

**Universidad de Costa Rica**  
**Facultad de Ingeniería**  
**Escuela de Ingeniería Civil**

**Evaluación del comportamiento a cortante en vigas sub-reforzadas transversalmente, reforzadas externamente con fibra de carbono con envoltura perimetral**

**Proyecto de Graduación**

Que para obtener el grado de Licenciatura en Ingeniería Civil

Presenta:

**Daniel Josué Obando Alpízar**

Director de Proyecto de Graduación:

**Ing. Francisco Villalobos Ramírez**

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio

Costa Rica

Agosto, 2015



---

Ing. Francisco Villalobos Ramírez  
Director



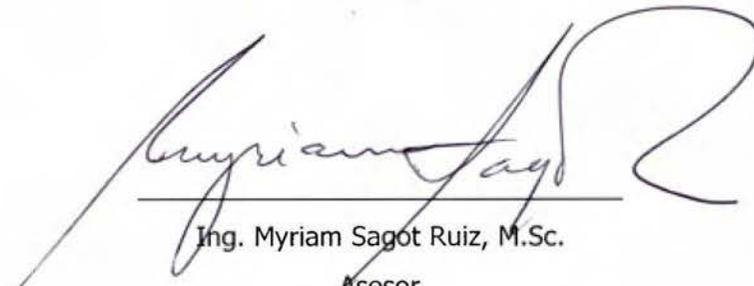
---

Ing. Robert Anglin Fonseca, M.Sc.  
Asesor



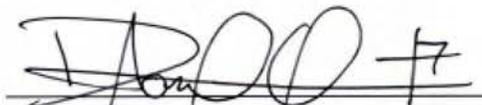
---

Ing. Alejandro Navas Carro, M.Sc.  
Asesor



---

Ing. Myriam Sagot Ruiz, M.Sc.  
Asesor



---

Daniel Josué Obando Alpizar  
Estudiante

**Fecha:** 2015, Agosto, 28

**El suscrito, Daniel Josué Obando Alpízar**, cédula 1-1397-0471, estudiante de la carrera de Licenciatura en Ingeniería Civil de la Universidad de Costa Rica, con número de carné **A74628**, manifiesta que es autor del Proyecto Final de Graduación **Evaluación del comportamiento a cortante en vigas sub-reforzadas transversalmente, reforzadas externamente con fibra de carbono con envoltura perimetral**, bajo la dirección del **Ing. Francisco Villalobos Ramírez**, quien en consecuencia tiene derechos compartidos sobre los resultados de esta investigación.

Asimismo, hago traspaso de los derechos de utilización del presente trabajo a la Universidad de Costa Rica, para fines académicos: docencia, investigación, acción social y divulgación.

**Nota:** De acuerdo con la Ley de Derechos de Autor y Derechos Conexos N° 6683, Artículo 7 (versión actualizada el 02 de julio de 2001); “no podrá suprimirse el nombre del autor en las publicaciones o reproducciones, ni hacer en ellas interpolaciones, sin una conveniente distinción entre el texto original y las modificaciones o adiciones editoriales”. Además, el autor conserva el derecho moral sobre la obra, Artículo 13 de esta ley, por lo que es obligatorio citar la fuente de origen cuando se utilice información contenida en esta obra.

## Dedicatoria

*“Man muss noch chaos in sich haben, um einen tanzenden stern gebären zu können...”*

Friedrich Nietzsche

## Agradecimientos

Recuerdo de niño ir viajando en autobús con mi madre y observar un edificio colorido, con infantil curiosidad pregunté –¿Qué es ese edificio mami?– Mi madre abandonó su tejido, volteó a ver por la ventana y acariciando mi cabeza sonrió y dijo –eso es la Universidad de Costa Rica, la mejor del país, y ahí vas a estudiar cuando seas grande–.

Hoy soy feliz. No solo por el logro obtenido, sino porque he podido corresponder el esfuerzo de mis padres Clara y Luis, toda mi vida estaré agradecido con ustedes. Su apoyo incondicional es lo que me impulsó a cumplir mis metas.

A mis otras tres madres. Mis hermanas Eve, Kathy y Gaby, ustedes han sido para mí una fuente de apoyo inagotable, gracias por sus cuidados y consejos.

A Silvia, quien durante tantos años fue mi principal apoyo. Aparte de mi madre y hermanas, es la mejor mujer que he conocido, y siempre tendrá un lugar especial en mi corazón.

A mis cuñados Bill, Leo y Fabio por ser mis hermanos y ayudarme en todo momento.

A Francisco Villalobos, por aportar con su don de científico a esta investigación, siempre mejorándola con cada intervención. Mis mejores deseos para su carrera profesional.

A mis asesores Robert Anglin, Alejandro Navas y Myriam Sagot. El conocimiento que me transmitieron con gran disposición, fue la base sobre la cual se cimentó esta investigación. Ustedes son para mí, ejemplos de honestidad y profesionalismo.

A mis compañeros de carrera, en especial a Isaac González, quien estuvo conmigo durante todo el proyecto de investigación. Más que un compañero, es un gran amigo.

Al personal del LanammeUCR y a las empresas TecnoSagot, Constructora ANED y Sika CR por toda la colaboración y asesoría brindada.

A todos les agradezco y les deseo un buen porvenir

## Tabla de contenido

Dedicatoria .....	iv
Agradecimientos .....	v
Tabla de Figuras .....	ix
Tabla de Cuadros .....	xi
Resumen .....	xii
CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN .....	1
1.1    Justificación.....	1
1.1.1    El problema específico .....	1
1.1.2    Importancia .....	2
1.1.3    Antecedentes teóricos y prácticos del problema .....	3
1.2    Delimitación del problema .....	5
1.2.1    Alcance.....	5
1.2.2    Limitaciones.....	6
1.3    Objetivos.....	7
1.3.1    Objetivo general.....	7
1.3.2    Objetivos específicos .....	7
1.4    Marco teórico .....	8
1.4.1    Fuerza cortante en sólidos .....	8
1.4.2    Diseño por cortante en concreto con refuerzo de acero .....	11
1.4.3    Diseño por cortante para elementos reforzados externamente con CFRP .....	14
1.4.4    Vigas de gran altura .....	16
1.5    Metodología.....	18
1.5.1    Fase teórica .....	18
1.5.2    Fase experimental.....	19
1.5.3    Fase de análisis.....	19

CAPÍTULO 2: DESARROLLO EXPERIMENTAL .....	21
2.1 Prototipo de viga .....	21
2.1.1 Descripción de la viga prototipo .....	21
2.1.2 Análisis estructural de prototipo de viga .....	23
2.2 Características de los especímenes de prueba.....	24
2.2.1 Diseño de los especímenes .....	25
2.2.2 Análisis del modelo estructural.....	29
2.3 Sistema de refuerzo externo de CFRP.....	31
2.4 Proceso constructivo de los especímenes de prueba.....	31
2.4.1 Construcción de las vigas.....	31
2.4.2 Acabado de la superficie de las vigas.....	37
2.4.3 Colocación del refuerzo externo de CFRP .....	42
2.5 Montaje del ensayo de falla de los especímenes.....	44
2.5.1 Apoyos .....	44
2.5.2 Actuadores .....	44
2.5.3 Instrumentación.....	47
2.5.4 Monitoreo del agrietamiento .....	47
CAPÍTULO 3: RESULTADOS EXPERIMENTALES .....	48
3.1 Resultados del ensayo de falla de los especímenes .....	48
3.1.1 Comportamiento a cortante observado en los modelos .....	48
3.1.2 Proceso de agrietamiento observado .....	52
3.2 Propiedades mecánicas de los materiales de construcción .....	59
3.2.1 Concreto.....	59
3.2.2 Acero .....	59
CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	61
4.1 Análisis del comportamiento de las vigas.....	61

4.2	Análisis de los materiales utilizados .....	66
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....		69
5.1	Conclusiones principales .....	69
5.2	Conclusiones secundarias .....	70
5.3	Recomendaciones .....	71
Bibliografía .....		74
Apéndice A. Diseño de mezcla del concreto.....		A-1
Apéndice B. Memoria de cálculo del diseño de los especímenes .....		B-1
Apéndice C. Corrección de la memoria de cálculo .....		C-1
Apéndice D. Propuesta de diseño para investigaciones futuras. ....		D-1
Apéndice E. Otros resultados obtenidos de los materiales .....		E-1
	Agregado grueso .....	E-1
	Agregado fino .....	E-3
	Cemento .....	E-5
	Concreto .....	E-7
	Acero.....	E-8
	Fibra de carbono y adhesivo epóxico. ....	E-9
Apéndice F. Fotografías de la falla de los especímenes .....		F-1

## Tabla de Figuras

Figura 1. Configuraciones comunes de refuerzo para cortante con CFRP.....	2
Figura 2. Segmento de una viga sometida a flexión debido a cargas perpendiculares a su eje. .....	8
Figura 3. Obtención de los esfuerzos cortantes en una viga. ....	10
Figura 4. Esfuerzo cortante en una viga de sección rectangular.....	11
Figura 5. Descripción de vigas altas y esbeltas. ....	17
Figura 6. Aplicabilidad de método de análisis por secciones vs MPT.....	18
Figura 7. Esquema de la metodología. ....	20
Figura 8. Esquema de ubicación de viga prototipo. ....	21
Figura 9. Sección transversal de viga prototipo supuesta. ....	24
Figura 10. Dimensionamiento de los especímenes. ....	26
Figura 11. Esquema de acero de refuerzo transversal de los especímenes. ....	26
Figura 12. Esquema de refuerzo externo de CFRP de los especímenes.....	27
Figura 13. Sección transversal de especímenes. ....	28
Figura 14. Diagramas de cortante y momento de los especímenes. ....	30
Figura 15. Proceso constructivo de armadura de acero de refuerzo. ....	32
Figura 16. Estado final de armaduras de acero de refuerzo.....	32
Figura 17. Disposición final de armadura de acero en encofrados.....	33
Figura 18. Dosificación por peso de agregados.....	34
Figura 19. Prueba del cono de revenimiento de Abrams.....	34
Figura 20. Colada de concreto realizada el 26 de mayo de 2014.....	35
Figura 21. Defectos encontrados en los elementos colados el 26 de mayo. ....	36
Figura 22. Espécimen fabricado el 26 de mayo, reparado el 2 de junio. ....	36
Figura 23. Reparación con mortero estructural realizada el 12 de agosto. ....	37
Figura 24. Radio de 30 mm en los vértices de los especímenes. ....	38
Figura 25. Acabado de vértices con esmeriladora y disco de desbaste de concreto. ....	38
Figura 26. Imperfecciones en el concreto expuestas al remover la "lechada" superficial.....	39
Figura 27. Grietas longitudinales a la altura del acero longitudinal de lecho superior.....	40
Figura 28. Exploración realizada a una de las grietas longitudinales encontradas.....	40
Figura 29. Acabado final de la superficie de los elementos a reforzar.....	41
Figura 30. Medición de humedad superficial, al momento de la colocación de la fibra. ....	42

Figura 31. Proceso de colocación del sistema CFRP. ....	43
Figura 32. Especímenes de ensayo con sistema de reforzamiento externo de CFRP. ....	43
Figura 33. Montaje experimental para falla de especímenes de control. ....	45
Figura 34. Montaje experimental para falla de especímenes reforzados con CFRP. ....	46
Figura 35. Gráfico comparativo de carga aplicada contra deflexión central para vigas de control.....	48
Figura 36. Gráfico comparativo de carga aplicada contra deflexión central para vigas reforzadas con CFRP. ....	49
Figura 37. Esquema de agrietamiento observado en la viga V-A. ....	53
Figura 38. Esquema de agrietamiento observado en la viga V-B. ....	54
Figura 39. Esquema de agrietamiento observado en la viga VO-1.....	55
Figura 40. Esquema de agrietamiento observado en la viga VO-2.....	56
Figura 41. Esquema de agrietamiento observado en la viga VO-3.....	57
Figura 42. Esquema de agrietamiento observado en la viga VO-4.....	58
Figura 43. Comparación entre gráficos de carga aplicada contra desplazamiento de vigas de control y reforzadas con CFRP.....	64
Figura 44. Propuesta de montaje experimental para modelar una viga continua.....	72

## Tabla de Cuadros

Cuadro 1. Valores de resistencia de los materiales supuestos para viga prototipo. ....	23
Cuadro 2. Valores de resistencia nominal estimada de los especímenes. ....	28
Cuadro 3. Aporte de cada componente a la capacidad nominal a cortante. ....	29
Cuadro 4. Resultados experimentales obtenidos del ensayo de falla de los especímenes. ....	49
Cuadro 5. Comparación entre resultados experimentales y valores teóricos para los especímenes de control. ....	50
Cuadro 6. Comparación entre los resultados experimentales y valores teóricos para los especímenes reforzados con CFRP. ....	50
Cuadro 7. Incremento teórico y experimental en la capacidad a cortante para los especímenes reforzados con CFRP respecto al promedio de los especímenes de control. ....	51
Cuadro 8. Incremento teórico y experimental en la capacidad a cortante para especímenes reforzados con CFRP con envoltura en "U". ....	51
Cuadro 9. Resistencia a la compresión del concreto obtenida en cilindros de prueba. ....	59
Cuadro 10. Resultados de esfuerzo a tensión de la varilla #8 grado 60. ....	60
Cuadro 11. Resultados de esfuerzo a tensión de la varilla grafilada. ....	60

Obando Alpizar, Daniel Josué

Evaluación del comportamiento a cortante en vigas sub-reforzadas transversalmente, reforzadas externamente con fibra de carbono con envoltura perimetral

Proyecto de Graduación – Ingeniería Civil – San José. C.R.:

D. Obando A., 2015

xii, 75, [35]h.: ils. col. – 21 refs.

## Resumen

En Costa Rica existen actualmente, estructuras civiles que debido a que aproximan o superan su vida útil, son vulnerables a sufrir daños. Por lo tanto surge la necesidad de investigar metodologías novedosas que ayuden a reforzar y readecuar dichas estructuras a los códigos de diseño actuales. En este trabajo se estudia el comportamiento de vigas de concreto sub-reforzadas transversalmente cuando son reforzadas con una configuración de envoltura perimetral de fibra de carbono (CFRP).

El programa experimental de esta investigación consiste en la construcción de 6 vigas de concreto reforzado de sección rectangular, de las cuales 4 son reforzadas y 2 se utilizan como vigas de control. Se ensayan las vigas llevándolas hasta el punto de falla aplicando carga monotónica incremental. Se obtiene la capacidad experimental a cortante de las vigas reforzadas con CFRP y de las vigas de control y se comparan estos valores con los predichos teóricamente por la metodología del ACI 440.2R.

Se obtiene que el refuerzo de CFRP genera un 63% de incremento promedio en la capacidad a cortante. Las vigas reforzadas con CFRP presentan grietas con anchos máximos de 0,25 mm, mientras que las vigas sin reforzar presentan grietas con anchos máximos de 7 mm. En las vigas de control se observó una falla frágil por cortante, mientras que en las vigas reforzadas con CFRP se observó una falla por flexión, la cual es una falla deseable ya que posee un comportamiento dúctil.

FIBRA DE CARBONO, CFRP, CONCRETO REFORZADO, CORTANTE, REFORZAMIENTO DE ESTRUCTURAS, VIGAS

Ing. Francisco Villalobos Ramírez

Escuela de Ingeniería Civil.

