$. Adimensionalizando los caminos de tensiones con el valor de la presión equivalente, la línea de estado crítico se reduce a un

punto y los caminos de tensiones suministran los patrones fundamentales de comportamiento. Con esto, el principio de comportamiento normalizado establece que todas las muestras que tengan un mismo valor de relación de sobreconsolidación pero con diferentes presiones de preconsolidación tendrán el mismo camino de tensiones efectivas reducidas. Este principio forma parte de los modelos de estado crítico de los suelos que dio lugar al importante método SHNSEP en su sigla en inglés (Stress History and Normalized Soil Engineering Properties).

Para una arcilla, que se deforma conforme al concepto de estado crítico, la resistencia al corte no drenada en compresión es igual a la mitad de la tensión desviadora en estado de falla. Los valores de la presión efectiva al principio y al final de un ensayo de compresión no drenado están vinculadas por medio de la relación de deformaciones volumétricas plásticas en el parámetro $\Lambda = (\lambda - \kappa) / \lambda$, introducido por Schofield y Wroth (1968), que cumple el rol de introducir un modelo plástico con endurecimiento por deformación. La relación de tensiones de corte inicial para una arcilla depende marcadamente de la relación de tensiones K_0 y por lo tanto de la relación de sobreconsolidación.

La falla en ensayos triaxiales de compresión drenada es representada por los parámetros ϕ' y c' de la envolvente clásica de falla de Mohr Coulomb (la resistencia drenada del suelo), que es inadecuada para las arcillas según Schofield y Wroth (1968) ya que deben tenerse en cuenta el efecto del contenido de agua y la historia de tensiones sobre la resistencia al corte. El rasgo fundamental es que c' no es una constante sino una función exponencial del contenido de agua. Los datos de ensayos sugieren que la envolvente de falla se curva suavemente para pasar por el origen.

Dentro del rango elástico las arcillas poseen un coeficiente de Poisson que probablemente se encuentre en el rango $0.12 < \nu' < 0.35$. Además de la posibilidad de que los materiales granulares tengan un comportamiento elástico anisotrópico, otro rasgo característico conocido es que los valores de los módulos son función de la tensión media efectiva. La evidencia experimental muestra que la superficie de fluencia para las arcillas tiene una forma elíptica con su eje de simetría cercano a la línea K_0 . Esto es una característica común de las arcillas naturales y está relacionada con la anisotropía producida por la historia de consolidación unidimensional. La magnitud del incremento de la deformación volumétrica plástica es determinada a partir de los cambios de tamaño de la superficie de fluencia. Las

deformaciones de corte pueden determinarse si se conoce el potencial plástico. Para arcillas blandas el uso de una regla de flujo asociada es razonable para predecir las deformaciones plásticas.

El modelo Cam Clay modificado predice bien las deformaciones volumétricas pero no tan bien las deformaciones de corte. El modelo supone que la forma de la superficie de fluencia es una elipse. Esta elección está basada en consideraciones de la energía que se disipa plásticamente. Uno de los semi - ejes de la elipse está determinado por la historia de consolidación de la muestra y el otro semi - eje está dado por suponer que el extremo del eje pertenece a la elipse y a la superficie de estado crítico. La línea de estado crítico se supone paralela a la línea de consolidación normal en el gráfico del volumen específico en función del logaritmo natural de la presión efectiva. La descripción total del modelo requiere de 5 parámetros para especificar la forma y tamaño de la superficie de fluencia y las propiedades elásticas del material. El comportamiento del material dentro de la superficie de fluencia se supone elástico e isotrópico, pero el módulo volumétrico K depende de la tensión efectiva media. La respuesta elástica de corte es especificada suponiendo que el módulo de corte G es constante, cualquier suposición de variación de G con la presión puede resultar en un modelo termodinámicamente no aceptable. El modelo Cam Clay ha sido implementado en programas de elementos finitos. El modelo luego fue modificado por Mroz (1967) y Prevost (1977) para mejorar la predicción de las deformaciones plásticas de corte, utilizando superficies de fluencia anidadas.

Si bien estos modelos han mostrado ser exitosos para modelar los resultados de ensayos triaxiales, requieren de muchos parámetros y son muy costosos en tiempo de cálculo. Una alternativa a las múltiples superficies de fluencia es el uso de un modelo de superficie límite como el presentado por Dafalias y Herrmann (1980) que presenta una transición estable entre el comportamiento elástico y el plástico, que no requiere de tantos parámetros pero sí de varias funciones que deben determinarse empíricamente. Los modelos de plasticidad aun presentan dos áreas pendientes, una de ellas es que en arcillas naturales la superficie de fluencia presenta un eje de simetría más cercano a la línea K_0 que a la línea de compresión isotrópica, lo cual está relacionado con la fluencia anisotrópica. La rotación de las direcciones principales de tensión también son atribuidas a la influencia de la anisotropía. La segunda área pendiente es la generalización a estados de tensiones generales, ya que el modelo Cam

Clay modificado y muchos otros suponen que la sección de la superficie de fluencia es circular en el plano octahédrico. Esto sobrestima la resistencia en tracción triaxial y también resulta en relaciones de tensiones intermedias incorrectas en deformación plana. Un ajuste mucho mejor a la superficie de falla para diferentes valores de tensiones intermedias son las formas dadas por Lade (1977). Aunque estas formas han sido utilizadas para modelar el comportamiento de arenas y se han hecho intentos de combinarlas con los conceptos de estado crítico, aun no se ha encontrado una solución enteramente satisfactoria.

Un fenómeno importante en muchas arcillas es la marcada reducción de la resistencia al corte respecto del valor pico cuando se inicia la falla, que puede ser de un 50%. No siempre se observa una zona de falla de ancho finito sino una superficie entre dos bloques respecto de la cual los bloques deslizan en forma relativa.

Modelos para suelos no cohesivos (arenas)

Uno de los rasgos comunes entre el comportamiento de las arcillas y limos y el de arenas y gravas es la importancia de la rotación de la dirección de la tensión principal mayor. Una de las principales diferencias de los materiales de grano grueso respecto de las arcillas es la permeabilidad, que puede ser seis o más órdenes de magnitud más grande que para arcillas. Como consecuencia se tiene que los tiempos de drenaje para arenas son muy cortos y es muy raro tener problemas no drenados (salvo en fundaciones mar adentro o cargas sísmicas donde la mayor preocupación es el fenómeno de licuefacción). La resistencia no drenada no es una cantidad sensible, razón por la cual se hace énfasis en los cálculos drenados utilizando un ángulo de fricción.

La segunda diferencia importante con el comportamiento de las arcillas se debe a la naturaleza de la interacción entre las partículas, que en los materiales de grano grueso es puramente mecánica. Los materiales gruesos están formados por partículas relativamente redondeadas y por ello se espera que esto tenga consecuencias en el comportamiento volumétrico. Por ejemplo la anisotropía es más difícil de desarrollar pues una estructura de partículas altamente orientada no es posible. La densidad y la presión real son cantidades relevantes en arenas. La mayoría de las arenas se depositan de manera tal que su comportamiento tensión deformación es similar al que se observa en arcillas sobreconsolidadas, que al ser sometidas a corte dilatan y pueden formar bandas de corte.

Por otra parte depósitos suficientemente sueltos sufren una contracción de volumen al ser sometidos a corte. No es suficiente tener conocimiento solo de la densidad de la arena, ya que en arenas sometidas a elevadas presiones se suprime la dilatancia y la arena se comporta de manera similar a una arcilla blanda.

Modelos constitutivos en la mecánica del continuo

Elasticidad

Una expresión que relaciona el volumen específico, la presión efectiva y el gradiente de la línea de estado crítico es una medida útil que relaciona la densidad y el nivel de presión en arenas, primeramente sugerido por Stroud (1971). La teoría de contacto Hertziano es el punto de partida para las teorías sobre propiedades elásticas de las arenas. La teoría trata el contacto entre dos cuerpos lineales elásticos con deformación local en las zonas de contacto. La aproximación relativa de los dos cuerpos resulta proporcional a la potencia 2/3 de la presión entre las partículas. A partir de esta teoría, se espera que el módulo volumétrico de un ensamble de partículas redondeadas sea proporcional a la potencia 1/3 de la presión. Si el ensamble es de cuerpos angulares, se espera que el módulo volumétrico sea proporcional a la raíz cuadrada de la presión. Una forma comúnmente utilizada de expresar el módulo volumétrico es:

$$K = p_{ref} k \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^n \quad \text{Ecuación 16}$$

Donde p_{ref} es una presión de referencia, en general se utiliza la presión atmosférica, k es un parámetro adimensional y $1/3 < n < 1/2$, siendo muy comunes valores de $n = 0,4$ y probablemente adoptar $n = 0,5$ capture las características importantes del incremento de la rigidez con la presión. Jambu (1963) fue el primero que propuso expresar el módulo volumétrico como una ley de potencia de la presión, y en general es aceptada para ajustar el comportamiento de una arena.

La teoría Hertziana muestra que si se aplican fuerzas de corte a dos cuerpos redondeados en contacto deben producirse anillos de deslizamiento en cada contacto. La magnitud del deslizamiento tangencial puede ser determinada en función de la presión de contacto. Cualquier cambio de la carga de corte debe estar acompañado por una pequeña disipación

de energía. Si se reduce la presión de contacto a carga de corte constante, se producirá un mayor deslizamiento. Puede esperarse que las arenas tengan un comportamiento elástico en el cual el módulo de corte también sea una ley de potencia de la presión, pero todo cambio de tensiones estará relacionado con una pequeña disipación de energía dando lugar a un comportamiento disipativo. Una posibilidad sería expresar:

$$G = p_{ref} k_1 \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^m \quad \text{Ecuación 17}$$

Se espera que m tenga valores similares a n . Si $n = m$, equivale a suponer que la relación de Poisson es constante. Lade (1977) encontró que una relación de Poisson de 0,2 es apropiada para un amplio rango de arenas. Si se incorpora un módulo de corte que depende de la presión en un modelo conservativo, es de esperar que el módulo volumétrico dependa en cierta medida de la tensión de corte.

Plasticidad

A menudo es conveniente distinguir en las arenas dos aspectos del comportamiento plástico: consolidación y corte. En realidad ambos aspectos están vinculados y es el propósito de la teoría de estado crítico de los suelos vincularlos. Cuando se somete una arena a un camino de tensión a relación de tensión constante (al igual que las arcillas) muestran deformaciones plásticas en carga primaria que luego de descargar y recargar, hasta la máxima tensión previa, manifiestan un punto de fluencia. Este comportamiento condujo a que Lade (1977) incluyera en su modelo para arenas una superficie de consolidación o "cap" para permitir las deformaciones plásticas de consolidación (volumétricas). Las deformaciones plásticas volumétricas siguen un modelo similar al de las deformaciones elásticas y además pueden modelarse bastante precisamente con una ley de endurecimiento que se expresa como una ley de potencia de la presión media. En su trabajo Lade informa que el módulo volumétrico plástico equivalente depende de la tensión efectiva media elevada a una potencia que se encuentra entre 0,12 y 0,74. Por otra parte Vesic y Clough (1968) mostraron que a muy altas presiones de consolidación las líneas en el espacio $V - \ln(p')$ para arenas son muy similares a las de las arcillas, aproximadamente rectas. La superficie de fluencia para consolidación de las arenas no está aún determinada. Algunos datos experimentales indican que la forma es, a grandes rasgos, similar a la dada por una teoría de tipo Cam Clay. Es probable que la elipse del modelo Cam Clay modificado pueda utilizarse tanto para arcillas como para arenas. La

evidencia experimental muestra que aún a bajas relaciones de tensión las arenas muestran flujo no asociado, pero debido a que las deformaciones volumétricas en arenas son relativamente pequeñas puede utilizarse una ley asociada y obtener suficiente exactitud. Gran cantidad de ensayos de corte confirman la forma de la superficie de falla en arena y frecuentemente se supone que las superficies de fluencia tienen forma similar a la superficie de falla. El más conocido criterio de falla en arenas es la condición de Mohr - Coulomb que supone que ocurre falla cuando la relación entre la tensión tangencial y la tensión normal alcanza un valor crítico en cualquier punto de la masa de suelo. Las investigaciones más recientes que utilizan un dispositivo donde se pueden variar las tres tensiones principales independientemente muestran que la condición de Mohr - Coulomb es un buen ajuste a los datos de los ensayos. Dos superficies de falla alternativas han sido propuestas por Lade (1972) y por Matsuoka y Nakai (1974). Al comparar estos modelos con el de Mohr Coulomb, se observa que son semejantes en compresión triaxial pero los nuevos criterios dan resistencias levemente mayores para otros valores de la tensión principal intermedia. Se supone que la superficie de fluencia tiene la misma forma en el plano octahédrico que la superficie de falla. Luego Lade (1977) modifica su expresión de la superficie de fluencia para tener en cuenta la curvatura de la superficie de fluencia para arenas de granos blandos.

$$\sigma_{vs} = c + \sigma_{vv} \tan(\varphi) \quad \text{(Mohr - Coulomb) Ecuación 18}$$

$$f_p = \left[\frac{(I_1)^3}{I_3} - 27 \right] \left(\frac{(I_1)^m}{p_r} \right) \quad \text{(Lade) Ecuación 19}$$

$$\tan^2 \phi_{tc} = \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2}{\sigma_2 \sigma_3} + \frac{(\sigma_3 - \sigma_1)^2}{\sigma_3 \sigma_1} + \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{\sigma_1 \sigma_2} \quad \text{(Matsuoka Nakai) Ecuación 20}$$

La forma de las secciones de la superficie de fluencia en el plano triaxial son líneas rectas a relación de tensión constante, suficientemente exactas para arenas de granos duros y a niveles de tensiones razonablemente bajos. A altos niveles de tensión en arenas de grano blando hay una significativa curvatura de la superficie de falla atribuida a la rotura de las partículas.

La forma del potencial plástico para arena es mucho mejor establecida y en general es expresado en la forma de una regla de flujo, relacionando las direcciones de los incrementos de deformación plástica en un estado de tensiones. Integrando la regla de flujo es posible

obtener el potencial plástico. Una de las más exactas reglas de flujo es la relación tensión - dilatación propuesta por Rowe (1962).

$$R = KD$$

$$R = \frac{\sigma_1'}{\sigma_3'}$$

$$D = \frac{-2d\varepsilon_3^p}{d\varepsilon_1^p}$$

La regla expresa la bien establecida relación empírica que a relaciones de tensiones menores que un cierto valor K la arena se contrae al ser sometida a corte y a mayores se expande. El valor de la constante K se relaciona con el ángulo de fricción a volumen constante ϕ_{cv} como $K = (1 + \text{sen}\phi_{cv}) / (1 - \text{sen}\phi_{cv})$. Esta expresión es un excelente modelo para los ensayos triaxiales de compresión pero no es claro como generalizar la expresión a estados de tensiones más generales. La derivación de las reglas de flujo para materiales granulares frecuentemente se basan en consideraciones de la energía disipada por trabajo plástico. Por ejemplo la regla de flujo del modelo Cam Clay original, que ajusta bien al comportamiento de las arenas, está basado en la hipótesis simple para ensayos triaxiales dada por:

$$dW^p = Mp' |d\varepsilon^p| \quad \text{Ecuación 21}$$

Lade y Duncan (1973) presentaron un trabajo donde muestran que los incrementos de deformación plástica para arenas en falla son aproximadamente normales a la envolvente de falla, por esto un potencial plástico con la misma forma que la superficie de fluencia podría ser apropiado. No están garantizados los detalles finos de una regla de flujo para arenas, ya que es más simple predecir con aceptable exactitud las relaciones entre deformaciones que sus valores absolutos.

La predicción de las deformaciones plásticas en arenas es una tarea muy difícil, aún para condiciones de carga monotónica. Predecir la magnitud de las deformaciones plásticas equivale a establecer la ley de endurecimiento para el comportamiento plástico de la arena. La primer aproximación, y todavía la más común, es ajustar una hipérbola a la curva tensión de corte - deformación de corte propuesto por Kodner y Zelasko (1963) que luego fue incorporado al modelo de Duncan y Chang (1970) el cual es ampliamente aceptado y

suministra razonable ajuste a los datos. Más tarde Vermeer (1982) adopta la aproximación de Kodner a la teoría de la plasticidad y ajusta una hipérbola a la relación de tensión (q/p') versus la deformación de corte (ϵ_q) que ha mostrado ser razonable para predecir las magnitudes de las deformaciones en ensayos triaxiales. Una segunda aproximación es la que presentó Lade (1977) que expresa en forma indirecta a la "constante" f_p como una función del trabajo plástico W_p como:

$$W_p = F_p(f_p) \quad \text{Ecuación 22}$$

Esta expresión corresponde a un "trabajo de endurecimiento" ya que la posición de la superficie de fluencia es función del trabajo plástico. La función F_p se establece empíricamente, utilizando expresiones complicadas. Este modelo captura las características del comportamiento de las arenas pero presenta problemas de cálculo cuando se la convierte en una relación incremental tensión - deformación como la necesaria en un análisis por elementos finitos.

Comportamiento discontinuo

Un hecho importante en el comportamiento de las arenas densas a bajas presiones de confinamiento es que muestran un pico en la curva tensión de corte - deformación de corte seguido de un ablandamiento cuando la arena se expande. Este ablandamiento puede dar lugar a la formación de bandas de corte, caracterizadas por que el material dentro de la banda se ablanda y está rodeado por material rígido que puede descargar elásticamente.

En los ensayos resulta un comportamiento marcadamente no homogéneo difícil de escalar para llevar a las situaciones reales. Los primeros en estudiar éste comportamiento discontinuo se concentraron en el ángulo que forma la banda de corte respecto de la dirección principal de tensión. Los ángulos más frecuentemente encontrados fueron $\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$ y $\frac{\pi}{4} - \frac{\nu}{2}$ siendo ϕ el ángulo de fricción interna y ν el ángulo de dilatación.

Lade (1982) presentó un detallado informe sobre las condiciones bajo las cuales se forman las bandas de corte en ensayos triaxiales y su influencia en los resultados. Vermeer (1982) presentó un análisis simplificado de bifurcación en el que establece un criterio para el inicio de la formación de la banda de corte, en su análisis no incluye la bifurcación entre un comportamiento elástico y uno plástico fuera y dentro de la banda de corte respectivamente.

Es comúnmente aceptado, a partir de las observaciones de Roscoe (1970), que el ancho mínimo de las bandas de corte es del orden de diez diámetros de partícula.

Métodos de análisis

Muchos problemas de geotecnia tienen una geometría complicada además de los problemas con los modelos constitutivos. La construcción de terraplenes y de excavaciones donde debe lograrse captar el efecto del agregado y remoción de material son problemas particulares de la geotecnia que también se dan en los silos.

Antes de analizar un problema éste debe idealizarse simplificando los problemas geoméricamente tridimensionales a bidimensionales (de deformación plana o axilsimetría) sin ignorar los efectos significativos del problema real. Si hay dudas deben realizarse pruebas y estudios paramétricos para considerar cuan significativos son ciertos factores. Así como no hay un modelo simple para el comportamiento del suelo, tampoco hay un método de análisis simple para todos los problemas.

Las técnicas analíticas dependen del modelo constitutivo para el suelo, en general incluyen modelos elásticos y consideran pequeñas deformaciones. El método de elementos de borde ha sido utilizado para el cálculo de asentamientos de pilas con un modelo elástico. El método de las rebanadas ha sido empleado para el estudio de la seguridad al deslizamiento de taludes. El método de las características ha sido utilizado con un modelo de falla de Mohr Coulomb para determinar presiones activas sobre estructuras de sostenimiento. El teorema del límite superior puede ser utilizado en el análisis de presiones en un túnel a excavar en arcilla. El método de elementos finitos se ha utilizado para simular la construcción de terraplenes, incorporando en el progreso de la construcción el cálculo de la presión de poro que luego puede utilizarse para verificar la seguridad del talud.

Dado que muchos problemas requieren utilizar modelos elastoplásticos para plantear un modelo realista, el método más utilizado y prometedor para realizar este tipo de análisis es el de elementos finitos incrementales. Para el cálculo de desplazamientos el método de elementos finitos (MEF) está bien desarrollado tanto si se utilizan leyes tensión deformación de la elasticidad lineal o una ley no lineal. Especial cuidado debe tenerse al modelar operaciones de excavación o relleno. Cuando se utiliza MEF para realizar el cálculo de carga límite debe cuidarse que en la formulación no se produzca bloqueo de la solución, pues esto

provoca que se obtengan cargas límite muy elevadas. Para obtener valores adecuados debe utilizarse alguna técnica (como la integración reducida) para evitar el bloqueo. En estos modelos la carga límite, carga bajo la cual se obtiene una gran deformación (fijada arbitrariamente), se determina al realizar el cálculo en forma incremental utilizando una ley elastoplástica. Cuando se utiliza para modelar un problema con grandes deformaciones debe tenerse especial cuidado al elegir la definición de tensiones y de deformaciones y tener en cuenta si el problema involucra grandes cambios de volumen pero pequeñas distorsiones o si se tendrán pequeños cambios de volumen y grandes distorsiones. La aproximación Lagrangeana (coordenadas materiales) es preferida para los problemas con grandes deformaciones. Una formulación Euleriana (coordenadas espaciales) frecuentemente no es apropiada porque es difícil establecer en un suelo su estado natural de referencia y además se tienen problemas para tratar con bordes móviles y con la historia de tensiones. La formulación que parece suministrar las mayores ventajas es la Lagrangeana actualizada. Una vez elegido el formalismo apropiado debe tenerse una ley tensión deformación generalizada para grandes deformaciones, que en general no es un procedimiento directo. El MEF es útil para modelar un problema cuando hay interfases entre materiales diferentes y cuando se tiene una discontinuidad cuya posición es conocida. Para simular problemas donde la posición de la discontinuidad no es conocida a priori, como la formación de bandas de corte y planos de deslizamiento, se han intentado modelos con remallado de las zonas sometidas a grandes distorsiones.

Un posible abordaje alternativo a este problema sería adaptar modelos de daño distribuido, desarrollados en la simulación de fisuración en hormigones, para ubicar las discontinuidades y su crecimiento.

Características de los materiales granulares ensilados

Los materiales que se almacenan a granel en silos se dividen en dos grupos principales, de grano grueso y polvos finos según Roberts (1991). Los materiales de grano grueso son aquellos en los cuales el rango de tamaños de partículas es tal que la permeabilidad al aire es suficientemente alta como para permitir que el aire se filtre a través del sólido almacenado con un mínimo de resistencia. Cuando el material está fluyendo, en la zona cercana a la salida de material en un silo, el gradiente de presión de aire $\Delta p_r = 0$. Para este tipo de material fueron desarrolladas fórmulas analíticas para las sobrepresiones en las paredes y

curvas que permiten diseñar la geometría del silo teniendo en cuenta el ángulo de inclinación de la tolva, el ángulo de fricción interna del material ϕ y el ángulo de fricción entre el material granular y la pared ϕ_w . Las características de los materiales gruesos que se almacenan a granel son asimilables a las arenas en la mecánica de los suelos, aunque los niveles de tensión y de deformación de interés pueden ser bastante diferentes.

Los polvos finos se caracterizan por tener una baja permeabilidad al aire al punto de impedir la descarga del material ya que $\Delta p_r \neq 0$. El análisis es mucho más complicado e involucra la teoría de flujo de dos fases. Se suele asociar su comportamiento al de materiales cohesivos (arcillas en la mecánica de los suelos) que pueden presentar efectos reológicos. Los polvos son propensos a fluir de manera descontrolada si se permite que se aireen.

Los materiales que se almacenan a granel en general tienen un bajo contenido de humedad (menor al 12% en peso), y en el caso de los materiales de grano grueso se supone que se encuentran secos. Los materiales pulverulentos tienen un comportamiento que depende marcadamente del contenido de humedad.

El estado de tensiones y de deformaciones en los materiales almacenados a granel se relacionan con el método de llenado que puede ser clasificado principalmente en dos tipos: concéntrico o distribuido. El llenado de tipo concéntrico tiene como efecto que el material que se va acumulando forma una superficie inclinada respecto de la horizontal un ángulo cercano al ángulo de reposo del material. Si la granulometría no es uniforme se puede producir segregación del material ya que las partículas de mayor tamaño ruedan y deslizan hasta ubicarse cerca de la pared. Si el llenado es distribuido, la superficie del material acumulado es prácticamente horizontal y el arreglo de partículas es más compacto que en el caso de haberse llenado el silo de manera concéntrica. Las tensiones que se producen se deben principalmente al peso propio del material y a la interacción friccional con las paredes del depósito. El estado de deformaciones depende de si se está llenando o vaciando el silo y de la rigidez de la estructura. En general durante la etapa de llenado las deformaciones son pequeñas en el material almacenado (tanto las volumétricas como las desviadoras). Durante la etapa de vaciado las deformaciones pueden ser grandes y dependerán del tipo de flujo que se produzca.

2.1.8 Normativa de cálculo de silos

Eurocode ENV 1991-4

Esta reglamentación pretende impulsar un marco de referencia común en todos los países que componen la Unión Europea. Solo considera la determinación de las acciones que se producen en el silo por efecto del material almacenado, y no incluye ningún comentario acerca de su proyecto o diseño. Asimismo, en su aplicación son necesarios unos conocimientos básicos preliminares:

- Características geométricas: las dimensiones del silo (alturas, diámetros, longitudes, excentricidades de la boca de salida, espesor de la pared, etc.) son imprescindibles para determinar
 - La clasificación del silo de acuerdo a distintas categorías de Clases de Confianza de las Acciones, como se señala en el Cuadro 2:

Cuadro 2. Clasificación de las clases de confianza en silos

Reliability Class	Description
Reliability Class 1	Silos with capacity in excess of 10000 tonnes Silos with capacity in excess of 1000 tonnes in which any of the following design situations occur: a) eccentric discharge with $e_t/d_c \geq 0.25$ (see Figure 1.1b) b) squat silos with top surface eccentricity with $e_t/d_c \geq 0.25$
Reliability Class 2	All silos covered by this Standard and not placed in another class
Reliability Class 3	Silos with capacity below 100 tonnes

Fuente: ENV 1991-4 (2006)

- La clasificación del silo según la relación de aspecto h_c/d_c , como se muestra en el Cuadro 3. en este caso h_c es la altura del segmento vertical de la pared del silo y d_c es a dimensión característica interior de la sección de dicho cuerpo vertical.

Cuadro 3. Clasificación de Esbeltez del silo

<i>Relación de aspecto del silo, h_c/d_c</i>	<i>Clase de silo</i>
$h_c/d_c \geq 2$	Esbelto
$1 < h_c/d_c < 2$	Esbeltez intermedia
$0.4 < h_c/d_c \leq 1$	Achaparrado
$h_c/d_c \leq 0.4$	Granero
	Con entrada de aire

Fuente: ENV 1991-4 (2006)

- o La clasificación del silo según la relación d_c/t , como se observa en Cuadro 4. Donde d_c es la dimensión característica interior de la sección de dicho cuerpo vertical y t es el espesor de la pared del silo.

Cuadro 4. Clasificación del silo según espesor de pared

<i>Relación de esbeltez del silo, d_c/t</i>	<i>Clase de silo</i>
$h_c/t > 200$	Pared delgada
$h_c/t < 200$	Pared gruesa

Fuente: ENV 1991-4 (2006)

- o La clasificación del silo según la aspereza de la pared.

Cuadro 5. Clasificación del silo según aspereza de la pared

Category	Descriptive title	Typical wall materials
D1	Low friction or Slippery	Cold-rolled stainless steel Polished stainless steel Coated surface designed for low friction Polished aluminium Ultra high molecular weight polyethylene
D2	Moderate friction or Smooth	Smooth mild carbon steel (welded or bolted construction) Mill finish stainless steel Galvanised carbon steel Oxidised aluminium Coated surface designed for corrosion resistance or abrasive wear
D3	High friction or Rough	Off form steel finished or aged concrete Aged (corroded) carbon steel Abrasion resistant steel Ceramic tiles
D4	Irregular	Horizontally corrugated walls Profiled sheeting with horizontal ribs Non-standard walls with large aberrations

Fuente: ENV 1991-4 (2006)

- Propiedades de los materiales almacenados en el silo: peso específico, ángulo de rozamiento con la pared, cohesión, etc. Se exponen distintos procedimientos de

ensayo para la determinación de las propiedades mecánicas, aunque se proponen datos medios para distintos materiales. Por otro lado, existen coeficientes de mayoración y minoración, dado que los valores máximos, medios o mínimos de cada parámetro serán empleadas en los distintos tipos de fuerzas que actúan sobre el silo (rozamiento, presión, verticales).

- En el Cuadro 6 se muestran las distintas combinaciones de los valores de propiedades mecánicas del material que deben considerarse para cada tipo de fuerzas.

Cuadro 6. Combinación de las propiedades del material para distintos tipos de acciones

Purpose	Characteristic value to be adopted		
	Wal friction coefficient μ	Lateral pressure ratio K	Angle of internal friction ϕ_i
For the vertical wall or barrel			
Maximum normal pressure on vertical wall	Lower	Upper	Lower
Maximum frictional traction on vertical wall	Upper	Upper	Lower
Maximum vertical load on hopper or silo bottom	Lower	Lower	Upper
For the hopper wall		Hopper pressure ratio F	
Maximum hopper pressures on filling	Upper value for hopper	Lower	Lower
Maximum hopper pressures on discharge	Lower value for hopper	Upper	Upper

Fuente: ENV 1991-4 (2006)

- Tipos de flujo que pueden aparecer en la descarga, en función de la forma de la tolva, su inclinación vertical, β , y el coeficiente de rozamiento del material almacenado con la pared, μ .

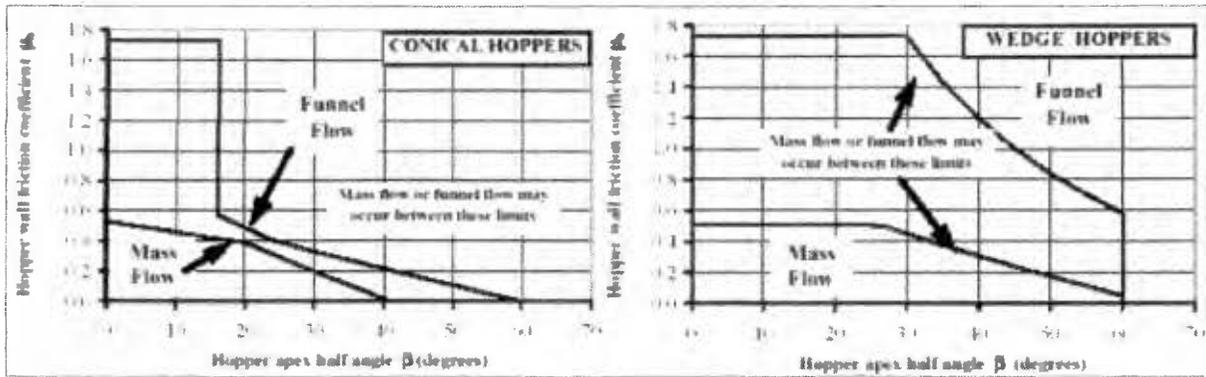


Figura 16. Tipos de flujo en la descarga.

Fuente: ENV 1991-4 (2006)

- Tipo de tolva según su inclinación vertical, β , el coeficiente de rozamiento del material almacenado con la pared, μ y la relación entre presiones horizontales y verticales, k .

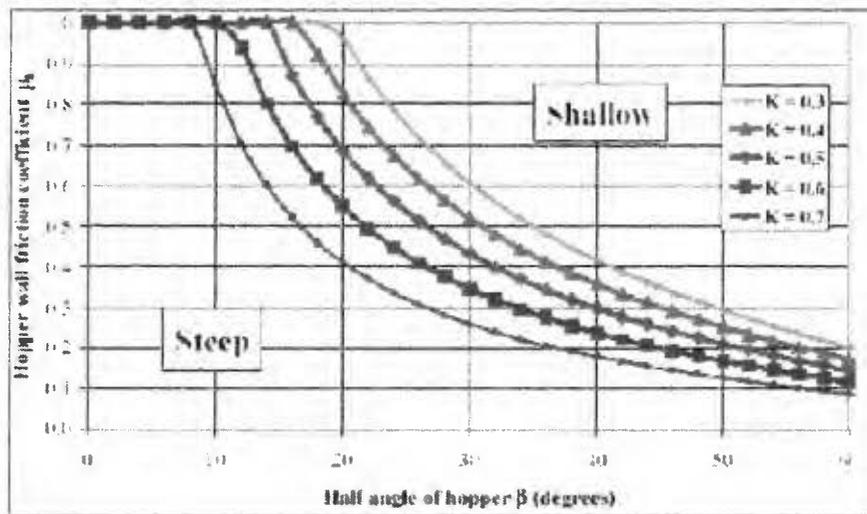


Figura 17. Tipos de flujo en la descarga.

Fuente: ENV 1991-4 (2006)

La determinación de la presión normal sobre la pared vertical del silo se realiza mediante la ecuación de Janssen. Asimismo, en los silos de clase 3 es obligatorio considerar la denominada carga local, cuya finalidad es la simulación de las asimetrías en las presiones que pueden aparecer como consecuencia de las excentricidades de llenado o vaciado, o bien por la anisotropía del material almacenado. La carga local representa una acción adicional a tener

en cuenta en los silos de clase 3. Sin embargo en los silos de clase 2 puede obtenerse mediante la mayoración de la presión normal sobre la pared a través de un coeficiente, donde intervienen las características del material almacenado, las excentricidades de llenado y vaciado, y la relación altura/diámetro del silo.

Por otro lado, para los silos con fondo plano hay un capítulo específico para su descarga con grandes excentricidades. Por último, se proponen distintos procedimientos de cálculo de las presiones sobre las tolvas según las características del silo considerado y el material almacenado. Sin embargo, no se analiza la influencia de la excentricidad de vaciado en las presiones que se producen en las paredes de la tolva.

Norma Americana ACI 313-97

La versión antigua de la norma para el cálculo de las acciones en silos (ACI 313, 1983) permitía el uso tanto de la teoría de Janssen como la de los hermanos Reimbert. Sin embargo, la normativa vigente solo considera la teoría de Janssen. Asimismo, la relación entre presiones horizontales y verticales, k , en la versión de 1983 se obtenía haciendo uso de la relación Ecuación 6, propuesta por Koenen (1895), mientras que el nuevo código utiliza la $k=1-\text{sen}\varphi$ Ecuación 7, planteada por Pieper y Wenzel (1963).

La normativa americana considera un coeficiente de sobrepresión durante la descarga igual a 1.5 que puede reducirse hasta 1.35 en casos justificados, para el caso de flujo concéntrico. Cuando se disponga de una de salida excéntrica, se afirma que deben considerarse las sobrepresiones inducidas, pero no se propone ningún procedimiento concreto para el cálculo, y se hace referencia a varios autores. Finalmente, esta norma contiene numerosas recomendaciones prácticas acerca del diseño de silos.

Norma Alemana DIN 1055-6

La nueva normativa DIN es una transposición casi literal del último borrador aprobado del *Eurocode*.

International Standard ISO-11697

Al igual que en la normativa ya expuesta, la ecuación de Janssen es el procedimiento empleado para el cálculo de las presiones en los silos por la ISO (ISO DIS 11697, 1995). Sin

embargo, en este caso se recogen algunos aspectos interesantes. Por ejemplo, la presión durante la descarga se obtiene multiplicando la presión de llenado por un coeficiente de sobrepresión, que depende del aspecto del silo (Cuadro 7). Además, el concepto de carga local (*Patch Load*) también aparece reflejado. Así, se pretende tener en cuenta el efecto de las posibles asimetrías de las presiones que puedan aparecer en situaciones de llenado o vaciado centrados. Esta carga consiste en una carga adicional a las presiones calculadas cuya magnitud es de 0.2 veces la presión horizontal y que actuará en cualquier parte de la pared del silo sobre una zona cuadrada con una longitud

$$s=0.8 \cdot A/U \quad \text{Ecuación 23}$$

Donde A es el área de la sección horizontal del silo y U es el perímetro de la sección horizontal del silo. Por otro lado, el valor de la carga local debe aumentarse mediante la aplicación de un coeficiente β cuando se produzca una descarga excéntrica del silo.

$$\beta=1.0+4.0 \cdot (e/d) \quad \text{Ecuación 24}$$

Siendo e, la excentricidad de la boca de salida y d es el diámetro interno del silo. No obstante, esta relación se aplica siempre que la excentricidad de la boca de salida sea superior al 25%.

Cuadro 7. Coeficiente de sobrepresión para la descarga de silos

<i>Tasa de aspecto del silo, h/d</i>	<i>Coeficiente de sobrepresión, C</i>
$h/d \leq 1$	1.0
$1 < h/d < 1.5$	$1.0 + 0.7 \cdot (h/d - 1.0)$
$h/d \geq 1.5$	1.35

Fuente: ISO 11697, 1997

Por último, la presión normal que actuara sobre la pared de la tolva, p_n será la suma de las presiones p_{n1} , p_{n2} , y p_{n3} , representadas en la Figura 18.

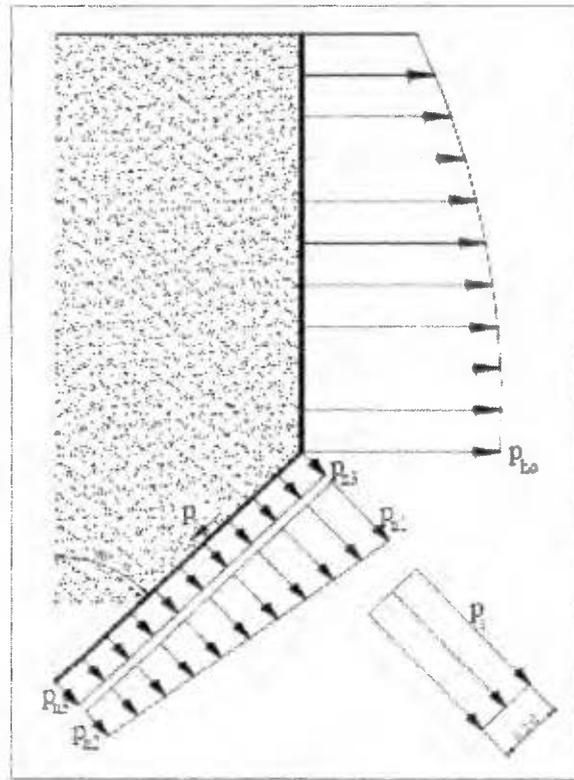


Figura 18. Presiones en la tolva

Fuente: ISO-11697

Además, en el caso de la existencia de flujo másico, se añadiría una componente de la presión, p_s , para simular el efecto de cambio que se produce en la transición entre la pared vertical del silo y la tolva. Las ecuaciones que permiten obtener las presiones propuestas en la norma ISO para el cálculo de la presión normal sobre la tolva son las siguientes:

$$p_{n1} = 1.5 \cdot p_{ho} \cdot \left(\frac{1}{k} \cdot \cos^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha \right) \quad \text{Ecuación 25}$$

$$p_{n2} = \frac{1.5}{k} \cdot p_{ho} \cdot \cos^2 \alpha \quad \text{Ecuación 26}$$

$$p_{n3} = 3.0 \cdot \frac{A}{U} \cdot \frac{\gamma \cdot k}{\sqrt{\mu}} \cdot \text{sen}^2 \alpha \quad \text{Ecuación 27}$$

$$p_s = 2.0 \cdot p_{ho} \quad \text{Ecuación 28}$$

Donde p_{ho} es la presión horizontal en la parte vertical del silo en la transición, α es el ángulo de inclinación de la tolva con respecto a la horizontal, k es la relación entre presiones horizontales y verticales deducida a partir del ángulo de fricción del material ($k=1.1(1-\text{sen } \varphi)$),

A es el área de la sección horizontal del silo, U es el perímetro de la sección horizontal del silo, γ es el peso específico del material almacenado y μ es el coeficiente de rozamiento del grano con la pared del silo.

Inglesa BMHB 1987

Se trata de una norma muy detallada, que contiene especificaciones y recomendaciones sobre aspectos muy diversos en el diseño de este tipo de estructuras: características generales, propiedades de los materiales almacenados, criterios para el diseño seguro de la estructura frente a explosiones, etc.

En cuanto al cálculo de las cargas que actúan sobre el silo, es necesario haber determinado previamente unos aspectos para su obtención: tamaño y forma del silo, propiedades de los materiales almacenados, clase de flujo del material que se espera, posible aireación del silo y estudio de las condiciones atmosféricas a las que puede verse sometido. Se utiliza el método de Janssen de forma general, aunque para el caso en que $h/d < 1.5$ se emplea el procedimiento de los hermanos Reimbert. Otros aspectos, como las presiones durante el vaciado o la descarga excéntrica son también contemplados en esta norma.

3. CONCEPTOS DE PREESFORZADO

El presforzado puede definirse en términos generales como el precargado de una estructura, antes de la aplicación de las cargas de servicio requeridas, hecho en forma tal que mejore su comportamiento general. Aunque los principios y las técnicas del presforzado se han aplicado a estructuras de muchos tipos materiales, la aplicación más común ha tenido lugar en el diseño del concreto estructural.

En esencia, el concreto es un material que trabaja a compresión. Su resistencia a la tensión es mucho más baja que su resistencia a la compresión, y en muchos casos, al diseñar, se deja fuera de consideración aquella. Por tanto, el preesfuerzo del concreto implica naturalmente la aplicación de una carga compresiva, previa a la aplicación de las cargas anticipadas de diseño, en forma tal que reduzcan o eliminen los esfuerzos de tensión que de otra forma ocurrirían.

En efecto, el concepto original del concreto presforzado consistió en introducir suficiente precompresión para que se eliminaran en el miembro cargado todos los posibles esfuerzos de tensión que existirían de otra forma en el concreto. Esto genera una condición de servicio idónea en estructuras donde el agrietamiento debe ser casi nulo, y para este caso no es la excepción.

En consecuencia, no es solo por la mejora en el comportamiento bajo cargas de servicio y por el control del agrietamiento, por lo que el concreto presforzado es conveniente, sino también porque permite la utilización de materiales eficientes de alta resistencia. Pueden usarse miembros de menores dimensiones y más ligeros. Se reduce la relación de la carga muerta a la carga viva, se aumentan los claros y se amplían considerablemente la gama de aplicaciones posibles de concreto estructural.

Aunque el presforzado es un tema amplio, se intentara aclarar los conceptos básicos de este método por medio de un ejemplo simple. En este se demostrarán las características básicas que generaran un concepto global del tema para lograr incursionar en el tema de los silos. Se toma para el ejemplo el análisis de una viga rectangular debido a su simplicidad.