# **CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN**

## **1.1 Justificación**

### **1.1.1 El problema específico**

Actualmente existe en Costa Rica, una importante cantidad de estructuras civiles que superan su vida útil. Algunas de estas estructuras, son vulnerables a sufrir daños durante un evento sísmico ya que fueron diseñadas siguiendo códigos antiguos menos rigurosos que los actuales. Por otro lado, es práctica común en nuestro país, cambiar el uso que se le da a las edificaciones, modificando de esta manera tanto la magnitud como la distribución de las cargas para las cuales se diseñó la estructura, provocando en algunos casos un aumento considerable en la demanda de esfuerzos hacia los elementos estructurales. Además de estas situaciones, existen casos en los cuales ocurren errores de diseño o constructivos, los cuales pasan desapercibidos hasta ya muy avanzada la obra, y que comprometen la integridad estructural de la edificación. Debido a las razones mencionadas anteriormente, se presenta la necesidad de reforzar dichas estructuras existentes que presentan inconvenientes.

También, existe el caso de estructuras que han sufrido daños en elementos estructurales durante un evento sísmico, los cuales requieren ser reparados para rehabilitar la edificación. Similar al caso de obras civiles expuestas a condiciones ambientales extremas que han sufrido daños que afectan la durabilidad de los elementos estructurales.

Como consecuencia del problema expuesto anteriormente, se ha realizado un esfuerzo a nivel mundial por investigar con distintos métodos y materiales que puedan presentar una solución al reforzamiento de estructuras existentes; uno de estos materiales es el sistema de polímeros reforzados con fibras de carbono de alta resistencia (CFRP por sus siglas en inglés), el cual puede ser utilizado en una amplia variedad de sistemas de reforzamiento, como por ejemplo utilizando barras embebidas, placas ancladas externamente, tejidos adheridos, entre otros. Esta investigación se enfocó en el sistema de reforzamiento exterior compuesto por fibras de carbono dispuestas transversalmente y embebidas en una matriz epóxica.

Este sistema presenta una variedad de configuraciones, las cuales se muestran en la Figura 1. En este trabajo, la evaluación del aporte del sistema CFRP a la resistencia a cortante se realizó solamente utilizando la configuración completamente envuelta o también llamada envoltura perimetral (ver Figura 1a).

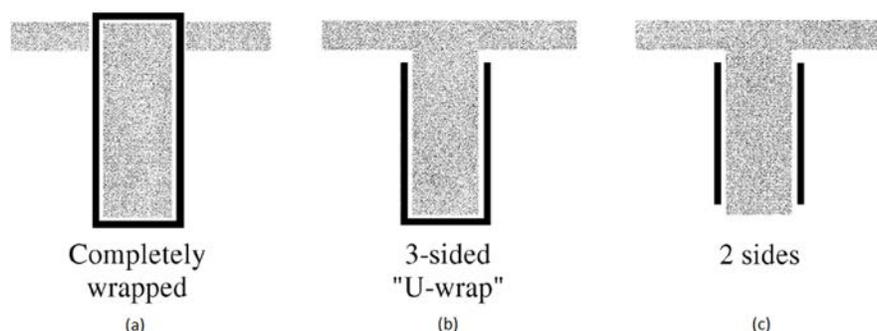


Figura 1. Configuraciones comunes de refuerzo para cortante con CFRP.

Fuente: ACI 440, 2008.

El presente proyecto de graduación, se realizó como parte de una línea de trabajos que se está desarrollando por parte del Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales (LanammeUCR), en los cuales se busca analizar el aporte de la fibra de carbono en los distintos criterios de resistencia (flexión, cortante, entre otros) y bajo distintas configuraciones de colocación (número de capas de fibra, tipo de envoltura, distintos espaciamientos de refuerzo transversal, distintas resistencias de concreto, entre otros).

### 1.1.2 Importancia

La importancia de la realización de este trabajo, radica en la necesidad de conocer la contribución del sistema de CFRP a la resistencia al cortante, en vigas de concreto que presenten un esquema de acero de refuerzo, en el cual el acero de refuerzo transversal (aros) sea muy escaso en comparación con lo que dictaría el diseño siguiendo los códigos actuales; tal y como se podría esperar que ocurra en edificaciones con problemas como los mencionados en la Sección 1.1.1. Esto con el fin de obtener resultados, que representen de mejor manera la aplicación del sistema de CFRP como refuerzo de elementos con deficiencias en la capacidad para resistir cortante.

Este trabajo busca aplicar las recomendaciones sugeridas en investigaciones anteriores, para superar problemas que se presentaron durante su realización tales como problemas constructivos, problemas del montaje experimental, altos porcentajes de error en valores teóricos de capacidad a cortante, entre otros. Y de esta forma, mejorar los resultados y darle un seguimiento a la línea de investigación.

Por otra parte, actualmente se carece de una norma nacional para reparación y reforzamiento de elementos de concreto con CFRP, por lo que el diseñador estructural se ve obligado a utilizar metodologías y normas extranjeras; por lo tanto, el aporte de esta investigación a la academia tiene gran validez, ya que proporciona datos valiosos referentes a un sistema novedoso, que podrían ser tomados en cuenta en un futuro, para la inclusión de una sección del Código Sísmico de Costa Rica, referente a sistemas de reparación y reforzamiento de estructuras de concreto.

Debido a lo expuesto anteriormente, surge la necesidad de cuantificar el aporte real de la fibra de carbono a la resistencia al cortante, en vigas que han sido reforzadas con CFRP con condiciones climáticas y mano de obra y técnicas constructivas utilizadas en el medio nacional. Ya que debido a las características de la fibra de carbono, hacen que el sistema de CFRP tenga un gran atractivo por su comportamiento mecánico debido a su alta resistencia y bajo peso, alta resistencia a la corrosión, gran valor estético debido a su bajo espesor, fácil y rápida colocación, entre otras cualidades.

### **1.1.3 Antecedentes teóricos y prácticos del problema**

Desde su invención en la década de los sesenta, la fibra de carbono ha sido utilizada en la industria automovilística y aeroespacial, debido a sus propiedades que le brindan gran resistencia, ligereza y estética. No obstante, es hasta la década de los ochenta que este material se empieza a utilizar en Japón, como un sistema de refuerzo externo en estructuras.

En Costa Rica no se ha llevado a cabo mucha investigación de este sistema de reforzamiento. Como se mencionó anteriormente, el LanammeUCR está realizando una serie de investigaciones alrededor del tema, dentro de los cuales destacan el trabajo de Jorge Osejo Rodríguez titulado "Evaluación del comportamiento de vigas de concreto armado reforzadas

externamente con fibras de carbono" realizado en el 2012, en el cual se estudia el comportamiento a flexión de vigas de concreto armado reforzadas con CFRP, con este trabajo además se logró obtener el aporte de la fibra en la capacidad a flexión.

En el 2013 se publicó el estudio de Luis Diego Jiménez, en el cual se evalúa el comportamiento a cortante de vigas reforzadas con CFRP con envolturas perimetral. En el 2013 también se publicó el estudio de Javier Padilla, el cual tiene el mismo enfoque que el de Jiménez, con la variante de que se utiliza configuración de envoltura tipo "U". Los trabajos de Jiménez y Padilla son muy valiosos, ya que la metodología de esta investigación está basada en la utilizada en dichos trabajos. Asimismo, con el orden de magnitud en los resultados de capacidad a cortante obtenidos por Jiménez, se partió para diseñar los especímenes de ensayo evaluados en el actual trabajo, siguiendo las recomendaciones dadas por Jiménez y por Padilla en sus respectivas investigaciones.

En el 2015, el estudiante Isaac González Hidalgo publicó un estudio, en el cual evaluó el comportamiento a cortante de vigas de concreto sub-reforzadas utilizando fibras de carbono con envoltura tipo "U". El trabajo experimental de la investigación de González se realizó en paralelo con esta investigación, utilizando la misma materia prima para la construcción de los especímenes de ensayo. Por lo tanto, es importante hacer referencia al trabajo de González, en caso que el lector desee comparar los resultados entre distintos tipos de configuración de reforzamiento de CFRP.

En Norteamérica se han llevado a cabo una serie de investigaciones acerca del comportamiento de estructuras reforzadas con este material, con las cuales se ha podido crear distintos códigos donde se presenta procedimientos de diseño y construcción de elementos estructurales reforzados con fibra de carbono; tales como el Capítulo 16 del *Canadian Highway Bridge Design Code 2006* de la *Canadian Standards Association*, y las normas de diseño del comité 440 del *American Concrete Institute (ACI)* de las cuales la de mayor interés es la norma 440.2R-08 titulada "*Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures*" en la cual el Capítulo 11 está dedicado al reforzamiento en la resistencia a cortante.

La *American Society of Civil Engineers* (ASCE) ha realizado varias investigaciones, entre ellas la de Zhichao Zhang and Cheng-Tzu Thomas Hsu (2005) llamada "*Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams Using Carbon Fiber Reinforced Polymer Laminates*" en donde se fallaron once vigas de concreto sin refuerzo de acero para cortante y con refuerzo externo de fibras de carbono orientadas 90° y 45° (perpendicular a la grieta de cortante) con respecto al eje de la viga. También Amir Mofidi y Omar Chaallal publicaron, "*Shear Strengthening of RC Beams with Externally Bonded FRP Composites: Effect of Strip-Width-to-Strip-Spacing Ratio*" (2011). En este trabajo se analizó la sensibilidad del sistema de refuerzo con fibra de carbono ante distintos espesores de capa y separación entre capas.

El *ACI Structural Journal* también ha publicado investigaciones realizadas acerca del uso de fibra de carbono como refuerzo externo de elementos estructurales; la más destacada de ellas (por su similitud a esta investigación) es la titulada "*Fiber Reinforced Polymer Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams: Experimental Study and Analytical Modeling*", realizada por Carlo Pellegrino y Claudio Modena (2006). En el cual se fallaron doce vigas de concreto reforzado, seis en un esquema simplemente apoyado y seis con esquema de apoyo continuo, dentro de cada grupo de seis, tres tienen separación de aros a cada 17 cm y tres a cada 20 cm; todas con envoltura tipo "U", además se fallaron cuatro vigas sin refuerzo de CFRP para utilizarlas como control. Se obtuvo resultados muy valiosos en los cuales se evidencia que el aporte del CFRP a la resistencia al cortante es mayor para las vigas que tenían mayor espaciamiento de acero transversal, además se concluyó que las vigas reforzadas con CFRP tuvieron una falla con un comportamiento más dúctil que las vigas de control.

## **1.2 Delimitación del problema**

### **1.2.1 Alcance**

Se ensayaron seis especímenes de concreto armado de peso normal con las mismas características, de los cuales dos se utilizaron de control (sin refuerzo externo) para poder comparar la capacidad a cortante contra las restantes cuatro vigas reforzadas con CFRP con configuración de envoltura perimetral (ver Figura 1a).

Los elementos de concreto armado se diseñaron utilizando la metodología de diseño que establece la norma ACI 318-11, el reforzamiento de CFRP se diseñó siguiendo la norma ACI-440.2R, la cual se basa en la teoría de estado límite último.

La falla de los especímenes se realizó en condición simplemente apoyada por facilidades constructivas y de montaje de la prueba, aplicando una carga puntual monótonica y creciente. Además la falla se realizó de tal forma que las fuerzas internas en el espécimen solamente fueran de cortante y flexión, buscando anular o en su defecto, minimizar las fuerzas internas axiales y de torsión.

Así mismo, es importante mencionar que el dimensionamiento de las vigas se realizó de tal manera que no se diera un comportamiento de viga alta durante la falla, ya que de lo contrario, podría provocar que las cargas viajen directamente hasta los apoyos (formando un puntal de compresión), obteniendo de esta manera una resistencia mayor a la esperada y evitando que se pueda cuantificar satisfactoriamente el aporte al cortante de la fibra de carbono.

Los especímenes se reforzaron con CFRP solamente a cortante con envoltura perimetral, el comportamiento a flexión no es del interés de esta investigación. Asimismo, los elementos se reforzaron sin haber sufrido ningún agrietamiento ni soportado carga previamente.

Durante la falla de los especímenes se monitoreó la carga aplicada, la deformación en el centro de la luz libre de los especímenes, y el agrietamiento sufrido por el elemento.

### **1.2.2 Limitaciones**

Por motivos de tiempo y presupuesto, se decidió evaluar solamente seis vigas, de las cuales solamente cuatro se reforzaron con CFRP; esta cantidad de muestras ensayadas es menor a la requerida estadísticamente, para poder generalizar los resultados a una población mayor, no obstante, si se compara los resultados de este trabajo con los trabajos realizados anteriormente por Padilla, Jiménez y González, puede darle mayor validez estadística a los resultados obtenidos.

La colocación del refuerzo externo de CFRP se realizó con las vigas sin carga inicial, contrario a lo que sucede en la mayoría de los casos, cuando se debe colocar refuerzo de fibra en una edificación existente donde los elementos se encuentran con esfuerzos considerables.

Asimismo, es imposible obtener fuerzas internas de cortante de forma aislada en un elemento sometido a cargas externas, ya que el cortante siempre está unido a las fuerzas internas de flexión. Por lo tanto, se debió controlar experimentalmente ambos comportamientos durante el proceso de falla.

Por motivos de seguridad, fue necesario diseñar los elementos de tal forma que la carga máxima que pudieran resistir (tomando en cuenta el reforzamiento de CFRP) rondara los 500 kN. Esto debido a que esta es la carga máxima del pistón hidráulico del cual se disponía en el laboratorio. No se consideró la opción de utilizar varios actuadores simultáneamente, ya que según la investigación de Jiménez, este montaje experimental acarrea problemas de estabilidad durante la falla.

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 Objetivo general**

Comparar valores experimentales y teóricos de capacidad a cortante en vigas de concreto con escaso acero de refuerzo transversal, contra vigas de concreto reforzadas externamente con fibra de carbono con envoltura perimetral.

### **1.3.2 Objetivos específicos**

- Diseñar seis especímenes de concreto reforzado de sección rectangular de acuerdo al código ACI 318-11, de tal forma que la falla se provoque por cortante.
- Dimensionar el esquema de carga, de tal forma que no se dé un comportamiento de viga alta durante la prueba, según los criterios del apéndice A del ACI 318-11.
- Diseñar de acuerdo al código ACI 440.2R-08 el reforzamiento externo de CFRP a cortante con envoltura perimetral, para ser aplicado en cuatro de los seis especímenes de concreto.

- Determinar la capacidad a cortante de las seis vigas en condición simplemente apoyadas, ensayándolas en el laboratorio llevándolas hasta el punto de falla mediante la aplicación de una carga monotónica incremental.
- Determinar el aumento porcentual en la capacidad a cortante experimental de las vigas reforzadas externamente con CFRP con respecto a las vigas de control.
- Comparar la capacidad a cortante experimental de los modelos reforzados con fibra, con respecto a lo establecido por el ACI 440.2R-08.

## 1.4 Marco teórico

### 1.4.1 Fuerza cortante en sólidos

Según la mecánica clásica de materiales, en un elemento sólido que soporta cargas perpendiculares a su eje, "La fuerza cortante esta inseparablemente unida a un cambio del momento flexionante en secciones adyacentes de una viga" (Popov, 2000). Lo anterior se expresa matemáticamente en la Ecuación 1.

$$\frac{dM}{dx} = V \quad [1]$$

Donde:

$\frac{dM}{dx}$ : Cambio del momento respecto a x.

V: Fuerza cortante.

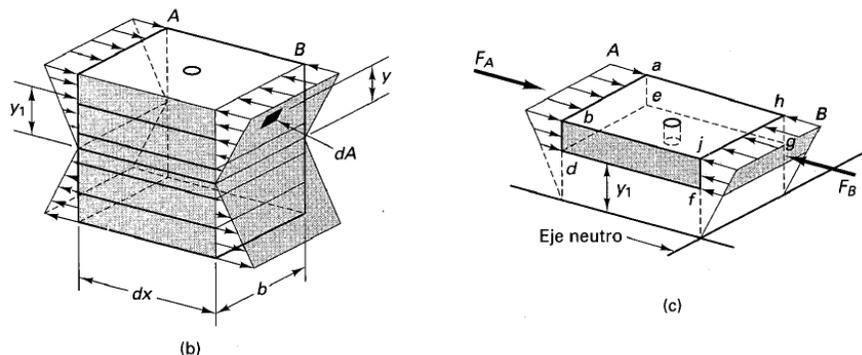


Figura 2. Segmento de una viga sometida a flexión debido a cargas perpendiculares a su eje.

Fuente: Popov, 2000.

Analizando la Figura 2, los momentos a ambos lados del elemento tienen magnitudes diferentes por lo que los esfuerzos axiales que estos generan son diferentes, por tanto para alcanzar el equilibrio debe existir un diferencial de fuerza aplicado en la cara defg de la sección de viga mostrada en la Figura 2.

$$F_B = \int_{\text{area}_{fghj}} -\frac{M_B y}{I} dA = -\frac{M_B}{I} \int_{\text{area}_{fghj}} y dA = -\frac{M_B Q}{I} \quad [2]$$

$$Q = \int_{\text{area}_{fghj}} y dA = A_{fghj} \bar{y} \quad [3]$$

$$F_A = -\frac{M_A}{I} \int_{\text{area}_{abde}} y dA = -\frac{M_A Q}{I} \quad [4]$$

“Si  $M_A \neq M_B$  y el elemento de la viga tiene sólo  $dx$  de longitud, los momentos flexionantes sobre las secciones adyacentes cambian una cantidad infinitesimal. Entonces si el momento flexionante en A es  $M_A$ , el momento flexionante en B es  $M_B = M_A + dM$ ” (Popov, 2000).

$$dF = |F_B| - |F_A| = \left(\frac{M_A + dM}{I}\right) Q - \left(\frac{M_A}{I}\right) Q = \frac{dM}{I} Q \quad [5]$$

$$q = \frac{dF}{dx} = \frac{dM}{dx} \frac{1}{I} \int_{\text{area}_{fghj}} y dA = \frac{V A_{fghj} \bar{y}}{I} = \frac{VQ}{I} \quad [6]$$

Donde:

$q$ : Flujo de cortante.

$Q$ : Primer momento del área respecto al eje neutro.

$I$ : Momento de inercia de toda la sección transversal.

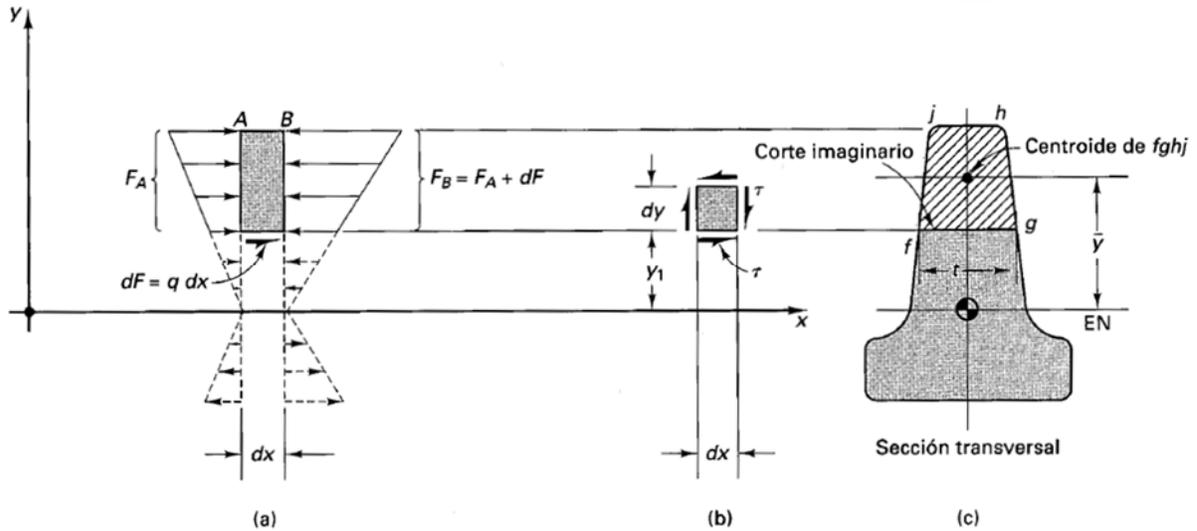


Figura 3. Obtención de los esfuerzos cortantes en una viga.

Fuente: Popov, 2000.

Si analizamos la Figura 3, "el esfuerzo cortante en el plano longitudinal puede obtenerse dividiendo  $dF$  entre el área  $t dx$ . Esto da el esfuerzo cortante horizontal  $\tau$ . Sin embargo, para un elemento infinitesimal, esfuerzos cortantes numéricamente iguales actúan sobre los planos mutuamente perpendiculares (ver Figura 3b). Por consiguiente, la misma relación da simultáneamente el esfuerzo cortante longitudinal y el esfuerzo cortante en el plano de la sección vertical en el corte longitudinal" (Popov, 2000). La expresión matemática del esfuerzo cortante en una viga se muestra en la Ecuación 7.

$$\tau = \frac{dF}{dx t} = \frac{dM}{dx} \frac{A_{fghj} \bar{y}}{It} = \frac{V}{It} \frac{A_{fghj} \bar{y}}{t} = \frac{VQ}{It} = \frac{q}{t} \quad [7]$$

Donde:

$\tau$ : Esfuerzo cortante.

$t$ : Ancho de la sección.

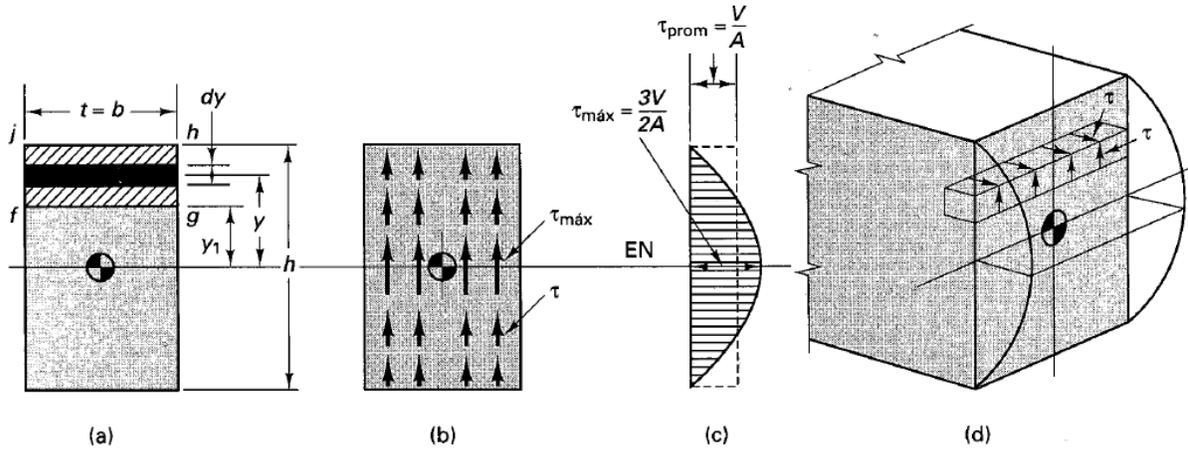


Figura 4. Esfuerzo cortante en una viga de sección rectangular.

Fuente: Popov, 2000.

En una viga rectangular, sustituyendo los valores de la Ecuación 7 se obtiene la expresión matemática de esfuerzo cortante en vigas rectangulares.

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{V}{It} \int_{fghj} y dA = \frac{V}{Ib} \int_{y_1}^{h/2} by dy = \frac{V}{2I} \left[ \left(\frac{h}{2}\right)^2 - y_1^2 \right] \quad [8]$$

Como se observa en la Figura 4, El esfuerzo cortante en una viga con sección rectangular alcanza su valor máximo en el eje neutro (el cual en el rango elástico coincide con el centroide del área transversal). Por lo tanto el valor máximo en la Ecuación 8 se da cuando  $y_1 = 0$ , sustituyendo se obtiene la Ecuación 9, la cual expresa el esfuerzo cortante máximo en vigas rectangulares.

$$\tau_{máx} = \frac{V}{2I} \left[ \left(\frac{h}{2}\right)^2 - 0^2 \right] = \frac{Vh^2}{8I} = \frac{Vh^2}{8bh^3/12} = \frac{3}{2} \frac{V}{bh} = \frac{3}{2} \frac{V}{A} \quad [9]$$

#### 1.4.2 Diseño por cortante en concreto con refuerzo de acero

Los criterios a utilizar para el diseño y análisis a cortante de las vigas de concreto reforzado serán los expuestos en el Capítulo 11 del Reglamento de Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario.

“Salvo para elementos diseñados de acuerdo con el modelo puntal-tensor, el diseño de secciones transversales sometidas a cortante debe estar basado en la Ecuación 10” (ACI 318, 2011).

$$\phi V_n \geq V_u \quad [10]$$

$$V_n = V_c + V_s \quad [11]$$

Donde:

$\phi$ : Factor de reducción de capacidad.

$V_n$ : Resistencia nominal a cortante.

$V_u$ : Fuerza cortante última mayorada.

$V_c$ : Aporte del concreto a la resistencia al cortante.

$V_s$ : Aporte del acero de refuerzo transversal a la resistencia al cortante.

“La resistencia al cortante se basa en un esfuerzo cortante promedio sobre toda la sección transversal efectiva  $b_w d$ . En un elemento sin refuerzo para cortante, se supone que el cortante lo resiste el alma del concreto. En un elemento con refuerzo para cortante se supone que una parte del cortante la proporciona el concreto y el resto el refuerzo para cortante” (ACI 318, 2011). Lo anterior se expresa matemáticamente en la Ecuación 11.

El aporte de la resistencia a cortante por parte del concreto para elementos no preesforzados y sometidos solamente a flexión y cortante, se calcula con la Ecuación 12 según la Sección 11.2.1.1. Además de esta ecuación, el ACI 318 también permite calcular el aporte del concreto a la resistencia al cortante usando la Sección 11.2.2.1, como muestra la Ecuación 13.

$$V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c}b_w d \quad [12]$$

$$V_c = \left(0.16\lambda\sqrt{f'_c} + 17\rho_w \frac{V_u d}{M_u}\right) b_w d \quad [13]$$

Donde:

$\lambda$ : Factor de modificación para concreto liviano.

$f'_c$ : Resistencia a la compresión del concreto a los 28 días.

$b_w$ : Ancho del alma de la sección transversal.

$d$ : Peralte efectivo de la sección.

$\rho_w$ : Cuantía del área de acero evaluada sobre el área efectiva.

En la Sección R11.2.2.1 del ACI 318S-11, se expresa que la Ecuación [13] "sobrestima la influencia de  $f'_c$  y subestima la influencia de  $\rho_w$  y  $V_u d/M_u$ " (ACI 318, 2011). El trabajo estadístico realizado por Zsutty (1971) en vigas esbeltas, ha demostrado que aproxima de mejor manera el aporte del concreto a la resistencia al cortante. La expresión matemática derivada por Zsutty, se muestra en la Ecuación [14], dicha ecuación calcula el aporte del concreto en la capacidad a cortante en unidades del sistema inglés (psi).

$$v_c = 59 \left( f'_c \rho_w \frac{d}{a} \right)^{1/3} \quad [14]$$

Por lo tanto la resistencia al cortante, aplicando la ecuación [14] en vigas rectangulares es la que se expresa en la Ecuación [15].

$$V_c = 59 \left( f'_c \rho_w \frac{d}{a} \right)^{1/3} * b_w d \quad [15]$$

La ecuación [15] solamente se utilizó como una referencia, ya que no está incluida dentro del reglamento aceptado a nivel nacional (ACI 318).

Finalmente, "Donde  $V_u$  excede  $\phi V_c$ , el refuerzo para cortante debe proporcionarse de acuerdo con la Ecuación 16" (ACI 318, 2011).

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \quad [16]$$

Donde:

$A_v$ : Área de acero de refuerzo transversal.

$f_{yt}$ : Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo transversal.

$s$ : Espaciamiento entre acero de refuerzo transversal.

Es importante resaltar que según el comentario a la Sección 11.4.6.2, “Cuando se ensaya un elemento para demostrar que sus resistencias al cortante y flexión son adecuadas, se conocen las verdaderas dimensiones del elemento y las resistencias de los materiales. La resistencia empleada como base de comparación debe, por lo tanto, ser la correspondiente a un factor de reducción de resistencia igual a la unidad ( $\phi = 1.0$ ), es decir, la resistencia nominal requerida  $V_n$  y  $M_n$ .” (ACI 318, 2011). Por lo tanto, la resistencia utilizada en todos los cálculos correspondientes a análisis y diseño de las vigas, es la resistencia nominal.

### 1.4.3 Diseño por cortante para elementos reforzados externamente con CFRP

El aporte de la fibra de carbono a la resistencia al cortante depende del patrón de envoltura utilizado (ver Figura 1), de la orientación de la fibra (perpendicular al eje del elemento o perpendicular a la dirección de las grietas) y al patrón de agrietamiento del elemento. Debido a que este trabajo solo evalúa el aporte a la resistencia a cortante de la fibra con patrón de envoltura perimetral, solamente se explica el procedimiento de diseño para este tipo de configuración.

“La capacidad nominal a cortante de un elemento de concreto reforzado con CFRP, puede determinarse sumando el aporte de la fibra a la Ecuación 11. Un factor de reducción adicional se aplica al aporte de la fibra” (ACI 440, 2008). Como se muestra en la Ecuación 17.

$$\phi V_n = \phi(V_c + V_s + \psi_f V_f) \quad [17]$$

Donde:

$V_f$ : Aporte a la resistencia a cortante de las fibras de carbono.

$\psi_f$ : Factor de reducción para la resistencia de las fibras.

Según el ACI 440  $\psi_f$  es 0,85 para elementos con envoltura en “U” y lateral (ver Figura 1b y Figura 1c respectivamente), mientras que para los elementos reforzados con envoltura tipo “O” (ver Figura 1a) es de 0,95. La aplicación del factor de reducción  $\psi_f$  se debe a la incertidumbre asociada a la resistencia de la fibra.

En la Sección 11.4 del ACI 440.2R-08 se muestra como calcular el valor del aporte a la resistencia a cortante de la fibra de carbono, a continuación se presenta en la Ecuación 18.

$$V_f = \frac{A_{fv} f_{fe} (\text{sen}\alpha + \text{cos}\alpha) d_f}{s_f} \quad [18]$$

$$A_{fv} = 2t_f w_f \quad [19]$$

$$f_{fe} = \varepsilon_{fe} E_f \quad [20]$$

Donde:

$A_{fv}$ : Área de refuerzo para cortante de la fibra.

$f_{fe}$ : Esfuerzo de fluencia en tensión de la fibra.

$\alpha$ : Ángulo de inclinación de la fibra de carbono respecto al eje longitudinal del elemento.

$d_f$ : Profundidad de la lámina de fibra de carbono.

$s_f$ : Espaciamiento entre las láminas de fibra de carbono.

$t_f$ : Espesor de la capa de fibra de carbono.

$w_f$ : Ancho de la lámina de fibra de carbono.

$\varepsilon_{fe}$ : Deformación unitaria efectiva de la fibra de carbono.

“En vigas de concreto reforzado con CFRP con envoltura perimetral, se ha observado que la falla en la interfaz del agregado del concreto ocurre a deformaciones de la fibra menores que la deformación última. Para descartar este modo de falla, la deformación máxima usada en el diseño se debe limitar a 0.4% para miembros con envoltura perimetral.” (ACI 440, 2008). Como se muestra en la Ecuación 21.

$$\varepsilon_{fe} = 0.004 \leq 0.75\varepsilon_{fu} \quad [21]$$

La Sección 11.4.3 del ACI 440.2R-08 nos habla de un límite para la suma de los aportes del acero y la fibra a la resistencia al cortante, tal como se muestra en la Ecuación 22.

$$V_s + V_f \leq 0.66\sqrt{f'_c} b_w d \quad [22]$$

#### 1.4.4 Vigas de gran altura

El reglamento para concreto estructural (ACI 318S-11) discute el comportamiento de vigas de gran altura principalmente en las secciones 10.7 y 11.7. Así mismo en el apéndice A presenta el modelo de puntal-tensor, el cual puede ser usado como método de diseño para vigas altas.