En la figura siguiente se muestra una viga de concreto, sin refuerzo. Esta soporta una sola carga concentrada en el centro de su claro. Conforme la carga W se aplica gradualmente, se introducen esfuerzos longitudinales de flexión. Suponiendo que se esfuerza el concreto solamente dentro de su intervalo elástico, la distribución de flexión a la mitad del claro será lineal.

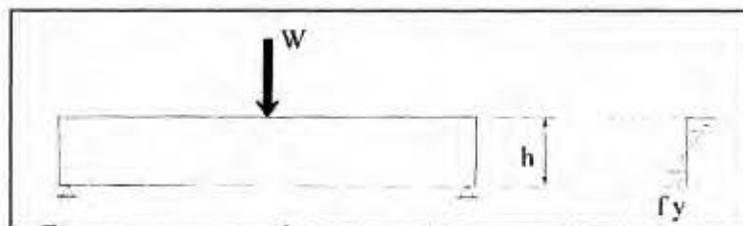


Figura 19. Viga simplemente apoyada

A una carga relativamente, el esfuerzo de tensión que se origina en el concreto en la parte inferior del miembro alcanzará el valor de la resistencia del material a la tensión (f_t) y se formaran grietas. Como no existe restricción alguna contra la extensión de la grieta hacia arriba, el miembro fallara totalmente y se derrumbará sin aumentar más la carga.

Considérese ahora una viga idéntica en la cual se introduce una fuerza axial longitudinal P que introduce un esfuerzo axial compresivo uniforme igual a $f_c = P/A_c$, siendo A_c el área de la sección transversal de la viga de concreto. Es claro que la fuerza puede ajustarse en cuanto a la magnitud, de manera que al aplicar la carga transversal W , superposición de esfuerzos debidos a P y W da como resultado un esfuerzo de tensión igual a cero en la parte inferior de la viga, como se ilustra. El esfuerzo de tensión que actúa en el concreto puede eliminarse, reducirse o asegurarse que el miembro esté en compresión para las cargas aplicadas.

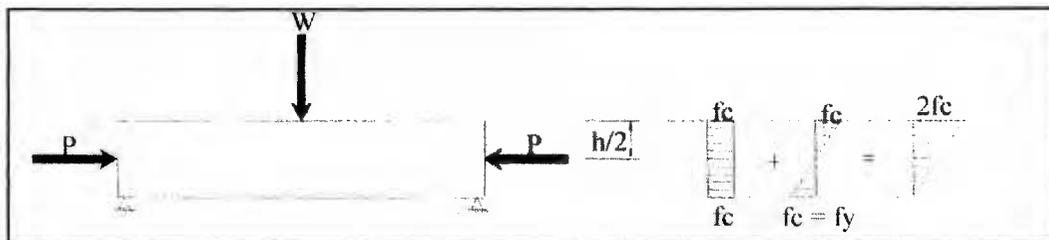


Figura 20. Viga simplemente apoyada con presfuerzo

Sería más efectivo aplicar la fuerza presforzante cerca de la parte inferior de la viga, para compensar con mayor eficacia la tensión inducida por la carga. Por ejemplo una especificación de diseño podría ser introducir la compresión máxima en la parte inferior del miembro sin ocasionar tensión en la parte superior al actuar solamente la fuerza presforzante. Se puede demostrar fácilmente que para una viga de sección transversal rectangular, el punto de aplicación correspondiente de la fuerza está en el punto inferior del tercio medio del peralte de la sección. La carga P , con el mismo valor que antes, pero aplicada con excentricidad de $e = h/6$ respecto al centroide del concreto, producirá una distribución de esfuerzo compresivo longitudinal que varía desde cero en el borde superior hasta un valor máximo de $2f_c = (P/A_c) + (P \cdot e \cdot c_2 / I_c)$, en el inferior, siendo f_c el esfuerzo en el concreto en el centroide de la sección, c_2 es la distancia del centroide del concreto a la cara inferior del concreto e I_c el momento de inercia de la sección transversal. El esfuerzo en la parte inferior será exactamente igual al doble del valor producido antes por el presfuerzo axial. Con esto, la carga transversal puede ser ahora el doble y no dar origen a esfuerzo de tensión.

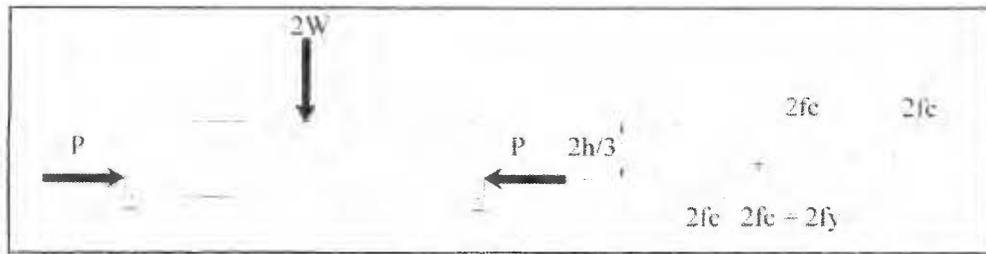


Figura 21. Viga simplemente apoyada con presfuerzo excéntrico

Otro método a considerar es el de una excentricidad variable de la fuerza preesforzante, con respecto al centroide de la sección de concreto, a lo largo del miembro. La carga $2w$ produce un momento flexionante que varía linealmente a lo largo del claro, desde cero en los apoyos hasta el máximo en el centro. Intuitivamente se tiene que el mejor arreglo de preesforzado produciría un contramomento que variaría de la misma manera. Esto se logra fácilmente, porque el momento de preesfuerzo es directamente proporcional a la excentricidad del tendón, medida desde el centroide del acero hasta el centroide del concreto. De acuerdo con lo anterior, se da ahora al tendón una excentricidad que varía linealmente desde cero en los apoyos hasta un máximo en el centro del claro. Los esfuerzos que ocurren a la mitad del claro son los mismos que antes. En los apoyos, donde solo actúa la fuerza preesforzante, con excentricidad de cero, se obtiene un esfuerzo uniforme de compresión f_c , como se ilustra en la figura siguiente.

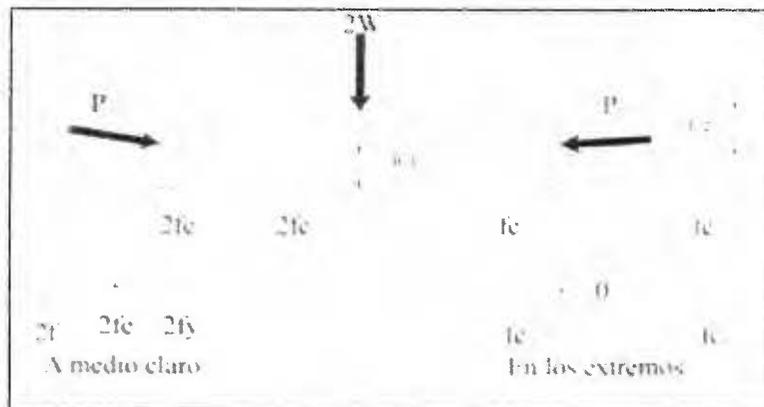


Figura 22. Viga simplemente apoyada con presfuerzo excentricidad variable

Debería resultar claro que, para cada arreglo característico de la carga, hay un perfil óptimo del tendón en el sentido que produce un diagrama de momentos de preesfuerzo que corresponde al de la carga aplicada. Todavía es de mayor interés observar que, si el

contramomento de presfuerzo se hiciera exactamente igual al momento producido por las cargas a todo lo largo del claro, el resultado sería una viga sujeta solamente a esfuerzo axial de compresión uniforme en toda su extensión, para esas condiciones de carga en particular. La viga no solo estaría exenta de agrietamiento sino que (despreciando la influencia de la contracción y el flujo plástico del concreto) no se deformaría ni hacia arriba ni hacia abajo al aplicarse las cargas. Tal situación se obtendría de una carga de magnitud W . a esta condición se le conoce como la etapa de carga balanceada.

Aunque se ha presentado este breve estudio en relación con la eliminación de la tensión procedente de la flexión y del control del agrietamiento y la deformación de las vigas de concreto, debe reconocerse que el preesforzado puede usarse con eficacia en muchas otras situaciones, como por ejemplo, para reducir o eliminar los esfuerzos de tensión diagonal en las vigas, la tensión tangencial en los recipientes para almacenaje de líquidos y sólidos, los esfuerzos de tensión debidos a la carga o la contracción que se presentan en los pavimentos, o la tensión que se genera por el cargado excéntrico de las columnas. Los principios fundamentales tienen una aplicación muy amplia y ponen en las manos de los ingenieros diseñadores un poderoso medio para mejorar el comportamiento de las estructuras.

4. MODELOS ESTRUCTURALES

El diseño de silos no solo requiere se cumpla con requisitos de capacidad, sino que también se consideren las condiciones de servicio. El silo debe ser capaz de resistir las cargas aplicadas sin que ocurran agrietamientos que puedan ocasionar filtraciones y/o contacto del material con humedad. Para cumplir con estos requisitos es indispensable proveer una cantidad y una distribución óptima del refuerzo a utilizar, además de un buen diseño y control durante la ejecución y la utilización de concreto de buena calidad.

Las cargas para las cuales se realiza el análisis y diseño del silo varían, dependen de varias razones, entre ellas: lugar donde se construyó el silo, destino o función principal del mismo, importancia de la estructura y de las consecuencias de ocurrencia de una falla en la misma. En base a estos criterios, se pueden identificar los estados de carga para los cuales se debe analizar y diseñar el silo. Es así que se consideran cargas gravitatorias, cargas por presiones

internas de acuerdo a las características del material a ensilar, cargas de viento y cargas sísmicas.

Los modelos se realizaron en el programa de análisis estructural SAP2000. Los silos se modelan mediante el uso de elementos tipo Shell, para representar las paredes y la tolva del silo. Se realizaron dos modelos, cada uno con las cargas asignadas de acuerdo con el código utilizado. Cabe destacar que la diferencia entre los modelos se da en las cargas que produce el material almacenado y las diferencias en la metodología de cálculo entre el ACI y el Eurocódigo.

4.1 Definición de Variables

Se deben definir los parámetros que influyen a la hora de generar los modelos estructurales, para así lograr una representación de la realidad aceptable. Es por esto que se definen las siguientes variables:

4.1.1 Materiales

Los materiales que se utilizaran para el diseño del silo son los siguientes:

Cuadro 8. Materiales

Materiales del puente				
Concreto reforzado	f'_c	350	kg/cm ²	E_c 282,495.13 kg/cm ²
Acero de refuerzo G40 ASTM A-615	f_y	4,200	kg/cm ²	
Acero de presfuerzo 270 ASTM A-416	f_y	18,900	kg/cm ²	

4.1.2 Altura y diámetro de la estructura

El silo tiene una altura desde el suelo hasta el punto más alto de 46m. La altura de la zona de almacenamiento del material será de 40m. El nivel de desplante será de 3m. El diámetro del silo será de 16m. Con estas medidas se tiene un volumen de almacenaje de 6917 m³. El silo tiene capacidad de almacenar 9684 Ton de cemento.

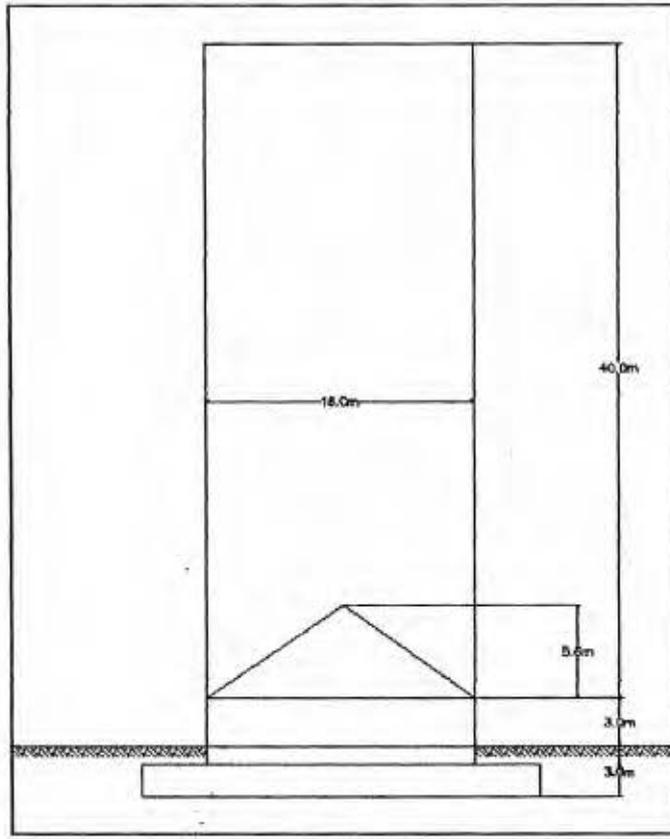


Figura 23. Detalle de Estructura

4.1.3 Espesor de las paredes

Se trabajará con un espesor inicial de 45 cm para las paredes del silo. Este espesor podría variar luego del análisis y diseño estructural, para cumplir con las demandas.

4.1.4 Tolva

Se trabajara con una tolva de cono invertido con un ángulo con respecto a la horizontal de 35°.

4.1.5 Cimentación

Se utilizará una cimentación tipo losa de fundación. Inicialmente se considera un espesor de 2m. La forma así como el espesor pueden variar dependiendo de los resultados del análisis y diseño estructural.

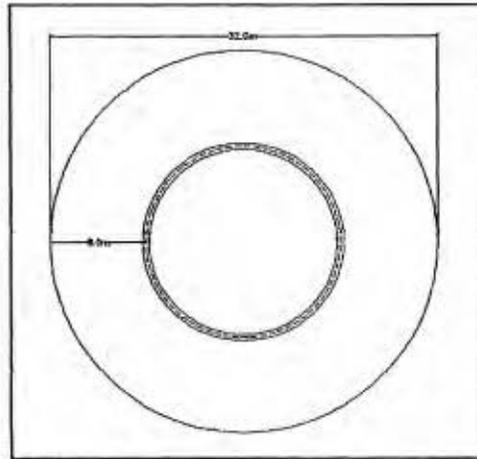


Figura 24. Detalle de Cimentación

4.1.6 Tipo de suelo:

Se supone un suelo para cimentar de buena calidad. La capacidad soportante se fija en 30 Ton/m².

4.1.7 Caracterización sísmica

Para el cálculo de la demanda sísmica se siguen los criterios del Código Sísmico de Costa Rica en su versión 2010. Con esto primeramente se escogen los parámetros del suelo:

- Zona sísmica: Zona III
- Tipo de suelo: S3

Por otra parte es necesario escoger los parámetros correspondientes a la ductilidad y sobrerresistencia. Para este tipo de estructuras es recomendable la utilización de los siguientes valores:

- Ductilidad global asignada "μ": 2
- Sobrerresistencia "SR": 2

Se utiliza ductilidad global asignada de 2 debido a que el comportamiento inelástico de este tipo de estructuras tiende a concentrarse en la zona inferior, lo que reduce la redundancia y limita la disipación de energía a esa zona. Por esto se asignan valores bajos de ductilidad.

4.1.8 Material Almacenado

Para el cálculo de la presión del material almacenado, que es cemento, se utilizan los siguientes valores promedio. Los códigos presentan ciertas combinaciones de parámetros del material para obtener las presiones máximas. Esta recomendación no se utiliza porque se estaría introduciendo una variable en el material almacenado y la idea es analizar los silos en condiciones similares donde la variación sea la metodología utilizada para el cálculo de presiones, además para simplificar el cálculo.

Cuadro 9. Propiedades del Material

Cemento		
Peso unitario	1400	kg/m ³
Angulo de reposo	36	°
Angulo de fricción	30	°
Coefficiente de presión	0.54	
Coefficiente de fricción de las paredes	0.51	

Fuente. ENV 1991-4 (2006) y ACI 313-97

4.2 Descripción de las Cargas

4.2.1 Carga muerta

Corresponde al peso propio de los elementos. El peso por metro cúbico de estos elementos se considera con los siguientes valores:

- Concreto colado en sitio $\gamma_c = 2.4 \text{ ton/m}^3$

4.2.2 Carga viva

Se supone una carga temporal en la losa superior de 200 kg/m^2 . Además de esta, el peso y las presiones del material almacenado se consideran como cargas vivas. Para los empujes del material se consideran las metodologías propuestas por el ACI y por el Eurocódigo. Se supone que no existen cargas de dispositivos en la estructura.

4.2.3 Carga por sismo

Se considera el sismo de acuerdo con las provisiones del CSCR-10. Se va a utilizar un análisis espectral para el cálculo de la fuerza sísmica de la superestructura. Con los parámetros anteriormente definidos en 4.1.7, se escoge el espectro de respuesta que recomienda el CSCR-10 (Figura 25).

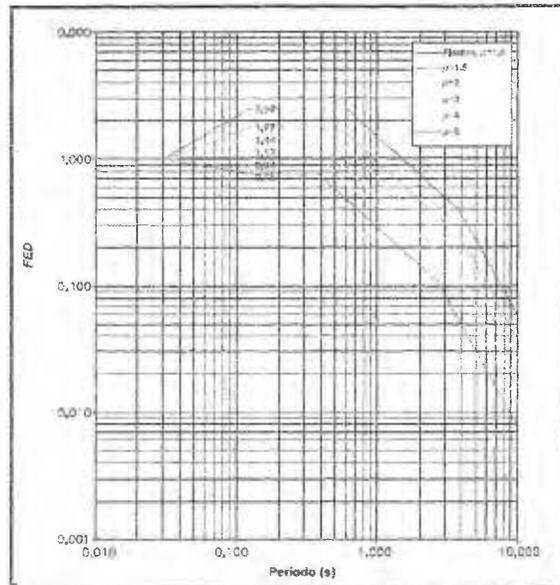


Figura 25. Espectro de respuesta, Zona III y suelo S3

Fuente. Código Sísmico de Costa Rica 2010.

Cabe destacar que para el cálculo de fuerzas de sismo solo se considera un 80% de la masa del material almacenado. Este equivale a 7746.5 Ton de cemento. Esta masa se modela como si se moviera en conjunto con las paredes del silo. Es decir se modela como una masa adherida a las paredes del silo. Así se tiene que las fuerzas inerciales que se generan en la estructura se deben a la masa del silo (paredes, tolva, etc) y la masa del material almacenado que se mueve con la estructura. En la siguiente figura se observa cómo se modelan las masas adheridas a las paredes.

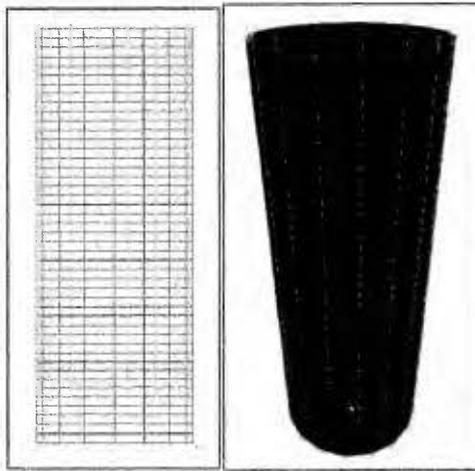


Figura 26. Masa del material almacenado.

4.2.4 Carga por Temperatura

Debido a que los materiales que se almacenan en el silo (cemento) provienen de procesos donde su temperatura es muy superior a la ambiental, se deben considerar cargas por diferenciales de temperatura. Se definen que la temperatura exterior es de 25°C y la interior es de 95°C.

4.2.5 Combinaciones de carga

Para elegir las combinaciones de carga a utilizar, se utilizan las combinaciones dadas por el CSCR-10 en conjunto con las del ASCE 7-10 para tomar en cuenta los efectos de temperatura. A continuación se muestran las combinaciones a utilizar:

Cuadro 10. Combinaciones de carga

Combinaciones					
Carga	Muerta	Viva	Temperatura	Sismo	
Últimas	CU1	1.4	0	0	0
	CU2	1.2	1.6	1.2	0
	CU3	1.4	1.7	1.4	0
	CU4	1.2	1	0	±1
	CU5	0.9	0	0	±1

Fuente: CSCR-10 y ASCE 7-10

Cabe destacar que como se menciono anteriormente solo se utilizan las combinaciones arriba descritas debido a que no se quiere que los factores de ponderación de las diferentes combinaciones propuestas en los códigos influyan en las diferencias que se observaran al final del diseño.

4.3 Modelo Estructural en SAP2000

4.3.1 Generalidades y Geometría

Los silos se modelaron como estructuras tridimensionales y el análisis de la superestructura se realizó utilizando el programa SAP2000 y su herramienta de elemento finito. A continuación se resumen algunas de las suposiciones realizadas para el análisis:

- Las paredes de concreto se modelaron utilizando elementos tipo Shell. La tolva también se modeló utilizando elementos tipo Shell. Se modeló la transición entre la tolva y las paredes como si fuera continua.
- Las paredes del silo se asumieron como empotradas en la fundación. El punto de empotramiento se ubicó en la parte superior de la fundación.
- Se realiza un análisis lineal espectral dinámico utilizando los espectros de respuesta del CSCR-2010.
- Se utiliza para el cálculo de la carga sísmica un factor de 0.25 para la carga viva.

La geometría del modelo se observa en la Figura 27 y la Figura 28

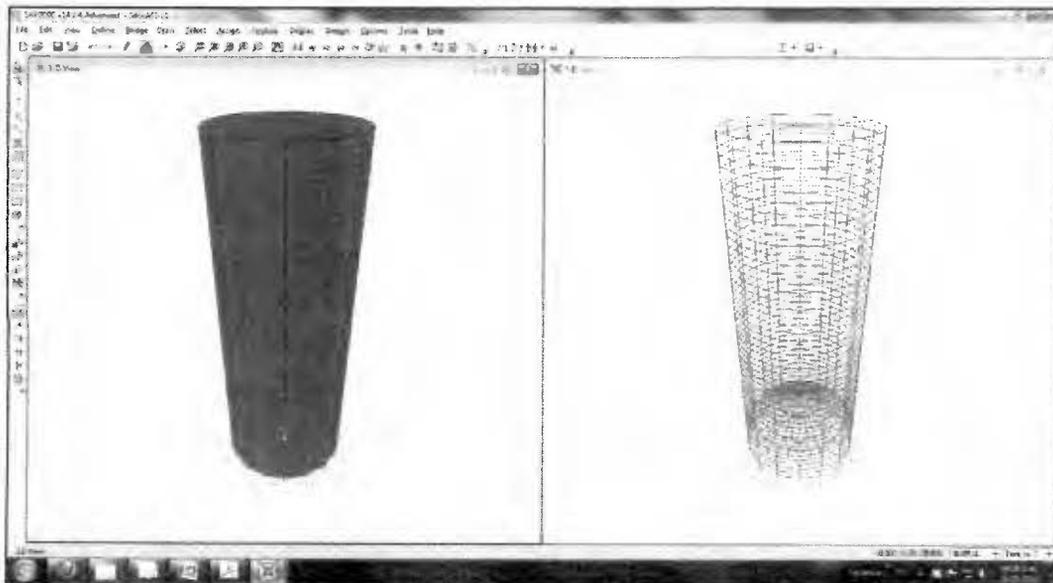


Figura 27. Vista General del Silo

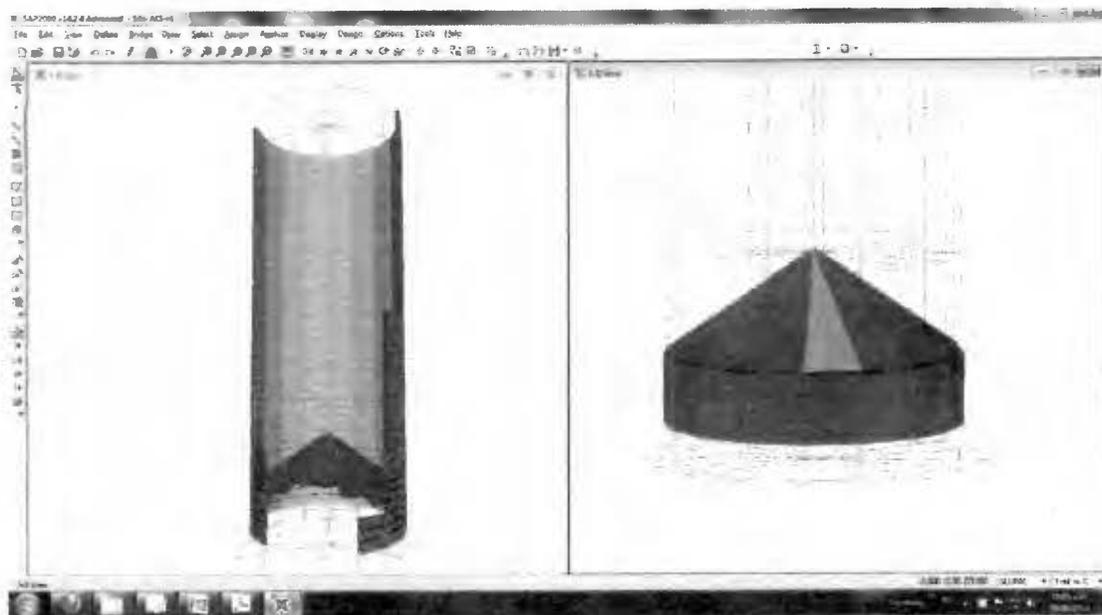


Figura 28. Vista interior y detalle de tolva

4.3.2 Cargas (ACI)

Las cargas mencionadas en la sección 4.2 se asignaron al modelo. Cada caso de carga se aplicó independiente de los demás y luego se combinaron de acuerdo a las combinaciones de carga expuestas en la sección 4.2.5 y en el Cuadro 10. En las figuras siguientes se muestran las cargas asignadas en el modelo.

Carga Viva

Se supone una carga temporal en la losa superior de 200 kg/m^2 . Además de esta, el peso y las presiones del material almacenado se consideran como cargas vivas. Para los empujes del material se consideran las metodologías propuestas por el ACI. Se supone que no existen cargas de dispositivos en la estructura.

$$\Delta T = (203 - 77 - 80) * 0.236 = 10.856 \text{ } ^\circ F = 23.8 \text{ } ^\circ C$$

En el grafico siguiente se muestra la variación del facto K_t , con respecto al espesor de la pared del silo.

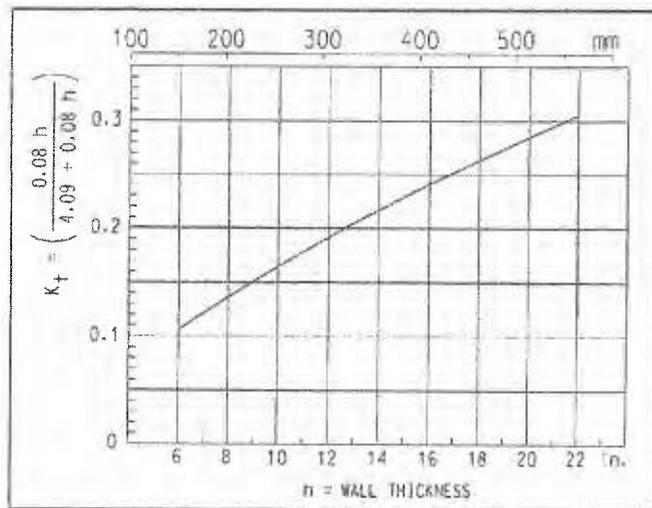


Figura 30. Variación K_t con espesor de la pared

Fuente: ACI-313-97

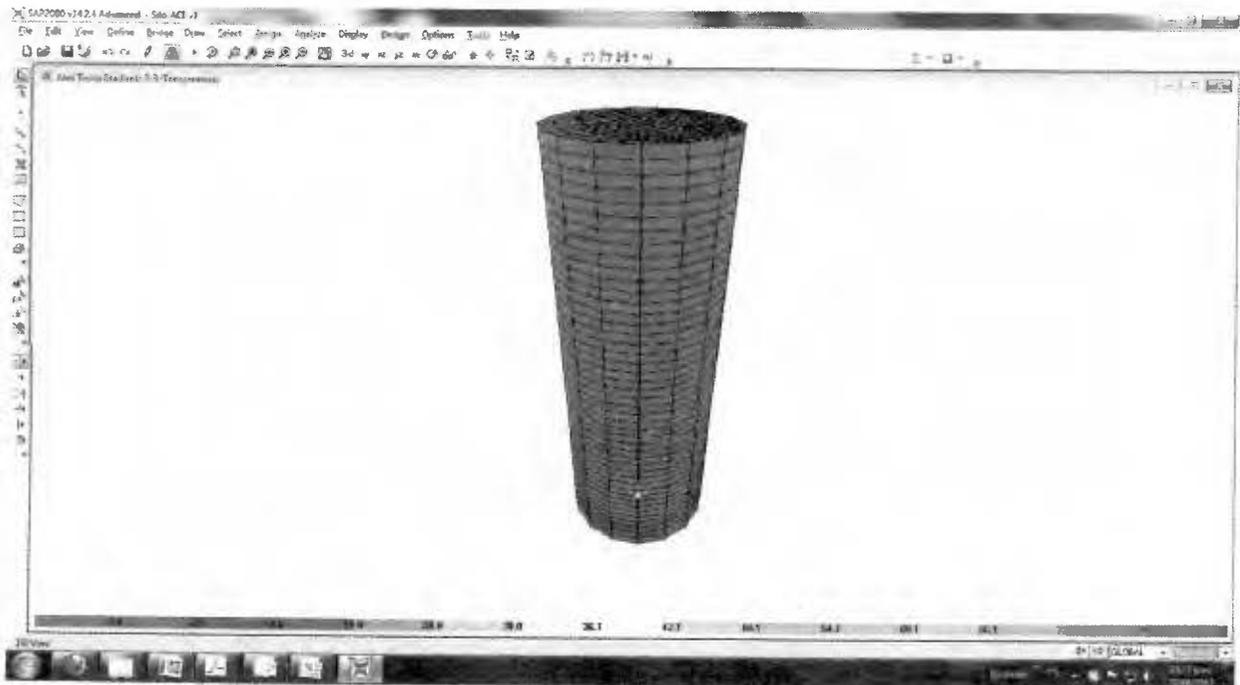


Figura 31. Carga de Temperatura

Presión del material almacenado

En este caso se tiene que las presiones por el llenado y la descarga del silo son iguales. El ACI solo diferencia estas cargas aplicando un factor de sobrepresión de 1.5. Este factor no se aplicará porque la estructura tiene capacidad de deformación, y la sobrepresión que se da en la descarga se ve disipada mediante esta deformación. Además de la presión horizontal se tienen fuerzas generadas por la fricción del material con las paredes. A continuación se presenta el cálculo de las presiones por medio de la metodología del ACI.

Las presiones de llenado se calculan utilizando el método de Janssen. La presión vertical "q" y la presión horizontal "p" a una profundidad "Y" por debajo de la superficie del material almacenado se calculan como:

$$q = \frac{\gamma R}{\mu' k} [1 - e^{-\mu' k Y / R}] \quad \text{Ecuación 31}$$

$$p = kq \quad \text{Ecuación 32}$$

Donde μ' es el coeficiente de fricción entre las paredes y el material, k es el coeficiente de presión del material almacenado, γ es el peso unitario del material almacenado y R es la razón entre el área y el perímetro de la sección transversal del silo.

La carga de fricción vertical por unidad de longitud del perímetro de la pared del silo a una profundidad "Y" por debajo de la superficie del material se calcula como:

$$V = (\gamma Y - q)R \quad \text{Ecuación 33}$$

En cuanto a la tolva la presión horizontal a una presión h_y por debajo del punto más alto de la tolva se calcula como:

$$q_y = q_0 + \gamma h_y \quad \text{Ecuación 34}$$

Donde q_0 es la presión de llenado en la parte más alta de la tolva, calculada con la Ecuación 31. La presión normal a la superficie de la tolva será la mayor de las siguientes

$$p_n = \frac{q_y \tan \theta}{\tan \theta + \tan \phi} \quad \text{Ecuación 35}$$

$$p_n = q_y(\text{sen}^2\theta + k\text{cos}^2\theta) \quad \text{Ecuación 36}$$

Donde θ es ángulo de la tolva con respecto a la vertical, $\tan \phi$ es el coeficiente de fricción entre el material almacenado y las paredes.

Para el cálculo de la carga de fricción por unidad de área de tolva:

Si se utiliza la $p_n = \frac{q_y \tan\theta}{\tan\theta + \tan\phi}$ Ecuación 35 para calcular p_n

$$v_n = p_n \tan\phi \quad \text{Ecuación 37}$$

Si se utiliza la $p_n = q_y(\text{sen}^2\theta + k\text{cos}^2\theta)$ Ecuación 36 para calcular p_n

$$p_n = q_y(1 - k)\text{sen}\theta\text{cos}\theta \quad \text{Ecuación 38}$$

Las presiones anteriores son presiones de llenado. Para calcular las presiones de descarga el ACI propone multiplicar estas presiones por un factor de sobrepresión de 1.5 para la parte superior y de 1.35 para la tolva. Este factor no se aplicará porque la estructura tiene capacidad de deformación, y la sobrepresión que se da en la descarga se ve disipada mediante esta deformación.

A continuación se muestran los resultados de los cálculos de las presiones.

Cuadro 11. Parámetros para el cálculo de presiones

h(m)	37	Altura de la zona de presión
D(m)	16	
Propiedades del material(cemento)		
γ	1.4	Ton/m ³
Presiones		
R(m)	4	
μ	0.51	
ϕ	30°	
k	0.54	

Cuadro 12. Presión del material almacenado

Altura (m)	P.Vertical	P.Horizontal	Carga Friccion				
	q (Ton/m2)	p (Ton/m2)	V (Ton/m)				
37	0.00	0.00	0.00				
36	1.35	0.73	0.19				
35	2.62	1.41	0.74				
34	3.79	2.05	1.62				
33	4.90	2.64	2.82				
32	5.92	3.20	4.31				
31	6.88	3.72	6.08				
30	7.78	4.20	8.10				
29	8.61	4.65	10.35				
28	9.39	5.07	12.83				
27	10.12	5.46	15.52				
26	10.80	5.83	18.40				
25	11.43	6.17	21.47				
24	12.03	6.49	24.70				
23	12.58	6.79	28.09				
22	13.09	7.07	31.62				
21	13.58	7.33	35.29				
20	14.03	7.57	39.10				
19	14.45	7.80	43.02				
18	14.84	8.01	47.05				
17	15.20	8.21	51.19				
16	15.54	8.39	55.42				
15	15.86	8.57	59.75				
14	16.16	8.73	64.16				
13	16.44	8.88	68.65				
12	16.70	9.02	73.21				
11	16.94	9.15	77.84				
10	17.17	9.27	82.54				
9	17.38	9.38	87.30				
8	17.57	9.49	92.11	Tolva (En Altura=5.6 m)			
7	17.76	9.59	96.97	Altura (m)	P.Vertical	P.Horizontal	Carga Friccion
6	17.93	9.68	101.89		qy (Ton/m2)	p (Ton/m2)	vn (Ton/m2)
5	18.09	9.77	106.85	5	17.93	15.21	3.87
4	18.24	9.85	111.85	4	19.33	16.40	4.18
3	18.38	9.92	116.89	3	20.73	17.59	4.48
2	18.51	9.99	121.97	2	22.13	18.78	4.78
1	18.63	10.06	127.08	1	23.53	19.97	5.09
0	18.74	10.12	132.23	0	24.93	21.16	5.39

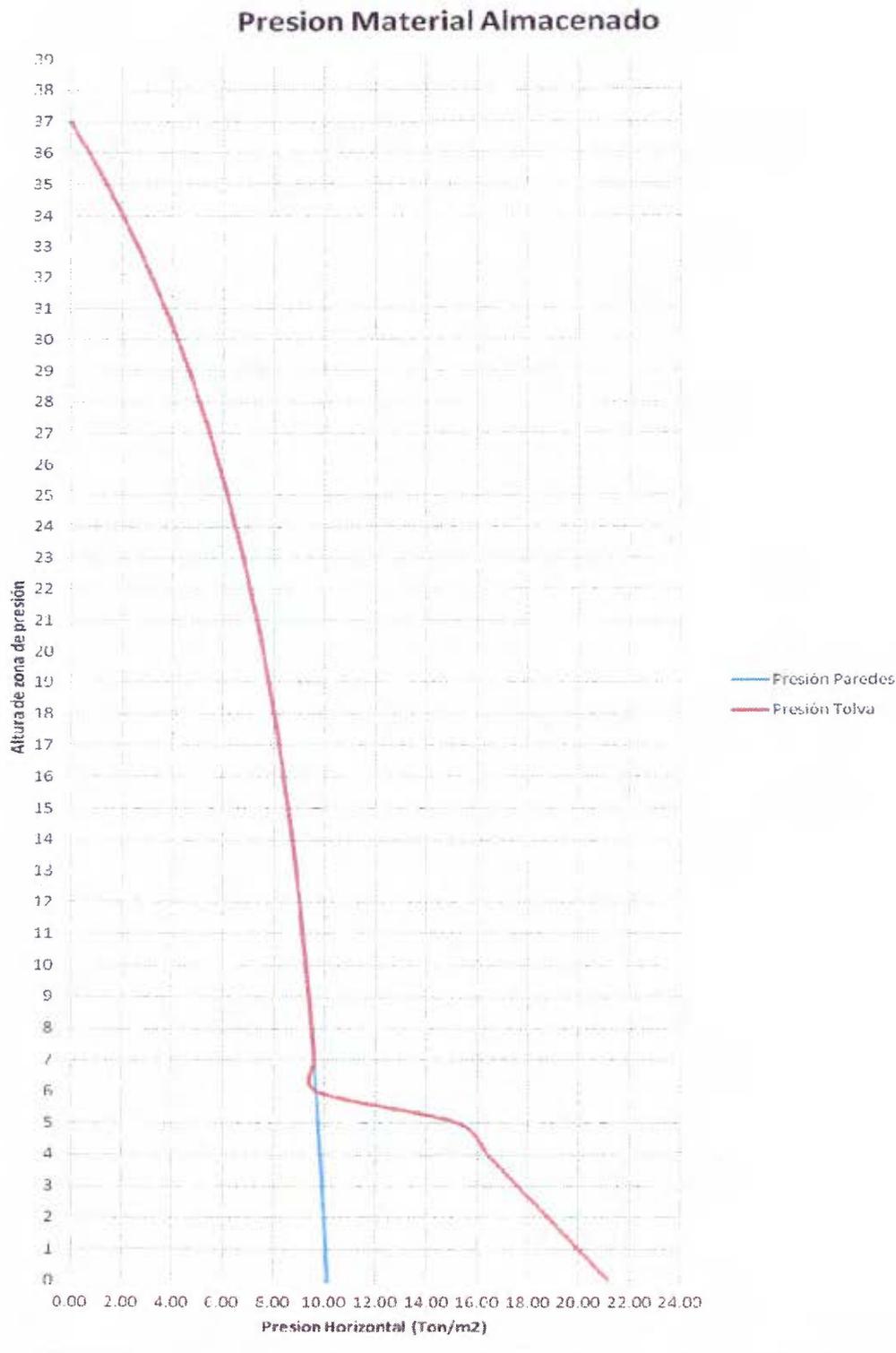


Figura 32. Presiones por descarga y llenado

En la Figura 33 y Figura 34 se muestran las presiones consideradas para el modelo estructural en SAP2000. Estas presiones son las calculadas anteriormente y su variación coincide con la Figura 32.

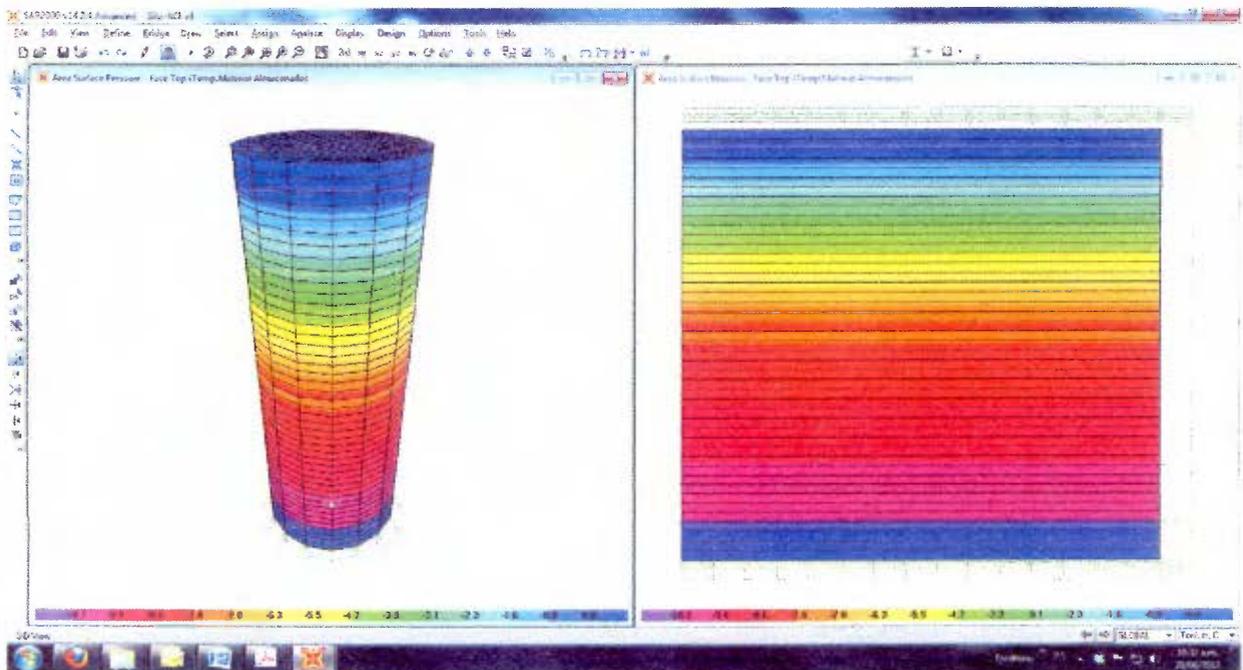


Figura 33. Presiones por descarga y llenado

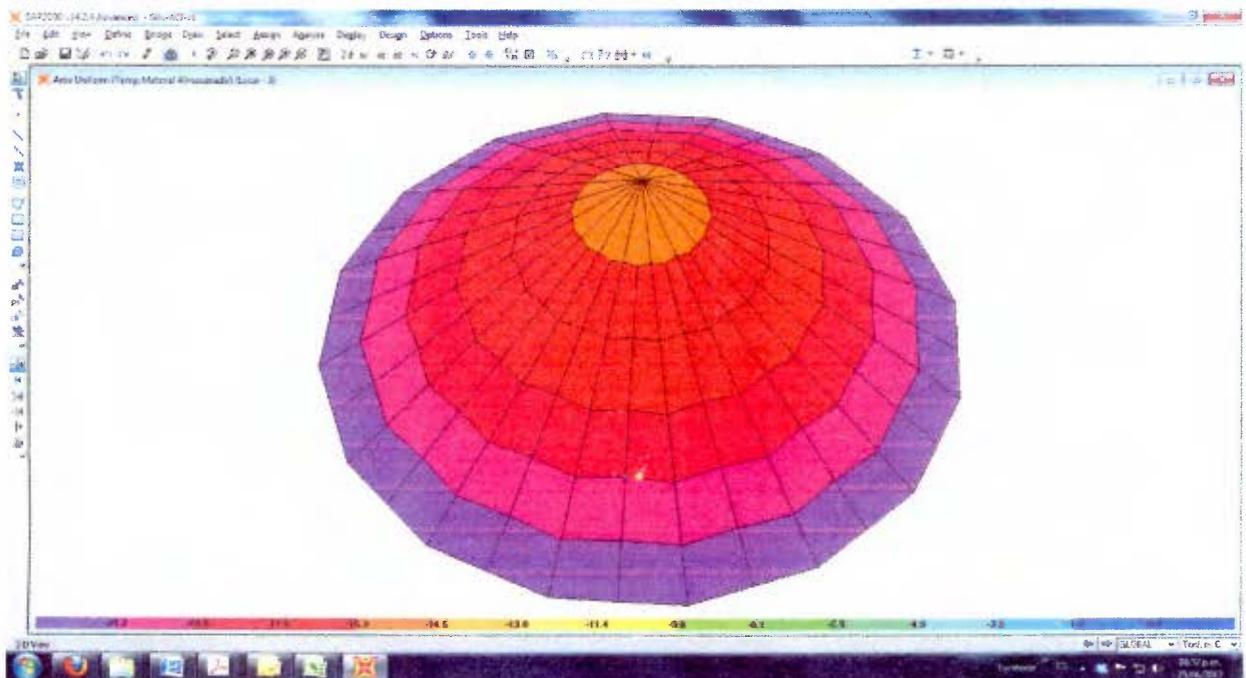


Figura 34. Presiones por descarga y llenado en tolva

4.3.3 Cargas (Eurocode)

Las cargas mencionadas en la sección 4.2 se asignaron al modelo. En este caso la carga viva y la carga por temperatura son iguales al caso del ACI.