En la Sección 10.7 se define a las vigas de gran altura como “elementos cargados en una cara y apoyados en la cara opuesta de manera que se pueden desarrollar puntales de compresión entre las cargas y los soportes, y tienen:

- a) Luz libre igual o menor a cuatro veces la altura total  $h$  del elemento, o
- b) Regiones con cargas concentradas dentro de una distancia  $2h$  de la cara del apoyo

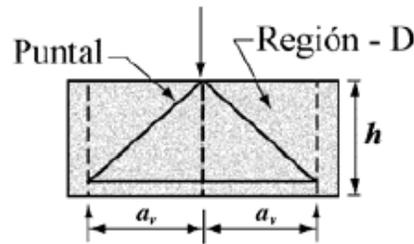
Las vigas de gran altura deben ser diseñadas considerando la distribución no lineal de las deformaciones unitarias o bien el modelo de puntal-tensor” (ACI 318, 2011).

En el apéndice A del ACI 318S-11 se define una discontinuidad como un cambio abrupto en la geometría o en la carga. “El principio de Saint Venant señala que los esfuerzos debidos a cargas axiales y flexión se acercan a una distribución lineal a una distancia aproximadamente igual a la altura total del elemento  $h$ , medida desde la discontinuidad. Por esta razón, se supone que las discontinuidades se extienden una distancia  $h$  desde la sección donde se produce la carga o el cambio de geometría” (ACI 318, 2011). El principio anterior se ilustra en la Figura 5.

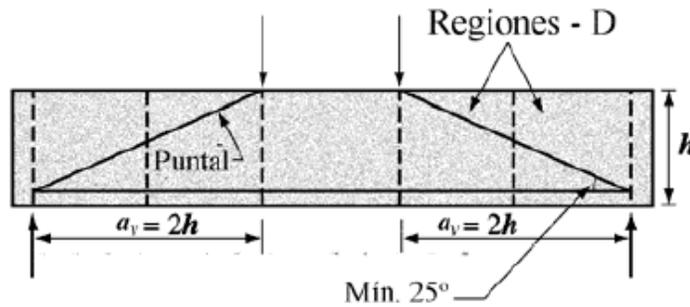
En la Figura 5 se puede observar que en las regiones de discontinuidad (regiones D) es donde ocurren concentraciones de esfuerzos, mientras que en las regiones de Bernoulli (regiones B) el campo de esfuerzos se normaliza y por lo tanto solamente en estas zonas son válidas las ecuaciones de diseño presentadas anteriormente. Por lo que según el ACI 318, la viga debe tener una relación  $a_v/h \geq 2$  para que esta se comporte como una viga esbelta y no como una viga alta.

Existen otros estudios donde se utiliza la relación claro de cortante a peralte efectivo  $a_v/d$  para diferenciar el comportamiento de vigas altas a vigas esbeltas. “En elementos con relaciones  $a_v/d \leq 2.5$ , el comportamiento está determinado por la acción de puntal y tensor y, tal como lo presentaron Collins y Mitchell (1991) empleando resultados experimentales de

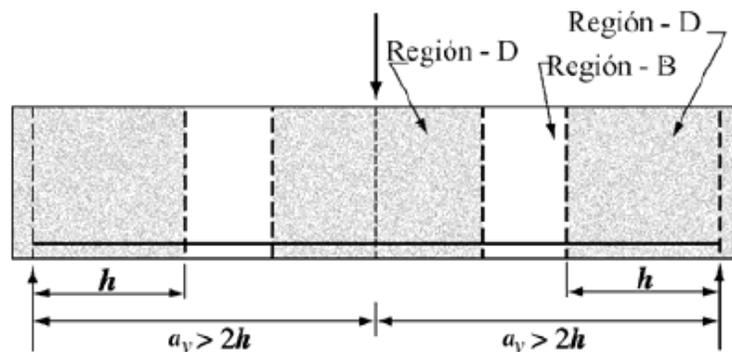
Kani, una predicción con modelo de puntal-tensor (MPT) resulta más aproximada a los resultados experimentales que una empleando métodos de análisis por secciones. Para valores de  $a_v/d > 2.5$ , la resistencia predicha con MPT decae rápidamente con  $a_v/d$  y resulta muy por debajo del comportamiento real. Mientras tanto un modelo de diseño por secciones, que incluye la contribución del concreto  $V_c$ , causada por los esfuerzos de tensión en el concreto, es más apropiado" (Uribe & Alcocer, 2001).



(a) Luz de cortante,  $a_v < 2h$ , viga alta



(b) Luz de cortante.  $a_v = 2h$ , límite para una viga alta



(c) Luz de cortante,  $a_v > 2h$ , viga esbelta

Figura 5. Descripción de vigas altas y esbeltas.

Fuente: ACI 318, 2011.

Lo expresado anteriormente se observa en la Figura 6, en donde se muestra el comportamiento predicho por MPT y por las ecuaciones de diseño tradicionales, probando experimentalmente que el MPT predice de mejor manera el comportamiento de vigas con  $a_v/d \leq 2.5$ . Además se ilustra el patrón de agrietamiento característico de una viga alta.

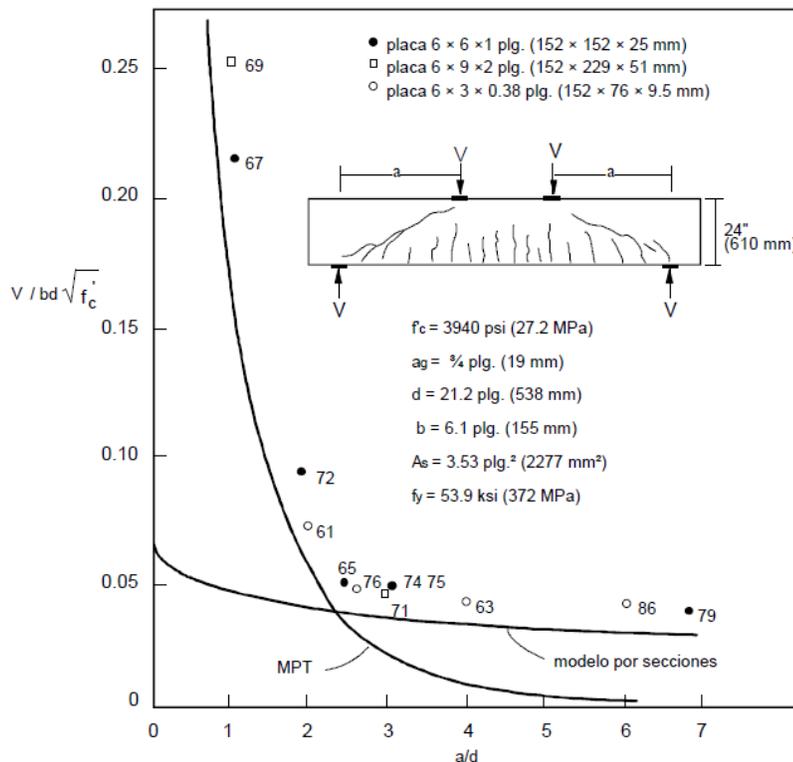


Figura 6. Aplicabilidad de método de análisis por secciones vs MPT.

Fuente: Uribe & Alcocer, 2001.

## 1.5 Metodología

### 1.5.1 Fase teórica

La fase teórica tiene como objetivo, realizar el diseño de los especímenes de ensayo y del sistema de reforzamiento a colocar. Para esto, se estudió a fondo el Capítulo 11 de la norma ACI 440.2R-08, "Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures", en el cual se presenta el procedimiento de diseño por cortante de elementos reforzados con fibra de carbono. Asimismo se consultó la norma del comité ACI 211 para realizar el diseño de mezcla del concreto que se utilizó para construir las vigas.

También es parte de esta fase, el diseño del montaje experimental. Por lo tanto, se investigó bibliografía en la que se explicaba el modelo conocido como “puntal tensor”, para obtener un mejor conocimiento del tema y de esta forma poder dimensionar las vigas y el montaje de carga, de tal forma que la falla se dé fundamentalmente por cortante.

### **1.5.2 Fase experimental**

La fase experimental tiene como objetivo, determinar la capacidad de las seis vigas (tanto las de control como las reforzadas con CFRP).

Durante esta etapa se llevó un control de la calidad de los materiales; realizando ensayos en cilindros de concreto hasta obtener la dosificación necesaria para alcanzar la resistencia a la compresión del concreto a los 28 días deseada ( $f'_c$ ), también se realizaron ensayos de tensión en probetas de las varillas de acero para obtener el esfuerzo real de fluencia.

Se construyeron las seis vigas y se les dio el acabado necesario para llevar a cabo la colocación del epóxico y la fibra de carbono; finalmente se fallaron las vigas mediante la aplicación de una carga monotónica incremental en un estado simplemente apoyado.

### **1.5.3 Fase de análisis**

La Fase de análisis tiene como objetivo, determinar el incremento en la capacidad a cortante, ganado como consecuencia del refuerzo de los especímenes con fibra de carbono. Y compara dicho incremento, contra el calculado utilizando la metodología del ACI 440.2R-08.

Con los resultados de carga máxima aplicada, obtenidos en la fase experimental, se calculó el cortante máximo soportado por las vigas de control y las vigas reforzadas con CFRP, y se compararon dichos valores.

Se analizaron las curvas de carga aplicada contra deformación de las vigas, para estudiar el comportamiento de los especímenes. Se comparó la forma y el ancho de las grietas con los patrones de agrietamiento mostrados en la teoría para verificar si la falla se dio por cortante.

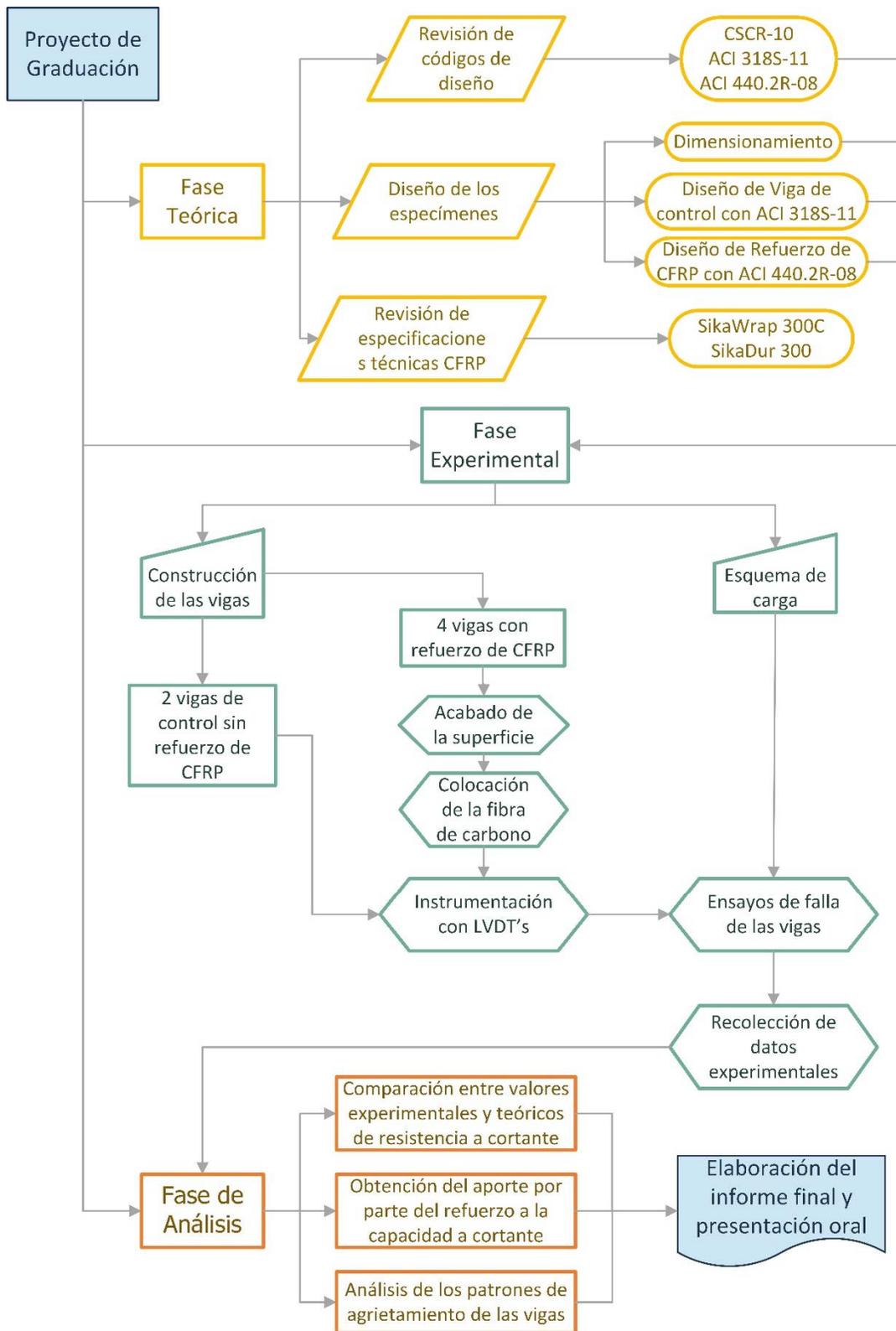


Figura 7. Esquema de la metodología.

## CAPÍTULO 2: DESARROLLO EXPERIMENTAL

### 2.1 Prototipo de viga

#### 2.1.1 Descripción de la viga prototipo

Se analizó un caso hipotético, en el cual se deseó utilizar ya sea como reforzamiento o como reparación, el sistema de CFRP. Supóngase una viga de concreto reforzado de un edificio de oficinas, utilizada en un eje de amarre de un entrepiso unidireccional. Dicha viga prototipo forma parte de los elementos de borde de una abertura del entrepiso unidireccional, en el cual fue necesario colocar un elevador, por lo cual otra viga del entrepiso, carga de forma puntual la viga prototipo en el centro de la luz libre en donde no existe columna. En la Figura 8 se muestra de forma esquemática las condiciones de la viga prototipo.

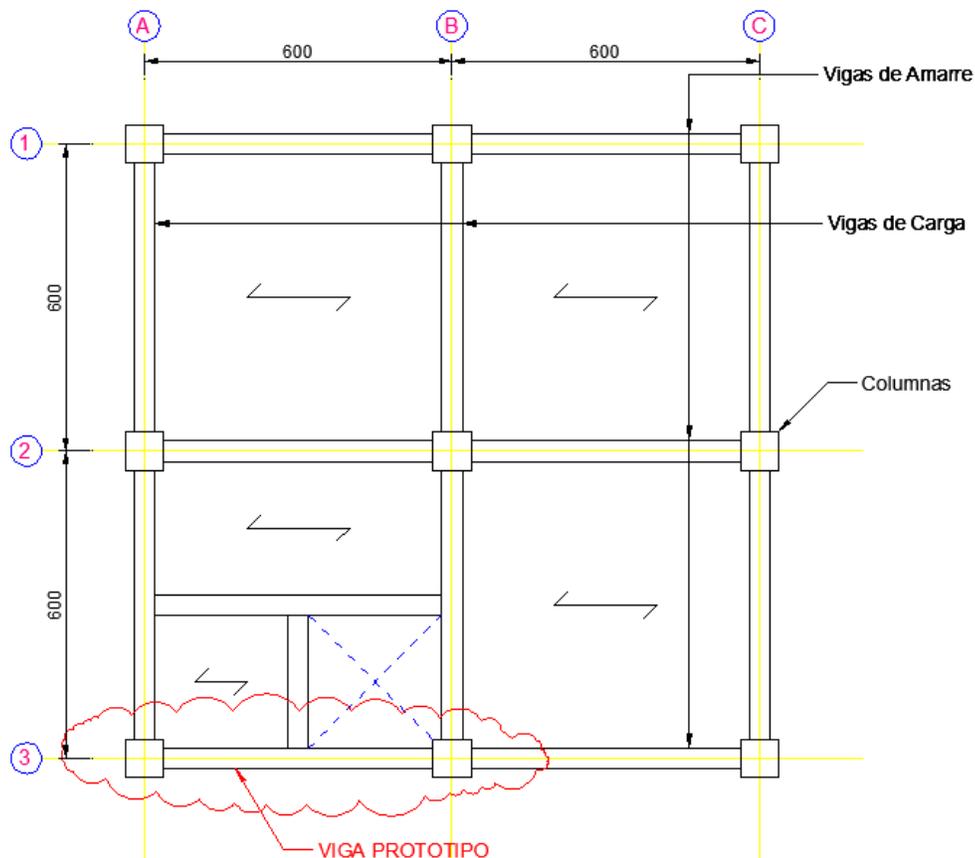


Figura 8. Esquema de ubicación de viga prototipo.