Presión del material almacenado

En este caso se tiene que las presiones por el llenado son inferiores a las presiones de descarga por lo que se utilizarán estas últimas en el modelo. Además de la presión horizontal se tienen fuerzas generadas por la fricción del material con las paredes. A continuación se presenta el cálculo de las presiones por medio de la metodología del Eurocodigo.

Primero se deben definir en qué categoría de la evaluación de las acciones se encuentra el silo. En el Cuadro 2 se definen las condiciones de cada clase. Como se tiene una capacidad inferior a 10 000 Ton y una descarga concéntrica, se clasifica como clase 2. Ahora se debe evaluar la esbeltez del silo, y que las cargas dependen de esta. La esbeltez se define como la razón entre la altura de la zona de presión y el diámetro del silo. En este caso sería:

$$\frac{h_c}{d_c} = \frac{37}{16} = 2.3 \quad \text{Ecuación 39}$$

De acuerdo con la clasificación del código, este silo se considera esbelto. Por esto se utiliza el procedimiento para silos esbeltos. Las presiones de llenado se calculan utilizando el método de Janssen. La presión vertical " p_{vf} " y la presión horizontal " p_{hf} " y tracción de fricción vertical a una profundidad " z " por debajo de la superficie del material almacenado se calculan como:

$$p_{hf}(z) = p_{ho} Y_j(z) \quad \text{Ecuación 40}$$

$$p_{wf}(z) = \mu p_{ho} Y_j(z) \quad \text{Ecuación 41}$$

$$p_{vf}(z) = \frac{p_{ho}}{k} Y_j(z) \quad \text{Ecuación 42}$$

Con

$$Y_j(z) = [1 - e^{-z/z_o}] \quad \text{Ecuación 43}$$

$$p_{ho} = \gamma k z_o \quad \text{Ecuación 44}$$

$$z_o = \frac{1}{k\mu} \frac{A}{U} \quad \text{Ecuación 45}$$

Donde μ es el coeficiente de fricción entre las paredes y el material, k es el coeficiente de presión del material almacenado, y γ es el peso unitario del material almacenado y A/U es la razón entre el área y el perímetro de la sección transversal del silo.

La carga de fricción vertical por unidad de longitud del perímetro de la pared del silo se calcula como:

$$n_{zsk} = \int_0^z p_{wf}(z) dz = \mu p_{ho} [z - z_o Y_j(z)] \quad \text{Ecuación 46}$$

Para obtener las presiones de descarga se multiplican la presión horizontal por $C_h=1.15$ y la tracción por fricción por $C_w=1.10$. Como se menciona anteriormente para el caso del ACI, estos factores de sobrepresión no serán tomados en cuenta debido a que las sobrepresiones generadas en la descarga se disipan con la deformación del silo.

El Eurocódigo propone una carga extra a cierta altura (patch load), esta se calcula como sigue y tiene la configuración de la Figura 35.

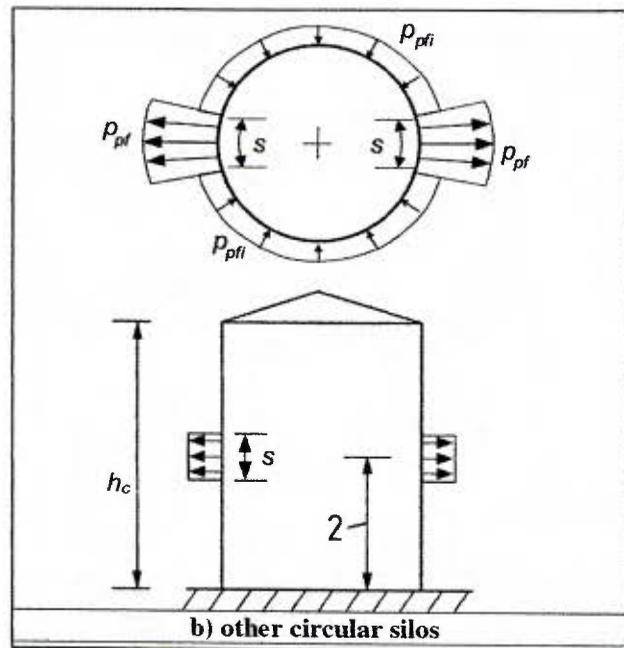


Figura 35. "Patch load"

Fuente: ENV 1991-4 (2006)

$$p_{pe} = C_{pe} p_{he} \text{ Ecuación 47}$$

$$C_{pe} = 0.42 * 0.5 * [1 + 2E^2] \left(1 - e^{-1.5 \left[\frac{h_c}{d_c} - 1 \right]} \right) \text{ Ecuación 48}$$

$$p_{pei} = p_{pe} / 7 \text{ Ecuación 49}$$

El factor E, es factor para tomar en cuenta si existen excentricidades en la descarga. Como en este caso la descarga es concéntrica este factor es cero.

El Eurocódigo da la posibilidad para silos de clase 2, de reemplazar la carga extra incrementando las cargas horizontales por un factor. Este factor es:

$$p_{hf,u} = p_{he} (1 + \zeta C_{pe}) \text{ Ecuación 50}$$

$$\zeta = 0.5 + 0.01 \frac{d_c}{t} \text{ Ecuación 51}$$

Para las presiones en la tolva se debe clasificar la estructura como una tolva empinada o una tolva llana. La tolva propuesta es de tipo llana ya que tiene más de 5° con respecto a la horizontal y se cumple la siguiente relación:

$$\tan \beta \geq \frac{1-k}{2\mu} \rightarrow 1.43 \geq 0.47 \rightarrow OK \text{ Ecuación 52}$$

B es el ángulo de la tolva con respecto a la vertical (55°).

Se calcula la presión vertical promedio al inicio de la tolva (p_{vft}) como

$$p_{vft} = C_b p_{vf} \text{ Ecuación 53}$$

Donde p_{vf} es la presión en el punto donde inicia la tolva y C_b es un magnificador de carga igual a 1.2.

La presión vertical a una distancia "x" del inicio de la tolva está dada por la siguiente ecuación:

$$p_v = \frac{\gamma h_h}{n-1} \left[\left(\frac{x}{h_h} \right) - \left(\frac{x}{h_h} \right)^n \right] + p_{vft} \left(\frac{x}{h_h} \right)^n \text{ Ecuación 54}$$

$$n = 2(F \mu_{heff} \cot(\beta) + F) - 2 \quad \text{Ecuación 55}$$

$$\mu_{heff} = \frac{1-k}{2 \tan(\beta)} \quad \text{Ecuación 56}$$

$$F = 1 - (0.2 / (1 + \frac{\tan(\beta)}{\mu_{heff}})) \quad \text{Ecuación 57}$$

Donde h_h es la altura de la tolva.

Para calcular la presión normal a la superficie de la tolva y la tracción por fricción se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$p_{hf}(z) = F p_v \quad \text{Ecuación 58}$$

$$p_{tf} = \mu_{heff} F p_v \quad \text{Ecuación 59}$$

Las presiones anteriores son presiones de llenado. Para calcular las presiones de descarga el Eurocódigo indica que por ser una tolva del tipo llana ("shallow Hopper") las presiones generadas durante la descarga se pueden tomar iguales a las de llenado. A continuación se muestran los resultados de los cálculos de las presiones.

Cuadro 13. Parámetros para el cálculo de presiones

Silo-Eurocode			
h(m)	37	Altura de la zona de presión	
D(m)	16	h/D	2.3125
Clasificación del Silo		Clase 2	
Propiedades del material(cemento)			
γ	1.4	Ton/m ³	
Presiones			
R(m)	4		
k	0.54		
μ	0.51		
ϕ	30°		
z0	14.52	m	
pho	10.98	Ton/m ²	
Cpe	0.18		
ζ	0.9		
Factor por "Patch load"		1.162	

Cuadro 14. Presión del material almacenado

Altura (m)	P.Vertical	P.Horizontal	Carga Friccion				
	pvf(Ton/m2)	phf(Ton/m2)	nzSk(Ton/m)				
37	0	0	0				
36	1.35	0.84	0.21				
35	2.62	1.62	0.81				
34	3.79	2.36	1.78				
33	4.90	3.04	3.10				
32	5.92	3.68	4.74				
31	6.88	4.27	6.68				
30	7.78	4.83	8.90				
29	8.61	5.35	11.39				
28	9.39	5.83	14.12				
27	10.12	6.28	17.07				
26	10.80	6.71	20.24				
25	11.43	7.10	23.61				
24	12.03	7.47	27.17				
23	12.58	7.81	30.89				
22	13.09	8.13	34.78				
21	13.58	8.43	38.82				
20	14.03	8.71	43.01				
19	14.45	8.97	47.32				
18	14.84	9.21	51.76				
17	15.20	9.44	56.31				
16	15.54	9.65	60.96				
15	15.86	9.85	65.72				
14	16.16	10.04	70.57				
13	16.44	10.21	75.51	Tolva (En Altura=5.6 m)			
12	16.70	10.37	80.53	hh(m)	5	Cb	1.2
11	16.94	10.52	85.63	γ (Ton/m3)	14	μ_{heff}	0.16
10	17.17	10.66	90.79	β	55	pvft(Ton/m2)	21.51
9	17.38	10.79	96.03	pvf(Ton/m2)	17.93	F	0.98
8	17.57	10.91	101.32			n	0.18
7	17.76	11.03	106.67	Altura (m)	P.Vertical	P.Horizontal	Carga Friccion
6	17.93	11.13	112.08		pv (Ton/m2)	pnf (Ton/m2)	ptf (Ton/m2)
5	18.09	11.23	117.53	5	20.77	20.35	3.28
4	18.24	11.33	123.03	4	22.06	21.61	3.48
3	18.38	11.41	128.58	3	22.28	21.83	3.52
2	18.51	11.49	134.17	2	22.04	21.59	3.48
1	18.63	11.57	139.79	1	21.51	21.08	3.39
0	18.74	11.64	145.45	0	20.81	20.39	3.28

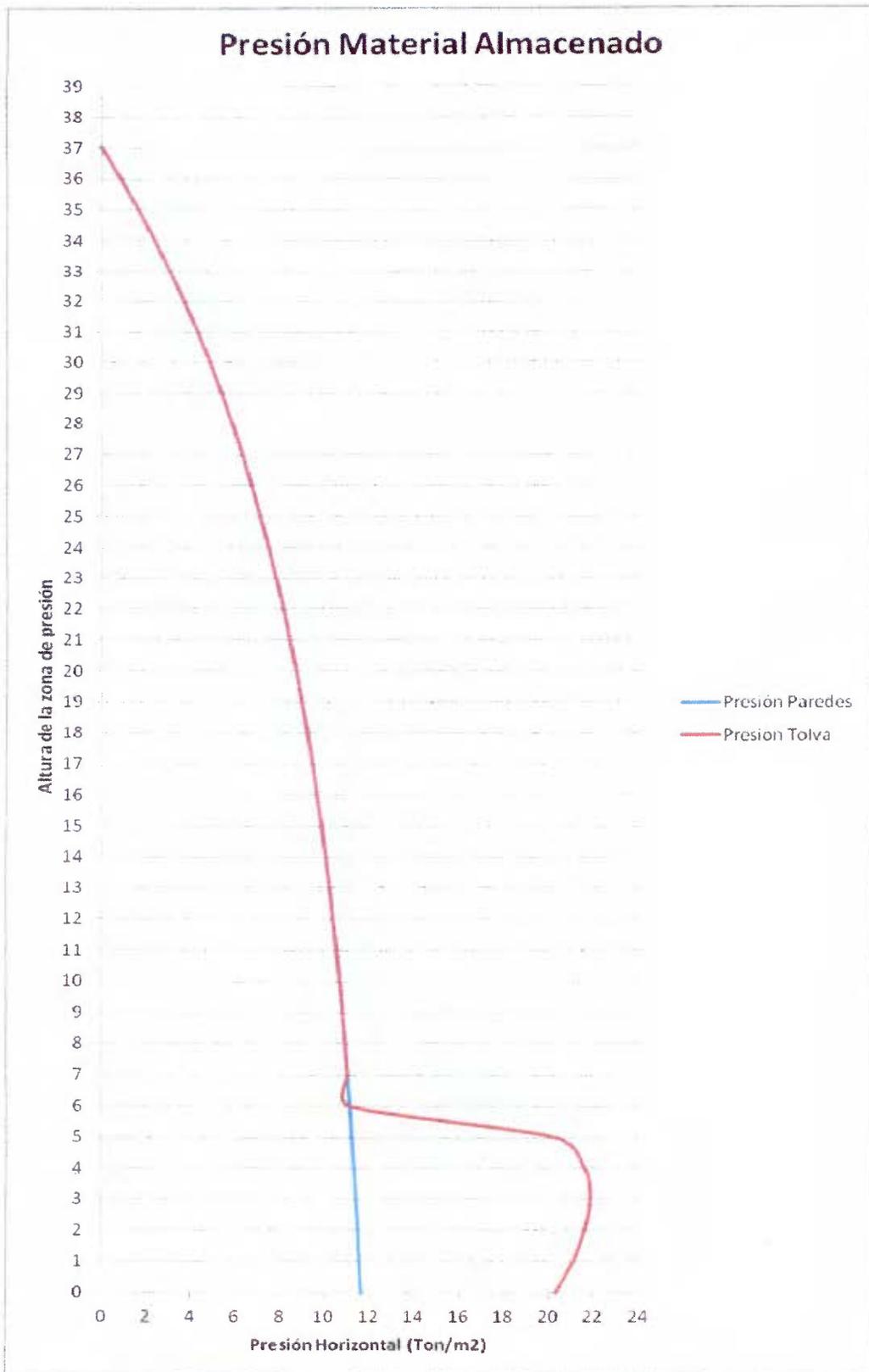


Figura 36. Presiones por descarga y llenado

En la Figura 37 y Figura 38 se muestran las presiones consideradas para el modelo estructural en SAP2000. Estas presiones son las calculadas anteriormente y su variación coincide con la Figura 36.

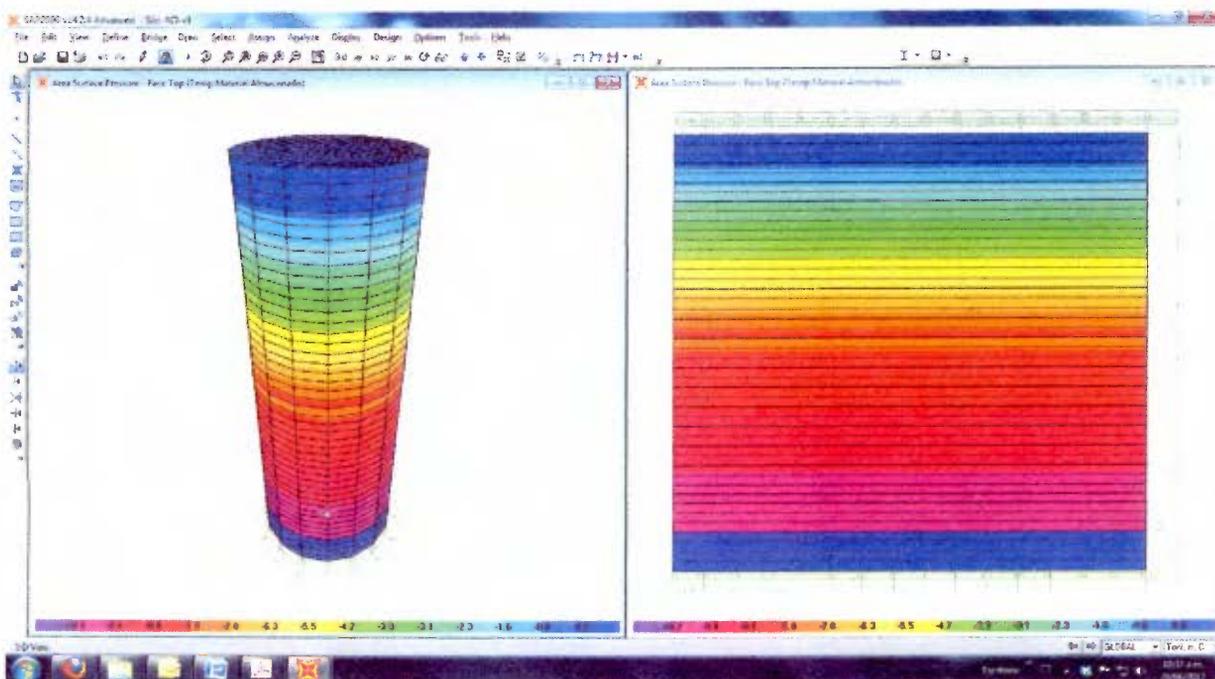


Figura 37. Presiones por descarga y llenado

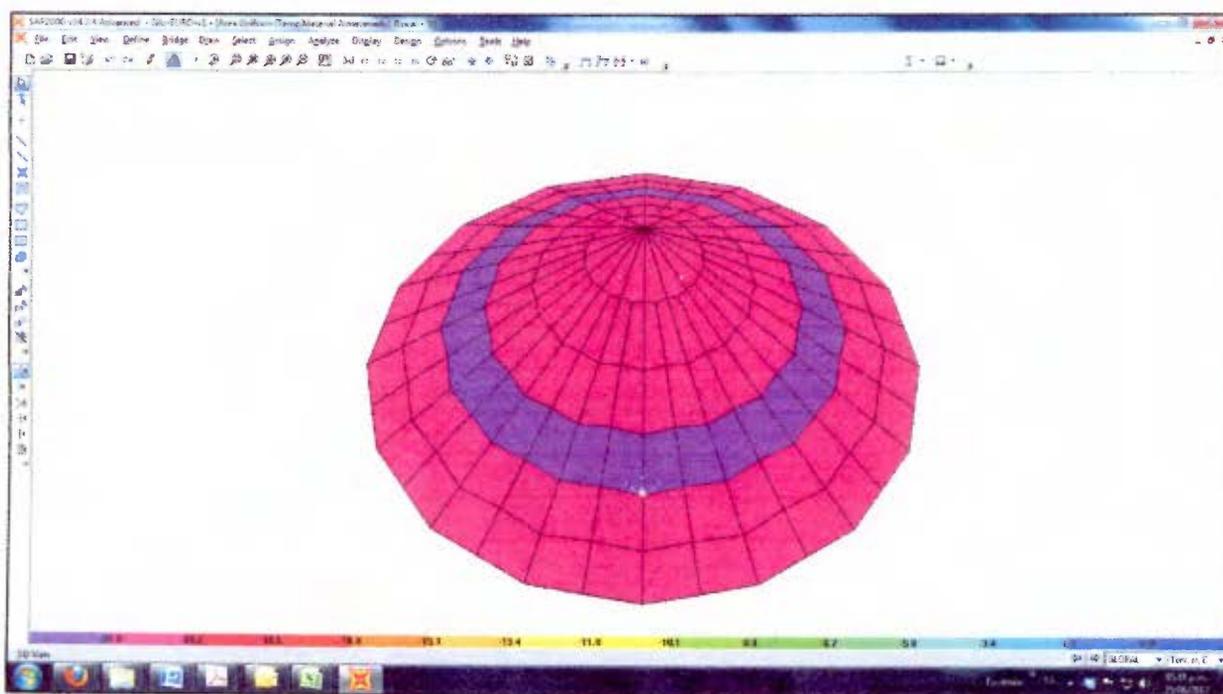


Figura 38. Presiones por descarga y llenado en tolva

4.4 Resultados del Análisis Estructural

4.4.1 Análisis modal y derivas

El análisis modal arroja los siguientes resultados de masa participativa y periodos.

Cuadro 15. Masa Participativa

TABLE: Modal Load Participation Ratios				
OutputCase	ItemType	Item	Static	Dynamic
Text	Text	Text	Percent	Percent
MODAL	Acceleration	UX	99.9969	98.9109
MODAL	Acceleration	UY	99.9969	98.9113
MODAL	Acceleration	UZ	99.9192	96.244

Se observa que todos los porcentajes superan el 90% recomendado para que los modelos sean representativos.

Cuadro 16. Periodos fundamentales de la estructura

TABLE: Modal Periods And Frequencies					
OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec
MODAL	Mode	1	0.363	2.758	17.327
MODAL	Mode	2	0.363	2.758	17.328
MODAL	Mode	3	0.222	4.511	28.346

En la figura siguiente se muestra la deformación del silo en la condición de sismo.

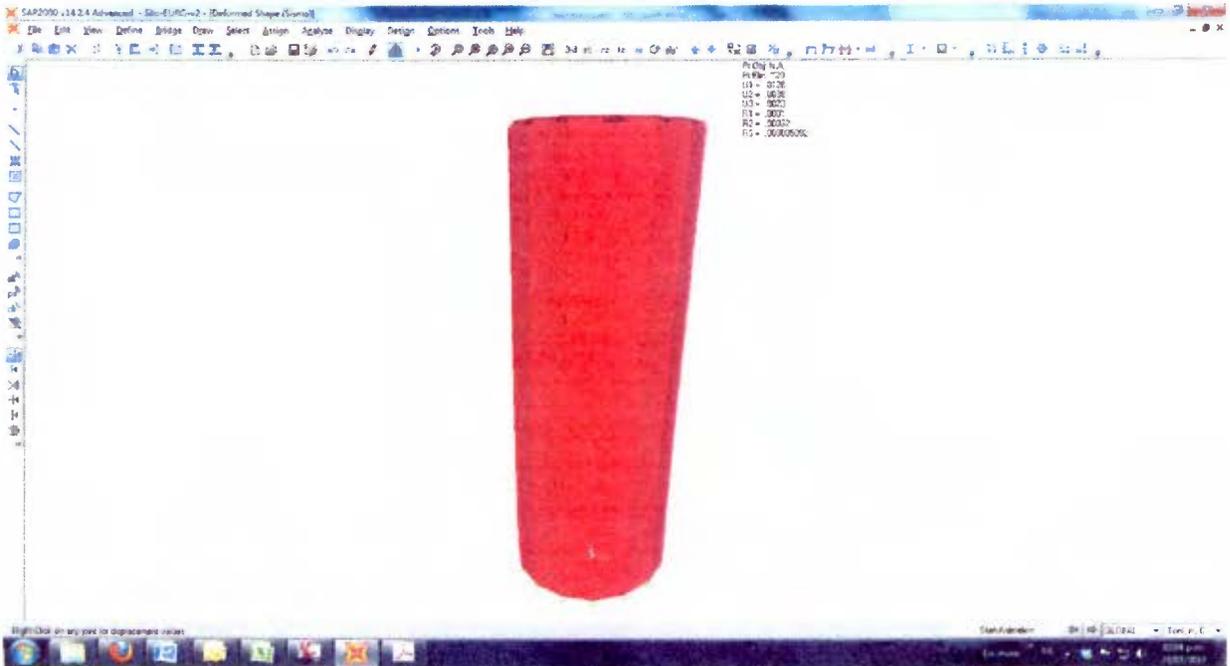


Figura 39. Deformación del silo para sismo (La deflexión en el punto más alto es de 12 mm)

Para el cálculo de la deriva se utilizan los valores de sobrerresistencia y ductilidad. Con esto se tiene que la deriva es:

$$\Delta = \mu * SR * \Delta_i^e \quad \text{Ecuación 60}$$

$$\Delta = 2 * 2 * \frac{0.0128}{44} = 0.12 \%$$

4.4.2 Fuerzas en el sílo

La distribución de fuerzas para ambos modelos es similar y se representa en las siguientes figuras. La diferencia se encuentra en la magnitud de las fuerzas que se utilizarán luego en el diseño.

Superestructura

En las figuras siguientes se muestran las demandas en la estructura:

La Figura 40 y la Figura 41 muestran las envolventes de las fuerzas de tensión (hoop forces) y los momentos flexionantes horizontales para la estructura. Las fuerzas de tensión son casi

proporcionales a las presiones del material almacenado, y como se esperaría por la distribución simétrica de estas. Las fuerzas de tensión se deben en su mayoría a las presiones del material.

Los momentos flexionantes son prácticamente constantes en toda la altura de la zona donde se tienen gradientes de temperatura (zona de almacenaje). Estos momentos se deben casi exclusivamente al gradiente de temperatura existente entre las paredes interiores en contacto con el cemento y las paredes exteriores en contacto con el ambiente. El efecto del gradiente de temperatura y los esfuerzos que este genera, produce esfuerzos de tensión adicionales en el exterior del silo.

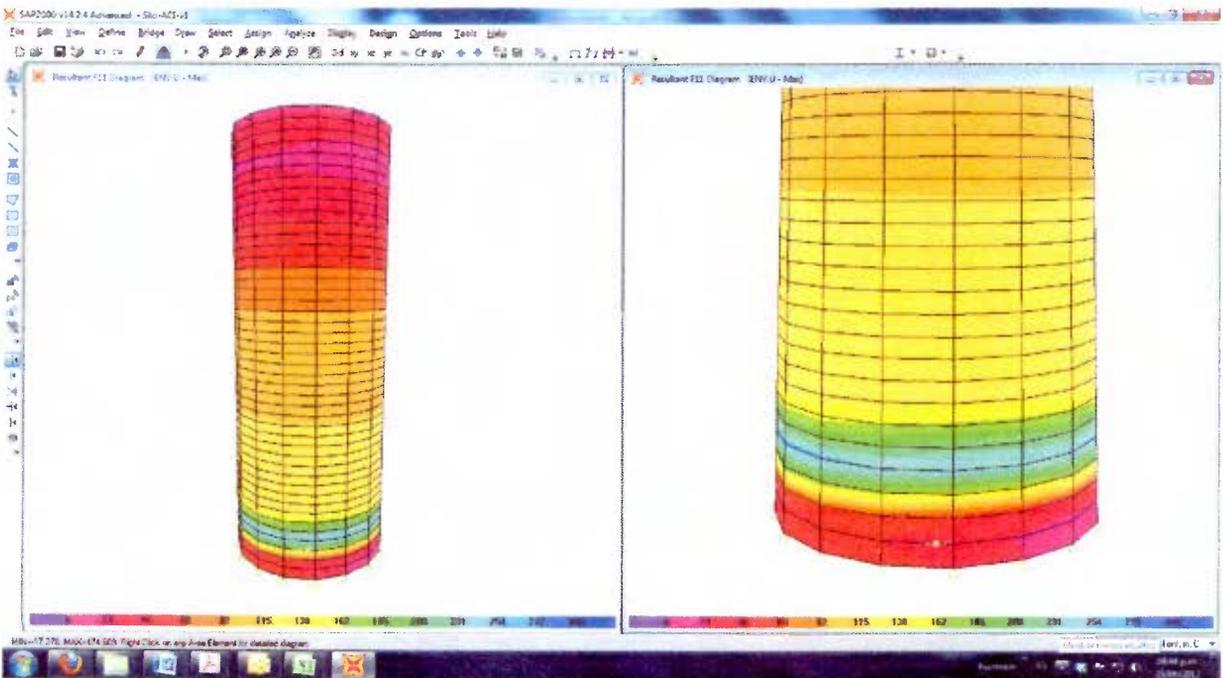


Figura 40. Fuerzas de tensión horizontal (Hoop Forces) (Ton/m)

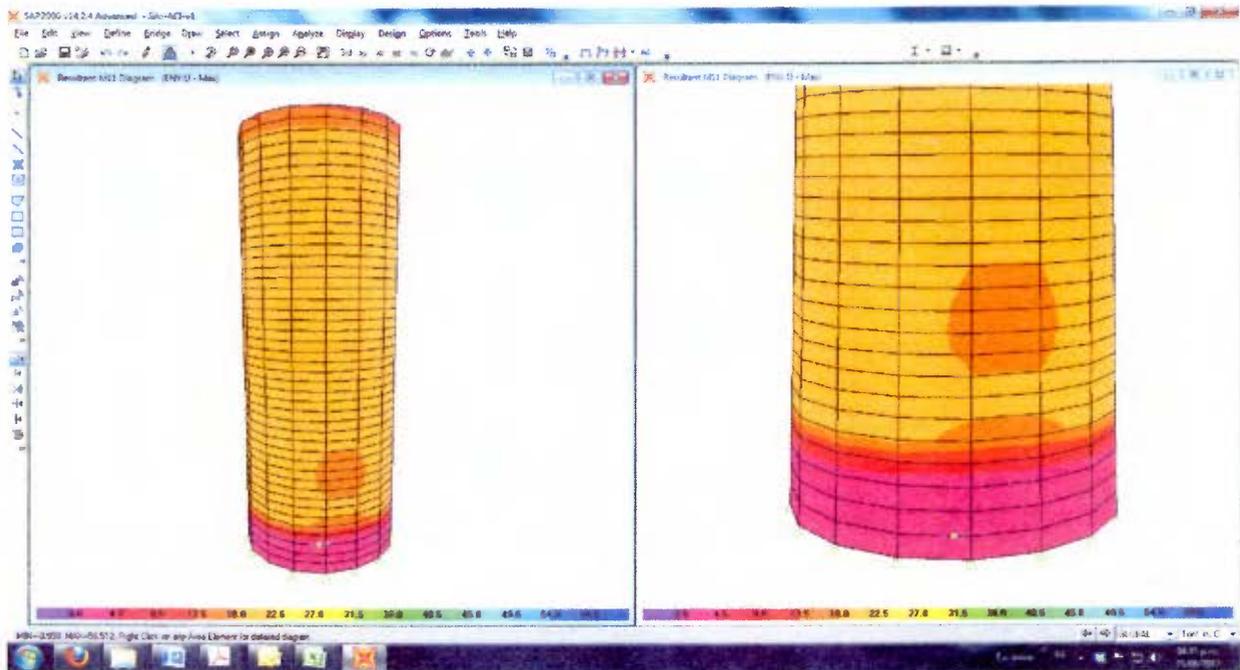


Figura 41. Momentos Flexionantes Horizontales (Ton-m/m)

En la Figura 42 y la Figura 43 se muestran las envolventes de las fuerzas de tensión vertical y los momentos flexionantes verticales.

Las fuerzas de tensión verticales netas incluyen las fuerzas de compresión debidas al material almacenado, el peso propio de la estructura y las cargas de sismo.

Los momentos flexionantes son prácticamente constantes en toda la altura de la zona donde se tienen gradientes de temperatura (zona de almacenaje). Estos momentos se deben casi exclusivamente al gradiente de temperatura existente entre las paredes interiores en contacto con el cemento y las paredes exteriores en contacto con el ambiente. El efecto del gradiente de temperatura y los esfuerzos que este genera, produce esfuerzos de tensión adicionales en el exterior del silo.

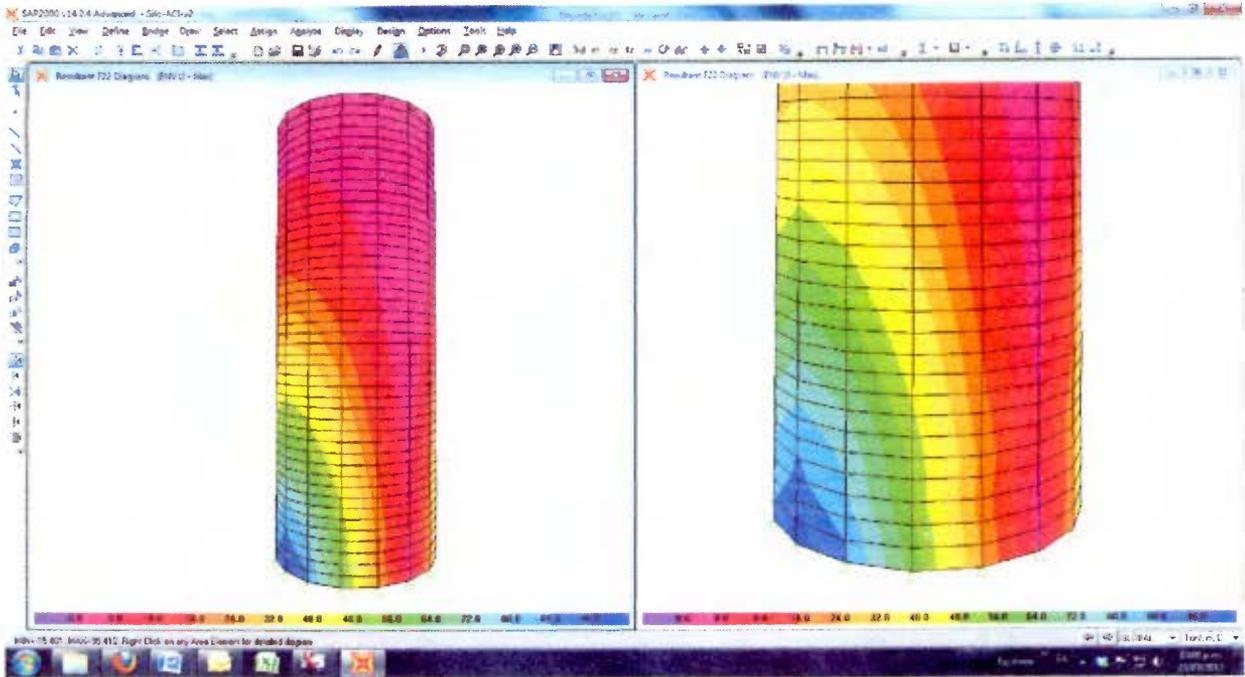


Figura 42. Fuerzas de tensión vertical (Ton/m)

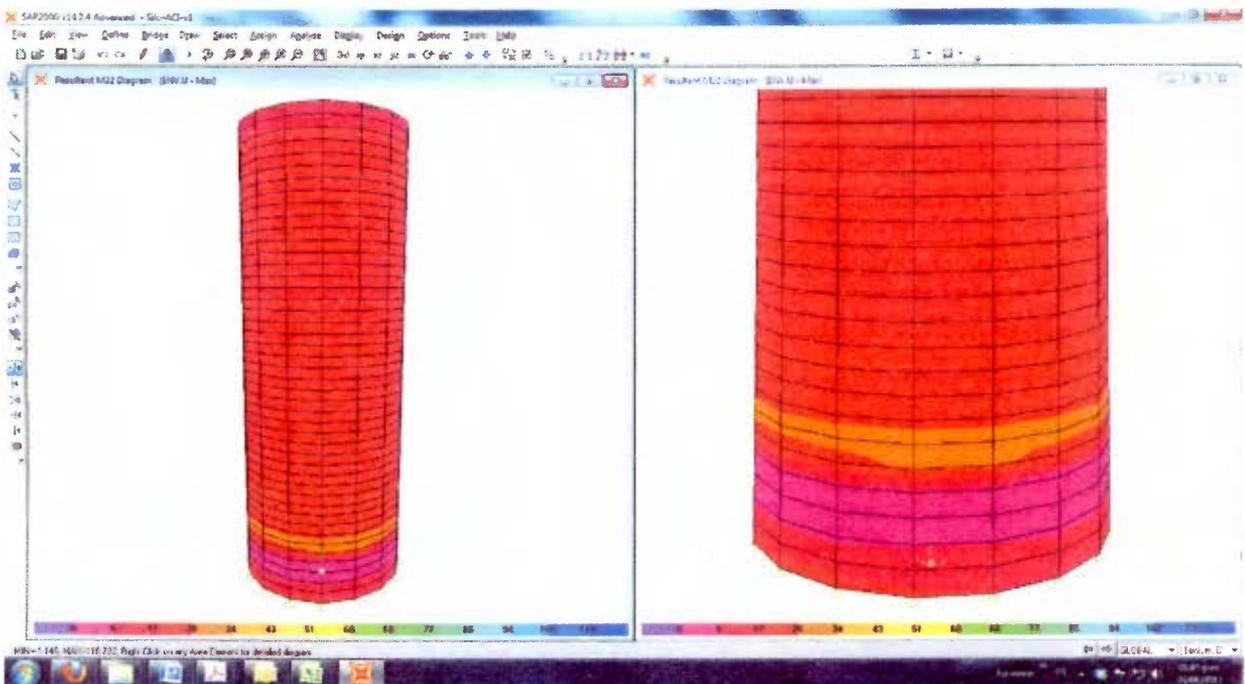


Figura 43. Momentos Flexionantes Verticales (Ton-m/m)

En la Figura 44 y Figura 45 se muestran las envolventes de las fuerzas de compresión incluyendo el sismo y sin incluir el sismo respectivamente.

Los esfuerzos máximos de compresión en las paredes del silo debidas a la acción combinada de las fuerzas verticales (peso propio de la estructura y peso del material) y las demandas por sismo se dan en la parte más baja de la estructura.

Además como era de esperarse en la condición con sismo los esfuerzos en la parte baja de las paredes del silo son mayores que en la condición sin sismo.

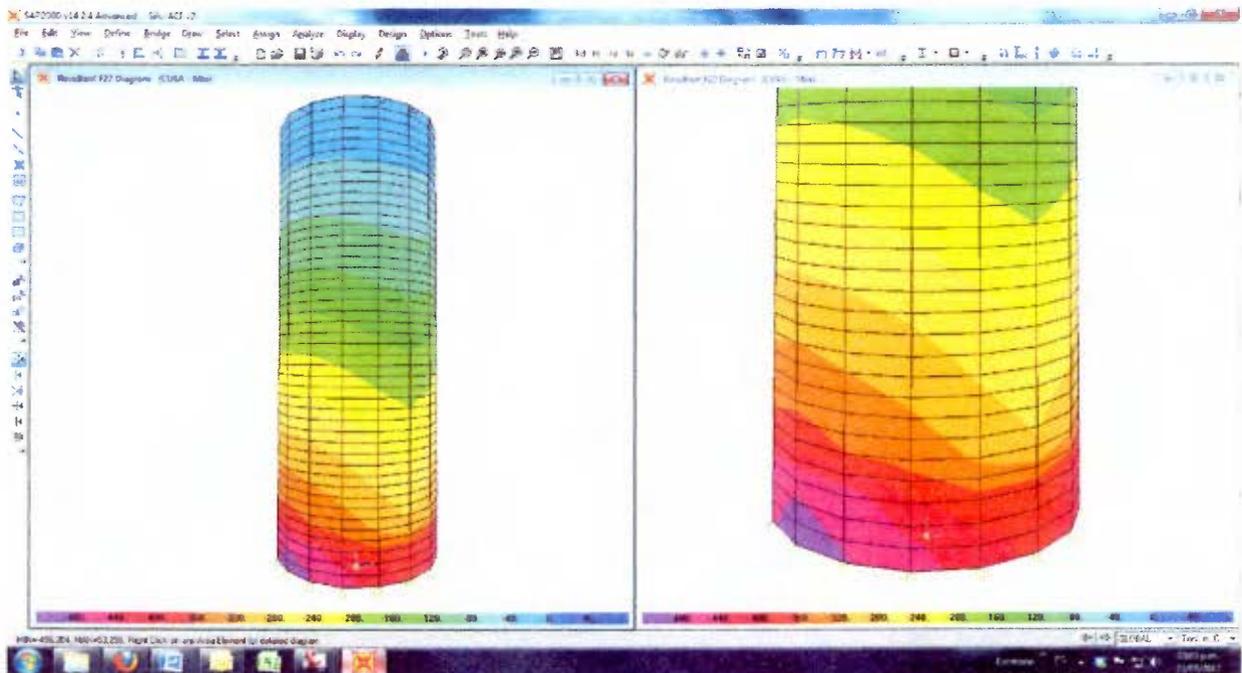


Figura 44. Fuerzas de compresión con sismo (Ton/m)

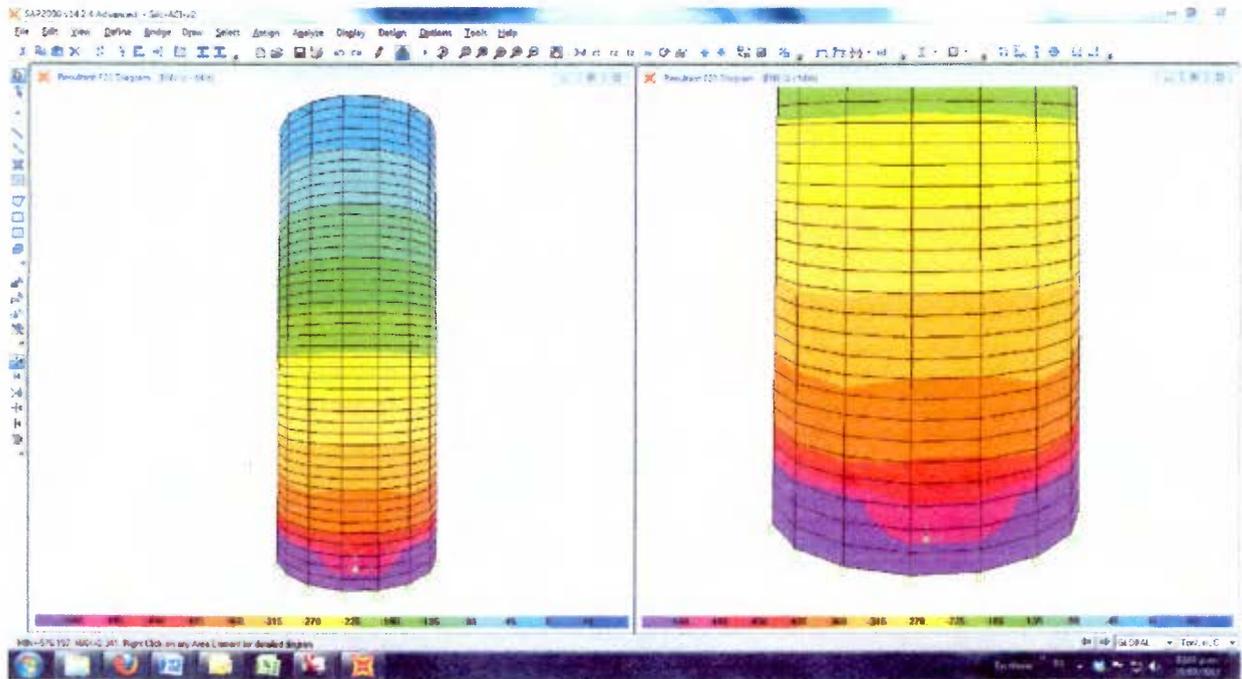


Figura 45. Fuerzas de compresión sin sismo (Ton/m) Figura

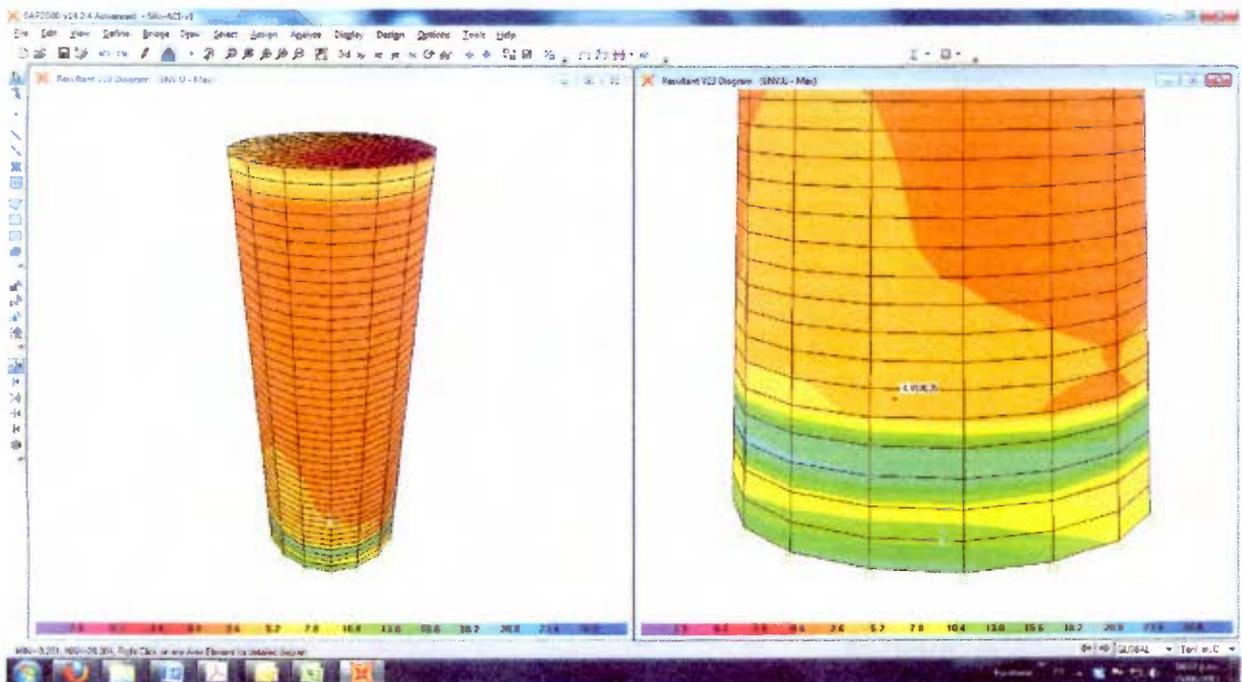


Figura 46. Fuerzas de cortante (Ton/m)

En la Figura 46 se muestra la fuerza cortante en la estructura. Como la descarga del material es concéntrica, el cortante en la zona de presión es despreciable. Si es de notar que en la conexión entre la tolva y las paredes del silo, se dan cortantes altos debido a las concentraciones de esfuerzos en estas zonas.

Tolva

Las paredes de la estructura cónica están sometidas a fuerzas de tensión meridional y circunferencial. En las figuras siguientes se muestran estas fuerzas.

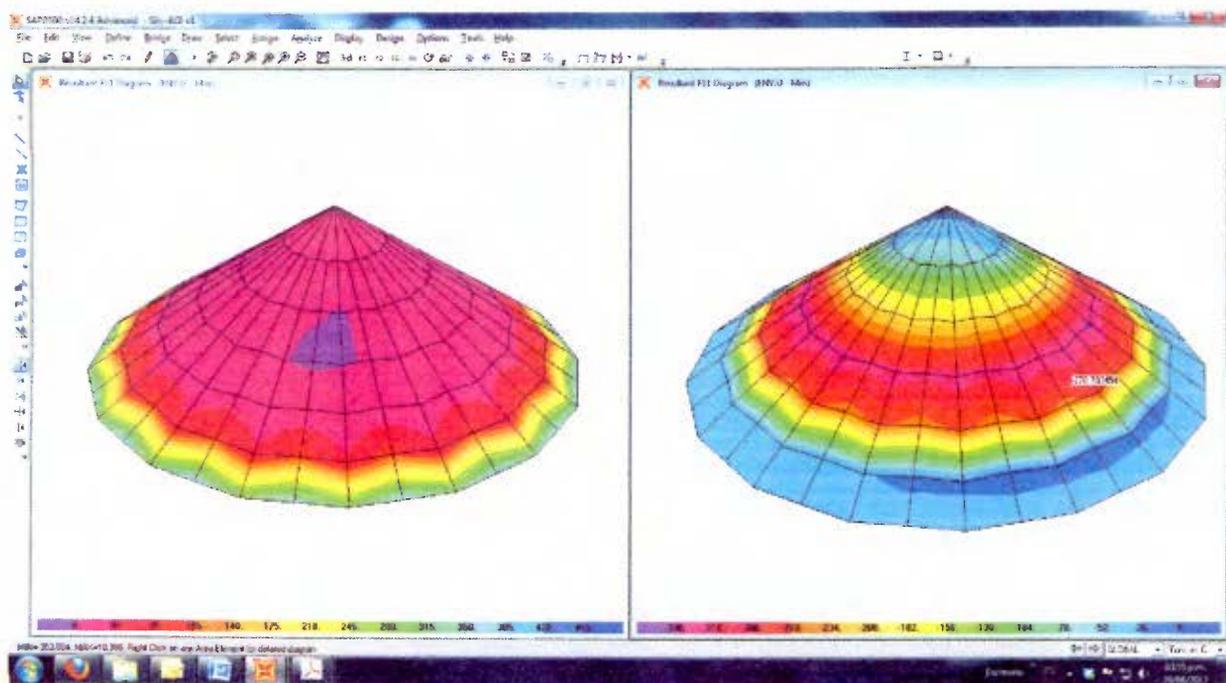


Figura 47. Envoltorio de Fuerzas F11 (Circunferencial) (Izq. Max) (Der. Min) (Ton/m)

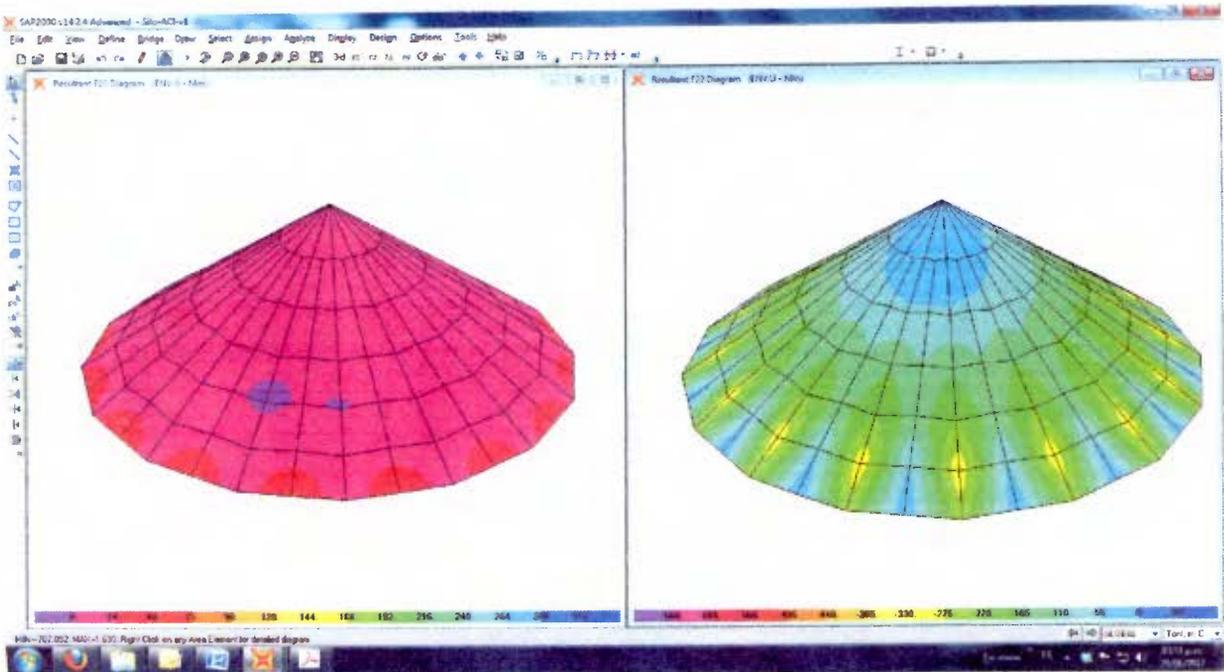


Figura 48. Envoltura de Fuerzas F22 (Meridional) (Izq. Max) (Der. Min) (Ton/m)

Las fuerzas cortantes son máximas en la unión entre la tolva y las paredes del silo. Esto se puede observar en la figura siguiente.

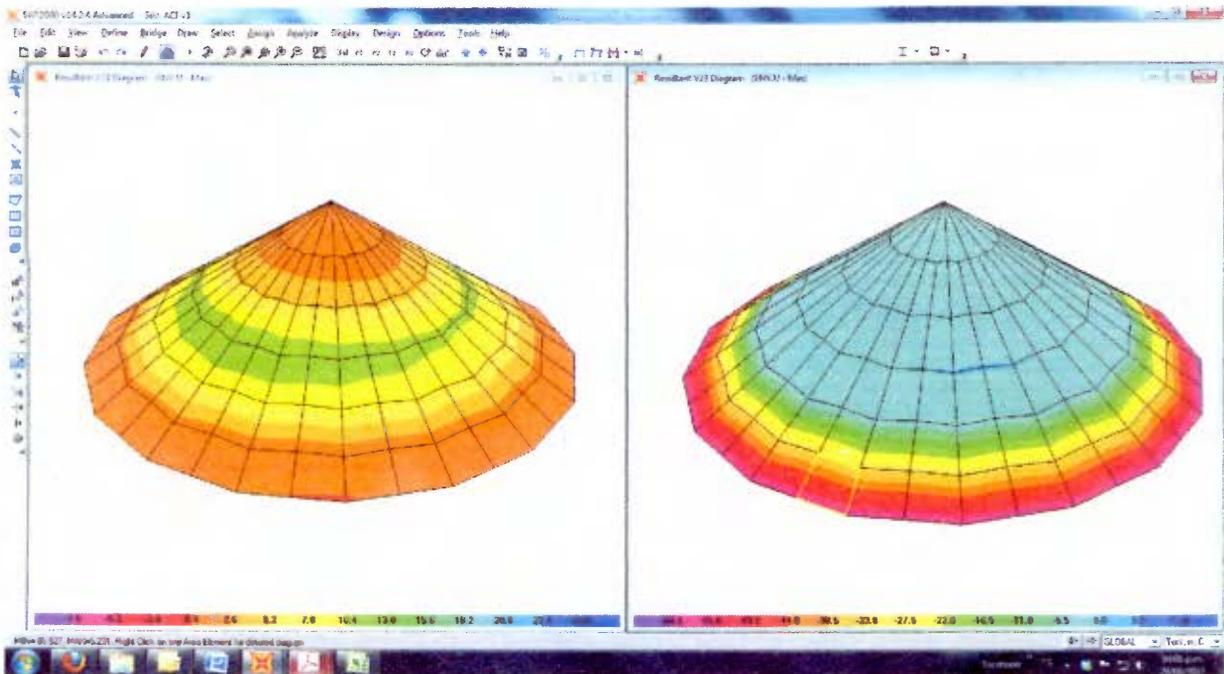


Figura 49. Envoltura de Fuerzas Cortantes (Izq. Max) (Der. Min) (Ton/m)

En el siguiente cuadro se resumen las fuerzas que se utilizarán en el diseño de las estructuras.

Cuadro 17. Fuerzas de Diseño

Zona de Presión			ACI	Eurocode	
Fuerzas Horizontales	Fuerza de Tension (Hoop Force)		348	374	Ton/m
	Momento		12	12	Ton-m/m
Fuerzas Verticales	Interacción para Tensión	Fuerza de Tension	85	88	Ton/m
		Momento	3	4	Ton-m/m
	Interacción para Compresión	Fuerza de Compresión	420	432	Ton/m
		Momento	23	24	Ton-m/m
Cortante			26	26	Ton/m
Columnas			ACI	Eurocode	
Fuerzas Horizontales	Fuerza de Tension (Hoop Force)		276	300	Ton/m
	Momento		12	12.5	Ton-m/m
Fuerzas Verticales	Interacción para Tensión	Fuerza de Tension	97	100	Ton/m
		Momento	6	6	Ton-m/m
	Interacción para Compresión	Fuerza de Compresión	576	594	Ton/m
		Momento	50	53	Ton-m/m
Cortante			44	46	Ton/m
Tolva			ACI	Eurocode	
Fuerzas Horizontales		Tensión	215	222	Ton/m
		Compresión	436	488	Ton/m
Fuerzas Meridionales		Tensión	46	50	Ton/m
		Compresión	342	370	Ton/m
Cortante			45	50	Ton/m
Cimentación			ACI	Eurocode	
Fuerzas en el centroide	Permanentes	Axial	6455	6455	Ton
		Momento	0	0	Ton-m
	Temporales	Axial	14251	14802	Ton/m
		Momento	34.1	105	Ton/m
	Sismo	Axial	4.8	5.1	Ton/m
		Momento	30450	31030	Ton/m

Cimentación

Se utilizará una cimentación tipo losa de fundación. Inicialmente se considera un espesor de 2m. A continuación se presentan las reacciones en los apoyos.

Cuadro 18. Reacciones en la base para ACI

Joint	Caso de Carga	F1	F2	F3	M1	M2	M3	Joint	Caso de Carga	F1	F2	F3	M1	M2	M3
		Tonf	Tonf	Tonf	Tonf-m	Tonf-m	Tonf-m			Tonf	Tonf	Tonf	Tonf-m	Tonf-m	Tonf-m
33	Tot.Temp.	-17.2	-14.9	907.3	9.8	-22.4	0.4	33	Tot.Perm	-4.3	-1.8	158.3	1.3	-3.3	0.0
34	Tot.Temp.	-19.3	-2.6	893.2	0.3	-22.9	1.0	34	Tot.Perm	-4.7	0.0	158.3	0.0	-3.5	0.0
35	Tot.Temp.	-13.9	-18.5	915.4	18.0	-17.7	0.1	35	Tot.Perm	-3.3	-3.3	158.3	2.5	-2.5	0.0
36	Tot.Temp.	-11.8	-19.9	915.4	23.2	-9.8	-0.1	36	Tot.Perm	-1.8	-4.3	158.2	3.3	-1.3	0.0
37	Tot.Temp.	-7.2	-21.6	907.3	24.5	-0.5	-0.4	37	Tot.Perm	0.0	-4.7	158.2	3.5	0.0	0.0
38	Tot.Temp.	5.0	-18.9	893.2	21.3	8.5	-1.0	38	Tot.Perm	1.8	-4.3	158.2	3.3	1.3	0.0
39	Tot.Temp.	21.1	-1.9	877.1	14.8	15.3	-2.0	39	Tot.Perm	3.3	-3.3	158.2	2.5	2.5	0.0
40	Tot.Temp.	28.8	32.7	867.1	6.1	19.3	-4.0	40	Tot.Perm	4.3	-1.8	158.2	1.3	3.3	0.0
41	Tot.Temp.	14.3	68.0	870.9	-3.2	20.5	-7.5	41	Tot.Perm	4.7	0.0	158.3	0.0	3.5	0.0
42	Tot.Temp.	-10.2	81.6	886.0	-12.9	20.2	-9.2	42	Tot.Perm	4.3	1.8	158.3	-1.3	3.3	0.0
43	Tot.Temp.	3.6	50.9	908.4	-21.7	20.9	-4.1	43	Tot.Perm	3.3	3.3	158.3	-2.5	2.5	0.0
44	Tot.Temp.	45.6	22.8	908.4	-27.6	12.1	4.1	44	Tot.Perm	1.8	4.3	158.2	-3.3	1.3	0.0
45	Tot.Temp.	79.3	21.8	886.0	-23.6	4.2	9.2	45	Tot.Perm	0.0	4.7	158.2	-3.5	0.0	0.0
46	Tot.Temp.	57.4	39.3	870.9	-20.1	-4.9	7.5	46	Tot.Perm	-1.8	4.3	158.2	-3.3	-1.3	0.0
47	Tot.Temp.	19.2	39.1	867.1	-15.5	-13.0	4.0	47	Tot.Perm	-3.3	3.3	158.2	-2.5	-2.5	0.0
48	Tot.Temp.	-9.8	18.8	877.1	-8.5	-19.5	2.0	48	Tot.Perm	-4.3	1.8	158.2	-1.3	-3.3	0.0
Joint	Caso de Carga	F1	F2	F3	M1	M2	M3	Joint	Caso de Carga	F1	F2	F3	M1	M2	M3
		Tonf	Tonf	Tonf	Tonf-m	Tonf-m	Tonf-m			Tonf	Tonf	Tonf	Tonf-m	Tonf-m	Tonf-m
33	Temperatura	-1.4	3.7	-3.1	-1.8	3.7	0.1	33	Sismo	36.2	39.8	414.4	3.7	12.8	10.4
34	Temperatura	-0.2	5.1	-0.1	-0.3	3.8	0.1	34	Sismo	23.9	31.1	445.1	1.7	14.0	6.6
35	Temperatura	-0.8	1.2	-4.6	-3.0	2.9	0.0	35	Sismo	64.6	45.0	328.7	5.2	10.0	16.2
36	Temperatura	1.4	-0.3	-4.5	-3.9	1.7	-0.1	36	Sismo	92.4	30.7	210.3	4.9	7.0	20.4
37	Temperatura	3.9	0.1	-2.9	-4.1	0.2	-0.1	37	Sismo	103.8	7.2	133.5	4.2	5.8	22.0
38	Temperatura	4.8	1.7	0.0	-3.6	-1.2	-0.1	38	Sismo	92.2	30.6	210.4	4.9	7.0	20.4
39	Temperatura	3.5	2.1	4.2	-2.6	-2.3	0.1	39	Sismo	64.3	44.7	328.7	5.2	9.9	16.2
40	Temperatura	1.1	-1.4	8.3	-1.1	-2.8	0.1	40	Sismo	36.1	39.4	414.4	3.7	12.8	10.4
41	Temperatura	2.4	-4.7	7.6	0.3	-3.0	1.8	41	Sismo	23.9	30.9	444.9	1.7	14.0	6.6
42	Temperatura	3.4	-7.6	0.0	1.9	-2.6	3.3	42	Sismo	36.1	39.6	414.1	3.6	12.8	10.4
43	Temperatura	-0.9	-3.0	-12.7	2.4	-3.2	1.3	43	Sismo	63.9	44.5	328.2	5.1	9.9	16.2
44	Temperatura	-2.4	-2.0	-12.6	3.9	-1.0	-1.3	44	Sismo	91.2	30.2	210.1	4.9	7.0	20.4
45	Temperatura	-8.4	0.3	0.2	3.2	-0.7	-3.3	45	Sismo	102.6	7.2	133.4	4.2	5.8	21.9
46	Temperatura	-5.2	0.4	7.8	2.9	0.9	-1.8	46	Sismo	91.5	30.4	210.2	4.9	7.0	20.4
47	Temperatura	-1.8	0.4	8.4	2.1	2.1	-0.1	47	Sismo	64.2	44.7	328.5	5.2	9.9	16.2
48	Temperatura	0.6	4.0	4.1	1.1	3.3	-0.1	48	Sismo	36.1	39.8	414.3	3.7	12.8	10.4

Cuadro 19. Reacciones en la base para Eurocode

Joint	Caso de Carga	F1	F2	F3	M1	M2	M3	Joint	Caso de Carga	F1	F2	F3	M1	M2	M3
		Tonf	Tonf	Tonf	Tonf-m	Tonf-m	Tonf-m			Tonf	Tonf	Tonf	Tonf-m	Tonf-m	Tonf-m
33	Tot.Temp.	-17.2	-16.2	942.9	10.2	-23.3	0.5	33	Temperatura	-1.4	3.7	-3.1	-1.8	3.7	0.1
34	Tot.Temp.	-19.4	-3.3	926.6	0.4	-23.7	1.0	34	Temperatura	-0.2	5.1	-0.1	-0.3	3.8	0.1
35	Tot.Temp.	-13.9	-19.4	952.2	18.8	-18.5	0.1	35	Temperatura	-0.8	1.2	-4.6	-3.0	2.9	0.0
36	Tot.Temp.	-12.6	-20.3	952.2	24.3	-10.3	-0.1	36	Temperatura	1.4	-0.3	-4.5	-3.9	1.7	-0.1
37	Tot.Temp.	-8.4	-22.1	942.9	25.5	-0.5	-0.5	37	Temperatura	3.9	0.1	-2.9	-4.1	0.2	-0.1
38	Tot.Temp.	4.4	-19.2	926.6	22.1	8.7	-1.0	38	Temperatura	4.8	1.7	0.0	-3.6	-1.2	-0.1
39	Tot.Temp.	22.1	-0.5	908.3	15.1	15.8	-2.3	39	Temperatura	3.5	2.1	4.2	-2.6	-2.3	0.1
40	Tot.Temp.	30.3	37.8	897.3	6.1	19.8	-4.5	40	Temperatura	1.1	-1.4	8.3	-1.1	-2.8	0.1
41	Tot.Temp.	14.0	76.6	902.5	-3.6	21.0	-8.2	41	Temperatura	2.4	-4.7	7.6	0.3	-3.0	1.8
42	Tot.Temp.	-12.9	90.0	922.0	-13.8	21.1	-10.3	42	Temperatura	3.4	-7.6	0.0	1.9	-2.6	3.3
43	Tot.Temp.	2.7	55.3	949.0	-23.1	22.0	-4.7	43	Temperatura	-0.9	-3.0	-12.7	2.4	-3.2	1.3
44	Tot.Temp.	50.1	23.7	949.0	-29.2	12.9	4.7	44	Temperatura	-2.4	-2.0	-12.6	3.9	-1.0	-1.3
45	Tot.Temp.	88.1	22.6	921.9	-24.8	4.7	10.3	45	Temperatura	-8.4	0.3	0.2	3.2	-0.7	-3.3
46	Tot.Temp.	65.4	42.3	902.5	-20.8	-4.7	8.2	46	Temperatura	-5.2	0.4	7.8	2.9	0.9	-1.8
47	Tot.Temp.	23.3	42.5	897.2	-15.9	-13.2	4.5	47	Temperatura	-1.8	0.4	8.4	2.1	2.1	-0.1
48	Tot.Temp.	-8.9	20.2	908.3	-8.8	-20.0	2.3	48	Temperatura	0.6	4.0	4.1	1.1	3.3	-0.1
Joint	Caso de Carga	F1	F2	F3	M1	M2	M3	Joint	Caso de Carga	F1	F2	F3	M1	M2	M3
		Tonf	Tonf	Tonf	Tonf-m	Tonf-m	Tonf-m			Tonf	Tonf	Tonf	Tonf-m	Tonf-m	Tonf-m
33	Tot.Perm	-4.3	-1.8	158.3	1.3	-3.3	0.0	33	Sismo	37	40.9	421.5	3.7232	13.09	10.577
34	Tot.Perm	-4.7	0.0	158.3	0.0	-3.5	0.0	34	Sismo	24.4	31.9	452.7	1.7892	14.292	6.7239
35	Tot.Perm	-3.3	-3.3	158.3	2.5	-2.5	0.0	35	Sismo	66.2	46.2	334.3	5.2614	10.164	16.54
36	Tot.Perm	-1.8	-4.3	158.2	3.3	-1.3	0.0	36	Sismo	94.8	31.6	213.9	4.9614	7.2071	20.868
37	Tot.Perm	0.0	-4.7	158.2	3.5	0.0	0.0	37	Sismo	107	7.32	135.8	4.29	5.9667	22.415
38	Tot.Perm	1.8	-4.3	158.2	3.3	1.3	0.0	38	Sismo	94.6	31.4	214	4.9627	7.2048	20.858
39	Tot.Perm	3.3	-3.3	158.2	2.5	2.5	0.0	39	Sismo	65.9	45.9	334.3	5.2609	10.155	16.525
40	Tot.Perm	4.3	-1.8	158.2	1.3	3.3	0.0	40	Sismo	36.9	40.5	421.4	3.7203	13.077	10.562
41	Tot.Perm	4.7	0.0	158.3	0.0	3.5	0.0	41	Sismo	24.4	31.6	452.5	1.7763	14.271	6.7082
42	Tot.Perm	4.3	1.8	158.3	-1.3	3.3	0.0	42	Sismo	36.9	40.7	421.1	3.7077	13.039	10.581
43	Tot.Perm	3.3	3.3	158.3	-2.5	2.5	0.0	43	Sismo	65.5	45.7	333.8	5.2384	10.091	16.496
44	Tot.Perm	1.8	4.3	158.2	-3.3	1.3	0.0	44	Sismo	93.5	31	213.6	4.9409	7.1424	20.778
45	Tot.Perm	0.0	4.7	158.2	-3.5	0.0	0.0	45	Sismo	105	7.3	135.7	4.2761	5.9061	22.334
46	Tot.Perm	-1.8	4.3	158.2	-3.3	-1.3	0.0	46	Sismo	93.8	31.3	213.8	4.9502	7.1516	20.814
47	Tot.Perm	-3.3	3.3	158.2	-2.5	-2.5	0.0	47	Sismo	65.8	45.9	334.1	5.2541	10.121	16.525
48	Tot.Perm	-4.3	1.8	158.2	-1.3	-3.3	0.0	48	Sismo	36.9	40.9	421.4	3.7209	13.067	10.593

4.5 Resultados del Diseño Estructural basado en ACI

4.5.1 Superestructura

Zona de Presión

A continuación se presenta el diseño de la superestructura (zona de presión, columnas)

1. Características de los materiales

Módulo de elasticidad del acero	$E := 29000$ Ksi
Esfuerzo de fluencia del acero a utilizar	$F_y := 60.70 = 4200$ kg/cm ²
Esfuerzo de ruptura del acero de preesfuerzo	$F_{pu} := 270.70 = 18900$ kg/cm ²
Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo	$F_{py} := 0.9 F_{pu} = 17010$ kg/cm ²
Esfuerzo inicial despues del anclaje	$F_{pi} := 0.7 F_{pu} = 13230$ kg/cm ²
Esfuerzo efectivo del preesfuerzo	
Se sponen perdidas del	$pl := 15$ %
	$F_{pe} := F_{pi} \cdot \left(1 - \frac{pl}{100}\right) = 11245.5$ kg/cm ²
Deformacion de fluencia del acero de preesfuerzo	$\epsilon_{ps} := .01$
Deformacion inicial del acero de preesfuerzo	$\epsilon_{se} := .55 \cdot \frac{F_{pu}}{(E \cdot 70)} = 0.00512$
Resistencia del concreto a compresion	$f_c := 350$ kg/cm ²
Resistencia del concreto a tension	$f_t := 3 \cdot \sqrt{f_c} = 56.1$ kg/cm ²
Módulo de elasticidad del concreto	$E_c := 16000 \sqrt{f_c} = 299332.591$ kg/cm ²
	$\beta_1 := .85 - .2 \cdot \frac{\left[\left(\frac{f_c \cdot 1000}{70}\right) - 4000\right]}{4000} = 0.8$
Deformación última del concreto	$\epsilon_u := .003$

2. Características de la sección

Díametro del silo

$$D := 16 \text{ m}$$

Espesor de la pared

$$t := 45 \text{ cm}$$

Recubrimiento

$$r := 5 \text{ cm}$$

$$d := t - r = 40 \text{ cm}$$

$$dc := r = 5 \text{ cm}$$

$$dp := \frac{t}{2} = 22.5 \text{ cm}$$

$$b := 100 \text{ cm}$$



Tension Horizontal(Hoop Forces) y Momentos Horizontales

3. Fuerzas de diseño

Fuerza de tension ultima por metro $T_u := 348 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Momento ultimo por metro $M_u := 12 \frac{\text{Ton} \cdot \text{m}}{\text{m}}$

4. Definicion inicial de Aps y As

Acero preesforzado por tension(hoop forces)

$$A_{ps} := \frac{T_u \cdot 1000}{0.9 \cdot 0.9 \cdot F_{pu}} = 22.732 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Tamaño de Toron

Diametro $Dia := 0.5 \text{ in}$

Area $A_{Toron} := (.5 \cdot 2.54)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.267 \text{ cm}^2$

Espaciamiento entre torones $Esp1 := A_{Toron} \cdot \frac{7 \cdot 100}{A_{ps}} = 39.009 \text{ cm}$

$Esp1 := 40 \text{ cm}$

Acero colocado $A_{ps} := A_{Toron} \cdot 7 \cdot \frac{100}{Esp1} = 22.168 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$

Fuerza de postensado inicial/m $P_i := F_{pi} \cdot A_{ps} = 293289 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$

Fuerza de postensado con perdidas/m $P_e := F_{pe} \cdot A_{ps} = 249295 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$

Esfuerzo en el concreto sin perdidas $\max \quad 0.45 \cdot f_c = 157.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$f_{ci} := \frac{P_i}{t \cdot b} = 65.2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{OK}$

Esfuerzo en el concreto con pérdidas max $0.45 \cdot f_c = 157.5$ $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$$f_{ce} := \frac{P_e}{t \cdot b} = 55.4 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{OK}$$

Esfuerzos con cargas de servicio $T_s := 214$ $\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Area Transformada $A_g := b \cdot t = 4500$ cm^2

$$n := \frac{E_{70}}{E_c} = 6.8$$

$$A_t := A_g + (n - 1) \cdot A_{ps} = 4628.173 \text{ cm}^2$$

Cambios en esfuerzos internos

$$\Delta f_c := \frac{T_s \cdot 1000}{A_t} = 46.239 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\Delta f_p := \frac{n \cdot T_s \cdot 1000}{A_t} = 313.578 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Esfuerzos totales

$$f_{\text{conc}} := \frac{-P_e}{A_g} + \Delta f_c = -9.16 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_p := F_{pe} + \Delta f_p = 11559.078 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Deformaciones

Postensado Inicial $\Delta i := -P_i \cdot \pi \cdot \frac{D \cdot 1000}{A_g \cdot E_c} = -10.945 \text{ mm}$

Postensado con pérdidas $\Delta e := \frac{-\pi D \cdot 1000}{A_g \cdot E_c} \left[P_e + \frac{C_u \cdot (P_i + P_e)}{2} \right] = -29.55 \text{ mm}$ $C_u := 2$

Aplicadas CS $\Delta s := T_s \cdot 1000 \cdot \pi \cdot \frac{D \cdot 1000}{A_t \cdot E_c} = 7.765 \text{ mm}$

Acero sin preesforzar por momento

$$\phi := 0.9$$

$$As1 := \frac{b(\beta1 \cdot fc \cdot d)}{Fy} - \frac{\left[\sqrt{\beta1 \cdot \sqrt{b \beta1 \cdot fc \cdot d^2 \cdot \phi - (2Mu \cdot 100000) \cdot \sqrt{b \cdot fc}}} \right]}{Fy \cdot \sqrt{\phi}} = 8.058 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$As2 := \frac{b(\beta1 \cdot fc \cdot d)}{Fy} + \frac{\left[\sqrt{\beta1 \cdot \sqrt{b \beta1 \cdot fc \cdot d^2 \cdot \phi - (2Mu \cdot 100000) \cdot \sqrt{b \cdot fc}}} \right]}{Fy \cdot \sqrt{\phi}} = 525.275 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$As := \min(As1, As2) = 8.058 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Tamaño Varilla a colocar

$$NV := 5$$

Area de una varilla

$$Asv := \left(\frac{NV \cdot 2.54}{8} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.979 \quad \text{cm}^2$$

Espaciamiento

$$Esp2 := \frac{Asv \cdot 100}{As} = 24.563 \quad \text{cm}$$

$$Esp2 := 20 \text{ cm}$$

Acero colocado

$$As := Asv \cdot \frac{100}{Esp2} = 9.897 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

5. Verificación del Diseño

Calculo Tyn(Tension al instante de fluencia del acero de preesfuerzo)

$$c := \frac{(-dp \cdot \epsilon u)}{\epsilon se - \epsilon u - \epsilon ps} = 8.567 \quad \text{cm}$$

$$a := \beta1 \cdot c = 6.853 \quad \text{cm}$$

Deformacion en el acero sin preesforzar en tension

$$\epsilon s := \frac{\epsilon u}{c} \cdot (d - c) = 0.0110077$$

Deformacion en el acero sin preesforzar en compresion

$$\epsilon sc := \frac{\epsilon u}{c} \cdot (c - dc) = 0.001249$$

Esfuerzo en el acero de preesfuerzo

$$F_{ps} := E \cdot \epsilon_{ps} \cdot \left[.025 + \frac{.975}{\left[1 + (118 \cdot 0.01)^{10} \right]^{(0.1)}} \right] \cdot 70 = 16990.1 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzo en el acero sin preesforzar en tension

$$F_s := \begin{cases} (E \cdot \epsilon_s \cdot 70) & \text{if } E \cdot \epsilon_s \cdot 70 > 4200 \\ 4200 & \text{if } E \cdot \epsilon_s \cdot 70 > 4200 \end{cases} = 4200 \quad \text{kg/cm}^2$$

Esfuerzo en el acero sin preesforzar en compresion

$$F_{sc} := \begin{cases} (E \cdot \epsilon_{sc} \cdot 70) & \text{if } E \cdot \epsilon_{sc} \cdot 70 < 4200 \\ 4200 & \text{if } E \cdot \epsilon_{sc} \cdot 70 > 4200 \end{cases} = 2535.556 \text{ kg/cm}^2$$

Fuerzas Internas en el concreto y el acero

$$C_c := -\beta_1 \cdot f_c \cdot a \cdot b = -191894.967 \quad \text{kg}$$

$$C_s := -A_s \cdot F_{sc} = -25093.456 \quad \text{kg}$$

$$T_{ps} := A_{ps} \cdot F_{ps} = 376643.715 \quad \text{kg}$$

$$T_s := A_s \cdot F_s = 41565.848 \quad \text{kg}$$

$$T_{yn} := C_c + C_s + T_{ps} + T_s = 201221.14 \quad \text{kg}$$

Calculo M_{yn} (Momento al instante de fluencia del acero de preesfuerzo)

Momento con respecto a la linea centro de la seccion

$$M_{yn} := -C_c \cdot \left(\frac{t}{2} - \frac{a}{2} \right) + -C_s \cdot \left(\frac{t}{2} - dc \right) + T_s \cdot \left(d - \frac{t}{2} \right) = 4826608.899 \quad \text{kg} \cdot \text{cm}$$

Calculo T_{yn}

$$T_n := A_{ps} \cdot F_{py} + 2 \cdot A_s \cdot F_y = 460217.068 \quad \text{kg}$$

Calculo de Mn

Esfuerzo en el acero de preesfuerzo

Coefficiente

$$\gamma_p := .28$$

Cuantia de acero de preesfuerzo

$$\rho_p := \frac{A_{ps}}{b \cdot d_p} = 9.853 \times 10^{-3}$$

$$\omega := \left(\frac{A_s}{b \cdot d} \right) \left(\frac{F_y}{f_c} \right) = 0.03$$

$$\omega_c := \begin{cases} 0 & \text{if } d_c > .15 \cdot d_p \\ \left(\frac{A_s}{b \cdot d} \right) \left(\frac{F_y}{f_c} \right) & \text{if } d_c < .15 \cdot d_p \end{cases}$$

Esfuerzo en el acero de preesfuerzo

$$F_{ps} := F_{pu} \left[1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[\rho_p \cdot \frac{F_{pu}}{f_c} + \frac{d \cdot (\omega - \omega_c)}{d_p} \right] \right] = 15031.383 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Profundidad bloque de concreto

$$a := A_{ps} \cdot \frac{F_{ps}}{\beta_1 \cdot f_c \cdot b} = 11.901 \quad \text{cm}$$

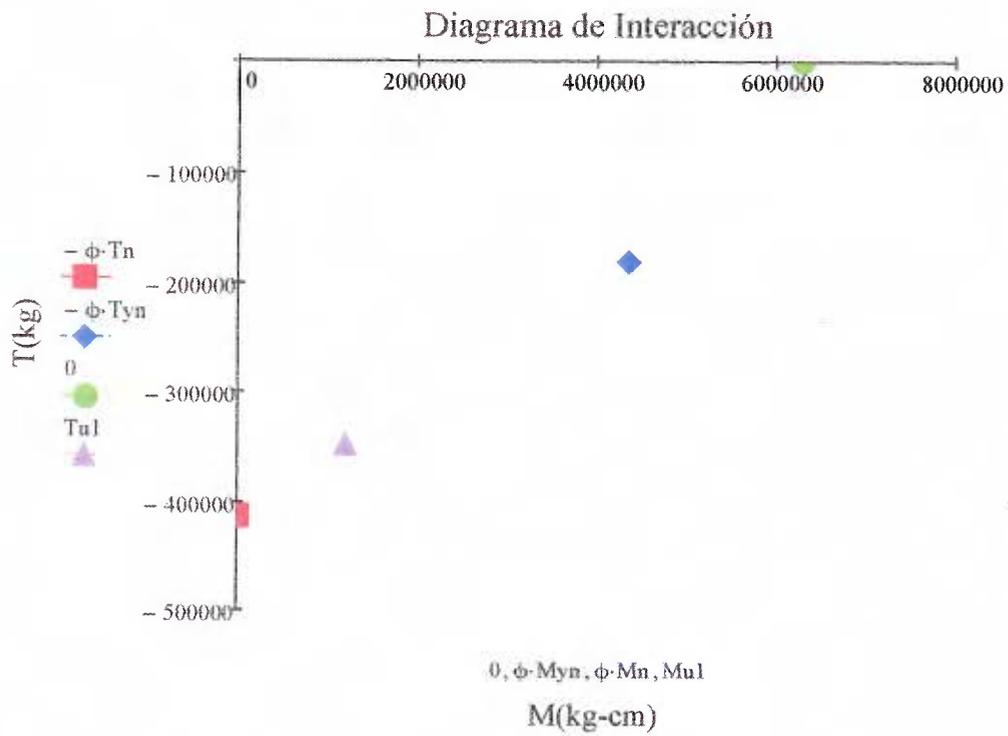
Momento nominal

$$M_n := A_{ps} \cdot F_{ps} \cdot \left(d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s \cdot F_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_s \cdot F_y \cdot \left(\frac{a}{2} - d_c \right) = 6969503.217 \quad \text{kg} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{m}}$$

6. Interacción de Fuerzas

$$\frac{T_u \cdot 1000}{\phi \cdot T_n} + \frac{M_u \cdot 100000}{\phi \cdot M_{yn}} \left(1 - \frac{T_{yn}}{T_n} \right) = 0.996$$

$$\frac{T_u \cdot 1000}{\phi \cdot T_{yn}} \left(1 - \frac{M_{yn}}{M_n} \right) + \frac{M_u \cdot 100000}{\phi \cdot M_n} = 0.782$$



Compresion, Tension Vertical y Momentos Verticales

7. Fuerzas de diseño

Combinacion para Tension

Fuerza de tension ultima por metro $T_{uv} := 85 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Momento ultimo por metro $M_{uv} := 3 \frac{\text{Ton} \cdot \text{m}}{\text{m}}$

Combinacion para Compresión

Fuerza de compresión ultima por metro $P_{uv} := 420 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Momento ultimo por metro $M_{uv} := 20 \frac{\text{Ton} \cdot \text{m}}{\text{m}}$

Fuerzas debido al postensado

Relación entre relacion de poisson, diametro del silo y espesor de la pared

$$\beta_p := \left[12 \cdot \frac{(1 - \nu)}{\left[(D)^2 \cdot \left(\frac{t}{100} \right)^2 \right] \right]} \right]^{0.25} = 0.656$$

$$\frac{2\pi}{\beta_p} = 9.578 \text{ m} \quad \text{Espaciamiento entre cables mayor a } \beta_p$$

Fuerza en cable por metro de circunferencia

$$F := 0.7 \cdot F_{pu} \cdot A_{\text{Toron}} \cdot \frac{7}{16 \cdot 1000} = 7.332 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$\varphi f(y) := e^{-\beta_p \cdot y} (\cos(\beta_p \cdot y) - \sin(\beta_p \cdot y))$$