Si se supone que la estructura mostrada en la Figura 8, se encuentra en proceso constructivo, existe una gran variedad de situaciones, que podrían provocar que se requiera reforzar la viga prototipo; algunas de estas situaciones se citan a continuación:

- Un error de cálculo por parte del responsable del diseño estructural, lo cual provoque que se especifique un detallado del acero de refuerzo transversal, que no cumpla satisfactoriamente con el cortante último obtenido del análisis estructural.
- La viga prototipo, a pesar de estar ubicada en los ejes de amarre, debe soportar una carga puntual que le transmite la viga de carga del entrepiso. Por lo tanto se podría pensar, que existe la probabilidad de que ocurra un error constructivo en donde la viga prototipo se construya con el detallado del acero de refuerzo correspondiente a una de las vigas de amarre comunes, por lo que es de esperar que la viga sufra agrietamiento debido a las cargas gravitacionales.
- Puede ocurrir que se den modificaciones arquitectónicas, como por ejemplo cambiar el elevador por unas escaleras. Con esta modificación, la abertura del entrepiso se reduciría a aproximadamente la mitad, aumentando el área tributaria y por ende la carga puntual transmitida a la viga prototipo. Asimismo, al acercar la carga puntual al apoyo de la viga, el cortante de la demanda gravitacional aumenta proporcionalmente a la distancia desplazada, mientras que el momento disminuye. Si esta modificación no es notificada al responsable de la inspección, La viga puede sufrir de problemas generados por cortante.
- Por otra parte, si se considera que la estructura ya existe y tiene varios años operando, es común en nuestro país cambiar el uso de las edificaciones para el cual se realizó el diseño estructural. El caso más crítico sería en el cual el edificio pase de ser utilizado para oficinas, a ser una bodega de mercadería pesada. Según el CSCR-10, las cargas temporales recomendadas para estos usos son  $250 \text{ kg/m}^2$  y  $800 \text{ kg/m}^2$ . Por lo tanto, las demandas gravitacionales aumentarían en más de un 100%.

Dado que el comportamiento ante cargas cíclicas de los elementos reforzados con CFRP, no forma parte del alcance de esta investigación. Se supondrá que la demanda sísmica de la estructura es la más baja y no gobierna el diseño de la viga prototipo (según el CSCR-10:

Zona II, suelo  $S_1$ , estructura con importancia D, regular y tipo marco). Por lo tanto solamente se analizará la viga prototipo según la demanda gravitacional.

Para que la viga prototipo se comporte como una viga esbelta, se supone que posee un peralte de 90 cm, con lo que se tiene una relación  $a/d$  de aproximadamente 3, y una relación entre el peralte y la luz libre de 0,15. Es común en vigas de concreto de sección rectangular, mantener una relación entre el ancho y el peralte de 1:2, con lo cual se obtiene una sección de 90 cm por 40 cm.

### 2.1.2 Análisis estructural de prototipo de viga

Debido a que la demanda sísmica es baja, es válido suponer que el diseño de las vigas de amarre comunes (no así el de la viga prototipo) estará regido por los mínimos establecidos por el CSCR-10 y el ACI 318-11. En el Cuadro 1 se presentan los valores supuestos de resistencia de los materiales de la viga prototipo.

Cuadro 1. Valores de resistencia de los materiales supuestos para viga prototipo.

<b>Resistencia a la compresión del concreto a los 28 días (MPa)</b>	28
<b>Esfuerzo de fluencia del acero longitudinal (MPa)</b>	420
<b>Esfuerzo de fluencia del acero transversal (MPa)</b>	280
<b>Peralte efectivo (mm)</b>	830

Por lo tanto, analizando la viga prototipo a flexión, según el ACI 318-11 en la Sección 10.5.1 el área mínima de acero de refuerzo debe ser  $1105 \text{ mm}^2$ , por lo tanto suponen 3 varillas #8. Por otro lado, el CSCR-10 exige en la Sección 8.2.4, "La capacidad en flexión para momento positivo, en cada uno de los extremos del elemento, no debe ser inferior a la mitad de la capacidad para momento negativo en ese extremo". No obstante, debido a que el acero mínimo se está suponiendo como el criterio que rige el diseño, debe ser aplicado tanto para acero de lecho superior como inferior.

Analizando la viga prototipo a cortante según el ACI 318-11, la separación máxima según la Sección 11.4.5.1 debe ser de 45 cm, el acero transversal mínimo propuesto por la Sección 11.4.6.3 sería aros #6@45 cm. Sin embargo esta configuración de refuerzo transversal no es factible constructivamente, ya que normalmente se utilizan aros de varilla #3. Realizando el

cálculo nuevamente según la Sección 11.4.6.3 da como resultado aros #3@15 cm. El acero transversal supuesto para la viga prototipo también cumple con los criterios de confinamiento para un elemento con ductilidad local moderada establecidos en el CSCR-10 en la Sección 8.3.4.e.

Por último, el CSCR-10 en la Sección 8.3.4.g establece que cuando la dimensión de un elemento supere los 50 cm, se debe colocar varillas longitudinales con amarres suplementarios separados no más de 35 cm. Por lo tanto la sección transversal de la viga prototipo supuesta se muestra en la Figura 9.

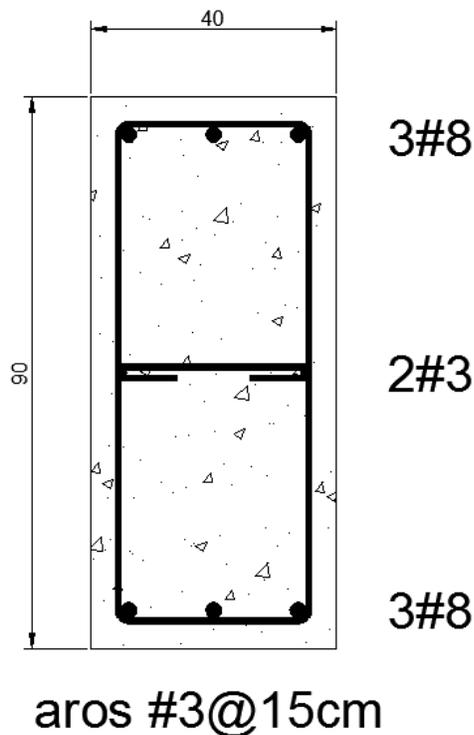


Figura 9. Sección transversal de viga prototipo supuesta.

## 2.2 Características de los especímenes de prueba

Como se mencionó anteriormente, se fallaron seis vigas de concreto reforzado. De las cuales dos se ensayaron sin ningún tipo de refuerzo externo para ser utilizadas como control, y las cuatro restantes son idénticas a las de control, con la variante de que se reforzaron a cortante con fibra de carbono con envoltura perimetral. Tomando como punto de partida, la viga prototipo, fue necesario reducir las dimensiones de los especímenes de prueba (escala

2:1). Algunas de las limitaciones de los modelos de prueba con respecto a la viga prototipo se mencionan a continuación:

- Con la finalidad de promover la falla a cortante, se deberá sub-reforzar transversalmente y sobre diseñar a flexión los especímenes; de esta forma no se podrá mantener la relación entre capacidad a cortante y capacidad a flexión de la viga prototipo.
- En la mayoría de edificaciones, es común que las vigas de concreto sean continuas (tal es el caso de la viga prototipo). No obstante, el montaje de laboratorio para la falla de una viga continua es muy complejo, por lo tanto, se fallarán los modelos en condición simplemente apoyada.
- La condición de carga gravitacional de la viga prototipo es con una sola carga puntual aplicada. Sin embargo, simular dicho estado de carga en el laboratorio, presenta problemas de estabilidad, por lo que se decidió utilizar un montaje experimental con 2 cargas puntuales aplicadas de forma simétrica.

### **2.2.1 Diseño de los especímenes**

El diseño de las vigas se realizó de acuerdo a la metodología presentada en el Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11), mientras que para calcular el aporte teórico de la fibra a la resistencia al cortante, se utilizó la metodología de diseño presentada en el *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures* (ACI 440.2R-08). El desarrollo matemático del diseño de las vigas se muestra en el Apéndice B. La corrección del diseño de las vigas utilizando los valores reales de resistencia del concreto y el acero, obtenidos de los ensayos de laboratorio, se muestran en el Apéndice C.

Como se mencionó en la Sección 1.4.4, para evitar que el espécimen se comporte como una viga alta durante la falla, Uribe recomienda una relación  $a_v/d > 2,5$ . No obstante, en investigaciones anteriores realizadas por Jiménez y por Padilla, se recomienda utilizar una relación  $a_v/d > 3$ , con el fin de mejorar el comportamiento de la viga. Por esta razón se dimensionó las vigas como se muestra en la Figura 10.

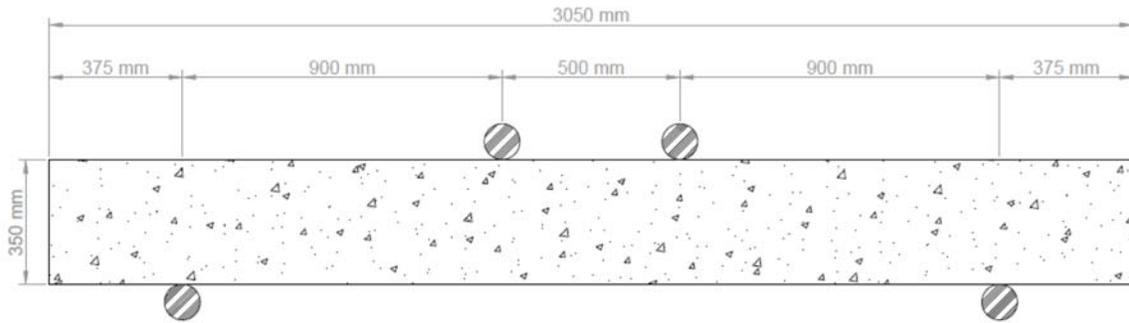


Figura 10. Dimensionamiento de los especímenes.

El dimensionamiento del espécimen mostrado en la Figura 10 mantiene la relación entre la altura y la luz libre de la viga prototipo (0,15). Partiendo de estas dimensiones, se diseñó inicialmente el acero de refuerzo transversal. Como se mencionó anteriormente, es objetivo de este trabajo evaluar el comportamiento a cortante de vigas sub-reforzadas transversalmente y reforzadas externamente con CFRP, por lo tanto el acero de refuerzo a cortante debe ser escaso. Sin embargo, es importante que el espaciamiento máximo de los aros cumpla con el requisito de  $d/2$  que exige tanto el ACI 318S-11 como el CSCR-10; esto para garantizar que al menos un aro atraviese la grieta potencial. Por lo que se tomó la decisión de utilizar varilla grafilada de 5,25 mm de diámetro como acero de refuerzo transversal, con una separación entre aros de 150 mm centro a centro, como se ilustra en la Figura 11.

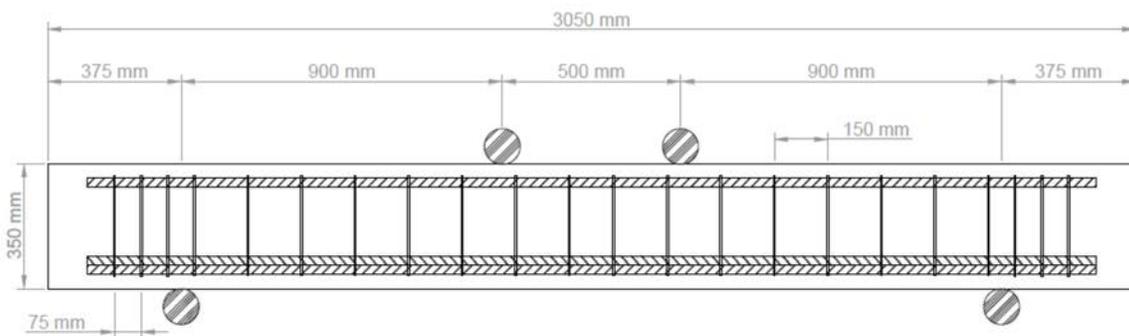


Figura 11. Esquema de acero de refuerzo transversal de los especímenes.

Posteriormente, se procedió a diseñar el refuerzo externo de fibra de carbono, utilizando un ancho de 100 mm y separación centro a centro de 150 mm (ver Figura 12). Se estimó un

aporte de la fibra a la resistencia nominal al cortante de la viga de  $56,33 \text{ kN}$ , lo cual representa un incremento de 60% en la capacidad nominal a cortante ( $V_n$ ).

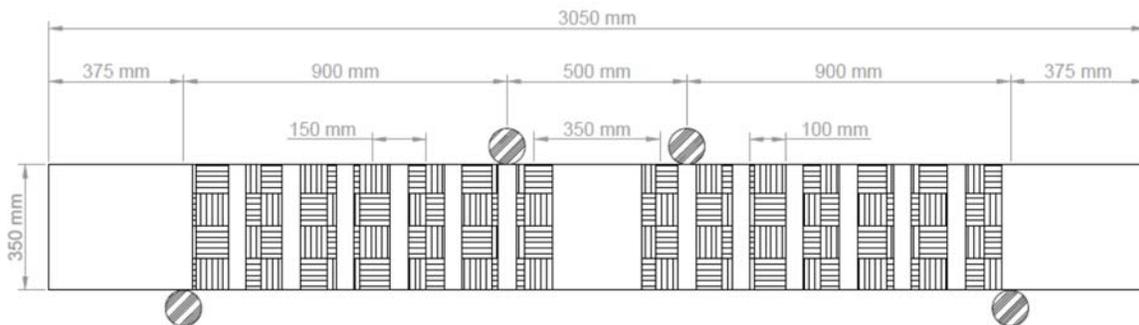


Figura 12. Esquema de refuerzo externo de CFRP de los especímenes.

Por último, una vez que se obtuvo la capacidad nominal a cortante de los especímenes reforzados con CFRP, se sobre-diseñó el acero de refuerzo longitudinal, de tal forma que existiera una diferencia importante de la capacidad a flexión por encima de la capacidad a cortante de la viga reforzada con CFRP. Esto con el objetivo de garantizar que se lograra la falla por cortante. Se propuso usar como acero de lecho inferior cuatro varillas #8 grado 60, y como acero de lecho superior dos varillas #8 grado 60.

Como se observa en la Figura 11, debido a la dificultad de realizar un gancho estándar en varillas #8, se propuso extender la longitud de la viga más allá del apoyo una distancia de 300 mm, esto para lograr desarrollar el acero según las longitudes de anclaje calculadas con el ACI 318S-11; asimismo se propuso utilizar un espaciamiento de aros cerca de los apoyos de 75 mm ( $d/4$ ) para mejorar el confinamiento en estas zonas.