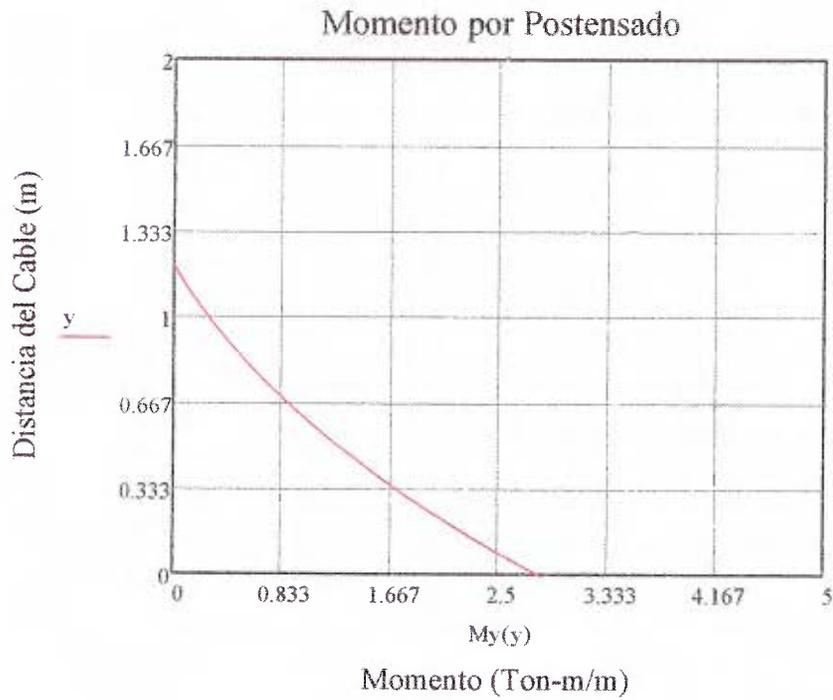
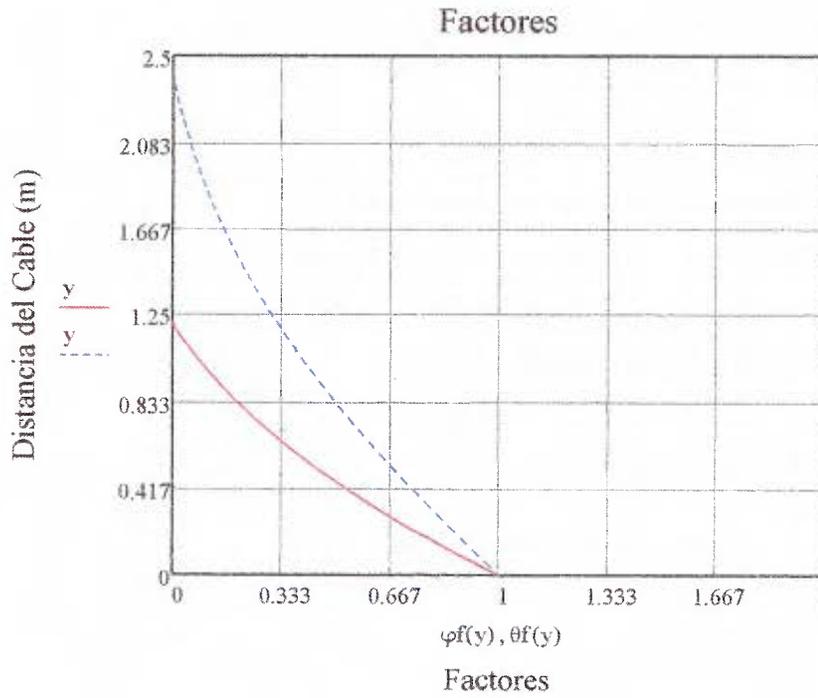
$$\theta f(y) := e^{-\beta_p \cdot y} (\cos(\beta_p \cdot y))$$

Momento debido al postensado a una distancia "y" del cable

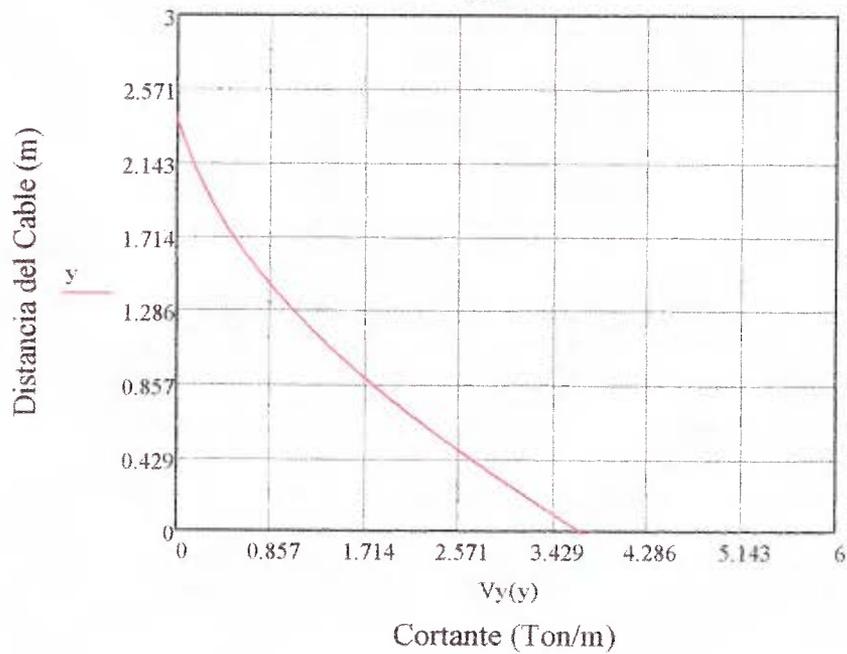
$$M_y(y) := F \cdot \frac{\varphi f(y)}{4 \cdot \beta_p}$$

Cortante debido al postensado a una distancia "y" del cable

$$V_y(y) := F \cdot \frac{\theta f(y)}{2}$$



Cortante por Postensado



$$M_{\text{max}} := 3 \quad \text{Ton} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$V_{\text{max}} := 4 \quad \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

8. Revisión de Esfuerzos $\phi := 0.7$

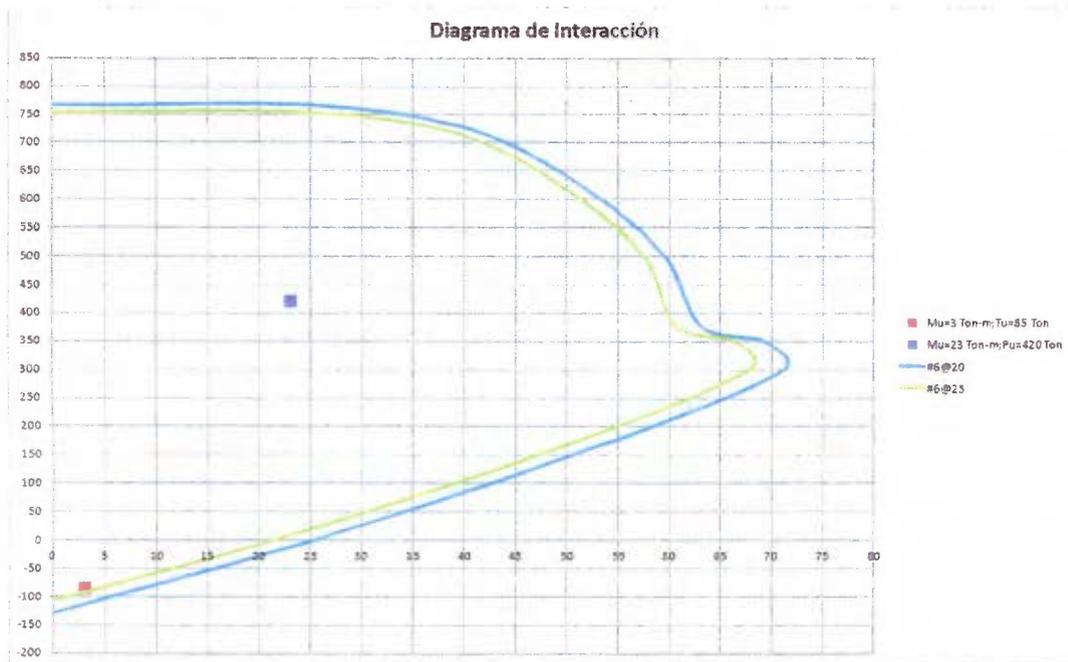
Maximo esfuerzo permisible en el concreto $p_n := .55 \cdot \phi \cdot f_c = 134.75 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

Esfuerzo en el concreto $p_u := \frac{P_{uv} \cdot 10}{t} = 93.333 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{OK}$

9. Diagrama de Interacción

Refuerzo Propuesto

Varilla #6 @ 20 cm



10. Refuerzo radial

Refuerzo radial

Espaciamiento entre refuerzo vertical $sc := 20$ cm

$$\text{Area de acero requerido } Asr := \frac{sc}{\phi \cdot Fy \cdot (D \cdot 100 + t)} \cdot \left(Tu \cdot 1000 + 3 \cdot Mu \cdot \frac{100000}{t} \right) = 1.77 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Tamaño de varilla a utilizar $Nv := 4$

$$\text{Area de una varilla } Asv := \left(\frac{Nv \cdot 2.54}{8} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.267 \text{ cm}^2$$

$$\text{Espaciamiento } Esp2 := \frac{Asv \cdot 100}{Asr} = 71.571 \text{ cm} \text{ maximo } 75 \text{ cm}$$

$$Esp2 := 70 \text{ cm}$$

$$\text{Acero colocado } Asr := Asv \cdot \frac{100}{Esp2} = 1.81 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Cortante

11. Fuerzas de diseño

Fuerza de cortante ultima por metro $V_u := 22 + V_{y\max}$ $\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

12. Revisión de Esfuerzos $\phi := 0.75$

Capacidad en cortante de la sección

$$V_{c1} := t \cdot \phi \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{\left(1 - 0.3 \cdot \frac{P_{uy} \cdot 1000}{100 \cdot b \cdot t}\right)}{6} = 75.769 \text{ Ton}$$

$$V_{c2} := 0.8 \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{t}{10} = 67.35 \text{ Ton}$$

$$\phi V_n := \phi \cdot \min(V_{c1}, V_{c2}) = 50.512 \text{ Ton}$$

$$\left(\frac{V_u}{\phi V_n}\right) = 0.51 \quad \text{OK}$$

Columnas

1. Características de los materiales

Módulo de elasticidad del acero	$E := 29000$ Ksi
Esfuerzo de fluencia del acero a utilizar	$F_y := 60 \cdot 70 = 4200$ kg/cm ²
Esfuerzo de ruptura del acero de preesfuerzo	$F_{pu} := 270 \cdot 70 = 18900$ kg/cm ²
Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo	$F_{py} := 0.9 \cdot F_{pu} = 17010$ kg/cm ²
Esfuerzo inicial después del anclaje	$F_{pi} := 0.7 \cdot F_{pu} = 13230$ kg/cm ²
Esfuerzo efectivo del preesfuerzo	
Se sponen perdidas del	$pl := 15$ %
	$F_{pe} := F_{pi} \cdot \left(1 - \frac{pl}{100} \right) = 11245.5$ kg/cm ²
Deformacion de fluencia del acero de preesfuerzo	$\epsilon_{ps} := .01$
Deformacion inicial del acero de preesfuerzo	$\epsilon_{se} := .55 \cdot \frac{F_{pu}}{(E \cdot 70)} = 0.00512$
Resistencia del concreto	$f_c := 350$ kg/cm ²
Resistencia del concreto a tension	$f_t := 3 \cdot \sqrt{f_c} = 56.1$ kg/cm ²
Módulo de elasticidad del concreto	$E_c := 16000 \sqrt{f_c} = 299332.591$ kg/cm ²
	$\beta_1 := .85 - 2 \cdot \frac{\left[\left(\frac{f_c - 1000}{70} \right) - 4000 \right]}{4000} = 0.8$
Deformación última del concreto	$\epsilon_u := .003$

2. Características de la sección

Diametro del silo

$$D := 16 \text{ m}$$

Espesor de la pared

$$t := 45 \text{ cm}$$

Recubrimiento

$$r := 5 \text{ cm}$$

$$d := t - r = 40 \text{ cm}$$

$$d_c := r = 5 \text{ cm}$$

$$d_p := \frac{t}{2} = 22.5 \text{ cm}$$

$$b := 100 \text{ cm}$$



Tension Horizontal(Hoop Forces) y Momentos Horizontales

3. Fuerzas de diseño

Fuerza de tension ultima por metro $T_u := 276 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Momento ultimo por metro $M_u := 12 \frac{\text{Ton} \cdot \text{m}}{\text{m}}$

4. Definicion inicial de Aps y As

Acero preesforzado por tension(hoop forces)

$$A_{ps} := \frac{T_u \cdot 1000}{0.9 \cdot 0.9 \cdot F_{pu}} = 18.029 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Tamaño de Toron

Diametro $D_{ia} := 0.5 \text{ in}$

Area $A_{\text{Toron}} := (.5 \cdot 2.54)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.267 \text{ cm}^2$

Espaciamiento entre torones

$$E_{sp1} := A_{\text{Toron}} \cdot \frac{7 \cdot 100}{A_{ps}} = 49.185 \text{ cm}$$

$E_{sp1} := 50 \text{ cm}$

Acero colocado

$$A_{ps} := A_{\text{Toron}} \cdot 7 \cdot \frac{100}{E_{sp1}} = 17.735 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Fuerza de postensado inicial/m

$$P_i := F_{pi} \cdot A_{ps} = 234631 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Fuerza de postensado con perdidas/m

$$P_e := F_{pe} \cdot A_{ps} = 199436 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Esfuerzo en el concreto sin perdidas

$$\text{max } 0.45 \cdot f_c = 157.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{ci} := \frac{P_i}{t \cdot b} = 52.1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{OK}$$

Esfuerzo en el concreto con perdidas max $0.45 \cdot f_c = 157.5$ $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$$f_{ce} := \frac{P_e}{t \cdot b} = 44.3 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{OK}$$

Esfuerzos con cargas de servicio $T_s := 165$ $\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Area Transformada $A_g := b \cdot t = 4500$ cm^2

$$n := \frac{E \cdot 70}{E_c} = 6.8$$

$$A_t := A_g + (n - 1) \cdot A_{ps} = 4602.538 \text{ cm}^2$$

Cambios en esfuerzos internos

$$\Delta f_c := \frac{T_s \cdot 1000}{A_t} = 35.85 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\Delta f_p := \frac{n \cdot T_s \cdot 1000}{A_t} = 243.124 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Esfuerzos totales

$$f_{conc} := \frac{-P_e}{A_g} + \Delta f_c = -8.469 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_p := F_{pe} + \Delta f_p = 11488.624 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Deformaciones

Postensado Inicial $\Delta i := -P_i \cdot \pi \cdot \frac{D \cdot 1000}{A_g \cdot E_c} = -8.756$ mm

Postensado con perdidas $\Delta e := \frac{-\pi D \cdot 1000}{A_g \cdot E_c} \left[P_e + \frac{C_u \cdot (P_i + P_e)}{2} \right] = -23.64$ mm

Aplicadas CS $\Delta s := T_s \cdot 1000 \cdot \pi \cdot \frac{D \cdot 1000}{A_t \cdot E_c} = 6.02$ mm

Acero sin preesforzar por momento

$$\phi := 0.9$$

$$As1 := \frac{b(\beta1 \cdot fc \cdot d)}{Fy} - \frac{\left[\sqrt{\beta1 \cdot \sqrt{b \beta1 \cdot fc \cdot d^2 \cdot \phi - (2Mu \cdot 100000) \cdot \sqrt{b \cdot fc}}} \right]}{Fy \cdot \sqrt{\phi}} = 8.058 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$As2 := \frac{b(\beta1 \cdot fc \cdot d)}{Fy} + \frac{\left[\sqrt{\beta1 \cdot \sqrt{b \beta1 \cdot fc \cdot d^2 \cdot \phi - (2Mu \cdot 100000) \cdot \sqrt{b \cdot fc}}} \right]}{Fy \cdot \sqrt{\phi}} = 525.275 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$As := \min(As1, As2) = 8.058 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Tamaño Varilla a colocar

$$NV := 5$$

Area de una varilla

$$Asv := \left(\frac{NV \cdot 2.54}{8} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.979 \quad \text{cm}^2$$

Espaciamiento

$$Esp2 := \frac{Asv \cdot 100}{As} = 24.563 \quad \text{cm}$$

$$Esp2 := 25 \quad \text{cm}$$

Acero colocado

$$As := Asv \cdot \frac{100}{Esp2} = 7.917 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

5. Verificación del Diseño

Calculo Tyn(Tension al instante de fluencia del acero de preesfuerzo)

$$c := \frac{(-dp \cdot \epsilon u)}{\epsilon se - \epsilon u - \epsilon ps} = 8.567 \quad \text{cm}$$

$$a := \beta1 \cdot c = 6.853 \quad \text{cm}$$

Deformacion en el acero sin preesforzar en tension

$$\epsilon s := \frac{\epsilon u}{c} \cdot (d - c) = 0.0110077$$

Deformacion en el acero sin preesforzar en compresion

$$\epsilon sc := \frac{\epsilon u}{c} \cdot (c - dc) = 0.001249$$

Esfuerzo en el acero de preesfuerzo

$$F_{ps} := E \cdot \epsilon_{ps} \cdot \left[.025 + \frac{.975}{\left[1 + (118 \cdot 0.01)^{10} \right]^{(0.1)}} \right] \cdot 70 = 16990.1 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzo en el acero sin preesforzar en tension

$$F_s := \begin{cases} (E \cdot \epsilon_s \cdot 70) & \text{if } E \cdot \epsilon_s \cdot 70 > 4200 \\ 4200 & \text{if } E \cdot \epsilon_s \cdot 70 > 4200 \end{cases} = 4200 \quad \text{kg/cm}^2$$

Esfuerzo en el acero sin preesforzar en compresion

$$F_{sc} := \begin{cases} (E \cdot \epsilon_{sc} \cdot 70) & \text{if } E \cdot \epsilon_{sc} \cdot 70 < 4200 \\ 4200 & \text{if } E \cdot \epsilon_{sc} \cdot 70 > 4200 \end{cases} = 2535.556 \text{ kg/cm}^2$$

Fuerzas Internas en el concreto y el acero

$$C_c := -\beta_1 \cdot f_c \cdot a \cdot b = -191894.967 \quad \text{kg}$$

$$C_s := -A_s \cdot F_{sc} = -20074.765 \quad \text{kg}$$

$$T_{ps} := A_{ps} \cdot F_{ps} = 301314.972 \quad \text{kg}$$

$$T_s := A_s \cdot F_s = 33252.678 \quad \text{kg}$$

$$T_{yn} := C_c + C_s + T_{ps} + T_s = 122597.918 \quad \text{kg}$$

Calculo M_{yn}(Momento al instante de fluencia del acero de preesfuerzo)

Momento con respecto a la linea centro de la seccion

$$M_{yn} := -C_c \cdot \left(\frac{t}{2} - \frac{a}{2} \right) + -C_s \cdot \left(\frac{t}{2} - d_c \right) + T_s \cdot \left(d - \frac{t}{2} \right) = 4593301.334 \quad \text{kg} \cdot \text{cm}$$

Calculo T_{yn}

$$T_n := A_{ps} \cdot F_{py} + 2 \cdot A_s \cdot F_y = 368173.654 \quad \text{kg}$$

Calculo de Mn

Esfuerzo en el acero de preesfuerzo

Coeficiente

$$\gamma_p := .28$$

Cuantia de acero de preesfuerzo

$$\rho_p := \frac{A_{ps}}{b \cdot d_p} = 7.882 \times 10^{-3}$$

$$\omega := \left(\frac{A_s}{b \cdot d} \right) \left(\frac{F_y}{f_c} \right) = 0.024$$

$$\omega_c := \begin{cases} 0 & \text{if } d_c > .15 \cdot d_p \\ \left(\frac{A_s}{b \cdot d} \right) \left(\frac{F_y}{f_c} \right) & \text{if } d_c < .15 \cdot d_p \end{cases}$$

Esfuerzo en el acero de preesfuerzo

$$F_{ps} := F_{pu} \cdot \left[1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[\rho_p \cdot \frac{F_{pu}}{f_c} + \frac{d \cdot (\omega - \omega_c)}{d_p} \right] \right] = 15805.107 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Profundidad bloque de concreto

$$a := A_{ps} \cdot \frac{F_{ps}}{\beta_1 \cdot f_c \cdot b} = 10.011 \quad \text{cm}$$

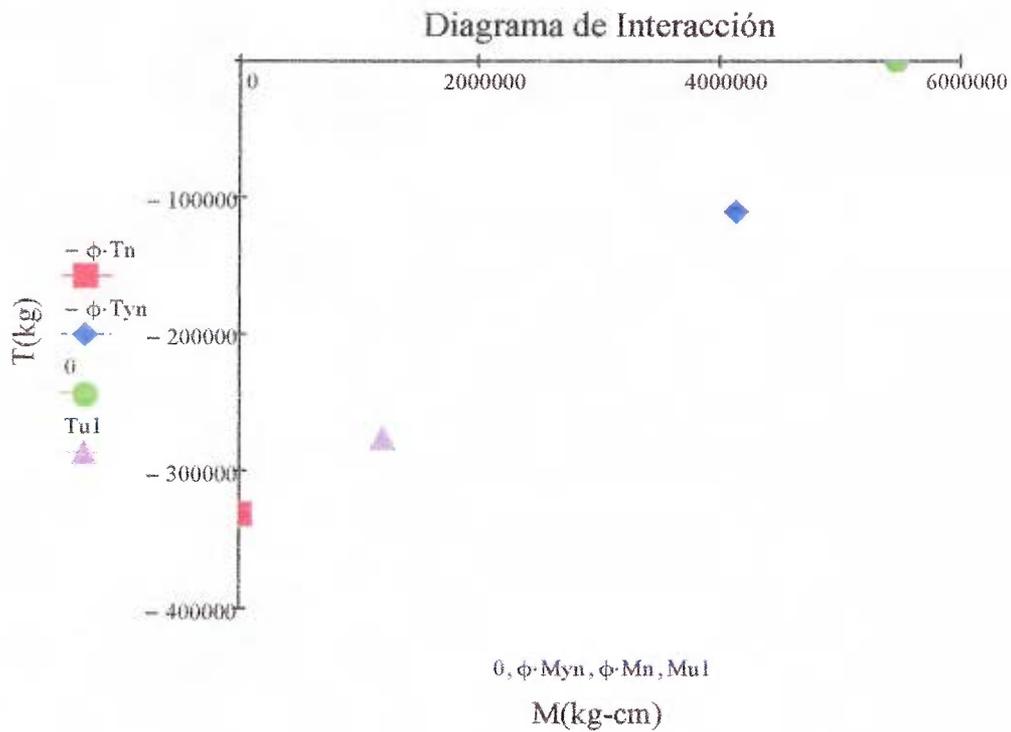
Momento nominal

$$M_n := A_{ps} \cdot F_{ps} \cdot \left(d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s \cdot F_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_s \cdot F_y \cdot \left(\frac{a}{2} - d_c \right) = 6067589.667 \quad \text{kg} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{m}}$$

6. Interacción de Fuerzas

$$\frac{T_u \cdot 1000}{\phi \cdot T_n} + \frac{M_u \cdot 100000}{\phi \cdot M_{yn}} \left(1 - \frac{T_{yn}}{T_n}\right) = 1.0$$

$$\frac{T_u \cdot 1000}{\phi \cdot T_{yn}} \left(1 - \frac{M_{yn}}{M_n}\right) + \frac{M_u \cdot 100000}{\phi \cdot M_n} = 0.828$$



Compresión, Tension Vertical y Momentos Verticales

7. Fuerzas de diseño

Combinacion para Tensión

Fuerza de tension ultima por metro $T_{uv} := 97 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Momento ultimo por metro $M_{uv} := 6 \frac{\text{Ton} \cdot \text{m}}{\text{m}}$

Combinacion para Compresión

Fuerza de compresión ultima por metro $P_{uv} := 576 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Momento ultimo por metro $M_{uv} := 50 \frac{\text{Ton} \cdot \text{m}}{\text{m}}$

Fuerzas debido al postensado

Relación entre relacion de poisson, diametro del silo y espesor de la pared

$$\beta_p := \left[12 \cdot \frac{(1 - \nu)}{\left[(D)^2 \cdot \left(\frac{t}{100} \right)^2 \right]} \right]^{0.25} = 0.656$$

$$\frac{2\pi}{\beta_p} = 9.578 \text{ m} \quad \text{Espaciamiento entre cables mayor a } \beta_p$$

Fuerza en cable por metro de circunferencia

$$F := 0.7 \cdot F_{pu} \cdot A_{\text{Toron}} \cdot \frac{7}{16 \cdot 1000} = 7.332 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$\varphi_f(y) := e^{-\beta_p \cdot y} (\cos(\beta_p \cdot y) - \sin(\beta_p \cdot y))$$

$$\theta_f(y) := e^{-\beta_p \cdot y} (\cos(\beta_p \cdot y))$$

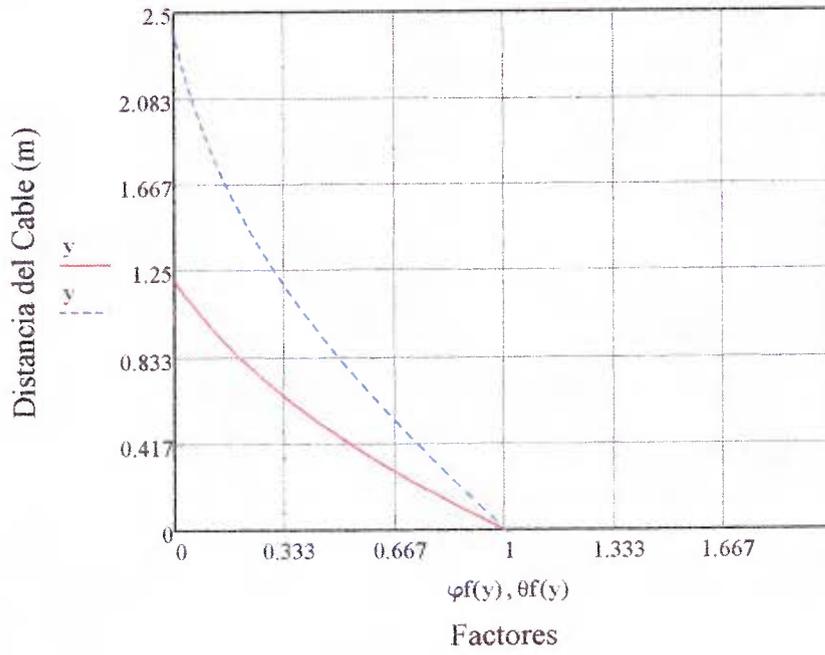
Momento debido al postensado a una distancia "y" del cable

$$M_y(y) := F \cdot \frac{\varphi_f(y)}{4 \cdot \beta_p}$$

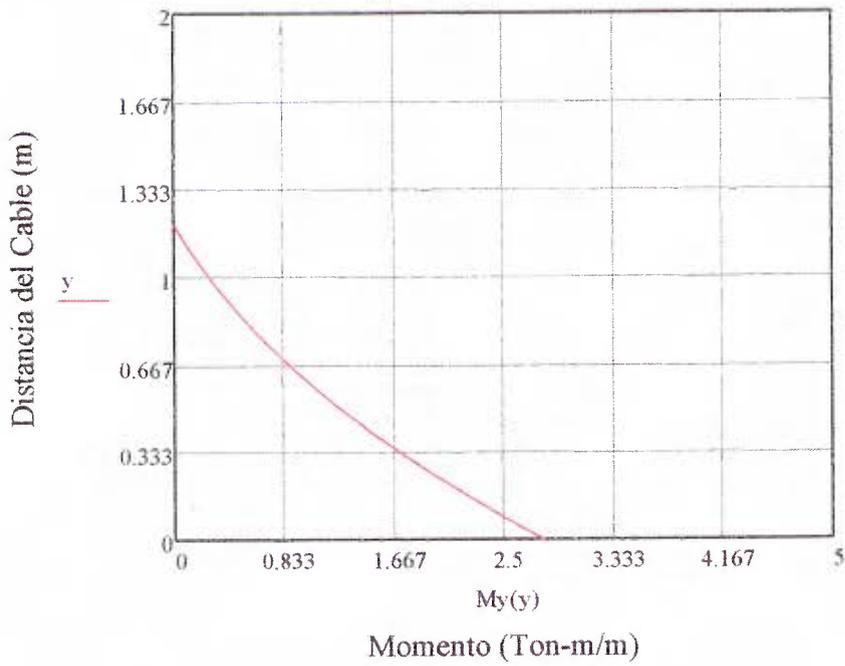
Cortante debido al postensado a una distancia "y" del cable

$$V_y(y) := F \cdot \frac{\theta_f(y)}{2}$$

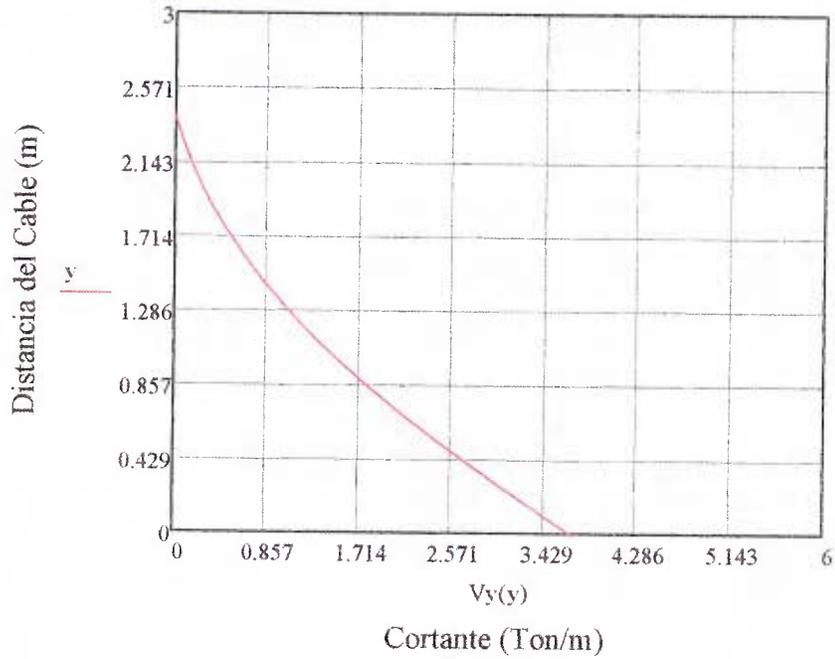
Factores



Momento por Postensado



Cortante por Postensado



$$M_{\text{max}} := 3 \quad \text{Ton} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$V_{\text{max}} := 4 \quad \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

8. Revisión de Esfuerzos $\phi := 0.7$

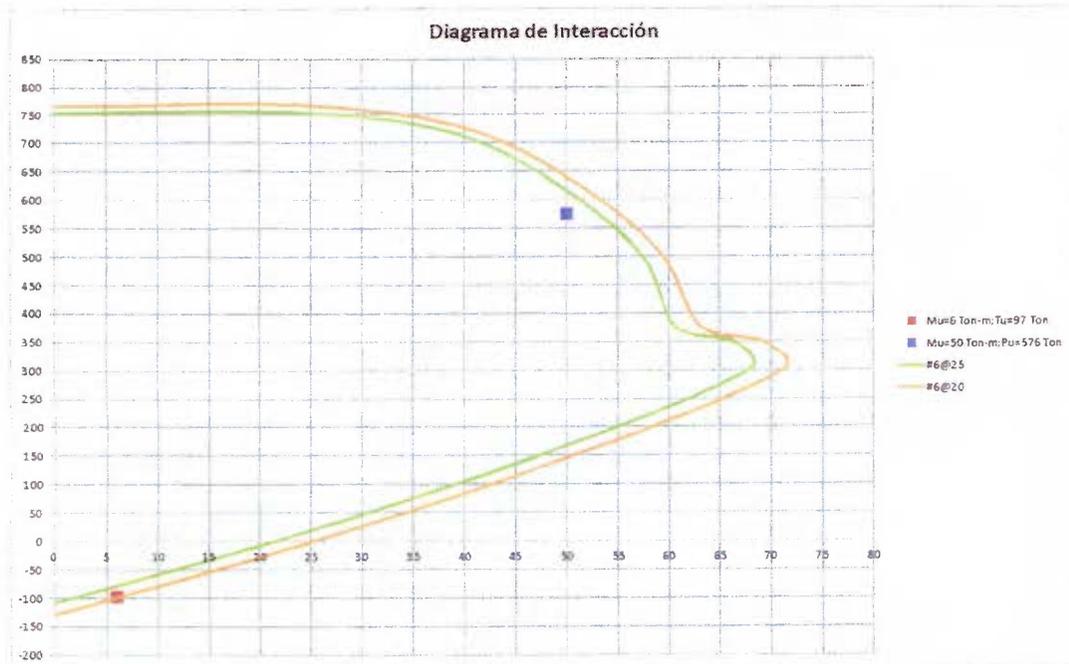
Maximo esfuerzo permisible en el concreto $p_n := .55 \cdot \phi \cdot f_c = 134.75 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

Esfuerzo en el concreto $p_u := \frac{P_{uy} \cdot 10}{t} = 128 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{OK}$

9. Diagrama de Interacción

Refuerzo Propuesto

Varilla #6 @ 20 cm



10. Refuerzo radial

Refuerzo radial

Espaciamiento entre refuerzo vertical $sc := 20$ cm

$$\text{Area de acero requerido } A_{sr} := \frac{sc}{\phi \cdot F_y \cdot (D \cdot 100 + t)} \cdot \left(Tu \cdot 1000 + 3 \cdot Mu \cdot \frac{100000}{t} \right) = 1.472 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Tamaño de varilla a utilizar $N_v := 4$

$$\text{Area de una varilla } A_{sv} := \left(\frac{N_v \cdot 2.54}{8} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.267 \text{ cm}^2$$

$$\text{Espaciamiento } \text{Esp2} := \frac{A_{sv} \cdot 100}{A_{sr}} = 86.046 \text{ cm} \text{ máximo } 75 \text{ cm}$$

$$\text{Esp2} := 70 \text{ cm}$$

$$\text{Acero colocado } A_{sr} := A_{sv} \cdot \frac{100}{\text{Esp2}} = 1.81 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Cortante

11. Fuerzas de diseño

Fuerza de cortante ultima por metro $V_u := 40 + V_{y\max} \quad \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

12. Revisión de Esfuerzos $\phi := 0.75$

Capacidad en cortante de la sección

$$V_{c1} := t \cdot \phi \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{\left(1 - 0.3 \cdot \frac{P_{uv} \cdot 1000}{100 \cdot b \cdot t}\right)}{6} = 64.824 \quad \text{Ton}$$

$$V_{c2} := 0.8 \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{t}{10} = 67.35 \quad \text{Ton}$$

$$\phi V_n := \phi \cdot \min(V_{c1}, V_{c2}) = 48.618 \quad \text{Ton}$$

$$\frac{V_u}{\phi V_n} = 0.91 \quad \text{OK}$$

4.5.2 Tolva

A continuación se presenta el diseño de la tolva.

Tolva

1. Características de los materiales

Módulo de elasticidad del acero	$E := 29000$	Ksi
Esfuerzo de fluencia del acero a utilizar	$F_y := 60 \cdot 70 = 4200$	kg/cm ²
Resistencia del concreto	$f_c := 350$	kg/cm ²
Módulo de elasticidad del concreto	$E_c := 16000 \sqrt{f_c} = 299332.591$	kg/cm ²

$$\beta_1 := .85 - .2 \frac{\left[\left(\frac{f_c \cdot 1000}{70} \right) - 4000 \right]}{4000} = 0.8$$

2. Características de la sección

Díametro del silo	$D := 16$	m
Espesor de la pared	$t := 45$	cm
Recubrimiento	$r := 5$	cm
	$d := t - r = 40$	cm
	$dc := r = 5$	cm
	$b := 100$	cm

3. Fuerzas de Diseño

Fuerzas Horizontales

Fuerza de tensión última por metro	$T_{uh} := 215$	$\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$
Fuerza de compresión última por metro	$P_{uh} := 436$	$\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Fuerzas Meridionales

Fuerza de tensión última por metro	$T_{um} := 46$	$\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$
Fuerza de compresión última por metro	$P_{um} := 342$	$\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

4. Definición inicial de As Horizontal

$$\phi := 0.9$$

$$As := \frac{Tuh \cdot 1000}{\phi \cdot Fy} = 56.878 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Tamaño Varilla a colocar

$$NV := 8$$

Area de una varilla

$$Asv := \left(\frac{NV \cdot 2.54}{8} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 5.067 \quad \text{cm}^2$$

Espaciamiento

$$Esp2 := \frac{2Asv \cdot 100}{As} = 17.817 \quad \text{cm}$$

$$Esp2 := 17.5 \quad \text{cm}$$

Acero colocado

$$As := 2Asv \cdot \frac{100}{Esp2} = 57.909 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

5. Definición inicial de As Meridional

$$\phi := 0.9$$

$$As := \frac{Tum \cdot 1000}{\phi \cdot Fy} = 12.169 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Tamaño Varilla a colocar

$$NV := 5$$

Area de una varilla

$$Asv := \left(\frac{NV \cdot 2.54}{8} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.979 \quad \text{cm}^2$$

Espaciamiento

$$Esp2 := \frac{2Asv \cdot 100}{As} = 32.53 \quad \text{cm}$$

$$Esp2 := 30 \quad \text{cm}$$

Acero colocado

$$As := 2Asv \cdot \frac{100}{Esp2} = 13.196 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

6. Revisión de Esfuerzos

$$\phi := 0.7$$

Maximo esfuerzo permisible
en el concreto

$$pn := .55 \cdot \phi \cdot fc = 134.75 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Esfuerzo en el concreto

$$pu := \frac{\max(Puh, Pum) \cdot 10}{t} = 96.889 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Cortante

7. Fuerzas de diseño

Fuerza de cortante ultima por metro $V_u := 45$ $\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

8. Revisión de Esfuerzos $\phi := 0.75$

Capacidad en cortante de la sección

$$V_{c1} := t \cdot \phi \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{\left(1 - 0.3 \cdot \frac{\max(P_{uh}, P_{um}) \cdot 1000}{100 \cdot b \cdot t}\right)}{6} = 74.646 \text{ Ton}$$

$$V_{c2} := 0.8 \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{t}{10} = 67.35 \text{ Ton}$$

$$\phi V_n := \phi \cdot \min(V_{c1}, V_{c2}) = 50.512 \text{ Ton}$$

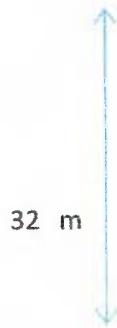
$$\frac{V_u}{\phi V_n} = 0.89 \quad \text{OK}$$

4.5.3 Cimentación

A continuación se presenta el diseño de la cimentación.