El detalle de la sección transversal con el refuerzo propuesto se muestra en la Figura 13, en esta misma figura se puede observar el detalle del acabado que se le debe dar a los bordes de la viga según el ACI 440 (como mínimo un diámetro de 26 mm), para evitar problemas en la fibra tales como, concentraciones de esfuerzos o desprendimiento de la fibra del concreto.

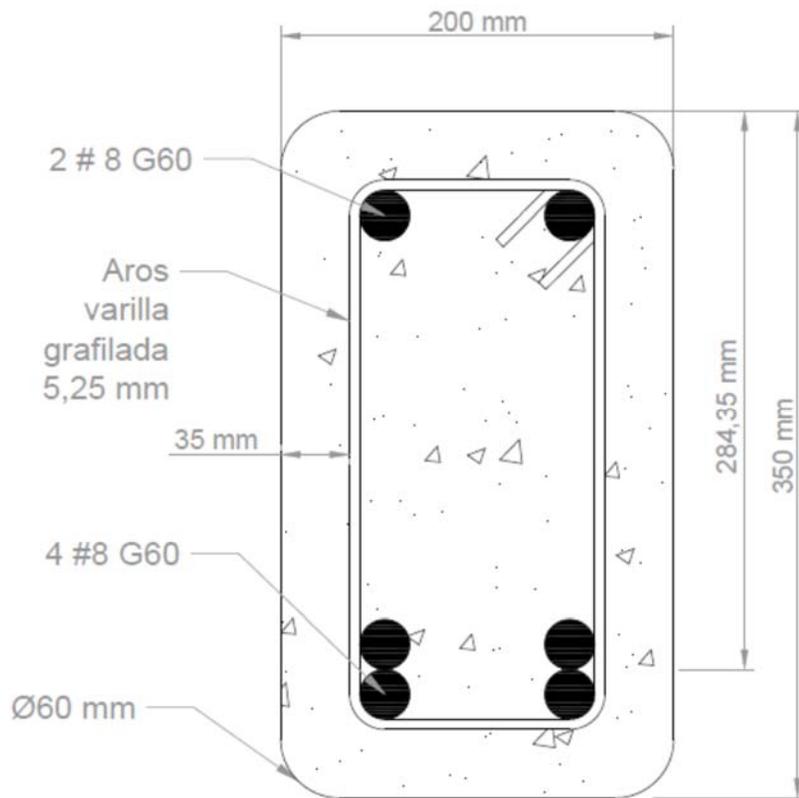


Figura 13. Sección transversal de especímenes.

En el Cuadro 2 se muestran los parámetros más importantes de diseño, así como los valores de capacidad nominal estimados de los especímenes.

Cuadro 2. Valores de resistencia nominal estimada de los especímenes.

	Viga de control	Viga con CFRP
Capacidad nominal a cortante (kN)	93,31	149,64
Incremento en capacidad a cortante	60%	
Capacidad nominal a flexión (kNm)	198,82	
Carga última por cortante (kN)	186,63	299,29
Carga última por flexión (kNm)	441,83	
Falla esperada	Cortante	Cortante
Factor de seguridad	2,37	1,48

En el Cuadro 3 se muestra el aporte a la capacidad nominal a cortante por parte del concreto, el acero y la fibra, donde se aprecia que la fibra aporta parte importante (38%) de la capacidad nominal a cortante total.

Cuadro 3. Aporte de cada componente a la capacidad nominal a cortante.

	Aporte a la capacidad nominal a cortante (kN)	Porcentaje respecto a la capacidad nominal total
Concreto	64,58	43%
Acero	28,73	19%
Fibra de carbono	56,33	38%
Capacidad nominal total	149,64	100%

### 2.2.2 Análisis del modelo estructural

El ensayo de falla de los especímenes se diseñó buscando que la fuerza cortante en el elemento se mantuviera constante en un tramo, y además, pensando en la facilidad del montaje de la prueba. Por lo que se tomó la decisión de aplicar dos cargas puntuales espaciadas 500 mm entre sí, y con una luz de cortante ( $a_v$ ) de 900 mm. Por facilidad de montaje y análisis, se decidió fallar los especímenes en condición simplemente apoyado, con una luz entre apoyos de 2300 mm. Los diagramas de cortante y momento se muestran en la Figura 14.

Según el diagrama de momento mostrado en la Figura 14, la deflexión máxima se da en el centro de la viga, la cual se puede calcular usando la teoría elástica de Bernoulli, así como la rotación máxima, la cual se da en los apoyos. Las expresiones matemáticas para calcular la deflexión máxima y la rotación máxima se muestran en la Ecuación 23 y Ecuación 24.

$$\delta_{max} = \frac{Pa}{24EI}(3L^2 - 4a^2) \quad [23]$$

$$\theta_{max} = \frac{Pa}{2EI}(L - a) \quad [24]$$

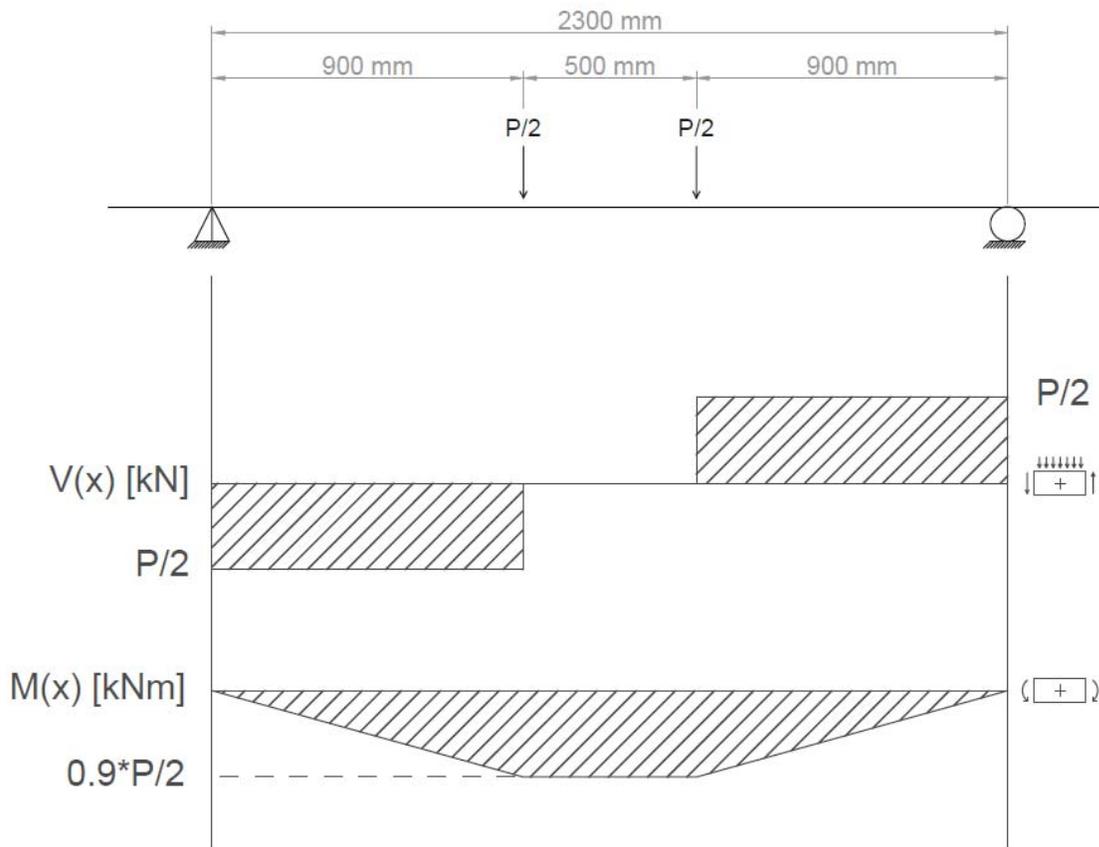


Figura 14. Diagramas de cortante y momento de los especímenes.

Las Secciones 8.5.1 y 9.5.2.3 del ACI 318, establecen los valores que se deben utilizar para el módulo de elasticidad  $E_c$  y para el momento de inercia efectivo  $I_e$ , los cuales se muestran en la Ecuación 25 y Ecuación 26.

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} \quad [25]$$

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \quad [26]$$

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad [27]$$

$$f_r = 0.62\sqrt{f'_c} \quad [28]$$

Donde:

$M_{cr}$ : Momento de agrietamiento del concreto.

$M_a$ : Momento máximo debido a cargas de servicio.

$I_g$ : Momento de inercia de la sección gruesa.

$I_{cr}$ : Momento de inercia de la sección agrietada transformada.

$f_r$ : Módulo de ruptura del concreto.

## **2.3 Sistema de refuerzo externo de CFRP**

El sistema de reforzamiento externo utilizado consiste básicamente en una tela de fibra de carbono, la cual es saturada en campo usando un adhesivo epóxico, para conformar el polímero reforzado con fibra de carbono (CFRP). Ambos productos se obtuvieron de la casa comercial Sika.

Se utilizó SikaWrap 300C, el cual es un tejido unidireccional de fibra de carbono, y debido a que es un tejido flexible, permite realizar la envoltura perimetral de la viga. El adhesivo epóxico utilizado fue Sikadur 301, el cual es una resina de impregnación de alta resistencia, y es recomendado por el fabricante para utilizarse en conjunto con los tejidos SikaWrap 300C. Sikadur 301 consiste en dos componentes los cuales deben ser mezclados antes de la aplicación, el componente A contiene resina epóxica y una mezcla de hidrocarburo aromático, sílice amorfa y dióxido de titanio, mientras que el componente B contiene aminas. En el apéndice E se puede encontrar algunos de los datos de resistencia de la tela de fibra de carbono y el adhesivo epóxico.

## **2.4 Proceso constructivo de los especímenes de prueba**

### **2.4.1 Construcción de las vigas**

A partir del diseño presentado en la Sección 2.2.1, se procedió a construir los especímenes. Para la fabricación del concreto se utilizó proporción volumétrica 1:1,75:2,4 con una relación agua cemento de 0,57. Es importante destacar que los especímenes de prueba de este proyecto de graduación, se construyeron en forma conjunta con los del proyecto de graduación de González; por esta razón, en algunas figuras se observa una cantidad mayor a la especificada en este trabajo.

Para la construcción de la armadura se utilizó una dobladora mecánica, la cual se encuentra disponible en los laboratorios del LanammeUCR, siguiendo las recomendaciones establecidas

en el CSCR-2010 y en el ACI 318S-11, para diámetros de doblado, ángulo y longitud de los ganchos. El proceso constructivo de las armaduras se muestra en la Figura 15 y Figura 16.



Figura 15. Proceso constructivo de armadura de acero de refuerzo.



Figura 16. Estado final de armaduras de acero de refuerzo.

Se utilizó encofrados de marca HARSCO INFRASTRUCTURE. Este tipo de encofrado da un mejor acabado, en comparación con la formaleta típica fabricada con madera, ya que mantiene su forma y perpendicularidad durante la colada de concreto, evitando así problemas en la superficie de los elementos. En la Figura 17 se observa la disposición final de la armadura en el encofrado.



Figura 17. Disposición final de armadura de acero en encofrados.

Para la fabricación del concreto, se utilizó una batidora eléctrica, de aproximadamente un cuarto de metro cúbico de capacidad (2 sacos de cemento de 50 kg). Se dosificó por peso, utilizando como medida para los agregados y el agua, cubetas plásticas, como se observa en la Figura 18. La dosificación de los distintos componentes, tiempos de mezclado y colocación del concreto, se realizaron acorde con lo establecido en la Sección 7.1.2 de la norma ASTM C192.

Los especímenes se colaron en los días 26 de mayo (5 vigas y 9 cilindros), 30 de mayo (5 vigas y 9 cilindros), y 2 de junio de 2014 (2 vigas y 5 cilindros). En cada colada se realizó la prueba del cono de revenimiento de Abrams, según la norma ASTM C143. Como se presenta en la Figura 19, se obtuvo revenimientos cercanos a los 120 mm (siempre superiores a los 100 mm). En cada día de colada se confeccionaron los cilindros, conforme a la norma ASTM C192. Los cuales se curaron en cámara húmeda durante 7 y 28 días, según correspondió. Una vez cumplidos los 28 días de curado, los cilindros restantes se colocaron fuera de la

cámara húmeda, y permanecieron bajo las mismas condiciones climáticas que los especímenes, hasta el día de la falla.



Figura 18. Dosificación por peso de agregados.



Figura 19. Prueba del cono de revenimiento de Abrams.



Figura 20. Colada de concreto realizada el 26 de mayo de 2014.

Se debe mencionar que se presentaron problemas en los especímenes del 26 de mayo, debido a malas prácticas durante la colada; la principal de ellas se dio ya que, debido a una deficiente estimación en los volúmenes de concreto necesarios, se decidió utilizar el sobrante de cada colada para el siguiente elemento, por lo tanto, este volumen de concreto permanecía alrededor de 15 minutos colocado sin ser vibrado, mientras se realizaba la siguiente colada para completar el volumen total del espécimen. Por esta razón, es posible que dicho volumen de concreto haya alcanzado la fragua, evitando así que el concreto fuera trabajable. Además de esto, es posible que, el mal vibrado y el mal envarillado del concreto fresco, promovieran la formación de hormigueros. La evidencia de los defectos encontrados en los especímenes colados el 26 de mayo, se puede observar en la Figura 21.

De los especímenes colados el 26 de mayo, fue necesario realizar reparaciones a 2 especímenes. Para este proceso, se removió manualmente con mazo y cincel el concreto en las zonas defectuosas, con un soplador se limpió la superficie de polvo y se colocaron paneles de encofrado. La reparación se realizó con concreto con un alto contenido de pasta. No se utilizó ningún producto como puente de adherencia, solamente se saturó la superficie a reparar, sin que quedara agua libre. En la Figura 22 se presenta el proceso de reparación realizado el 2 de junio.



Figura 21. Defectos encontrados en los elementos colados el 26 de mayo.



Figura 22. Espécimen fabricado el 26 de mayo, reparado el 2 de junio.

El 2 de junio solamente se reparó uno de los 2 elementos, ya que inicialmente se consideró que los hormigueros en el otro espécimen, podrían ser reparados con epóxico; no obstante, después de realizar los trabajos de acabado superficial en el mismo, se evidenció que los defectos tenían profundidades superiores a los 3 cm. Por esta razón se tomó la decisión de reparar este elemento con un mortero estructural. Se utilizó *Five Star Structural Concrete*, ya

que se consideró el producto más adecuado, debido a su alta resistencia inicial y adherencia integral al concreto existente. El trabajo de reparación descrito anteriormente, se realizó el 12 de agosto de 2014 (ver Figura 23).

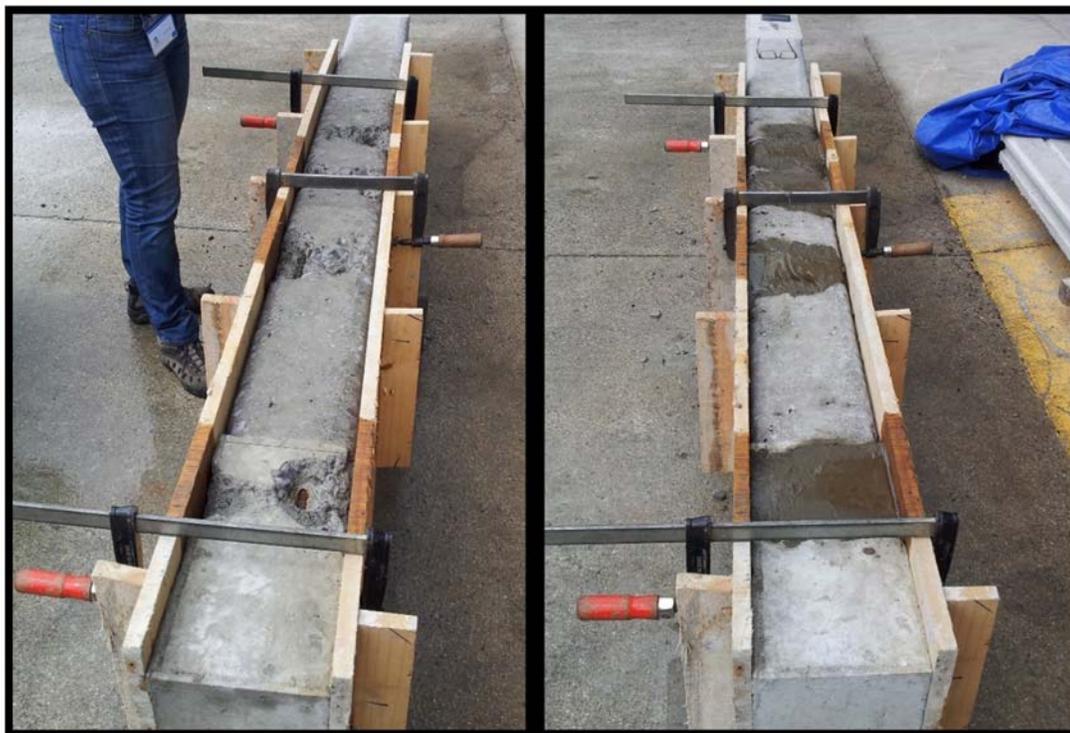


Figura 23. Reparación con mortero estructural realizada el 12 de agosto.

#### **2.4.2 Acabado de la superficie de las vigas**

Como se mencionó anteriormente, el sistema de refuerzo externo de CFRP requiere la utilización de una resina epóxica, para lograr adherir la fibra de carbono con el elemento a reforzar. Por lo tanto, es necesario dar un acabado especial a la superficie del elemento de concreto. Además, con el fin de disminuir la concentración de esfuerzos en la fibra de carbono, se debe redondear los vértices en las zonas donde se colocará el refuerzo de CFRP.

El ACI 440 recomienda para los vértices y zonas donde puedan ocurrir concentraciones de esfuerzos, un radio mínimo de 13 mm; sin embargo, se decidió utilizar un radio mayor al mínimo recomendado para evitar por completo algún problema relacionado con este aspecto. Los vértices de los especímenes se redondearon con un radio de aproximadamente 30 mm, para esto, se marcó en el elemento los 30 mm (ver Figura 24) y se procedió a remover el

concreto con ayuda de una esmeriladora y un disco de desbaste de concreto (ver Figura 25), finalmente se verificó el radio con ayuda de una guía fabricada en madera como se muestra en la Figura 25.



Figura 24. Radio de 30 mm en los vértices de los especímenes.



Figura 25. Acabado de vértices con esmeriladora y disco de desbaste de concreto.

También fue necesario remover la "lechada" superficial en los especímenes por dos motivos: para obtener una rugosidad adecuada y mejorar la adherencia del sistema CFRP, y para exponer las imperfecciones ocasionadas por las pequeñas burbujas de aire que quedan atrapadas durante la colada del concreto (ver Figura 26). Para esto se utilizó un disco de desbaste de concreto.



Figura 26. Imperfecciones en el concreto expuestas al remover la "lechada" superficial.

Una vez que se obtuvo el acabado deseado, se limpiaron los elementos con ayuda de una hidro lavadora. En esta etapa del proceso constructivo de los especímenes, se observó en varios de estos, grietas longitudinales ubicadas en las caras laterales a la altura del refuerzo longitudinal de lecho superior (ver Figura 27).

Se estudió el ancho y la profundidad de dichas grietas removiendo el concreto en los alrededores de las mismas; el ancho de las grietas era de aproximadamente 1 mm, por lo que según especifica Sika, debía ser necesario inyectar las grietas con epóxico. No obstante, como se puede observar en la Figura 28, la profundidad de dichas grietas no supera los 2 mm, por lo que se consideró que no afectaban el desempeño estructural de los especímenes.

Para asegurarse de que las grietas de los demás elementos también eran superficiales, se estudió las mismas mediante el sondeo con un trozo de lámina metálica.



Figura 27. Grietas longitudinales a la altura del acero longitudinal de lecho superior.



Figura 28. Exploración realizada a una de las grietas longitudinales encontradas.

Finalmente, fue necesario reparar todas las imperfecciones superficiales encontradas. Para esto se utilizó *Miraclebond 1350* producido por *Adhesives Technology Corp.* El cual es un epóxico liso de dos componentes 100% sólidos (resina color blanco y endurecedor gris oscuro), y libre de solventes. Se utilizó *Miraclebond 1350* ya que posee una alta resistencia, no deforma y es insensible a la humedad, por lo que es ideal para la reparación de grietas y hoyos en concreto.

Para garantizar una adherencia adecuada del sistema CFRP, se debió reparar todas las irregularidades superficiales que superaran los 2 mm de diámetro. En la Figura 29 se puede apreciar el acabado final de la superficie de los especímenes, antes de ser colocado el sistema CFRP.



Figura 29. Acabado final de la superficie de los elementos a reforzar.

### 2.4.3 Colocación del refuerzo externo de CFRP

Para la colocación del sistema CFRP se contó con la colaboración de mano de obra calificada por parte de Constructora ANED y TecnoSagot. Antes de colocar el refuerzo de CFRP, se limpió con acetona la superficie de todos los especímenes, para remover las partículas de polvo. Posteriormente, se procedió a revisar la humedad superficial de los elementos; ya que de esta depende la adecuada adherencia de la resina epóxica con el concreto. En la ficha técnica del producto se recomienda una humedad inferior al 4%. Se hicieron 4 mediciones en cada elemento; como se observa en la Figura 30, se obtuvo un valor promedio de humedad superficial de 4,3%, el cual excede el límite recomendado por el fabricante en menos del 10%, por lo que se consideró adecuado.



Figura 30. Medición de humedad superficial, al momento de la colocación de la fibra.

La resina de impregnación Sikadur 301 se preparó mezclando los componentes A y B en proporción por volumen de 3 a 1 respectivamente, para esto se utilizó un mezclador mecánico de bajas revoluciones durante 5 minutos. Una vez lista la resina, se impregnó las tiras de fibra de carbono SikaWrap 300C por ambos lados, y se impregnó las superficie de los

especímenes a reforzar. La fibra se colocó a mano, verificando que el refuerzo quedara libre de burbujas de aire. En la Figura 31 y Figura 32 se puede apreciar el proceso de colocación de la fibra.



Figura 31. Proceso de colocación del sistema CFRP.



Figura 32. Especímenes de ensayo con sistema de reforzamiento externo de CFRP.

## **2.5 Montaje del ensayo de falla de los especímenes**

### **2.5.1 Apoyos**

Para recrear la condición de apoyo simple en el laboratorio, se utilizaron “burras” metálicas cuya parte superior posee un cilindro de 125 mm de diámetro relleno de concreto, en el cual se apoyan los especímenes. En este mismo punto de apoyo se encuentran arriostradas, para darle mayor rigidez, y transmitir mejor las fuerzas hacia el piso fuerte del laboratorio.

Antes de iniciar el ensayo de falla, se verificó que la longitud entre apoyos fuera correcta según se describe en la Sección 2.2.2 (la medición se realizó con una cinta métrica con una tolerancia de  $\pm 0,5$  mm).

### **2.5.2 Actuadores**

Para la falla de los elementos de control, se utilizó un pistón hidráulico cuya carga máxima es de 500 kN, el cual está instrumentado y permite obtener el historial de carga en digital. La configuración del mismo se realizó por desplazamientos (0,083 mm/s), ya que facilita la estabilidad de los elementos cargados durante la prueba. Para la falla de los elementos reforzados con CFRP no fue posible utilizar el mismo pistón, ya que sufrió un desperfecto durante una prueba ajena a este proyecto de graduación, por lo tanto se utilizó un pistón hidráulico con una carga máxima de 800 kN, sin embargo, fue necesario realizar las lecturas de carga y deflexión de forma manual, ya que el actuador no contaba con la instrumentación necesaria. Además, se tuvo que configurar la prueba por carga (0,83 kN/s) ya que no se contaba con la opción de configuración por desplazamientos.

Las fuerzas del pistón se transmitían a una viga de acero de “perfil W” de 40 cm de peralte, y esta le transmitía la carga a 2 cilindros de acero sólidos de 100 mm de diámetro capeados con pasta de yeso-cemento, los cuales simulaban las cargas puntuales aplicadas al elemento de ensayo. En la Figura 33 y Figura 34 se muestran los esquemas del montaje de la prueba para las vigas de control y las vigas reforzadas con CFRP respectivamente.

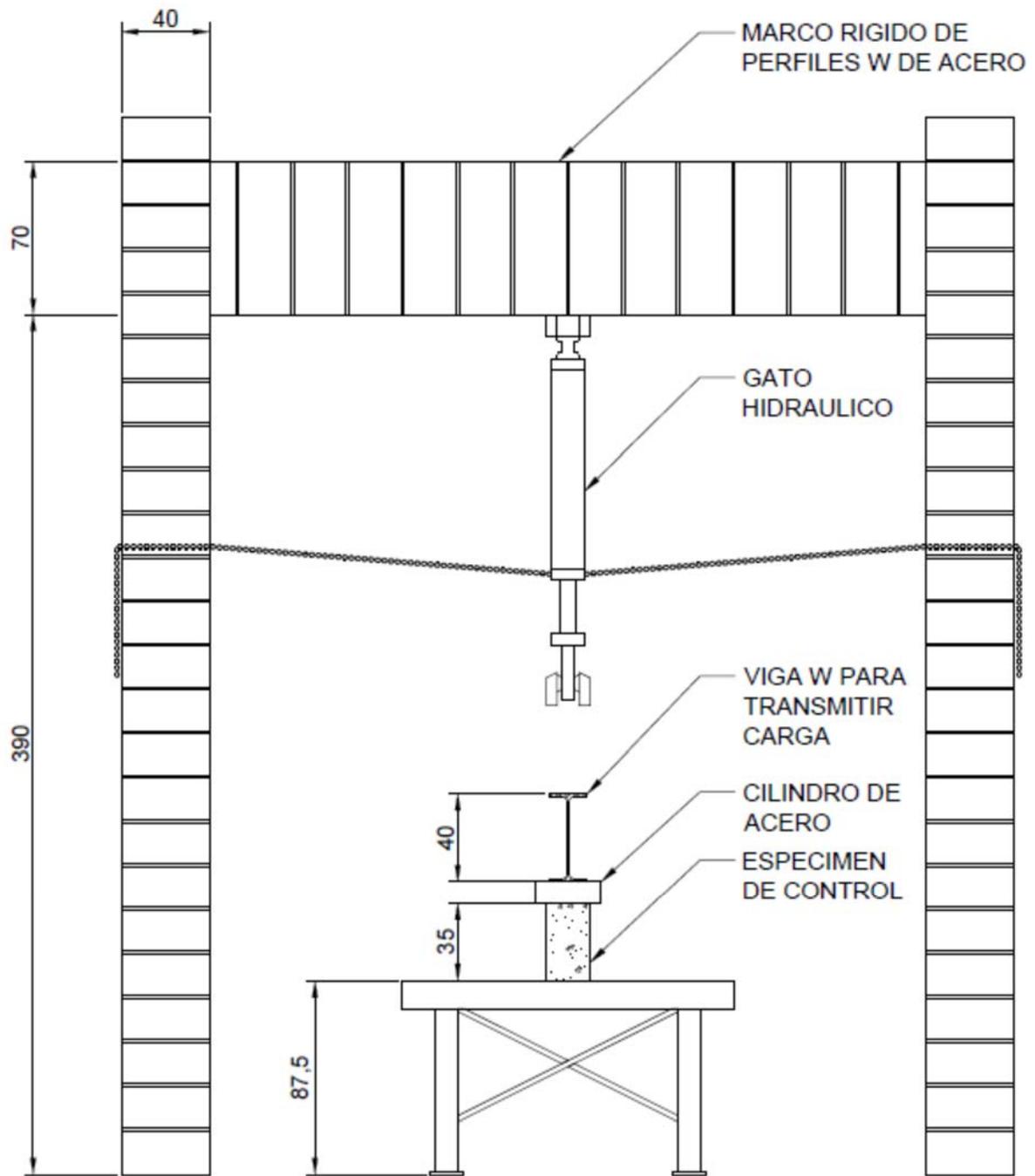


Figura 33. Montaje experimental para falla de especimenes de control.

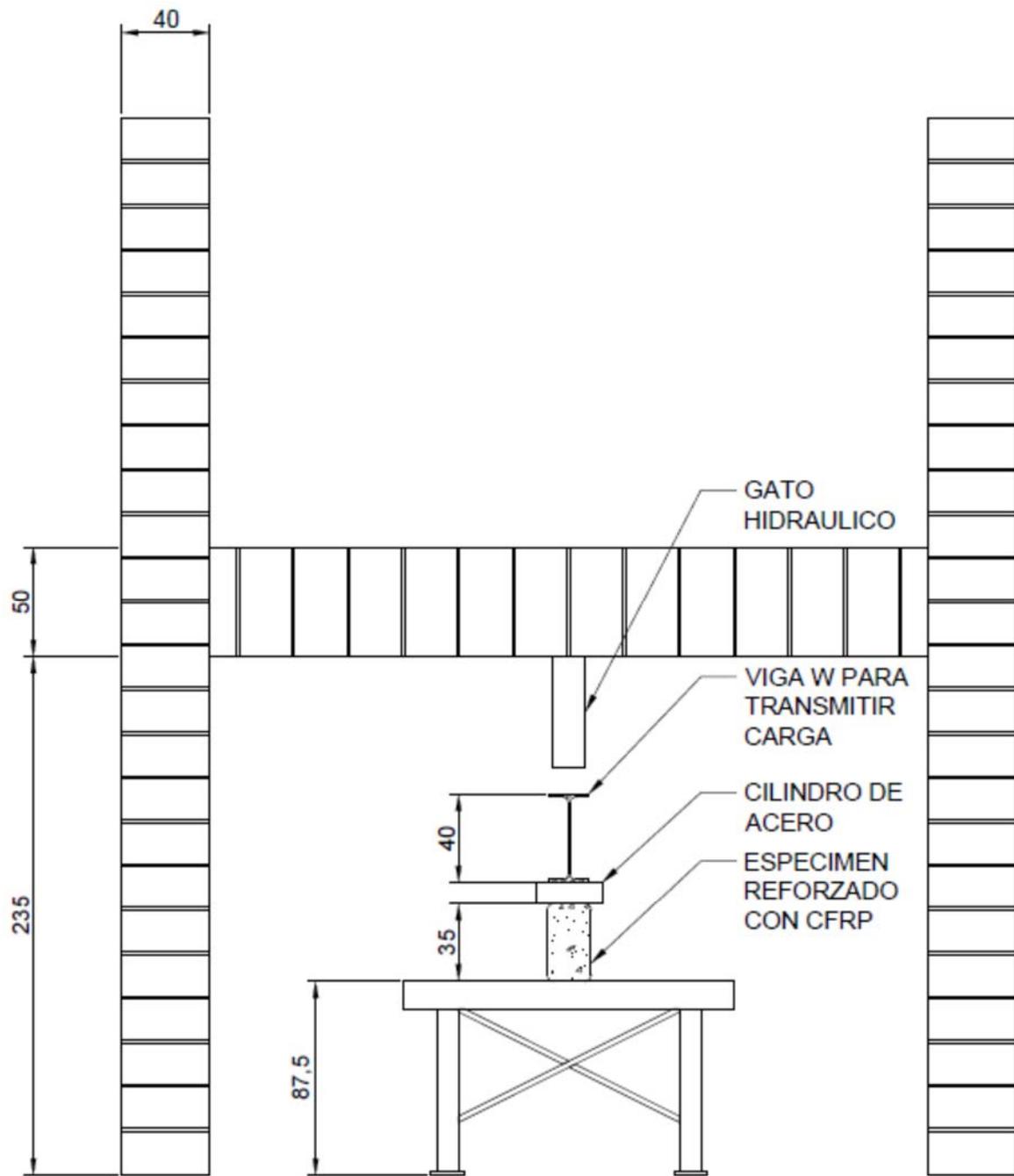


Figura 34. Montaje experimental para falla de especímenes reforzados con CFRP.