Diseño Placa

Dimensiones		
		0
D	32	m
t	2	m
Df	3	m
A	804.2	m ²
I	51471.9	m ⁴
Ancho de columna	0.45	m
Ancho por fuera	7.775	m



Materiales			
Concreto	f'c	350	kg/cm ²
Peso Volumétrico		2.4	ton/m ³
Acero	fy	4200	kg/cm
Recubrimiento	7.5	cm	

Características del suelo			
qadm	30	ton/m ²	
FS	3		
γ	2	ton/m ³	

Cargas Ultimas

Permanentes		Temporales		Sismo	
Pcp	6455.2 ton	Pct	14250.8 ton	Ps	4.8 ton
Mcp	0.0 ton-m	Mct	34.1 ton-m	Ms	30499.1 ton-m

Combinación 1

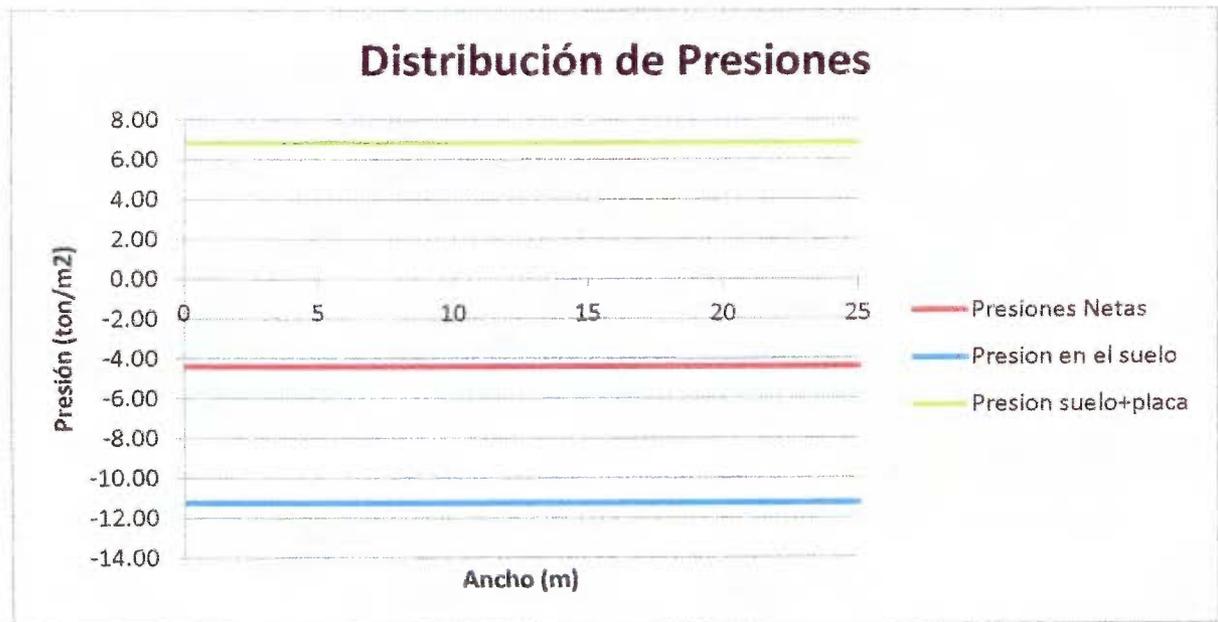
Pu 9037.3 ton
Mu 0.0 ton-m

Excentricidad e 0.000 < 5.3 OK

Presiones
qmax 11.2 ton/m²
qmin 11.2 ton/m²

Placa+Terreno
qpt 6.83 ton/m²

Presiones Netas
qmaxn 4.41 ton/m²
qminn 4.41 ton/m²



Combinación 2

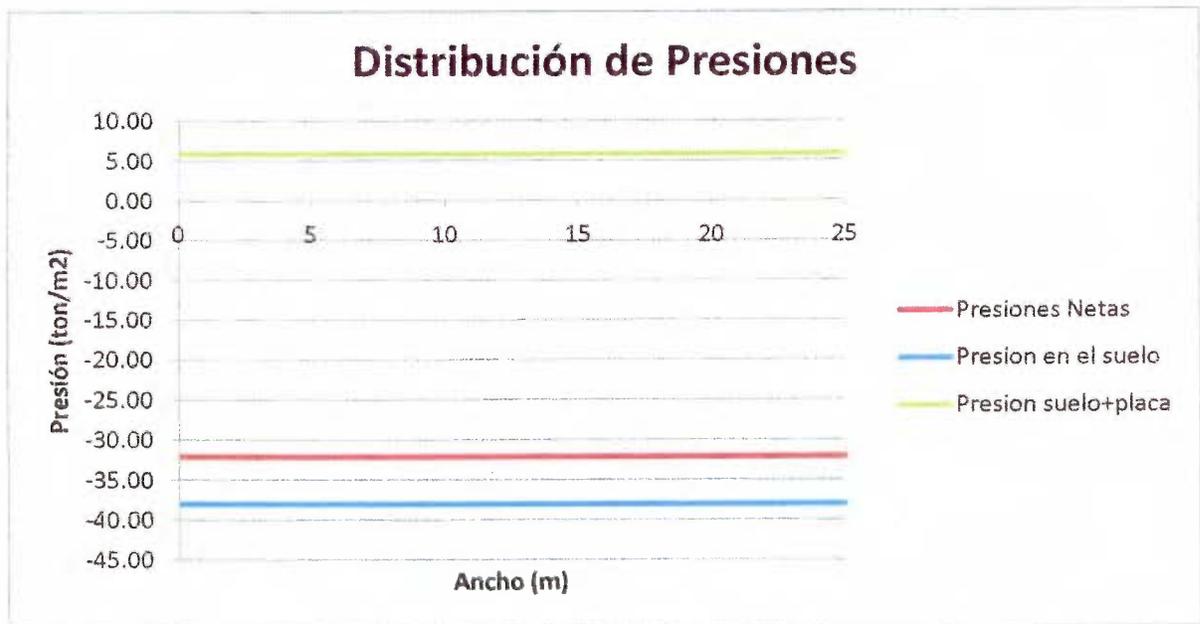
Pu 30547.6 ton
Mu 54.5 ton-m

Excentricidad e 0.002 < 5.3 OK

Presiones
qmax 38.0 ton/m²
qmin 38.0 ton/m²

Placa+Terreno
qpt 5.85 ton/m²

Presiones Netas
qmaxn 32.15 ton/m²
qminn 32.11 ton/m²



Combinación 3a

Factor de Ocupación 1

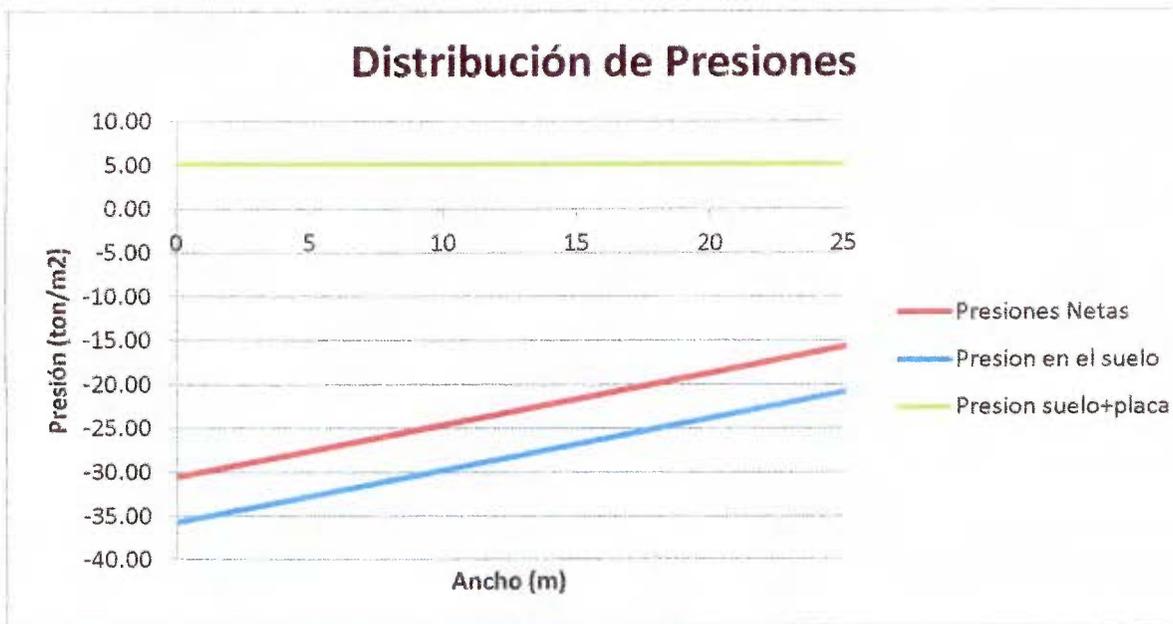
S+
 Pu 21033.6 ton
 Mu 30533.2 ton-m

Excentricidad
 e(+) 1.452 < 5.3 OK

Presiones
 qmax 35.6 ton/m²
 qmin 16.7 ton/m²

Placa+Terreno
 qpt 5.12 ton/m²

Presiones Netas
 qmaxn 30.52 ton/m²
 qminn 11.54 ton/m²



Combinación 3b

Factor de Ocupación

1

S-

Pu 21024.0 ton

Mu 30465.1 ton-m

Excentricidad

e(+) 1.449 < 5.3 OK

Presiones

qmax 35.6 ton/m²

qmin 16.7 ton/m²

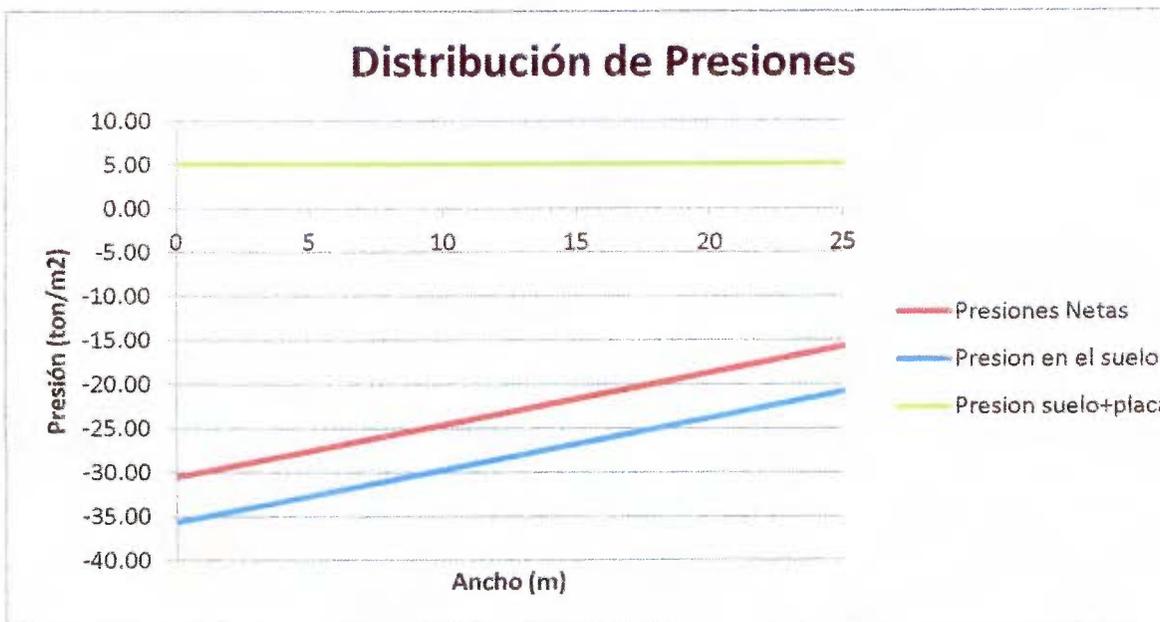
Placa+Terreno

qpt 5.12 ton/m²

Presiones Netas

qmaxn 30.49 ton/m²

qminn 11.55 ton/m²



Combinación 4a

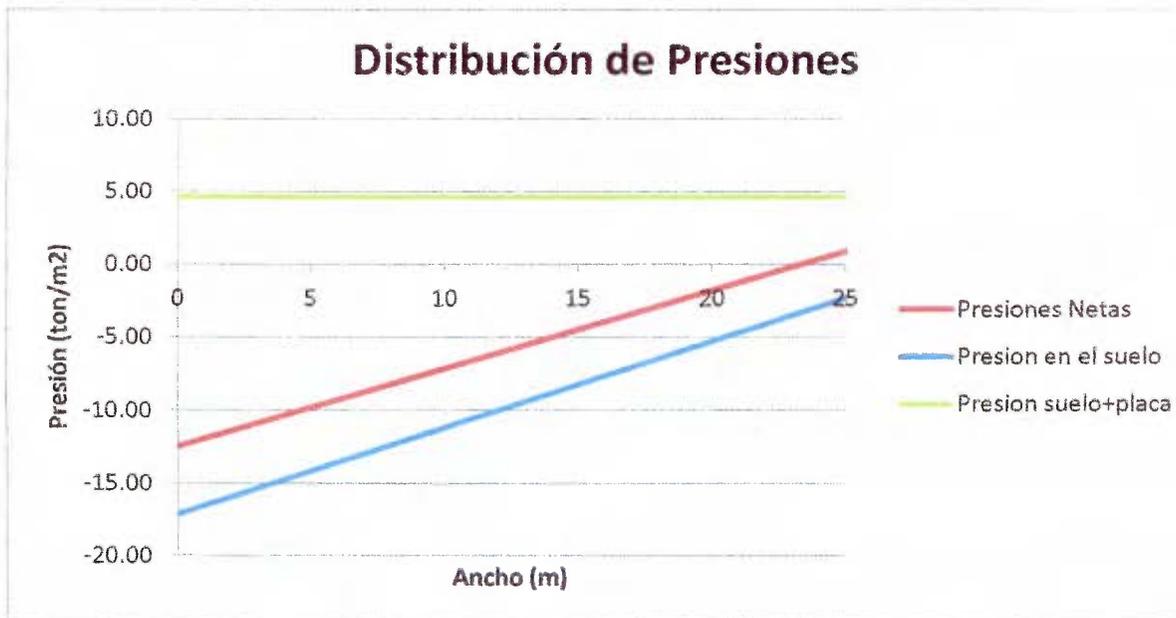
S+
Pu 6137.2 ton
Mu 30499.1 ton-m

Excentricidad
e(+) 5.0 < 10.67 OK

Presiones
qmax 17.1 ton/m²
qmin -1.8 ton/m²

Placa+Terreno
qpt 4.63 ton/m²

Presiones Netas
qmaxn 12.48 ton/m²
qminn -4.63 ton/m²



Combinación 4b

S-
Pu 6127.6 ton
Mu 30499.1 ton-m

Excentricidad
e(+) 5.0 < 10.67 OK

Presiones
qmax 17.1 ton/m²
qmin -1.9 ton/m²

Placa+Terreno
qpt 4.63 ton/m²

Presiones Netas
qmaxn 12.47 ton/m²
qminn -4.63 ton/m²

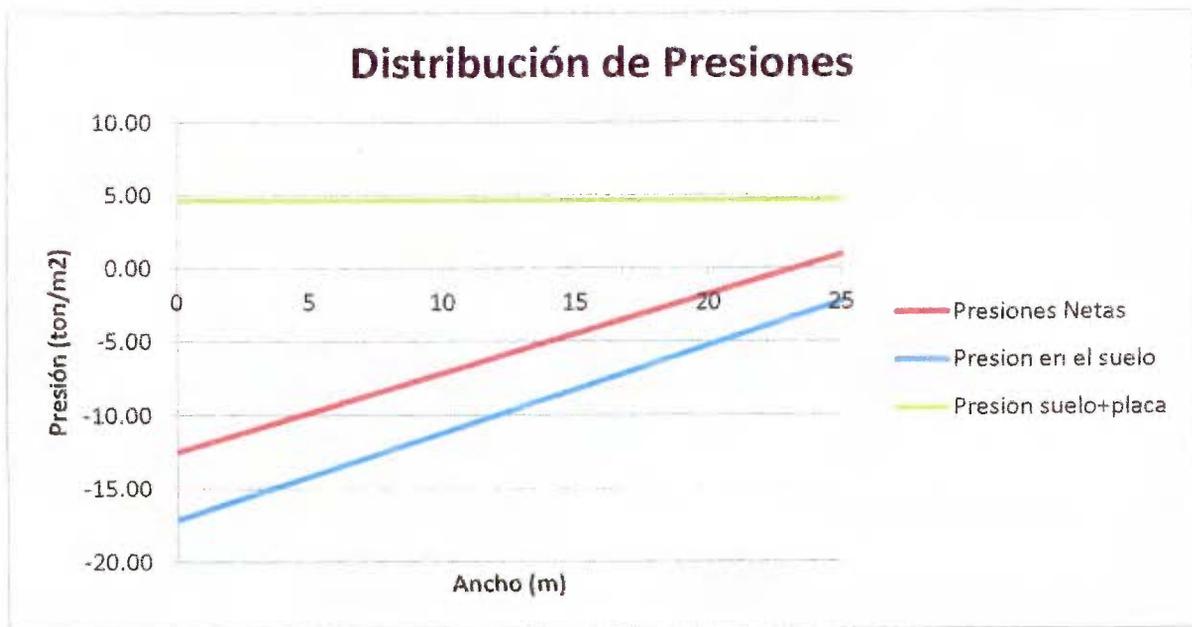
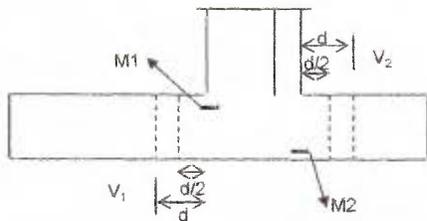
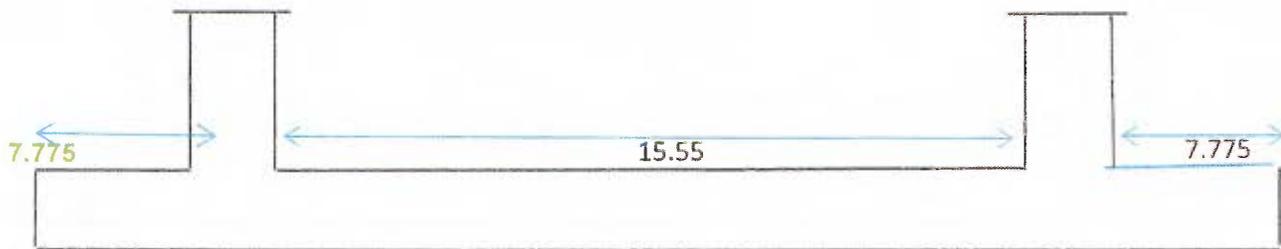


Tabla Resumen

Comb	Pu	Mu	qmax	qmin	qmin/qmax	ϕ	qperm	Status	Relación D/C
	ton	ton-m	ton/m ²	ton/m ²	ton/m ²		ton/m ²		
1	9037.3	0.0	11.2	11.2	1.00	0.45	40.5	OK	0.28
2	30547.6	54.5	38.0	38.0	1.00	0.45	40.5	OK	0.94
3a	21033.6	30533.2	35.6	16.7	0.47	0.65	58.5	OK	0.61
3b	21024.0	30465.1	35.6	16.7	0.47	0.65	58.5	OK	0.61
4a	6137.2	30499.1	17.1	-1.8	-0.11	0.85	76.5	OK	0.22
4b	6127.6	30499.1	17.1	-1.9	-0.11	0.85	76.5	OK	0.22

4. Cálculo del Refuerzo

Distribución de presiones para las condiciones de carga



Condición	M1	M2	V1 (d/2)	V1 (d)	V2 (d/2)	V2 (d)
1	-133.21	-33.30	30.02	8.65	30.02	8.65
2	-971.26	-242.73	218.82	63.04	218.93	63.07
3.a	-725.91	-136.35	110.49	31.83	176.06	50.72
3.b	-725.34	-136.31	110.48	31.83	175.90	50.67
4.a	-180.72	-0.11	-12.33	-3.55	53.16	15.31
4.b	-180.35	-0.02	-12.42	-3.58	53.08	15.29

Acero por flexión para M1

Mu	971.26	T-m/m
d	192.5	cm
b	100	cm
As,req	140.74	cm ² /m
As, min	68.60	cm ² /m
As, min2	no rige	cm ²
As, requerido	140.74	cm ²
Capas	2.00	

Usando # 10

s	11.25	cm
---	-------	----

10 @ 10 cm

Acero por flexión para M2

Mu	242.73	T-m/m
d	192.5	cm
b	100	cm
As,req	33.78	cm ² /m
As, min	68.60	cm ² /m
As, min2	45.04	cm ²
As, requerido	45.04	cm ²
Capas	1.00	

Usando # 10

s	17.58	cm
---	-------	----

10 @ 17.5 cm

Acero por punzonamiento a d/2

V (d/2)	218.93	T/m
ϕ	0.75	
ϕV_c	270.10	T/m
ϕV_c	>	V (d/2) OK

Acero por cortante a d

V (d)	63.07	T/m
ϕ	0.75	
ϕV_c	143.15	T/m
ϕV_c	>	V (d)

2. Revisión del Deslizamiento, cargas de servicio

CONDICIONES DE SERVICIO

Del análisis en la condición crítica se tiene:

V_D	0.00	T/m	P_D	2531.70	T/m
V_v	184.98	T/m	P_v	14250.84	T/m
V_s	1009.04	T/m	P_s	4.80	T/m
V_{max}	1194.02	T/m			
$Fr_{max} = \mu P_{max}$	μP_{max}				
μ	0.45				
Fr_{max}	6412.88	T/m			
FS	5.37				
Fr_{max}	>	$\frac{1.12}{V_{max}}$	OK		

3. Revisión de Estabilidad y Volcamiento, cargas de servicio

CONDICIONES DE SERVICIO

Estabilidad

M_1	39367.97	T-m/m
M_2	221600.50	T-m/m
Suma	260968.47	T-m/m

Volcamiento

M_{sismo}	30499.11	T-m/m
Suma	30499.11	T-m/m

$(FS_{voic})_{dinámica}$	8.56	>	1.20	OK
--------------------------	------	---	------	----

4.6 Resultados del Diseño Estructural basado en Eurocode

4.6.1 Superestructura

A continuación se presenta el diseño de la superestructura (zona de presión, columnas)

1. Características de los materiales

Módulo de elasticidad del acero	$E := 29000$ Ksi
Esfuerzo de fluencia del acero a utilizar	$F_y := 60 \cdot 70 = 4200$ kg/cm ²
Esfuerzo de ruptura del acero de preesfuerzo	$F_{pu} := 270 \cdot 70 = 18900$ kg/cm ²
Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo	$F_{py} := 0.9 \cdot F_{pu} = 17010$ kg/cm ²
Esfuerzo inicial despues del anclaje	$F_{pi} := 0.7 \cdot F_{pu} = 13230$ kg/cm ²
Esfuerzo efectivo del preesfuerzo	
Se sponen perdidas del	$pl := 15$ %
	$F_{pe} := F_{pi} \cdot \left(1 - \frac{pl}{100}\right) = 11245.5$ kg/cm ²
Deformacion de fluencia del acero de preesfuerzo	$\epsilon_{ps} := .01$
Deformacion inicial del acero de preesfuerzo	$\epsilon_{se} := .55 \cdot \frac{F_{pu}}{(E \cdot 70)} = 0.00512$
Resistencia del concreto	$f_c := 350$ kg/cm ²
Resistencia del concreto a tension	$f_t := 3 \cdot \sqrt{f_c} = 56.1$ kg/cm ²
Módulo de elasticidad del concreto	$E_c := 16000 \sqrt{f_c} = 299332.591$ kg/cm ²
	$\beta_1 := .85 - 2 \cdot \frac{\left[\left(\frac{f_c \cdot 1000}{70}\right) - 4000\right]}{4000} = 0.8$
Deformación última del concreto	$\epsilon_u := .003$

2. Características de la sección

Diametro del silo

$$D := 16 \quad \text{m}$$

Espesor de la pared

$$t := 45 \quad \text{cm}$$

Recubrimiento

$$r := 5 \quad \text{cm}$$

$$d := t - r = 40 \quad \text{cm}$$

$$d_c := r = 5 \quad \text{cm}$$

$$d_p := \frac{t}{2} = 22.5 \quad \text{cm}$$

$$b := 100 \quad \text{cm}$$



Tension Horizontal(Hoop Forces) y Momentos Horizontales

3. Fuerzas de diseño

Fuerza de tension ultima por metro $Tu := 374 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Momento ultimo por metro $Mu := 12 \frac{\text{Ton} \cdot \text{m}}{\text{m}}$

4. Definicion inicial de Aps y As

Acero preesforzado por tension(hoop forces)

$$Aps := \frac{Tu \cdot 1000}{0.9 \cdot 0.9 \cdot Fpu} = 24.43 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Tamaño de Toron

Diametro $Dia := 0.5 \text{ in}$

Area $AToron := (.5 \cdot 2.54)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.267 \text{ cm}^2$

Espaciamiento entre torones

$$Esp1 := AToron \cdot \frac{7 \cdot 100}{Aps} = 36.297 \text{ cm}$$

$Esp1 := 35 \text{ cm}$

Acero colocado

$$Aps := AToron \cdot 7 \cdot \frac{100}{Esp1} = 25.335 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Fuerza de postensado inicial/m

$$Pi := Fpi \cdot Aps = 335187 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Fuerza de postensado con perdidas/m

$$Pe := Fpe \cdot Aps = 284909 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Esfuerzo en el concreto sin perdidas

$$\text{max } 0.45 \cdot fc = 157.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$fci := \frac{Pi}{t \cdot b} = 74.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{OK}$$

Esfuerzo en el concreto con pérdidas max $0.45 \cdot f_c = 157.5$ $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$$f_{ce} := \frac{P_e}{t \cdot b} = 63.3 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{OK}$$

Esfuerzos con cargas de servicio $T_s := 230$ $\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Area Transformada $A_g := b \cdot t = 4500$ cm^2

$$n := \frac{E \cdot 70}{E_c} = 6.8$$

$$A_t := A_g + (n - 1) \cdot A_{ps} = 4646.483 \text{ cm}^2$$

Cambios en esfuerzos internos

$$\Delta f_c := \frac{T_s \cdot 1000}{A_t} = 49.5 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\Delta f_p := \frac{n \cdot T_s \cdot 1000}{A_t} = 335.696 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Esfuerzos totales

$$f_{\text{conc}} := \frac{-P_e}{A_g} + \Delta f_c = -13.813 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_p := F_{pe} + \Delta f_p = 11581.196 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Deformaciones

Postensado Inicial $\Delta i := -\pi \cdot \pi \cdot \frac{D \cdot 1000}{A_g \cdot E_c} = -12.508 \text{ mm}$

$$C_u := 2$$

Postensado con pérdidas $\Delta e := \frac{-\pi \cdot D \cdot 1000}{A_g \cdot E_c} \cdot \left[P_e + \frac{C_u \cdot (P_i + P_e)}{2} \right] = -33.772 \text{ mm}$

Aplicadas CS $\Delta s := T_s \cdot 1000 \cdot \pi \cdot \frac{D \cdot 1000}{A_t \cdot E_c} = 8.312 \text{ mm}$

Acero sin preesforzar por momento

$$\phi := 0.9$$

$$As1 := \frac{b(\beta1 \cdot fc \cdot d)}{Fy} - \frac{\left[\sqrt{\beta1 \cdot \sqrt{b \beta1 \cdot fc \cdot d^2 \cdot \phi - (2Mu \cdot 100000) \cdot \sqrt{b \cdot fc}}} \right]}{Fy \cdot \sqrt{\phi}} = 8.058 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$As2 := \frac{b(\beta1 \cdot fc \cdot d)}{Fy} + \frac{\left[\sqrt{\beta1 \cdot \sqrt{b \beta1 \cdot fc \cdot d^2 \cdot \phi - (2Mu \cdot 100000) \cdot \sqrt{b \cdot fc}}} \right]}{Fy \cdot \sqrt{\phi}} = 525.275 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$As := \min(As1, As2) = 8.058 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Tamaño Varilla a colocar

$$NV := 5$$

Area de una varilla

$$Asv := \left(\frac{NV \cdot 2.54}{8} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.979 \quad \text{cm}^2$$

Espaciamiento

$$Esp2 := \frac{Asv \cdot 100}{As} = 24.563 \quad \text{cm}$$

$$Esp2 := 17.5 \quad \text{cm}$$

Acero colocado

$$As := Asv \cdot \frac{100}{Esp2} = 11.31 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

5. Verificación del Diseño

Calculo Tyn(Tension al instante de fluencia del acero de preesfuerzo)

$$c := \frac{(-dp \cdot \epsilon u)}{\epsilon se - \epsilon u - \epsilon ps} = 8.567 \quad \text{cm}$$

$$a := \beta1 \cdot c = 6.853 \quad \text{cm}$$

Deformacion en el acero sin preesforzar en tension

$$\epsilon s := \frac{\epsilon u}{c} \cdot (d - c) = 0.0110077$$

Deformacion en el acero sin preesforzar en compresion

$$\epsilon sc := \frac{\epsilon u}{c} \cdot (c - dc) = 0.001249$$

Esfuerzo en el acero de preesfuerzo

$$F_{ps} := E \cdot \epsilon_{ps} \cdot \left[.025 + \frac{.975}{\left[1 + (118 \cdot 0.01)^{10} \right]^{(0.1)}} \right] \cdot 70 = 16990.1 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzo en el acero sin preesforzar en tension

$$F_s := \begin{cases} (E \cdot \epsilon_s \cdot 70) & \text{if } E \cdot \epsilon_s \cdot 70 > 4200 \\ 4200 & \text{if } E \cdot \epsilon_s \cdot 70 > 4200 \end{cases} = 4200 \quad \text{kg/cm}^2$$

Esfuerzo en el acero sin preesforzar en compresion

$$F_{sc} := \begin{cases} (E \cdot \epsilon_{sc} \cdot 70) & \text{if } E \cdot \epsilon_{sc} \cdot 70 < 4200 \\ 4200 & \text{if } E \cdot \epsilon_{sc} \cdot 70 > 4200 \end{cases} = 2535.556 \text{ kg/cm}^2$$

Fuerzas Internas en el concreto y el acero

$$C_c := -\beta_1 \cdot f_c \cdot a \cdot b = -191894.967 \quad \text{kg}$$

$$C_s := -A_s \cdot F_{sc} = -28678.236 \quad \text{kg}$$

$$T_{ps} := A_{ps} \cdot F_{ps} = 430449.96 \quad \text{kg}$$

$$T_s := A_s \cdot F_s = 47503.826 \quad \text{kg}$$

$$T_{yn} := C_c + C_s + T_{ps} + T_s = 257380.583 \quad \text{kg}$$

Calculo M_{yn}(Momento al instante de fluencia del acero de preesfuerzo)

Momento con respecto a la línea centro de la sección

$$M_{yn} := -C_c \cdot \left(\frac{t}{2} - \frac{a}{2} \right) + -C_s \cdot \left(\frac{t}{2} - d_c \right) + T_{ps} \cdot \left(d - \frac{t}{2} \right) = 4993257.16 \quad \text{kg} \cdot \text{cm}$$

Calculo T_{yn}

$$T_n := A_{ps} \cdot F_{py} + 2 \cdot A_s \cdot F_y = 525962.363 \quad \text{kg}$$

Calculo de Mn

Esfuerzo en el acero de preesfuerzo

Coefficiente

$$\gamma_p := .28$$

Cuantia de acero de preesfuerzo

$$\rho_p := \frac{A_{ps}}{b \cdot d_p} = 0.011$$

$$\omega := \left(\frac{A_s}{b \cdot d} \right) \left(\frac{F_y}{f_c} \right) = 0.034$$

$$\omega_c := \begin{cases} 0 & \text{if } d_c > .15 \cdot d_p \\ \left(\frac{A_s}{b \cdot d} \right) \left(\frac{F_y}{f_c} \right) & \text{if } d_c < .15 \cdot d_p \end{cases}$$

Esfuerzo en el acero de preesfuerzo

$$F_{ps} := F_{pu} \cdot \left[1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[\rho_p \cdot \frac{F_{pu}}{f_c} + \frac{d \cdot (\omega - \omega_c)}{d_p} \right] \right] = 14478.724 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Profundidad bloque de concreto

$$a := A_{ps} \cdot \frac{F_{ps}}{\beta_1 \cdot f_c \cdot b} = 13.101 \quad \text{cm}$$

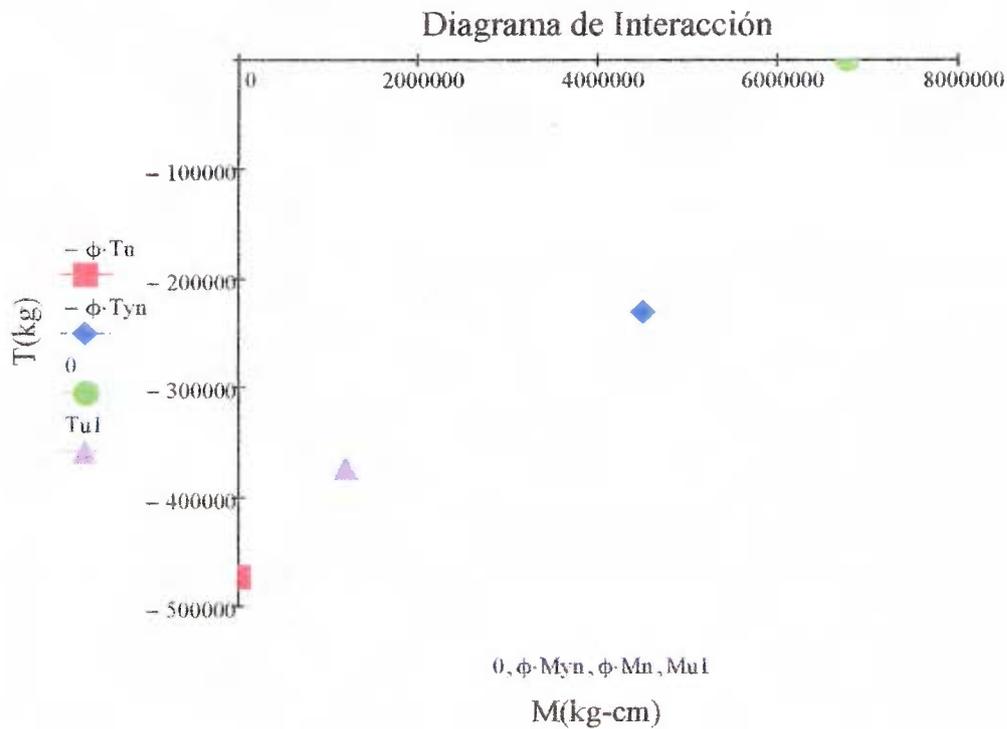
Momento nominal

$$M_n := A_{ps} \cdot F_{ps} \cdot \left(d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s \cdot F_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_s \cdot F_y \cdot \left(\frac{a}{2} - d_c \right) = 7513318.417 \quad \text{kg} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{m}}$$

6. Interacción de Fuerzas

$$\frac{T_u \cdot 1000}{\phi \cdot T_n} + \frac{M_u \cdot 100000}{\phi \cdot M_{yn}} \left(1 - \frac{T_{yn}}{T_n} \right) = 0.926$$

$$\frac{T_u \cdot 1000}{\phi \cdot T_{yn}} \left(1 - \frac{M_{yn}}{M_n} \right) + \frac{M_u \cdot 100000}{\phi \cdot M_n} = 0.719$$



Compresion, Tension Vertical y Momentos Verticales

7. Fuerzas de diseño

Combinacion para Tension

Fuerza de tension ultima por metro

$T_{uv} := 88$

$\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Momento ultimo por metro $M_{uv} := 4 \frac{\text{Ton} \cdot \text{m}}{\text{m}}$

Combinacion para Compresión

Fuerza de compresión ultima por metro $P_{uv} := 432 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Momento ultimo por metro $M_{uv} := 24 \frac{\text{Ton} \cdot \text{m}}{\text{m}}$

Fuerzas debido al postensado

Relación entre relacion de poisson, diametro del silo y espesor de la pared

$$\beta_p := \left[12 \cdot \frac{(1 - \nu)}{\left[(D)^2 \cdot \left(\frac{t}{100} \right)^2 \right]} \right]^{0.25} = 0.656$$

$\frac{2\pi}{\beta_p} = 9.578 \text{ m}$ Espaciamiento entre cables mayor a β_p

Fuerza en cable por metro de circunferencia

$$F := 0.7 \cdot F_{pu} \cdot A_{\text{Toron}} \cdot \frac{7}{16 \cdot 1000} = 7.332 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$\varphi_f(y) := e^{-\beta_p \cdot y} (\cos(\beta_p \cdot y) - \sin(\beta_p \cdot y))$$

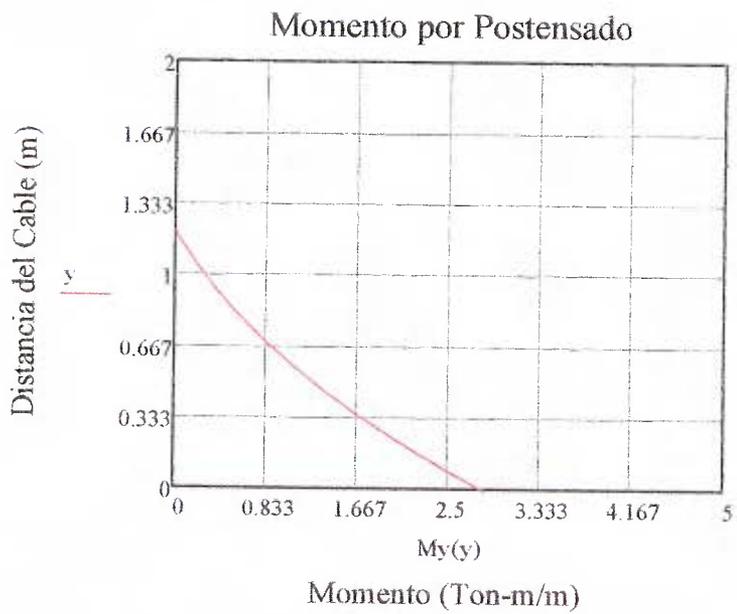
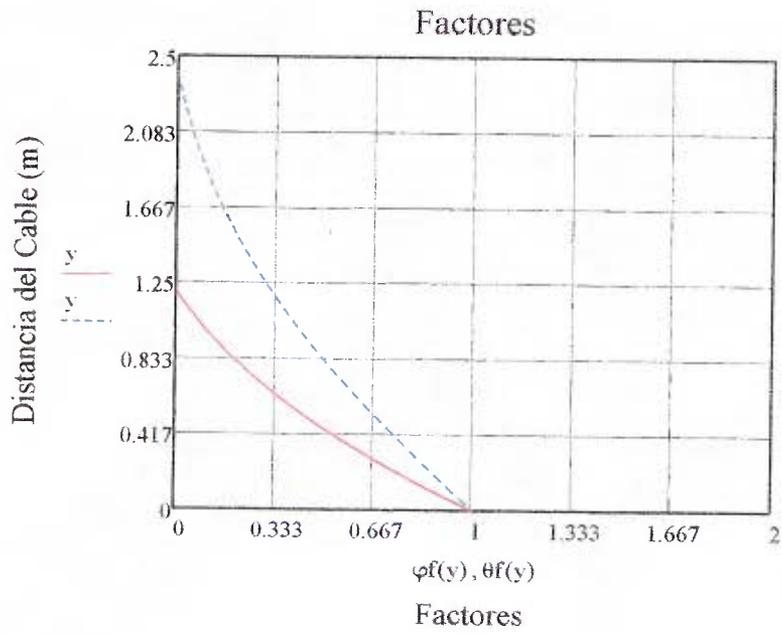
$$\theta_f(y) := e^{-\beta_p \cdot y} (\cos(\beta_p \cdot y))$$

Momento debido al postensado a una distancia "y" del cable

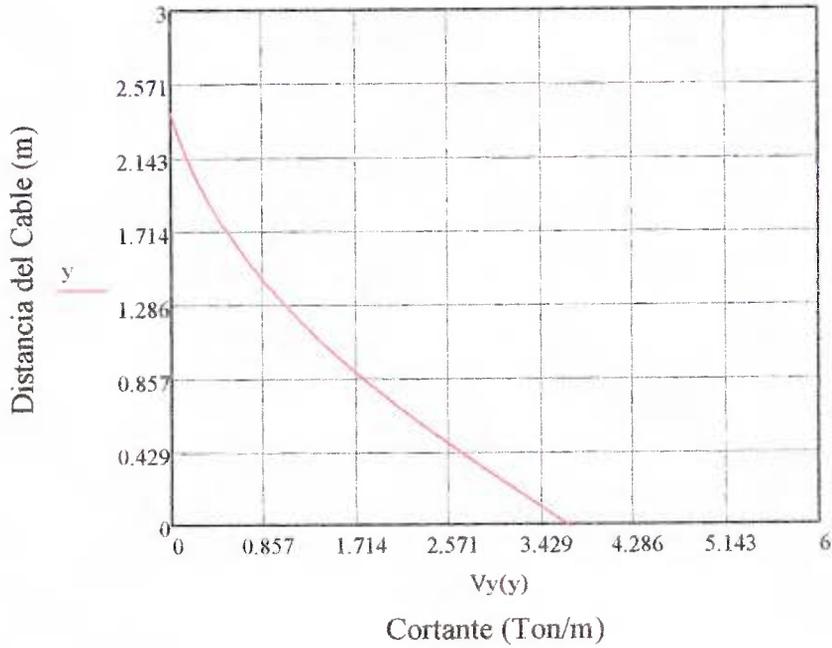
$$M_y(y) := F \cdot \frac{\varphi_f(y)}{4 \cdot \beta_p}$$

Cortante debido al postensado a una distancia "y" del cable

$$V_y(y) := F \cdot \frac{\theta_f(y)}{2}$$



Cortante por Postensado



$$M_{\text{max}} := 3 \quad \text{Ton} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$V_{\text{max}} := 4 \quad \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

8. Revisión de Esfuerzos $\phi := 0.7$

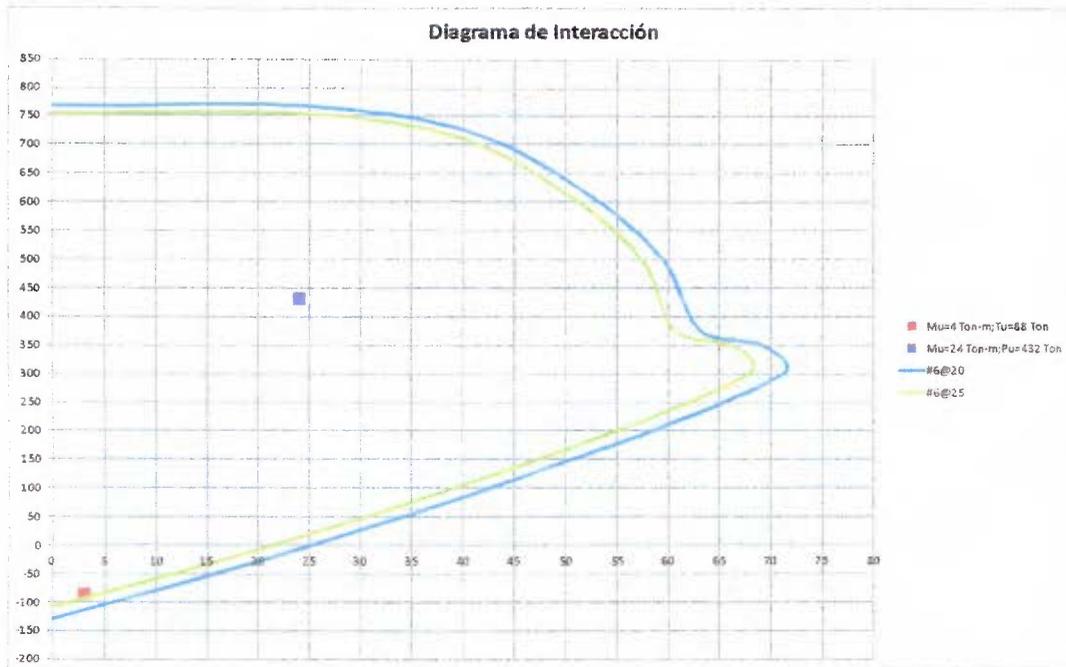
Maximo esfuerzo permisible en el concreto $p_n := .55 \cdot \phi \cdot f_c = 134.75 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

Esfuerzo en el concreto $p_u := \frac{P_{uv} \cdot 10}{1} = 96 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{OK}$

9. Diagrama de Interacción

Refuerzo Propuesto

Varilla #6 @ 20 cm



10. Refuerzo radial

Refuerzo radial

Espaciamiento entre refuerzo vertical $sc := 20$ cm

$$\text{Area de acero requerido } A_{sr} := \frac{sc}{\phi \cdot F_y \cdot (D - 100 + t)} \left(Tu \cdot 1000 + 3 \cdot Mu \cdot \frac{100000}{t} \right) = 1.877 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Tamaño de varilla a utilizar $N_v := 4$

$$\text{Area de una varilla } A_{sv} := \left(\frac{N_v \cdot 2.54}{8} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.267 \text{ cm}^2$$

$$\text{Espaciamiento } Esp2 := \frac{A_{sv} \cdot 100}{A_{sr}} = 67.472 \text{ cm} \quad \text{maximo } 75 \text{ cm}$$

$$Esp2 := 65 \text{ cm}$$

$$\text{Acero colocado } A_{sr} := A_{sv} \cdot \frac{100}{Esp2} = 1.949 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Cortante

11. Fuerzas de diseño

Fuerza de cortante ultima por metro $V_u := 22 + V_{y\max}$ $\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

12. Revisión de Esfuerzos $\phi := 0.75$

Capacidad en cortante de la sección

$$V_{c1} := t \cdot \phi \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{\left(1 - 0.3 \cdot \frac{P_{uv} \cdot 1000}{100 \cdot b \cdot t}\right)}{6} = 74.927 \text{ Ton}$$

$$V_{c2} := 0.8 \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{1}{10} = 67.35 \text{ Ton}$$

$$\phi V_n := \phi \cdot \min(V_{c1}, V_{c2}) = 50.512 \text{ Ton}$$

$$\frac{V_u}{\phi V_n} = 0.51 \quad \text{OK}$$

Columnas

1. Características de los materiales

Módulo de elasticidad del acero	$E := 29000 \text{ Ksi}$
Esfuerzo de fluencia del acero a utilizar	$F_y := 60 \cdot 70 = 4200 \text{ kg/cm}^2$
Esfuerzo de ruptura del acero de preesfuerzo	$F_{pu} := 270 \cdot 70 = 18900 \text{ kg/cm}^2$
Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo	$F_{py} := 0.9 \cdot F_{pu} = 17010 \text{ kg/cm}^2$
Esfuerzo inicial despues del anclaje	$F_{pi} := 0.7 \cdot F_{pu} = 13230 \text{ kg/cm}^2$
Esfuerzo efectivo del preesfuerzo	
Se sponen perdidas del	$pl := 15 \text{ \%}$
	$F_{pe} := F_{pi} \cdot \left(1 - \frac{pl}{100}\right) = 11245.5 \text{ kg/cm}^2$
Deformacion de fluencia del acero de preesfuerzo	$\epsilon_{ps} := .01$
Deformacion inicial del acero de preesfuerzo	$\epsilon_{se} := .55 \cdot \frac{F_{pu}}{(E \cdot 70)} = 0.00512$
Resistencia del concreto	$f_c := 350 \text{ kg/cm}^2$
Resistencia del concreto a tension	$f_t := 3 \cdot \sqrt{f_c} = 56.1 \text{ kg/cm}^2$
Módulo de elasticidad del concreto	$E_c := 16000 \sqrt{f_c} = 299332.591 \text{ kg/cm}^2$
	$\beta_1 := .85 - .2 \cdot \frac{\left[\left(\frac{f_c \cdot 1000}{70}\right) - 4000\right]}{4000} = 0.8$
Deformación última del concreto	$\epsilon_u := .003$

Tension Horizontal(Hoop Forces) y Momentos Horizontales

3. Fuerzas de diseño

Fuerza de tension ultima por metro	$T_u := 300$	$\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$
Momento ultimo por metro	$M_u := 12.5$	$\frac{\text{Ton} \cdot \text{m}}{\text{m}}$

4. Definicion inicial de Aps y As

Acero preesforzado por tension(hoop forces)

		$A_{ps} := \frac{T_u \cdot 1000}{0.9 \cdot 0.9 \cdot F_{pu}} = 19.596$	$\frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$
Tamaño de Toron	Diametro	$Dia := 0.5$	in
	Area	$A_{Toron} := (.5 \cdot 2.54)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.267$	cm ²
Espaciamiento entre torones		$Esp1 := A_{Toron} \cdot \frac{7 \cdot 100}{A_{ps}} = 45.25$	cm
		$Esp1 := 45$	cm
Acero colocado		$A_{ps} := A_{Toron} \cdot 7 \cdot \frac{100}{Esp1} = 19.705$	$\frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$
Fuerza de postensado inicial/m		$P_i := F_{pi} \cdot A_{ps} = 260701$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}}$
Fuerza de postensado con perdidas/m		$P_e := F_{pe} \cdot A_{ps} = 221596$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}}$
Esfuerzo en el concreto sin perdidas		max	$0.45 \cdot f_c = 157.5$
		$f_{ci} := \frac{P_i}{t \cdot b} = 57.9$	$\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
			OK

Esfuerzo en el concreto con perdidas max $0.45 \cdot f_c = 157.5 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$$f_{ce} := \frac{P_e}{t \cdot b} = 49.2 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{OK}$$

Esfuerzos con cargas de servicio $T_s := 180 \quad \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Area Transformada $A_g := b \cdot t = 4500 \quad \text{cm}^2$

$$n := \frac{E_s}{E_c} = 6.8$$

$$A_t := A_g + (n - 1) \cdot A_{ps} = 4613.931 \quad \text{cm}^2$$

Cambios en esfuerzos internos

$$\Delta f_c := \frac{T_s \cdot 1000}{A_t} = 39.012 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\Delta f_p := \frac{n \cdot T_s \cdot 1000}{A_t} = 264.572 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Esfuerzos totales

$$f_{\text{conc}} := \frac{-P_e}{A_g} + \Delta f_c = -10.231 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_p := F_{pe} + \Delta f_p = 11510.072 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Deformaciones

Postensado Inicial $\Delta i := -\pi \cdot \pi \cdot \frac{D \cdot 1000}{A_g \cdot E_c} = -9.729 \quad \text{mm}$

Postensado con perdidas $\Delta e := \frac{-\pi D \cdot 1000}{A_g \cdot E_c} \left[P_e + \frac{C_u \cdot (P_i + P_e)}{2} \right] = -26.267 \quad \text{mm}$

Aplicadas CS $\Delta s := T_s \cdot 1000 \cdot \pi \cdot \frac{D \cdot 1000}{A_t \cdot E_c} = 6.551 \quad \text{mm}$

Acero sin preesforzar por momento

$$\phi := 0.9$$

$$As1 := \frac{b(\beta_1 \cdot f_c \cdot d)}{F_y} - \frac{\left[\sqrt{\beta_1} \cdot \sqrt{b \beta_1 \cdot f_c \cdot d^2 \cdot \phi - (2Mu \cdot 100000) \cdot \sqrt{b f_c}} \right]}{F_y \cdot \sqrt{\phi}} = 8.399 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$As2 := \frac{b(\beta_1 \cdot f_c \cdot d)}{F_y} + \frac{\left[\sqrt{\beta_1} \cdot \sqrt{b \beta_1 \cdot f_c \cdot d^2 \cdot \phi - (2Mu \cdot 100000) \cdot \sqrt{b f_c}} \right]}{F_y \cdot \sqrt{\phi}} = 524.934 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$As := \min(As1, As2) = 8.399 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Tamaño Varilla a colocar

$$NV := 5$$

Area de una varilla

$$Asv := \left(\frac{NV \cdot 2.54}{8} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.979 \quad \text{cm}^2$$

Espaciamiento

$$Esp2 := \frac{Asv \cdot 100}{As} = 23.565 \quad \text{cm}$$

$$Esp2 := 22.5 \text{ cm}$$

Acero colocado

$$As := Asv \cdot \frac{100}{Esp2} = 8.797 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

5. Verificación del Diseño

Calculo Tyn(Tension al instante de fluencia del acero de preesfuerzo)

$$c := \frac{(-dp \cdot \epsilon_u)}{\epsilon_{se} - \epsilon_u - \epsilon_{ps}} = 8.567 \quad \text{cm}$$

$$a := \beta_1 \cdot c = 6.853 \quad \text{cm}$$

Deformacion en el acero sin preesforzar en tension

$$\epsilon_s := \frac{\epsilon_u}{c} \cdot (d - c) = 0.0110077$$

Deformacion en el acero sin preesforzar en compresion

$$\epsilon_{sc} := \frac{\epsilon_u}{c} \cdot (c - dc) = 0.001249$$

Esfuerzo en el acero de preesfuerzo

$$F_{ps} := E \cdot \epsilon_{ps} \cdot \left[.025 + \frac{.975}{\left[1 + (118 \cdot 0.01)^{10} \right]^{(0.1)}} \right] \cdot 70 = 16990.1 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzo en el acero sin preesforzar en tension

$$F_s := \begin{cases} (E \cdot \epsilon_s \cdot 70) & \text{if } E \cdot \epsilon_s \cdot 70 > 4200 \\ 4200 & \text{if } E \cdot \epsilon_s \cdot 70 > 4200 \end{cases} = 4200 \quad \text{kg/cm}^2$$

Esfuerzo en el acero sin preesforzar en compresion

$$F_{sc} := \begin{cases} (E \cdot \epsilon_{sc} \cdot 70) & \text{if } E \cdot \epsilon_{sc} \cdot 70 < 4200 \\ 4200 & \text{if } E \cdot \epsilon_{sc} \cdot 70 > 4200 \end{cases} = 2535.556 \text{ kg/cm}^2$$

Fuerzas Internas en el concreto y el acero

$$C_c := -\beta_1 \cdot f_c \cdot a \cdot b = -191894.967 \quad \text{kg}$$

$$C_s := -A_s \cdot F_{sc} = -22305.295 \quad \text{kg}$$

$$T_{ps} := A_{ps} \cdot F_{ps} = 334794.414 \quad \text{kg}$$

$$T_s := A_s \cdot F_s = 36947.42 \quad \text{kg}$$

$$T_{yn} := C_c + C_s + T_{ps} + T_s = 157541.572 \quad \text{kg}$$

Calculo M_{yn}(Momento al instante de fluencia del acero de preesfuerzo)

Momento con respecto a la linea centro de la seccion

$$M_{yn} := -C_c \cdot \left(\frac{t}{2} - \frac{a}{2} \right) + -C_s \cdot \left(\frac{t}{2} - d_c \right) + T_{ps} \cdot \left(d - \frac{t}{2} \right) = 4696993.585 \quad \text{kg} \cdot \text{cm}$$

Calculo T_{yn}

$$T_n := A_{ps} \cdot F_{py} + 2 \cdot A_s \cdot F_y = 409081.838 \quad \text{kg}$$

Calculo de Mn

Esfuerzo en el acero de preesfuerzo

Coefficiente

$$\gamma_p := .28$$

Cuantia de acero de preesfuerzo

$$\rho_p := \frac{A_{ps}}{b \cdot d_p} = 8.758 \times 10^{-3}$$

$$\omega := \left(\frac{A_s}{b \cdot d} \right) \left(\frac{F_y}{f_c} \right) = 0.026$$

$$\omega_c := \begin{cases} 0 & \text{if } d_c > .15 \cdot d_p \\ \left(\frac{A_s}{b \cdot d} \right) \left(\frac{F_y}{f_c} \right) & \text{if } d_c < .15 \cdot d_p \end{cases}$$

Esfuerzo en el acero de preesfuerzo

$$F_{ps} := F_{pu} \left[1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[\rho_p \cdot \frac{F_{pu}}{f_c} + \frac{d \cdot (\omega - \omega_c)}{d_p} \right] \right] = 15461.23 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Profundidad bloque de concreto

$$a := A_{ps} \cdot \frac{F_{ps}}{\beta_1 \cdot f_c \cdot b} = 10.881 \quad \text{cm}$$

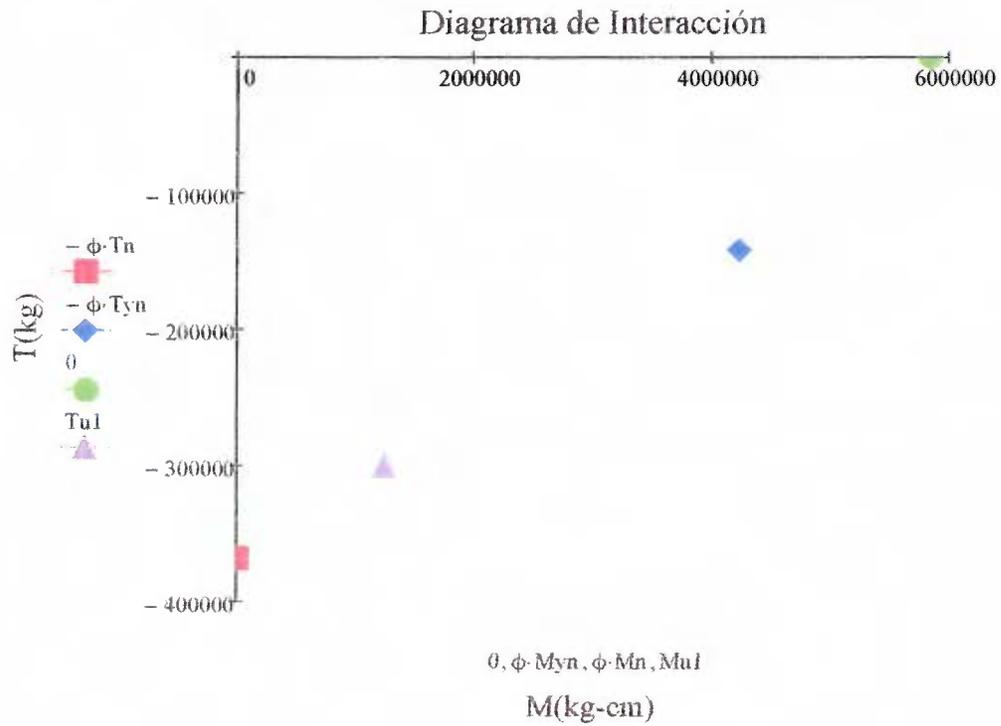
Momento nominal

$$M_n := A_{ps} \cdot F_{ps} \cdot \left(d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s \cdot F_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_s \cdot F_y \cdot \left(\frac{a}{2} - d_c \right) = 6490643.784 \quad \text{kg} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{m}}$$

6. Interacción de Fuerzas

$$\frac{T_u \cdot 1000}{\phi \cdot T_n} + \frac{M_u \cdot 100000}{\phi \cdot M_{yn}} \left(1 - \frac{T_{yn}}{T_n}\right) = 0.997$$

$$\frac{T_u \cdot 1000}{\phi \cdot T_{yn}} \left(1 - \frac{M_{yn}}{M_n}\right) + \frac{M_u \cdot 100000}{\phi \cdot M_n} = 0.799$$



Compresion, Tension Vertical y Momentos Verticales

7. Fuerzas de diseño

Combinacion para Tension

Fuerza de tension ultima por metro $T_{uv} := 100 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Momento ultimo por metro $M_{uv} := 6 \frac{\text{Ton} \cdot \text{m}}{\text{m}}$

Combinacion para Compresión

Fuerza de compresión ultima por metro $P_{uv} := 593 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Momento ultimo por metro $M_{uv} := 53 \frac{\text{Ton} \cdot \text{m}}{\text{m}}$

Fuerzas debido al postensado

Relación entre relacion de poisson, diametro del silo y espesor de la pared

$$\beta_p := \left[12 \cdot \frac{(1 - \nu)}{\left[(D)^2 \cdot \left(\frac{t}{100} \right)^2 \right]} \right]^{0.25} = 0.656$$

$$\frac{2\pi}{\beta_p} = 9.578 \text{ m} \quad \text{Espaciamiento entre cables mayor a } \beta_p$$

Fuerza en cable por metro de circunferencia

$$F := 0.7 \cdot F_{pu} \cdot A_{\text{Toron}} \cdot \frac{7}{16 \cdot 1000} = 7.332 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$\varphi f(y) := e^{-\beta_p \cdot y} (\cos(\beta_p \cdot y) - \sin(\beta_p \cdot y))$$

$$\theta f(y) := e^{-\beta_p \cdot y} (\cos(\beta_p \cdot y))$$

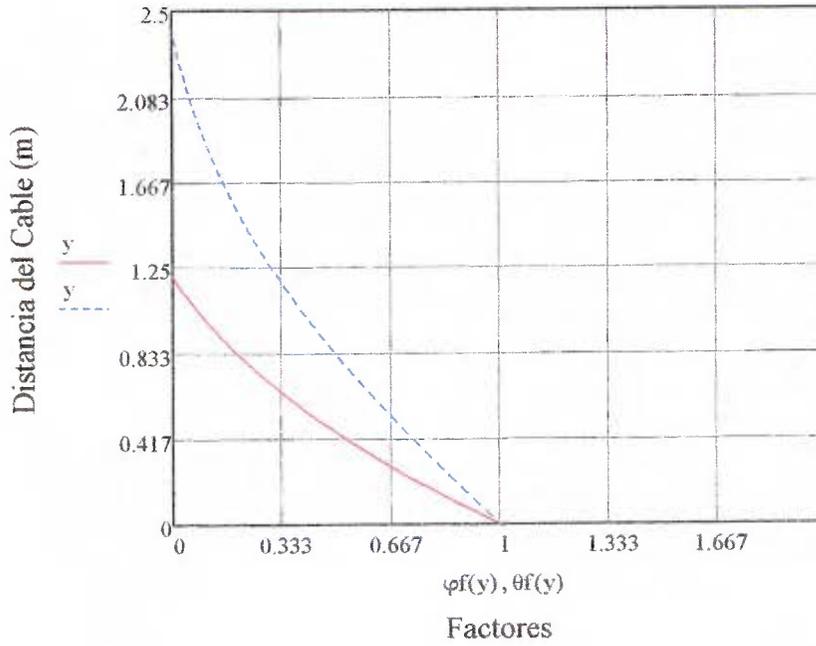
Momento debido al postensado a una distancia "y" del cable

$$M_y(y) := F \cdot \frac{\varphi f(y)}{4 \cdot \beta_p}$$

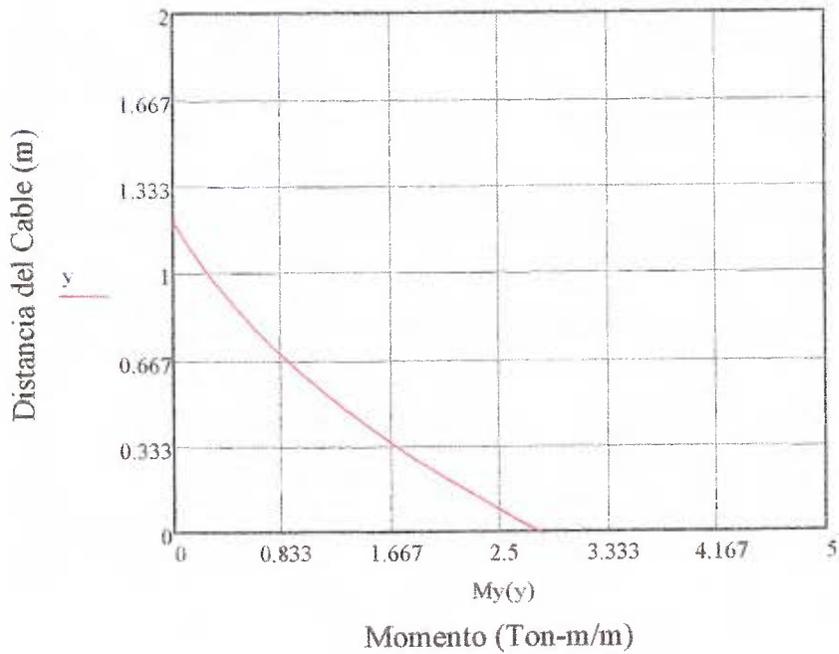
Cortante debido al postensado a una distancia "y" del cable

$$V_y(y) := F \cdot \frac{\theta f(y)}{2}$$

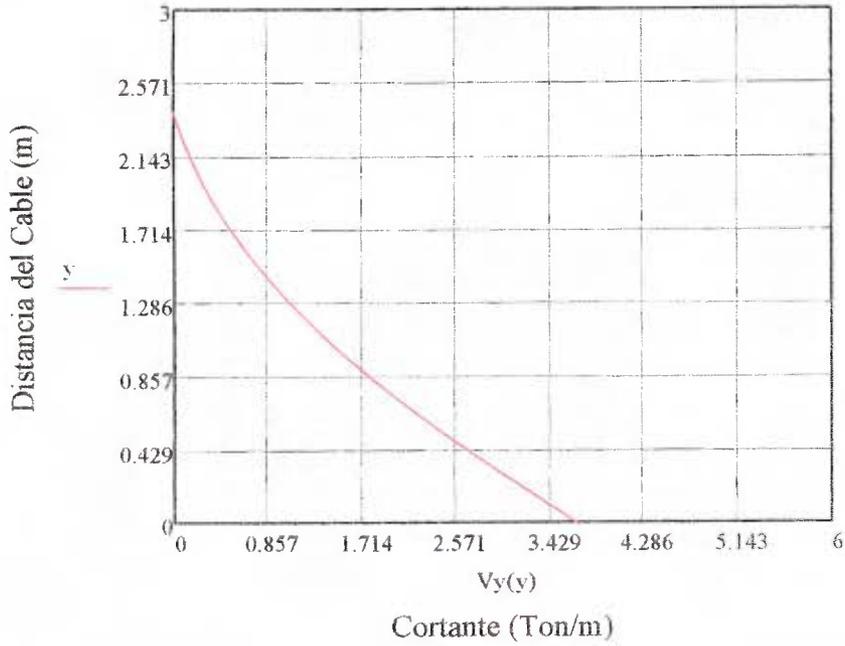
Factores



Momento por Postensado



Cortante por Postensado



$$M_{\text{max}} := 3 \quad \text{Ton} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$V_{\text{max}} := 4 \quad \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

8. Revisión de Esfuerzos $\phi := 0.7$

Maximo esfuerzo permisible
en el concreto

$$p_n := .55 \cdot \phi \cdot f_c = 134.75 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

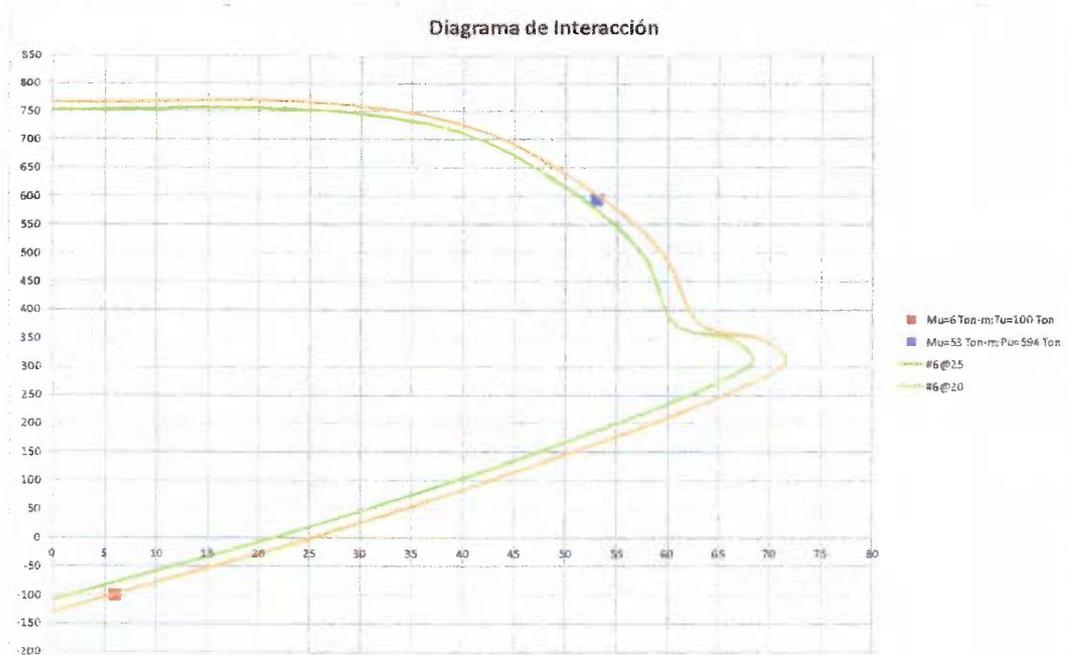
Esfuerzo en el concreto

$$p_u := \frac{P_{\text{uv}} \cdot 10}{t} = 131.778 \quad \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{OK}$$

9. Diagrama de Interacción

Refuerzo Propuesto

Varilla #6 @ 20 cm



10. Refuerzo radial

Refuerzo radial

Espaciamiento entre refuerzo vertical $s_c := 20$ cm

$$\text{Area de acero requerido } A_{sr} := \frac{s_c}{\phi \cdot F_y \cdot (D \cdot 100 + t)} \left(T_u \cdot 1000 + 3 \cdot M_u \cdot \frac{100000}{t} \right) = 1.585 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Tamaño de varilla a utilizar $N_v := 4$

$$\text{Area de una varilla } A_{sv} := \left(\frac{N_v \cdot 2.54}{8} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.267 \text{ cm}^2$$

$$\text{Espaciamiento } \text{Esp2} := \frac{A_{sv} \cdot 100}{A_{sr}} = 79.911 \text{ cm} \text{ máximo } 75 \text{ cm}$$

$$\text{Esp2} := 75 \text{ cm}$$

Acero colocado

$$Asr := Asv \cdot \frac{100}{Esp2} = 1.689 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Cortante

11. Fuerzas de diseño

Fuerza de cortante ultima por metro $V_u := 42 + V_{y\max}$ $\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

12. Revisión de Esfuerzos $\phi := 0.75$

Capacidad en cortante de la sección

$$V_{c1} := t \cdot \phi \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{\left(1 - 0.3 \cdot \frac{P_{uv} \cdot 1000}{100 \cdot b \cdot t}\right)}{6} = 63.632 \text{ Ton}$$

$$V_{c2} := 0.8 \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{t}{10} = 67.35 \text{ Ton}$$

$$\phi V_n := \phi \cdot \min(V_{c1}, V_{c2}) = 47.724 \text{ Ton}$$

$$\frac{V_u}{\phi V_n} = 0.96 \quad \text{OK}$$

4.6.2 Tolva

A continuación se presenta el diseño de la tolva.

Tolva

1. Características de los materiales

Módulo de elasticidad del acero	$E := 29000$ Ksi
Esfuerzo de fluencia del acero a utilizar	$F_y := 60 \cdot 70 = 4200$ kg/cm ²
Resistencia del concreto	$f_c := 350$ kg/cm ²
Módulo de elasticidad del concreto	$E_c := 16000 \sqrt{f_c} = 299332.591$ kg/cm ²

$$\beta_1 := .85 - .2 \cdot \frac{\left[\left(\frac{f_c \cdot 1000}{70} \right) - 4000 \right]}{4000} = 0.8$$

Deformación última del concreto	$\epsilon_u := .003$
---------------------------------	----------------------

2. Características de la sección

Díametro del silo	$D := 16$ m
Espesor de la pared	$t := 45$ cm
Recubrimiento	$r := 5$ cm
	$d := t - r = 40$ cm
	$d_c := r = 5$ cm
	$b := 100$ cm

3. Fuerzas de Diseño

Fuerzas Horizontales

Fuerza de tensión última por metro	$T_{uh} := 222$	$\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$
Fuerza de compresión última por metro	$P_{uh} := 488$	$\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

Fuerzas Meridionales

Fuerza de tensión última por metro	$T_{um} := 50$	$\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$
Fuerza de tensión última por metro	$P_{um} := 370$	$\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

4. Definición inicial de As Horizontal $\phi := 0.9$

$$As := \frac{Tuh \cdot 1000}{\phi \cdot Fy} = 58.73 \quad \frac{cm^2}{m}$$

Tamaño Varilla a colocar NV := 8

Area de una varilla $Asv := \left(\frac{NV \cdot 2.54}{8} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 5.067 \quad cm^2$

Espaciamiento $Esp2 := \frac{2Asv \cdot 100}{As} = 17.255 \quad cm$

Esp2 := 15 cm

Acero colocado $As := 2Asv \cdot \frac{100}{Esp2} = 67.561 \quad \frac{cm^2}{m}$

5. Definición inicial de As Meridional $\phi := 0.9$

$$As := \frac{Tum \cdot 1000}{\phi \cdot Fy} = 13.228 \quad \frac{cm^2}{m}$$

Tamaño Varilla a colocar NV := 5

Area de una varilla $Asv := \left(\frac{NV \cdot 2.54}{8} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.979 \quad cm^2$

Espaciamiento $Esp2 := \frac{2Asv \cdot 100}{As} = 29.927 \quad cm$

Esp2 := 25 cm

Acero colocado $As := 2Asv \cdot \frac{100}{Esp2} = 15.835 \quad \frac{cm^2}{m}$

6. Revisión de Esfuerzos $\phi := 0.7$

Maximo esfuerzo permisible en el concreto $pn := .55 \cdot \phi \cdot fc = 134.75 \quad \frac{kg}{cm^2}$

Esfuerzo en el concreto $pu := \frac{\max(Puh, Pum) \cdot 10}{t} = 108.444 \quad \frac{kg}{cm^2}$

Cortante

7. Fuerzas de diseño

Fuerza de cortante ultima por metro $V_u := 50$ $\frac{\text{Ton}}{\text{m}}$

8. Revisión de Esfuerzos $\phi := 0.75$

Capacidad en cortante de la sección

$$V_{c1} := t \cdot \phi \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{\left(1 - 0.3 \cdot \frac{\max(P_{uh}, P_{um}) \cdot 1000}{100 \cdot b \cdot t}\right)}{6} = 70.998 \text{ Ton}$$

$$V_{c2} := 0.8 \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{t}{10} = 67.35 \text{ Ton}$$

$$\phi V_n := \phi \cdot \min(V_{c1}, V_{c2}) = 50.512 \text{ Ton}$$

$$\frac{V_u}{\phi V_n} = 0.99 \quad \text{OK}$$

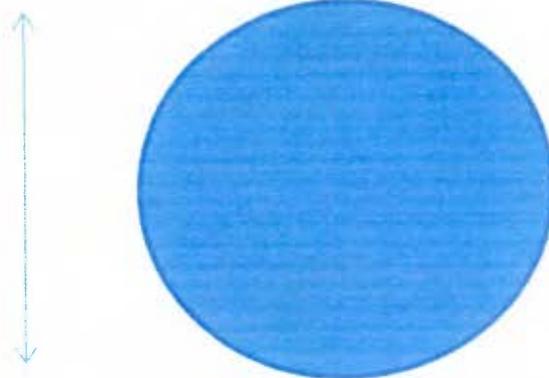
4.6.3 Cimentación

A continuación se presenta el diseño de la cimentación.

Diseño Placa

Dimensiones	0	
D	32	m
t	2	m
Df	3	m
A	804.2	m ²
I	51471.854	m ⁴
Ancho de columna	0.45	m
Ancho por fuera	7.775	m

32



Materiales			
Concreto	f'c	350	kg/cm ²
Peso Volumétrico		2.4	ton/m ³
Acero	fy	4200	kg/cm
Recubrimiento	7.5	cm	

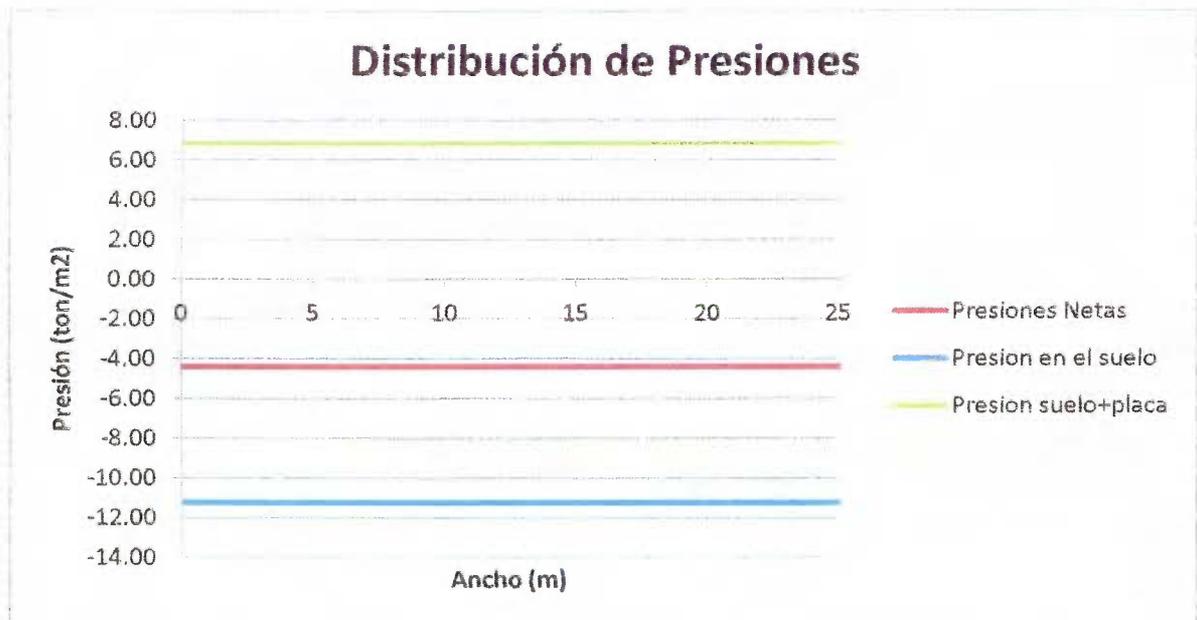
Características del suelo			
qadm	30	ton/m ²	
FS	3		
γ	2	ton/m ³	

Cargas Ultimas

Permanentes			Temporales			Sismo		
Pcp	6455.2	ton	Pct	14801.4	ton	Ps	5.1	ton
Mcp	0.0	ton-m	Mct	104.8	ton-m	Ms	31029.5	ton-m

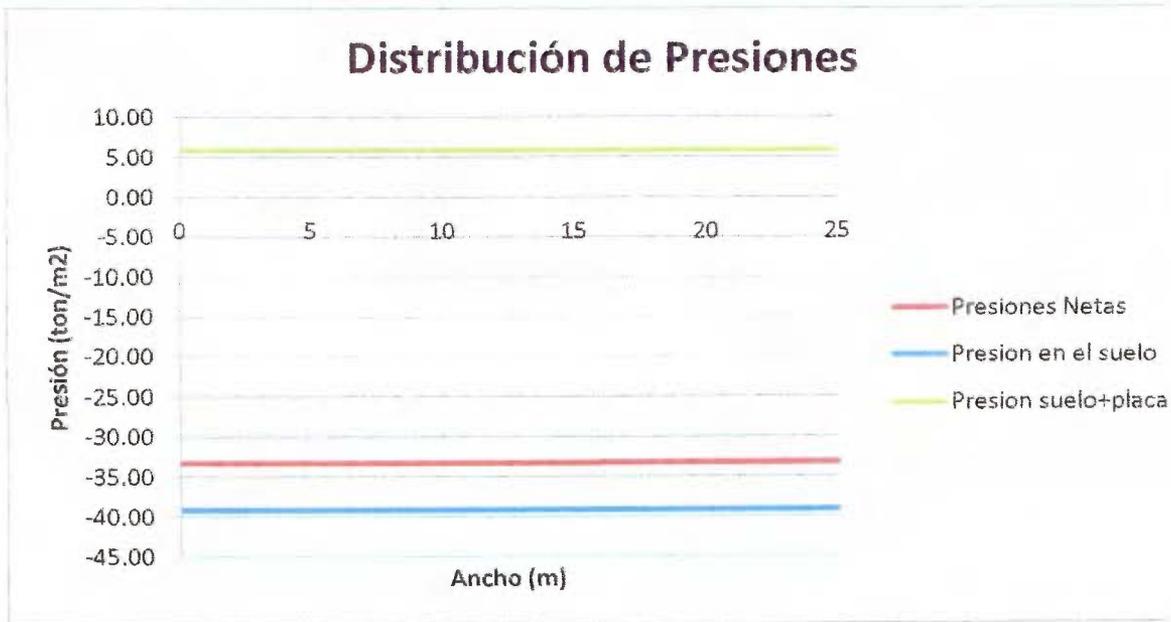
Combinación 1

Pu		9037.3 ton
Mu		0.0 ton-m
Excentricidad		
	e	0.000 < 5.33 OK
Presiones		
qmax		11.2 ton/m ²
qmin		11.2 ton/m ²
Placa+Terreno		
qpt		6.83 ton/m ²
Presiones Netas		
qmaxn		4.41 ton/m ²
qminn		4.41 ton/m ²



Combinación 2

Pu		31428.4 ton
Mu		167.6 ton-m
Excentricidad		
	e	0.005 < 5.33 OK
Presiones		
qmax		39.1 ton/m ²
qmin		39.0 ton/m ²
Placa+Terreno		
qpt		5.85 ton/m ²
Presiones Netas		
qmaxn		33.28 ton/m ²
qminn		33.17 ton/m ²



Combinación 3a

Factor de Ocupación 1

S+

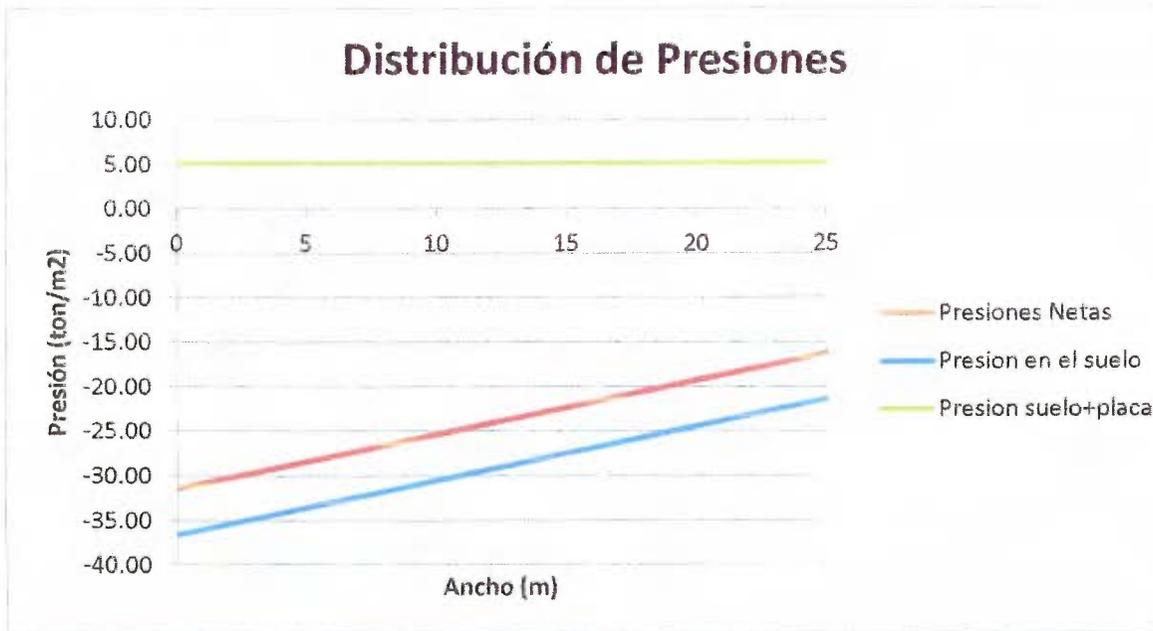
Pu 21584.4 ton
 Mu 31134.2 ton-m

Excentricidad
 e(+) 1.442 < 5.33 OK

Presiones
 qmax 36.5 ton/m²
 qmin 17.2 ton/m²

Placa+Terreno
 qpt 5.12 ton/m²

Presiones Netas
 qmaxn 31.39 ton/m²
 qminn 12.04 ton/m²



Combinación 3b

Factor de Ocupación 1

S-

Pu 21574.2 ton
 Mu 30924.7 ton-m

Excentricidad

e(+) 1.433 < 5.33 OK

Presiones

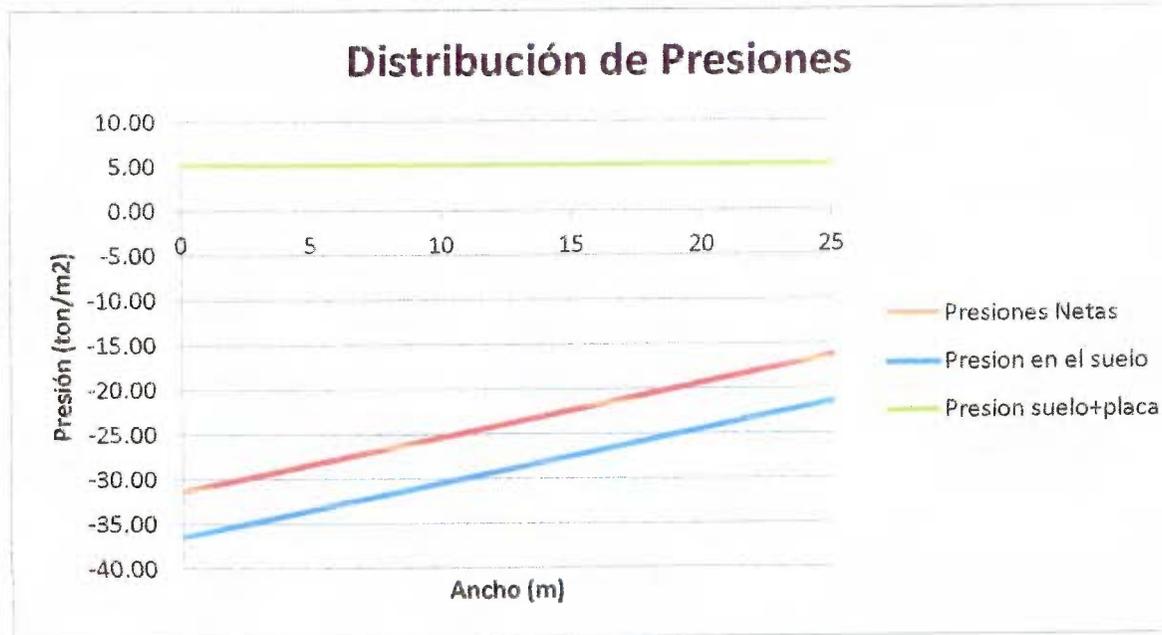
qmax 36.4 ton/m²
 qmin 17.2 ton/m²

Placa+Terreno

qpt 5.12 ton/m²

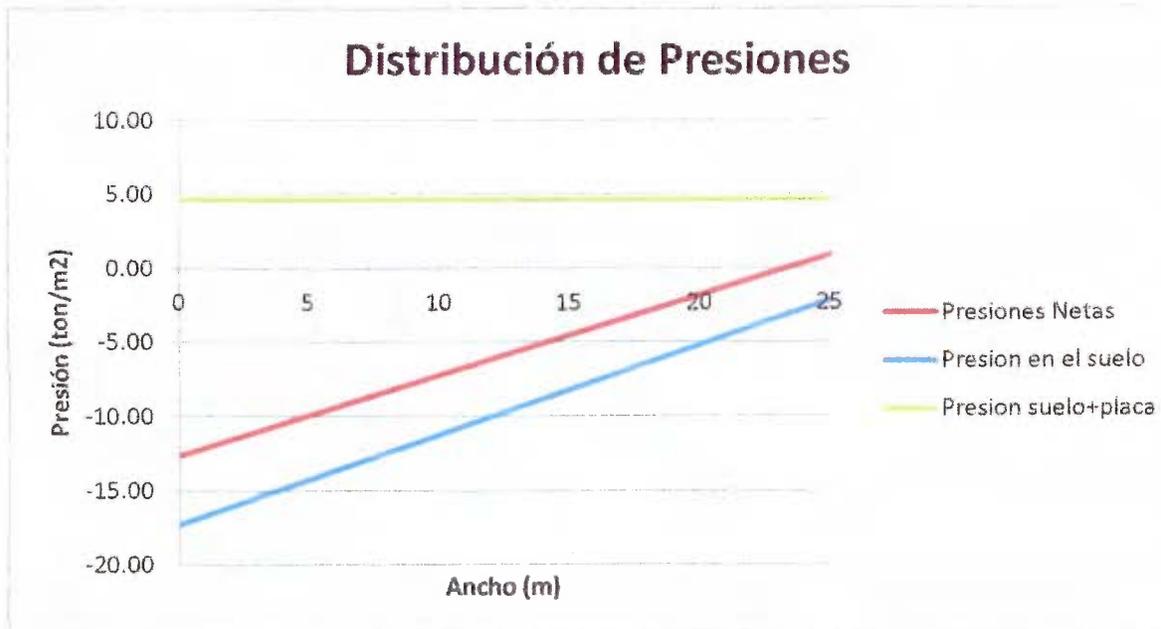
Presiones Netas

qmaxn 31.32 ton/m²
 qminn 12.09 ton/m²



Combinación 4a

	S+			
Pu	6137.5 ton			
Mu	31029.5 ton-m			
Excentricidad				
e(+)	5.056	<	10.67	OK
Presiones				
qmax	17.3 ton/m ²			
qmin	-2.0 ton/m ²			
Placa+Terreno				
qpt	4.63 ton/m ²			
Presiones Netas				
qmaxn	12.64 ton/m ²			
qminn	-4.63 ton/m ²			



Combinación 4b

S-
 Pu 6127.3 ton
 Mu 31029.5 ton-m

Excentricidad
 e(+) 5.064 < 10.66667 OK

Presiones
 qmax 17.3 ton/m²
 qmin -2.0 ton/m²

Placa+Terreno
 qpt 4.63 ton/m²

Presiones Netas
 qmaxn 12.63 ton/m²
 qminn -4.63 ton/m²

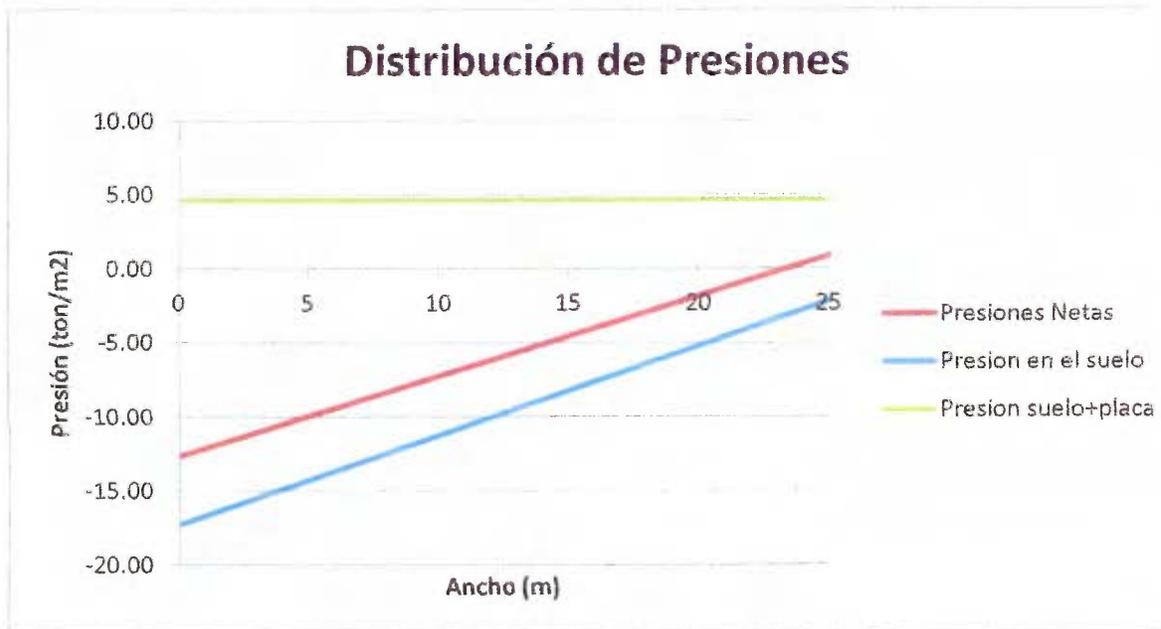
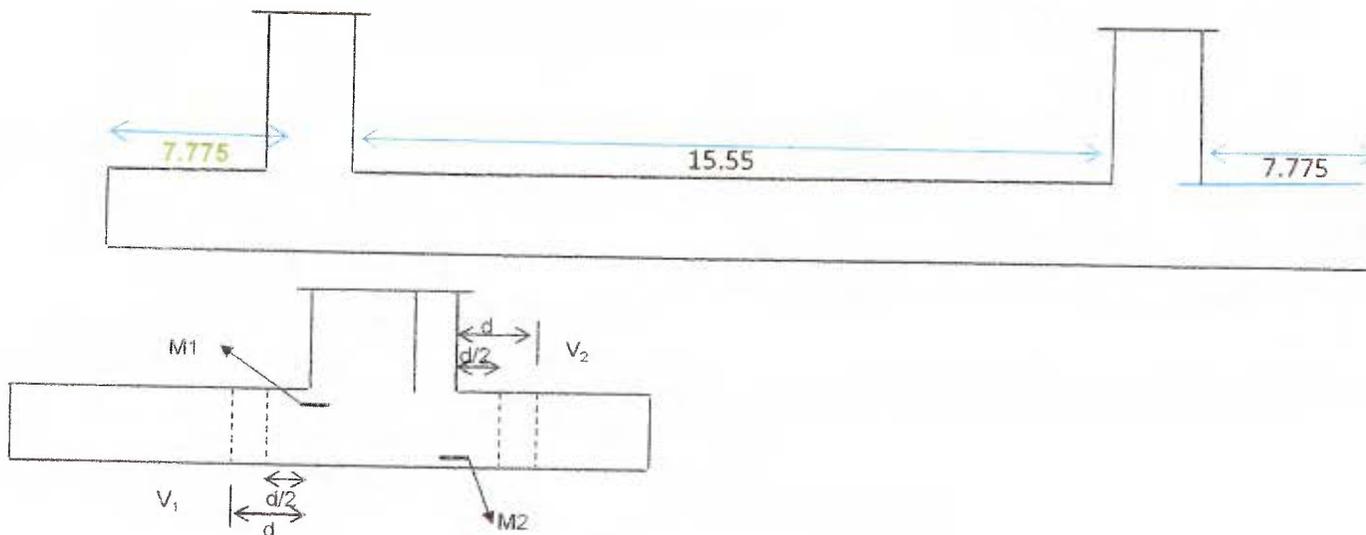


Tabla Resumen

Comb	Pu	Mu	qmax	qmin	qmin/qmax	ϕ	qperm	Status	Relación D/C
	ton	ton-m	ton/m ²	ton/m ²	ton/m ²		ton/m ²		
1	9037.3	0.0	11.2	11.2	1.00	0.45	40.5	OK	0.28
2	31428.4	167.6	39.1	39.0	1.00	0.45	40.5	OK	0.97
3a	21584.4	31134.2	36.5	17.2	0.47	0.65	58.5	OK	0.62
3b	21574.2	30924.7	36.4	17.2	0.47	0.65	58.5	OK	0.62
4a	6137.5	31029.5	17.3	-2.0	-0.12	0.85	76.5	OK	0.23
4b	6127.3	31029.5	17.3	-2.0	-0.12	0.85	76.5	OK	0.23

4. Cálculo del Refuerzo

Distribución de presiones para las condiciones de carga



Condición	M1	M2	V1 (d/2)	V1 (d)	V2 (d/2)	V2 (d)
1	-133.21	-33.30	30.02	8.65	30.02	8.65
2	1004.70	-250.93	226.16	65.15	226.52	65.25
3.a	-748.38	-141.08	114.51	32.99	181.37	52.25
3.b	-747.38	-141.14	114.65	33.03	181.06	52.16
4.a	-182.29	0.28	-12.90	-3.72	53.73	15.48
4.b	-181.91	0.38	-12.99	-3.74	53.65	15.45

Acero por flexión para M1

Mu	1004.70	T-m/m
d	192.5	cm
b	100	cm
As,req	145.88	cm ² /m
As, min	68.60	cm ² /m
As, min2	no rige	cm ²
As, requerido	145.88	cm ²
Capas	2.00	

Usando # **10**

s	10.85	cm
---	-------	----

10 @ 10 cm

Acero por punzonamiento a d/2

V (d/2)	226.52	T/m
ϕ	0.75	
ϕV_c	270.10	T/m
ϕV_c	>	V (d/2) OK

Acero por flexión para M2

Mu	250.93	T-m/m
d	192.5	cm
b	100	cm
As,req	34.93	cm ² /m
As, min	68.60	cm ² /m
As, min2	46.58	cm ²
As, requerido	46.58	cm ²
Capas	1.00	

Usando # **10**

s	17.00	cm
---	-------	----

10 @ 15.0 cm

2 capas

Acero por cortante a d

V (d)	65.25	T/m
ϕ	0.75	
ϕV_c	143.15	T/m
ϕV_c	>	V (d) OK

2. Revisión del Deslizamiento, cargas de servicio

CONDICIONES DE SERVICIO

Del análisis en la condición crítica se tiene:

V_D	0.00	T/m	P_D	2531.70	T/m
V_v	207.12	T/m	P_v	14801.38	T/m
V_s	1033.81	T/m	P_s	5.08	T/m
V_{max}	1240.93	T/m			
$Fr_{max} =$	μP_{max}				
μ	0.45				
Fr_{max}	6660.62	T/m			
FS	5.37				
Fr_{max}	>	1.12 V_{max}	OK		

3. Revisión de Estabilidad y Volcamiento, cargas de servicio

CONDICIONES DE SERVICIO

Estabilidad

M_1	39367.97	T-m/m
M_2	230161.47	T-m/m
Suma	269529.44	T-m/m

Volcamiento

M_{sismo}	31029.45	T-m/m
Suma	31029.45	T-m/m

$(FS_{volc})_{dinámica}$ 8.69 > 1.20 OK

5. ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS

Una vez diseñadas las estructuras se procede con el análisis y comparación de los resultados obtenidos.

En cuanto a las cargas que actúan sobre la estructura, se tiene que la única diferencia es la presión ejercida por el material almacenado. Ambos códigos utilizan el método de Janssen para el cálculo de las fuerzas de presión y fricción. Pero se presentan algunas diferencias en los cálculos de las presiones.

Una de las diferencias entre los dos códigos es como se consideran las sobrepresiones en la descarga. El ACI solo indica que se debe multiplicar las presiones de llenado por 1.5, mientras que el Eurocode si propone unas formulas para el cálculo de la sobrecarga. Estos factores para el caso analizado aquí son del orden de 15%. Pero como se expuso anteriormente estos factores se han dejado de lado basando esto en la capacidad de deformación y disipación de la sobrepresión que tiene el silo.

Se debe mencionar que el factor de sobrepresión que se indica en el ACI es mayor que el que se indica en el Eurocode. En los resultados se observa un diseño más económico en cuanto a cantidades y espaciamientos del refuerzo para el caso del silo diseñado por el ACI. Pero de haberse tomado en cuenta los factores de sobrepresión esto habría sucedido al revés. El diseño mas "ligero" habría sido el que sigue el Eurocode. Por esto es importante recalcar esta situación y sería un gran aporte estudiar el criterio planteado en este trabajo sobre la no utilización de los factores de sobrepresión.

Otra diferencia es que el Eurocode utiliza una carga local (patch load) que para el caso analizado aquí se puede transformar en un incremento uniforme en la presión del material a lo largo de las paredes. El ACI no considera esta carga. La magnitud del aumento es de aproximadamente 15%. Este aumento resulta ser la fuente de las diferencias en el diseño final de ambas estructuras, causando que se necesiten espaciamientos menores en el silo diseñado con el Eurocode.

En la siguiente figura se muestra una comparación entre las presiones calculadas con el ACI y las calculadas con el Eurocode.

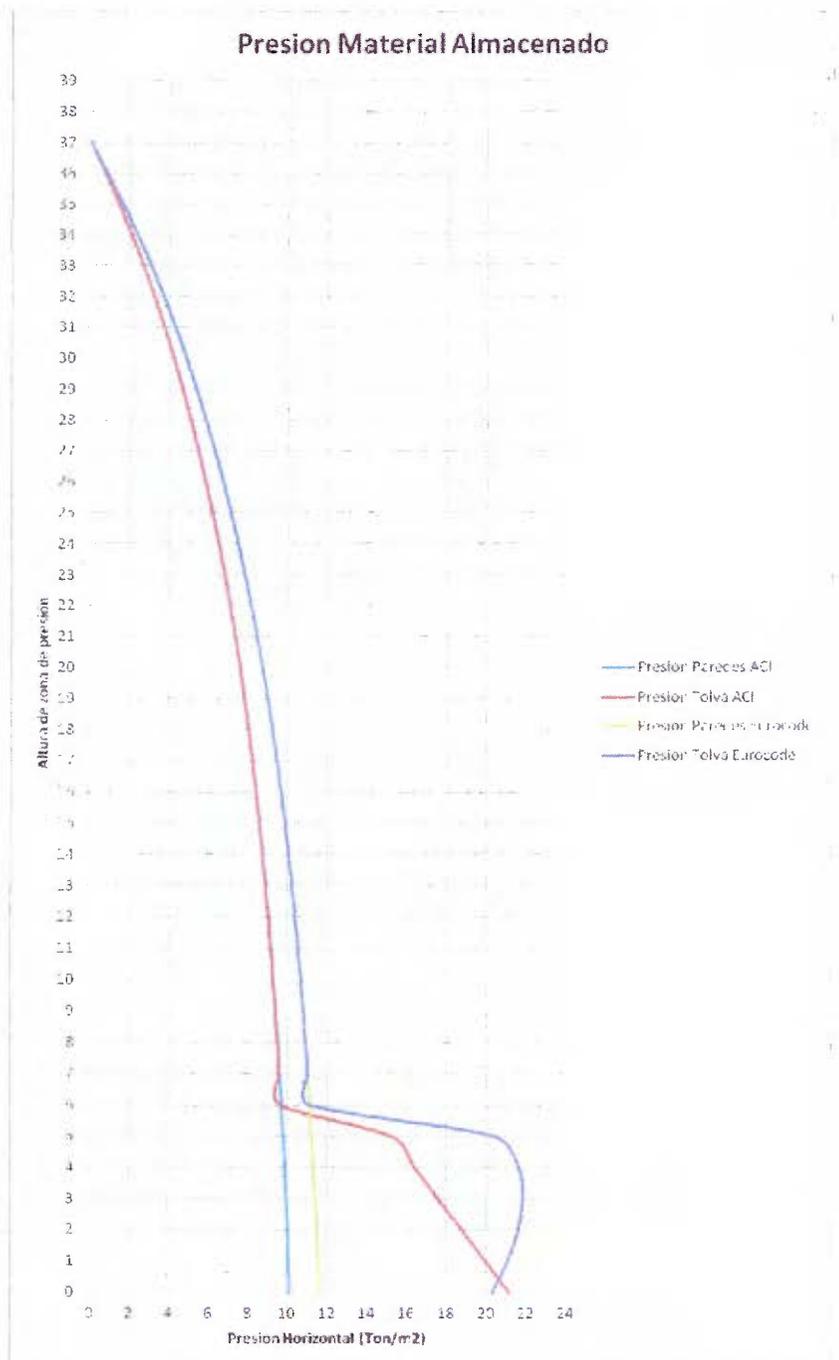


Figura 50. Comparación de presiones

El espesor de las paredes se mantiene igual en ambas estructuras (45 cm), aunque en el silo diseñado con el ACI se tiene una menor razón entre demanda y capacidad que en el del Eurocode para las sollicitaciones a compresión.

La cimentación como se observa en los resultados es una losa de cimentación de diámetro 32 m. Las presiones que se generan son considerables y aun con una capacidad de 30 ton/m² el diámetro de la losa de cimentación es el doble que el diámetro del silo. Esto se debe a la gran masa de la estructura y del material que se almacena en esta.

En cuanto a las condiciones de servicio de ambas estructuras se deben considerar los anchos de grieta mínimos especificados en los códigos. Esto debido a las fuerzas de tensión generadas por la presión del material almacenado. Estas ocasionan que el concreto pueda entrar en tensión y agrietarse en niveles que no son aceptables. Esto se evita por medio del postensado y la fuerza de pretensión, que introduce esfuerzo de compresión en el concreto y en el momento que actúan las presiones este se “descompresione” pero nunca llega a tener esfuerzo de tensión. Por lo que no se formarían grietas y se cumple con los requisitos de servicio. Respecto a la fuerza pretensora, esta se podría disminuir para tomar en cuenta la capacidad a tensión del concreto, que a pesar de ser muy bajas aportan en la resistencia de las fuerza de tensión.

En este caso se colocaron los cables de postensión en el centro de la pared del silo. Una opción que podría ser considerada es colocarlos más cerca de la cara exterior de las paredes del silo para que trabajen más eficientemente. Esto haría que se tenga aun menos posibilidad de agrietamiento en las paredes de la estructura.

Al realizar la estimación de cantidades se tiene diferencia entre el acero de refuerzo, tanto el convencional como el postensado. Esto se observa en el siguiente cuadro comparativo.

Cuadro 20. Cuadro comparativo del refuerzo

Refuerzo		ACI	Euro	
Zona de Presion	Vertical		#6@20cm	#6@20cm
	Horizontal	Postensado	7T0.5'@40cm	7T0.5'@35cm
		Normal	5#@20cm	5#@17.5cm
	Radial		#4@70cm	#4@65cm
Columnas	Vertical		#6@20cm	#6@20cm
	Horizontal	Postensado	7T0.5'@50cm	7T0.5'@45cm
		Normal	5#@25cm	5#@22.5cm
	Radial		#4@70cm	#4@65cm
Tolva	Horizontal		#8@17.5cm	#8@15cm
	Meridional		#5@30cm	#5@25cm
Cimentacion Circular D=32m	Superior		2capas#10@10cm a.d.	2capas#10@10cm a.d.
	Inferior		#10@17.5cm a.d.	#10@15cm a.d.

La diferencia es solo en el acero horizontal. Es decir la diferencia que se observó en las presiones se traslada a la diferencia entre los espaciamientos del refuerzo horizontal. También se observa diferencia en el espaciamiento del refuerzo radial. Esto se debe a que este depende en parte de la fuerza de tensión en las paredes. Es importante hacer notar que el refuerzo horizontal convencional soporta los momentos flexionantes generados por los diferenciales de temperatura. Estos momentos son muy similares en las dos estructuras. Por esto la diferencia de espaciamientos se debe principalmente a que se buscó modular la separación de este con la separación del refuerzo postensado.

El refuerzo vertical, el que soporta las fuerzas y los momentos de sismo, es el mismo para ambas estructuras. Esto indica que las presiones del material no tienen incidencia en las fuerzas que introduce el sismo en la estructura. En cuanto al volumen de concreto, no hay diferencia alguna. Esto debido a que el espesor de las paredes y de la tolva es el mismo para ambas estructuras. También se observa una diferencia en el refuerzo de la capa inferior de la cimentación. Se debe a que la carga de fricción es superior en el silo por Eurocode y esto genera una presión superior en la cimentación por lo que se genera un momento superior.

A continuación se presentan el cuadro comparativo entre las cantidades de refuerzo y concreto que cada estructura necesita.

Cuadro 21. Cuadro comparativo del refuerzo

Refuerzo		ACI	Euro	Diferencia
		Peso (kg)	Peso (kg)	
Zona de Presion	Postensado	27,269.02	31,164.60	13%
	Convencional	50,918.93	56,112.74	9%
Columnas	Postensado	3,272.28	3,635.87	10%
	Convencional	6,784.33	7,295.44	7%
Tolva	Convencional	13,731.86	14,241.54	4%
Cimentacion	Convencional	168,626.47	174,871.89	4%

Cuadro 22. Cuadro comparativo (Resumen)

ACI		Euro		Diferencia
Acero G60 (kg)	231693	Acero G60 (kg)	244153	5%
Acero Postension (kg)	30541	Acero Postension (kg)	34800	12%
Concreto (m3)	2934.8	Concreto (m3)	2934.8	0%

El diseño realizado con el ACI presenta diferencias con el del Eurocode desde 4% hasta 13%, en los kg de acero que se necesitan para el refuerzo. Como se menciona anteriormente el acero vertical no presenta diferencia. Así mismo el volumen de concreto es el mismo para ambas estructuras. En el cuadro resumen se observa que la diferencia total entre las cantidades de acero de refuerzo convencional es de 5%, mientras que la diferencia entre la cantidad de acero de postensión es de 12%.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 Conclusiones

A continuación se exponen las conclusiones que se pueden obtener a partir de los trabajos realizados en el presente proyecto de graduación.

Por medio del presente trabajo se presenta una metodología para el diseño de silos parcialmente postensados. Se presenta la memoria de cálculo para así tener una guía del procedimiento a seguir a la hora de diseñar este tipo de estructuras. Se estudiaron los principios del presfuerzo y así aplicarlos a estructuras circulares. Esto con el fin de implementar una metodología para el diseño de un silo parcialmente postensado.

Se construyeron dos modelos estructurales en el programa SAP2000, uno correspondiente con el ACI y otro con el *Eurocode*. Estos modelos incluyen, además de las cargas de sismo, temperatura, permanentes y temporales, las cargas que se generan debido al material almacenado.

Se estimaron las fuerzas de tensión (hoop forces) generadas por la presión que ejerce el material almacenado en las paredes del silo. Estas tensiones son tomadas por el postensado y como se puede ver en los resultados la postensión ocasiona que el concreto se encuentre en compresión para las condiciones de servicio de la estructura. Por lo que las fisuras en las paredes de concreto se ven disminuidas considerablemente.

Se estimaron las fuerzas de fricción que se generan debido a la interacción entre el material almacenado y las paredes del silo. Esta fricción es importante debido a la fuerza de compresión que produce en las paredes. Esta fuerza es la que define el espesor necesario en las paredes del silo.

Se estudiaron los efectos de los diferenciales de temperatura provocados por la diferencia entre la temperatura afuera del silo (temperatura ambiente) y la temperatura en el interior (temperatura del cemento) en las paredes del silo. Estos diferenciales provocan momentos

flexionantes en las paredes del silo que de otro forma no existirían en un silo con llenado y descarga concéntrica.

Se determinó que no existen diferencias para el diseño sísmico del silo. Esto debido a que las masas que se consideran para el análisis son iguales para ambos códigos.

Los desplazamientos de la estructura son del orden de 12 mm. Estos son muy bajos y si se ven como derivas estas están en el orden del 0.1%. Esto indica que estas estructuras son muy rígidas y el diseño es regido por la capacidad y no por desplazamientos.

Se analizaron las cargas de viento (Apéndice A) y se compararon con las cargas sísmicas. Al comparar el cortante basal y el momento de volcamiento se observa que las cargas de sismo son las que rigen el diseño.

Se tomaron en cuenta los momentos y cortantes originados por los cables de postensado. Estos fueron calculados mediante recomendaciones del ACI para estos casos.

Se diseñó un silo utilizando las condiciones que presenta el ACI para la presión del material almacenado. La estructura es un silo parcialmente postensado, es decir solo tiene postensión horizontal para resistir las tensiones generadas por el material almacenado.

Se diseñó un silo utilizando las condiciones que presenta el *Eurocode* para la presión del material almacenado. La estructura es un silo parcialmente postensado, es decir solo tiene postensión horizontal para resistir las tensiones generadas por el material almacenado.

Se realizó una estimación de cantidades para ambos diseños. Se encontraron diferencias en el refuerzo de 5% para el acero de refuerzo convencional y de 12% para el acero de postensión. El volumen de concreto es el mismo para ambos diseños.

Se muestra que el diseño realizado siguiendo los lineamientos del ACI resulta más económico y cumple con todas las especificaciones para este tipo de estructuras. Además de ser más completo en el sentido de que incluye muchas recomendaciones para el diseño. El diseño realizado utilizando el Eurocode resulta más conservador que el diseño realizado con el ACI, y este último es más completo y más simple en cuanto al el proceso completo de diseño y construcción de silos.

6.2 Recomendaciones

- Se recomienda, basados en los resultados de esta investigación, la utilización del ACI 313-97 para el diseño de silo de almacenamiento. Esto debido a que se logró un diseño más económico y dentro de las solicitaciones estipuladas para este tipo de estructuras. Además de ser más completo en el sentido de que incluye muchas recomendaciones para el diseño.
- Determinar si efectivamente la deformación que se da en el silo es suficiente para disipar las sobrepresiones causadas en la descarga. Esto con el fin de confirmar la no utilización de los factores de sobrepresión, ya que estos pueden influir considerablemente. en los diseños finales aquí presentados.
- Realizar un estudio donde se considere una descarga excéntrica del material almacenado. Esto con el fin de aplicar los métodos que se presentan en ambos códigos cuando se tiene esta condición, y así profundizar en la comparación de ambos códigos.
- Presentar un estudio de las pérdidas que se dan en el acero al realizar el postensado. Las pérdidas utilizadas en este trabajo fueron a criterio y por recomendación de varios profesionales.
- Estudiar y comparar la posibilidad de diseñar los silos completamente postensados, es decir con postensión tanto horizontal como vertical.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACI 313-97. (1997). *Standard Practice for Design and Construction of Concrete Silos and Stacking Tubes for Storing Granular Materials*. ACI Committee 313.
- ACI 313R-97. (1997). *Commentary on Standard Practice for Design and Construction of Concrete Silos and Stacking Tubes for Storing Granular Materials*. ACI Committee 313.
- ACI 318S-08. (2008). *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural y Comentario*. Comité ACI 318.
- BMHB. (1987). *Silos: draft design code for silos, bins, bunkers and hoppers*. Londres: British Materials Handling Board and British Standards Institution.
- Chen, J., Yu, S., Ooi, J., and Rotter, J. (2001). *Finite element modeling of filling pressures in a full scale silo*. *Journal of Engineering Mechanics*, 127(10):1058—1066.
- Chen, W. and Baladi, G. (1985). *Soil plasticity. Theory and Implementation*. Elsevier.
- Chen, W. and Han, D. (1988). *Plasticity for Structural Engineers*. Springer Verlag.
- Colegio Federado de Ingenieros y Arquitectos de Costa Rica (CFIA). (2010). *Código Sísmico de Costa Rica 2010*. San José: Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- Colegio Federado de Ingenieros y Arquitectos de Costa Rica (CFIA). (2002). *Comentarios al Código Sísmico de Costa Rica 2005*. San José: Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- Desai, C. and Siriwardane, H. (1984). *Constitutive Laws for Engineering Materials With emphasis on geologic materials*. Prentice Hall.
- Deutsch, G.P. y Clyde, D.H. (1967). *Flow and Pressure of granular materials in silos*. *Proceedings of the ASCE* 93 (EM6):103-125.
- DIN 1055. (2003). *Design loads for buildings and loads in silo bins*. DIN 1055 Part 6. Berlin: Deutsches Institut für Normung.
- Duncan, M. and Chang, C. (1970). *Nonlinear analysis of stress and strain in soils*. *Journal of the Soil Mechanics Foundation Division ASCE*, 96:1629—1653.

ENV 1991-4. (2006). *Eurocode 1: Basis of design and actions on structures, Part 4: Actions in silos and tanks*. Brussels: CEN.

ENV 1992-3. (2006). *Eurocode 2: Design of concrete structures, Part 3: Liquid retaining and containment structures*. Brussels: CEN.

ENV 1998-4. (2006). *Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance, Part 4: Silos, tanks and pipelines*. Brussels: CEN.

Foundations, 16:91—100.

Ghali, A. (1979). *Circular Storage Tanks and Silos*. Estados Unidos: Halsted Press Book.

Guaita Fernández, M., Ayuga Tellez, F., and Aguado Rodríguez, P. (1996). *Aplicación del método de los elementos finitos en la estimación de empujes estáticos sobre las paredes de silos*. III Congreso Internacional de Ingeniería de Proyectos, pages 1658—1665.

Gudehus, G. (1996). *A comprehensive constitutive equation for granular materials*. Soils and Foundations 36: 1-12.

Guines, D., Léotoingand, L., and Ragneau, E. (2002). *Numerical investigations of flow patterns in a cylindrical silo using an ale approach*. In 15th ASCE Engineering Mechanics Conference, pages 2—5, Columbia University New York.

Häussler, U. and Eibl, J. (1984). *Numerical investigations on discharging silos*. Journal of Engineering Mechanics, 110(6):957—971.

ISO DIS 11697. (1995). *Basis for design of structures: loads due to bulk material*. ISO Draft International Standard, ISO.

Jambu, N. (1963). *Soil compressibility as determined by odometer and triaxial tests*. European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering Proceedings, 1:19—5.

Janssen, H.A. (1895). *Versuch über Getreidedruck in Sillozellen*. Z. VDI. 39: 1045-1049

Jenike, A. y Johanson, J.R. (1968). *Bin loads*. Journal of Structure Division Proceeding of the ASCE 94 (ST4): 1011-1041.

- Karlsson, T., Klisinski, M., and Runesson, K. (1998). *Finite element simulation of granular material flow in plane silos with complicated geometry*. Powder Technology, 99:29—39.
- Kim, V.S. (1959) *Davlenie Zerna I Sovershenstvovante Konstrukstii Silosov (Presión del grano y mejoras en la construcción de silo)*. Moscow: Khleboissdat.
- Kmita, J. (1991). *An experimental analysis of internal silo loads*. Bulk Soil Handling 11: 459-468.
- Kodner, R. and Zelasko, J. (1963). *Void ratio effects on the hyperbolic stress - strain response of sand*. Laboratory Shear Testing of Soils, ASTM Standard Technical Publication No. 361, Ottawa, pages 250—257.
- Koenen, M. (1895). *Berechnung des seitenund bodendrucks in silos*. Zentralbl. Bauverwaltung 16: 446-449.
- Kvapil, R.J. (1965). *Gravity flow of granular materials in hoppers and bins*. Int. Journal Rock Mech. Mining Sci. 2: 35-41.
- Lade, P. (1977). *Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces*. International Journal Solids and Structures, 13:1019—1035.
- Lade, P. (1982). *Localization effects in triaxial tests on sand*. In IUTAM Symp. Deformation and Failure of Granular Materials, pages 461—472, Delft.
- Lade, P. and Duncan, J. (1973). *Cubical triaxial tests on cohesionless soil*. Proc ASCE J. Soil Mech. Found. Engg. Div, 99(SM10):793—812.
- Lade, P. and Duncan, J. (1975). *Elasto - plastic stress - strain theory for cohesionless soil*. Proc ASCE J. Geotechnical Engineering Division, 101(GT10):1037—1053.
- Lambe, T. y Whitman, R. (1991). *Mecánica de suelos*. Ed. Limusa.
- Lenczner, D. (1963). *An investigation into the behavior of sand in a model silo*. Struct. Engineer 41 (12): 389-398.

Martínez, M., Alfaro, I., and Doblaré, M. (2002). *Simulation of axisymmetric discharging in metallic silos. Analysis of de induced pressure distribution and comparison with different standards*. Engineering Structures, 24:1561—1574.

Mata, A. (1983). *Metodología de cálculo para determinar la geometría mas económica de silos para granos en concreto y acero*. Proyecto de graduación para optar por el grado de Licenciatura en Ingeniería Civil, Escuela de Ingeniería Civil, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.

Matsuoka, H. (1976). *On the significance of the spatial mobilized plane*. Soil and

Matsuoka, H. and Nakai, T. (1974). *Stress deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses*. Proceedings of Japan Society of Civil Engineers, (232):59—70.

Mroz, Z. (1967). *On the description of anisotropic work hardening*. Journal of Mechanical Phys. of Solids, 15:163—175.

Munch-Andersen, J. (1992) *Silo models tests with sand*. SBI Bulletin 91. Danish Building Research Institute, Horsholm, Denmark.

Ooi, J. and Rotter, J. (1991). *Elastic predictions of pressures in conical silo hoppers*. Engineering Structures, 13:2—12.

Petrov, B. (1958). *Experimentalnoe Opredelenie Davlenia Cementa na Stenki Zhelezobetonnich Silosov (Determinación experimental de las presiones del cemento sobre las paredes de silos de hormigón)*. Cement 2: 21-25.

Pieper, K. y Wenzel, F. (1963). *Comments on DIN1055: Design loads for buildings loads in silo bins*. Beton-und Stahlbetonbau: 6-11.

Prevost, J. (1977). *Mathematical modeling of monotonic and cyclic undrained clay behavior*. International Journal Numerical and Analytical Methods Geomechanic, 1:195—216.

Ravenet, J. (1977). *Silos: teoría, investigación y construcción*. España: Editores técnicos asociados.

- Reimbert, M., Reimbert, A. (1976). *Silos: Theory and Practice*. Alemania: Trans Tech Publications.
- Roberts, A. (1991). *Recent developments and future directions*. Bulk solids Handling, 11(1):17—35.
- Rombach, G. and Eibl, J. (1989). *Numerical simulation of filling and discharging processes in silos*. In Third International Conference on Bulk Materials, Storage, Handling and Transportation, pages 48—52, Newcastle.
- Rong, G., Ooi, J., and Rotter, J. (1997). *Discrete element model of particulate solids in silos*. Mechanics of Deformation and Flow of Particulate Materials. ASCE, pages 321—334.
- Roscoe, K. (1970). *The influence of strains in soil mechanics*. Geotechnique, 20:129—170.
- Rotter, J., Holst, J., Ooi, J., and Sanad, A. (1998). *Silo pressure predictions using discrete element and finite element analysis*. Philosophic Transactions Royal Society London, 356:2685—2712.
- Rowe, P. (1962). *The stress dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact*. In Royal Society, volume 269 of Series A, pages 500—527.
- Runesson, K. and Nilson, L. (1986). *Finite element of the gravitational flow of granular material*. Bulk Solids Handling, 6(5):241—248.
- Sanad, A., Ooi, J., Holst, J., and Rotter, J. (2001). *Computations of granular flow and pressures in a flat bottomed silo*. Journal of Engineering Mechanics, 127(10):1033—1050.
- Schmidt, L. and Wu, Y. (1989). *Prediction of dynamic wall pressures on silos*. Bulk Solids Handling, 19(3):99—104.
- Schofield, A. and Wroth, P. (1968). *Critical State Soil Mechanics*. McGraw Hill.
- Stroud, M. (1971). *The behavior of sand at low stress levels in the simple shear apparatus*. PhD Thesis. PhD thesis, University of Cambridge.
- Sugita, M. (1972). *Flow and Pressures of Non-cohesive Granular Materials in Funnel Flow Bin*. Trans. Of the ASME 72-MH-20: 1-8.

Vargas, Adolfo. (1951). *Silo de concreto para granos*. Proyecto de graduación para optar por el grado de Licenciatura en Ingeniería Civil, Escuela de Ingeniería Civil, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.

Vermeer, P. (1982). *A five constant model unifying well - established concepts*. In International Workshop on Constitutive Behavior of Soils, Grenoble Rotterdam. Balkema.

Vesic, A. and Clough, G. (1968). *Behavior of granular materials under high stresses*. Soil Mechanics Foundation Engineering Division, ASCE, 94(SM3):661—688.

Wood, D. (1991). *Soil behavior and critical state soil mechanics*. Cambridge University Press.

Yang, S. and Hsiau, S. (2001). *The simulations and experimental study of granular materials discharged from a silo with the placement of inserts*. Powder Technology, 120:244—255.

8. APÉNDICES

Apéndice A. Carga de Viento

Analisis de Carga de Viento ASCE 7-10				
Datos de Entrada:				
V =	110	mph		
Clasif. =	II	(Clasificación de la estructura Tabla 1.5-2)		
Exposición =	C	(Exposición Sect. 26.7.3)		
Kzt =	1.00	(Factor de Topografía Sect. 26.8)		
h =	151.00	ft. (Altura)		
Hb =	0.00	ft. (Altura sobre el terreno)		
D =	52.50	ft. (Diámetro)		
Forma	Round	(Forma)		
β =	0.010	(Amortiguamiento = 0.010-0.070)		
Kd =	0.95	(Factor de dirección, Tabla 26.6-1)		

Terreno $H_b \geq 0$
Elevación

Carga de Viento				
z (ft.)	Kz	qz (psf)	p=qz*G*Cf (psf)	F=qz*G*Cf*D (lb/ft)
0.00	0.85	24.98	14.91	782.83
5.00	0.85	24.98	14.91	782.83
10.00	0.85	24.98	14.91	782.83
15.00	0.85	24.98	14.91	782.83
20.00	0.90	26.54	15.84	831.71
25.00	0.95	27.82	16.60	871.71
30.00	0.98	28.90	17.25	905.82
35.00	1.01	29.86	17.82	935.70
40.00	1.04	30.71	18.33	962.38
45.00	1.07	31.48	18.79	986.54
50.00	1.09	32.19	19.21	1008.67
55.00	1.12	32.84	19.60	1029.11
60.00	1.14	33.45	19.96	1048.13
70.00	1.17	34.55	20.62	1082.71
80.00	1.21	35.53	21.21	1113.58
90.00	1.24	36.43	21.74	1141.53
100.00	1.27	37.24	22.23	1167.14
120.00	1.32	38.70	23.10	1212.81
140.00	1.36	39.98	23.86	1252.81
151.00	1.38	40.62	24.25	1272.92

Parametros y Coeficientes:				
Tabla 27.3-1				
Si $z < 15$ entonces: $K_z = 2.01 \cdot (15/zg)^{(2/\alpha)}$				
Si $z \geq 15$ entonces: $K_z = 2.01 \cdot (z/zg)^{(2/\alpha)}$				
α =	9.50	(Tabla 26.9-1)		
zg =	900	(Tabla 26.9-1)		
I =	1.00	(Tabla 6-1) (Factor Import.)		
h/D =	2.876			
freq., f =	0.476	Hz. (f < 1) Flexible		
G =	1.124	(Gust Factor, Sect 6.5.8)		
Cf =	0.531	(Figura 29.5 (Coef. De Presión) (for Mod. Smooth Surface)		
Presión de velocidad (Sect. 29.3.2, Eq. 29.3-1): $q_z = 0.00256 \cdot K_z \cdot K_{zt} \cdot K_d \cdot V^2 \cdot I$				
Presiones netas de diseño $p = q_z \cdot G \cdot C_f$ (psf)				
Fuerzas netas de diseño (Sect. 29.5, Eq. 29.5-1): $F = q_z \cdot G \cdot C_f \cdot D$ (lb/ft)				
Cortante basal y Momento :				
$\Sigma V(\text{total}) =$	160.78	kips	72.92	Ton
$\Sigma M(\text{total}) =$	13134.60	ft-kips	1816	Ton-m

Determination of Gust Effect Factor, G:

Flexible? $f < 1$ Hz.

1: Método simplificado para estructuras rígidas

G =

Parámetros

$\alpha^{\wedge} = 0.105$
 $b^{\wedge} = 1.00$
 $\alpha(\text{bar}) = 0.154$
 $b(\text{bar}) = 0.65$
 $c = 0.20$
 $l = 500$ ft.
 $\varepsilon(\text{bar}) = 0.200$
 $z(\text{min}) = 15$ ft.

$z(\text{bar}) = 90.60 = 0.6 \cdot h, < z(\text{min}), \text{ ft.}$
 $lz(\text{bar}) = 0.169 = c \cdot (33/z(\text{bar}))^{1/6}, \text{ Eq. 26.9-7}$
 $Lz(\text{bar}) = 611.92 = l \cdot (z(\text{bar})/33)^{\varepsilon(\text{bar})}, \text{ Eq. 26.9-9}$
 $gq = 3.4 \text{ (3.4, per Sect. 26.9.5)}$
 $gv = 3.4 \text{ (3.4, per Sect. 26.9.5)}$
 $gr = 4.009 = (2 \cdot (\text{LN}(3600 \cdot f))^{1/2} + 0.577) / (2 \cdot \text{LN}(3600 \cdot f))^{1/2}, \text{ Eq. 26.9-11}$
 $Q = 0.872 = (1 / (1 + 0.63 \cdot ((B+h)/Lz(\text{bar}))^{0.63}))^{1/2}, \text{ Eq. 26.9-8}$

2: Cálculo G para Estructura Rígida

G = = $0.925 \cdot ((1 + 1.7 \cdot gq \cdot lz(\text{bar}) \cdot Q) / (1 + 1.7 \cdot gv \cdot lz(\text{bar}))), \text{ Eq. 26.9-6}$

3: Cálculo Gf para Estructura Flexible

$\beta = 0.010$ Amortiguamiento
 $f = 0.476 = 43.5/h^{0.9}, \text{ Hz. (Frecuencia Natural) Eq. 26.9-3}$
 $V(\text{fps}) = 161.33 = V(\text{mph}) \cdot (88/60), \text{ ft./sec.}$
 $Vz = 122.49 = b \cdot (z/33)^{\alpha} \cdot V \cdot (88/60), \text{ ft./sec., Eq. 26.9-16}$
 $N1 = 2.377 = l \cdot Lz / (Vz), \text{ Eq. 26.9-14}$
 $Rn = 0.080 = 7.47 \cdot N1 / (1 + 10.3 \cdot N1^{5/3}), \text{ Eq. 26.9-13}$
 $\eta h = 2.698 = 4.6 \cdot h / (Vz)$
 $Rh = 0.302 = (1/\eta h) - 1 / (2 \cdot \eta h^2) \cdot (1 - e^{-2 \cdot \eta h}) \text{ for } \eta h > 0, \text{ or } = 1 \text{ for } \eta h = 0, \text{ Eq. 26.9-15a,b}$
 $\eta B = 0.938 = 4.6 \cdot b / (Vz)$
 $RB = 0.585 = (1/\eta B) - 1 / (2 \cdot \eta B^2) \cdot (1 - e^{-2 \cdot \eta B}) \text{ for } \eta B > 0, \text{ or } = 1 \text{ for } \eta B = 0, \text{ Eq. 26.9-15a,b}$
 $\eta L = 3.140 = 15.4 \cdot l / (Vz)$
 $RL = 0.268 = (1/\eta L) - 1 / (2 \cdot \eta L^2) \cdot (1 - e^{-2 \cdot \eta L}) \text{ for } \eta L > 0, \text{ or } = 1 \text{ for } \eta L = 0, \text{ Eq. 26.9-15a,b}$
 $R = 0.966 = ((1/\beta) \cdot Rn \cdot Rh \cdot RB \cdot (0.53 + 0.47 \cdot RL))^{1/2}, \text{ Eq. 26.9-12}$
 $Gf = 1.124 = 0.925 \cdot (1 + 1.7 \cdot lz^{\wedge} \cdot (gq^{\wedge} 2 \cdot Q^{\wedge} 2 + gr^{\wedge} 2 \cdot R^{\wedge} 2))^{1/2} / (1 + 1.7 \cdot gv \cdot lz), \text{ Eq. 26.9-10}$
 Usar: G =