### **2.5.3 Instrumentación**

Tanto los elementos de control como los elementos reforzados con CFRP, se instrumentaron con 2 extensómetros lineales del tipo *linear variable differential transformer* (LVDT), con una extensión máxima de 50 mm. Los extensómetros se colocaron en el centro de los especímenes, ya que, como se explicó en la Sección 2.2.2, a esta longitud se da la deflexión máxima. Se colocó un extensómetro en cada cara lateral de la viga, con el fin de obtener información redundante en caso de alguna eventualidad, ya que la información que se obtuvo a partir de los LVDT's, es vital para construir los gráficos que se presentan en la Sección 3.1, y que ayudan a comparar el comportamiento de los especímenes de ensayo.

### **2.5.4 Monitoreo del agrietamiento**

Los patrones de agrietamiento son importantes para identificar el tipo de falla del espécimen, así como su comportamiento a lo largo de todo el historial de carga. Sin embargo, por motivos de seguridad, se tomó la decisión de grabar los ensayos en video, y posteriormente con ayuda de estos, estudiar los patrones de agrietamiento durante la prueba. Al finalizar el ensayo, una vez descargado el elemento, se midió el ancho de grieta y se realizaron los esquemas mostrados en el Capítulo 3.

## CAPÍTULO 3: RESULTADOS EXPERIMENTALES

### 3.1 Resultados del ensayo de falla de los especímenes

En la presente sección se muestra los resultados obtenidos del ensayo de falla realizado a los especímenes. A las vigas de control, se les llamarán a partir de ahora: V-A (colada el 26 de mayo) y V-B (colada el 30 de mayo). Mientras que a las vigas reforzadas a cortante con fibra de carbono, se les llamará: VO-1 (colada 26 de mayo), VO-2 (colada el 30 de mayo), VO-3 (colada el 30 de mayo) y VO-4 (colada el 2 de junio).

#### 3.1.1 Comportamiento a cortante observado en los modelos

A continuación se presentan los gráficos de carga aplicada contra deflexión central para las vigas de control y las vigas reforzadas con CFRP (ver Figura 35 y Figura 36 respectivamente). Para la construcción de los mismos, se utilizó el promedio de las deflexiones registradas por los dos LVDT's. En el Cuadro 4, Cuadro 5, Cuadro 6 y Cuadro 7 se presenta los valores teóricos y los resultados experimentales de capacidad a cortante obtenidos, así como el respectivo incremento en la capacidad a cortante debido al reforzamiento con CFRP.

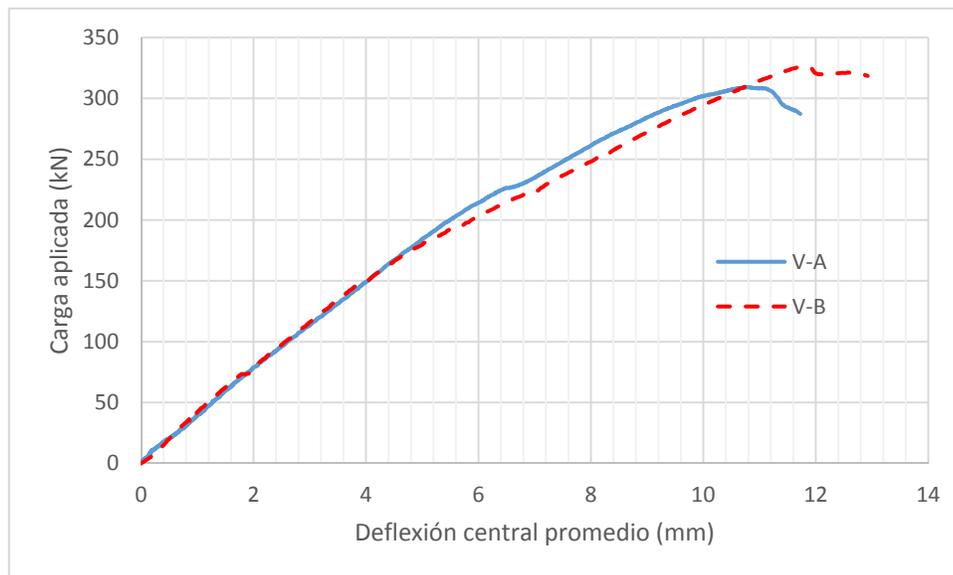


Figura 35. Gráfico comparativo de carga aplicada contra deflexión central para vigas de control.

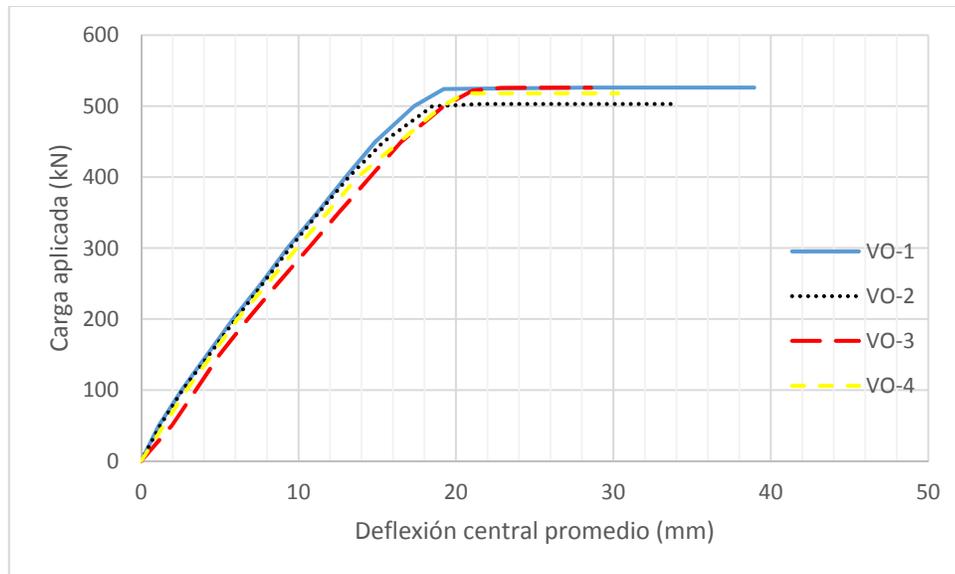


Figura 36. Gráfico comparativo de carga aplicada contra deflexión central para vigas reforzadas con CFRP.

Cuadro 4. Resultados experimentales obtenidos del ensayo de falla de los especímenes.

	V-A	V-B	VO-1	VO-2	VO-3	VO-4
<b>Carga máxima (kN)</b>	309,19	326,26	526,33	503,48	526,06	518,33
<b>Cortante asociado a la carga máxima (KN)</b>	154,60	163,13	263,17	251,74	263,03	259,17
<b>Deflexión asociada a la carga máxima (mm)</b>	10,80	11,80	19,21	21,59	22,86	20,58
<b>Carga última (kN)</b>	287,16	318,52	526,33	503,48	526,06	518,33
<b>Cortante asociado a la carga última (KN)</b>	143,58	159,26	263,17	251,74	263,03	259,17
<b>Deflexión asociada a la carga última (mm)</b>	11,72	12,92	38,95	33,95	28,59	30,31

Cuadro 5. Comparación entre resultados experimentales y valores teóricos para los especímenes de control.

	V-A	V-B	Promedio
<b>Capacidad a cortante teórica (kN)</b>	93,31	93,31	93,31
<b>Capacidad a cortante teórica corregida (kN)</b>	124,12	124,15	124,14
<b>Capacidad a cortante teórica corregida según Zsutty (1971) (kN)</b>	156,64	156,67	156,66
<b>Capacidad a cortante experimental (kN)</b>	154,60	163,13	158,86
<b>Diferencia entre capacidad a cortante experimental y teórica corregida</b>	24,56 %	31,40 %	27,97 %
<b>Diferencia entre capacidad a cortante experimental y teórica según Zsutty (1971)</b>	1,3 %	4,12 %	1,4 %

Cuadro 6. Comparación entre los resultados experimentales y valores teóricos para los especímenes reforzados con CFRP.

	VO-1	VO-2	VO-3	VO-4	Promedio
<b>Capacidad a cortante teórica (kN)</b>	149,64	149,64	149,64	149,64	149,64
<b>Capacidad a cortante teórica corregida (kN)</b>	180,46	180,48	180,48	175,65	179,27
<b>Capacidad a cortante teórica corregida según Zsutty (kN)</b>	212,97	213,00	213,00	206,87	211,46
<b>Capacidad a cortante experimental (kN)</b>	263,17	251,74	263,03	259,17	259,28
<b>Diferencia entre capacidad a cortante experimental y teórica corregida</b>	45,83%	39,48%	45,74%	47,55%	44,63%
<b>Diferencia entre capacidad a cortante experimental y teórica según Zsutty</b>	23,57%	18,19%	23,49%	25,28%	22,61%

Cuadro 7. Incremento teórico y experimental en la capacidad a cortante para los especímenes reforzados con CFRP respecto al promedio de los especímenes de control.

	Incremento teórico		Incremento teórico corregido		Incremento experimental	
	Absoluto (kN)	Porcentual (%)	Absoluto (kN)	Porcentual (%)	Absoluto (kN)	Porcentual (%)
<b>VO-1</b>	56,33	60	56,32	45	104,30	66
<b>VO-2</b>	56,33	60	56,34	45	92,88	58
<b>VO-3</b>	56,33	60	56,34	45	104,17	66
<b>VO-4</b>	56,33	60	51,52	42	100,30	63
<b>Prom</b>	56,33	60	55,13	44	100,41	63

En el Cuadro 8 se presentan los resultados obtenidos por González (2015) para especímenes idénticos a los evaluados en el presente trabajo, con refuerzo de CFRP con envoltura en "U". Una discusión más detallada de los resultados obtenidos por González (2015) se muestra en el Capítulo 4.

Cuadro 8. Incremento teórico y experimental en la capacidad a cortante para especímenes reforzados con CFRP con envoltura en "U".

	Incremento teórico		Incremento teórico corregido		Incremento experimental	
	Absoluto (kN)	Porcentual (%)	Absoluto (kN)	Porcentual (%)	Absoluto (kN)	Porcentual (%)
<b>VU-1</b>	40,05	37	47,96	39	84,07	53
<b>VU-2</b>	40,05	37	39,26	32	68,32	43
<b>VU-3</b>	40,05	37	47,98	39	78,89	50
<b>VU-4</b>	40,05	37	47,98	39	63,06	40
<b>Prom</b>	40,05	37	45,79	37	73,59	46

Fuente: González, 2015. Modificado por: Obando, 2015.

### **3.1.2 Proceso de agrietamiento observado**

Durante el ensayo de falla, se observó los patrones de agrietamiento de los especímenes, los cuales permiten estudiar de mejor manera el tipo de falla y el comportamiento del elemento.

En la Figura 37 y la Figura 38 se presentan los esquemas de agrietamiento observados para los especímenes de control, se puede apreciar en dichas figuras un comportamiento de falla frágil. En el Capítulo 4 se realizó una discusión más detallada de los patrones de agrietamiento de las vigas patrón.

En la Figura 39, Figura 40, Figura 41 y Figura 42 se muestra el agrietamiento observado en las vigas reforzadas con CFRP junto con el gráfico de carga aplicada contra deflexión respectivo.

Es importante mencionar que no se implementó ningún tipo de instrumentación de los especímenes para controlar el agrietamiento durante el proceso de falla, y los esquemas de agrietamiento mostrados, son ilustraciones realizadas por el autor durante el ensayo.

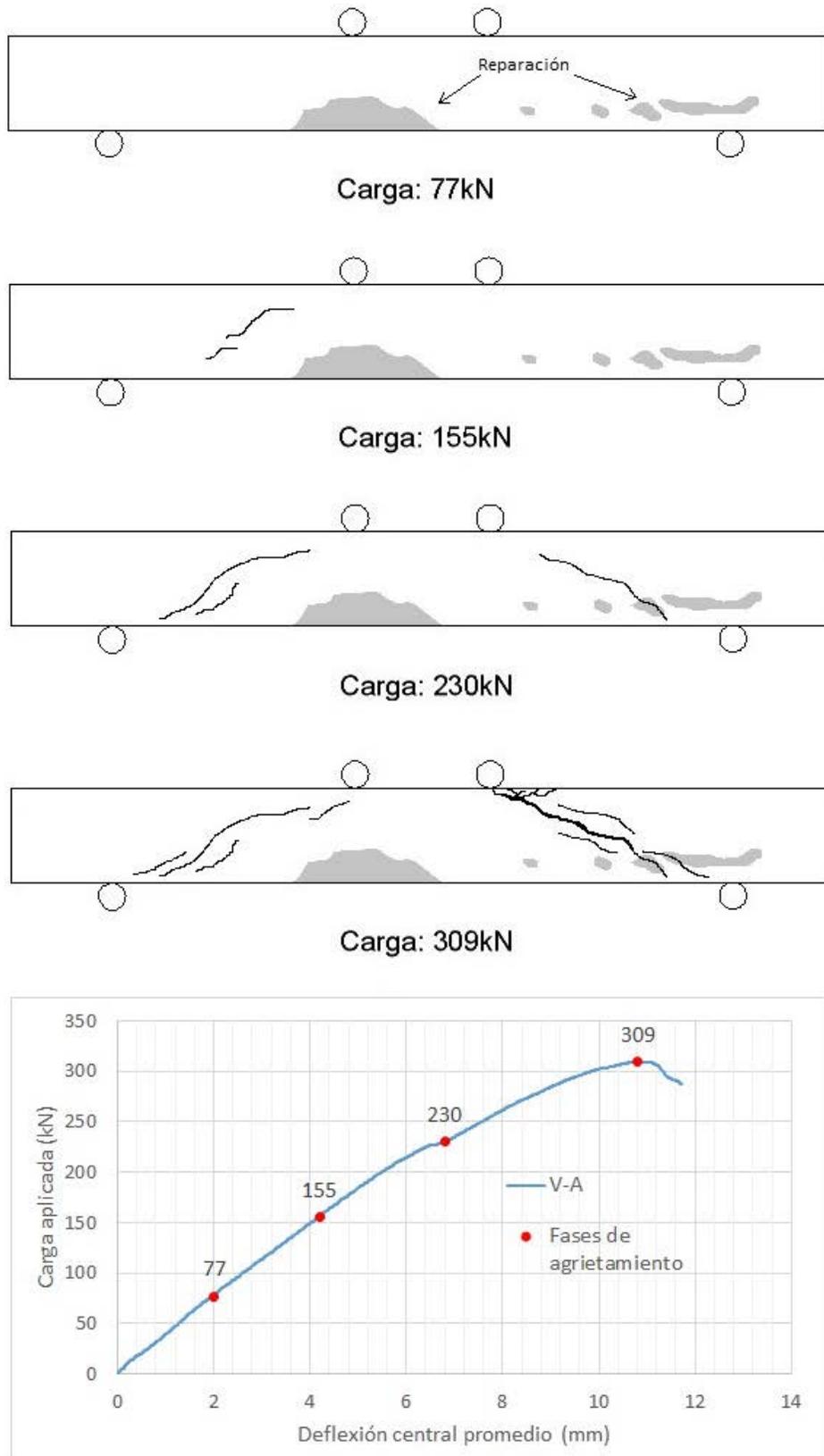


Figura 37. Esquema de agrietamiento observado en la viga V-A.

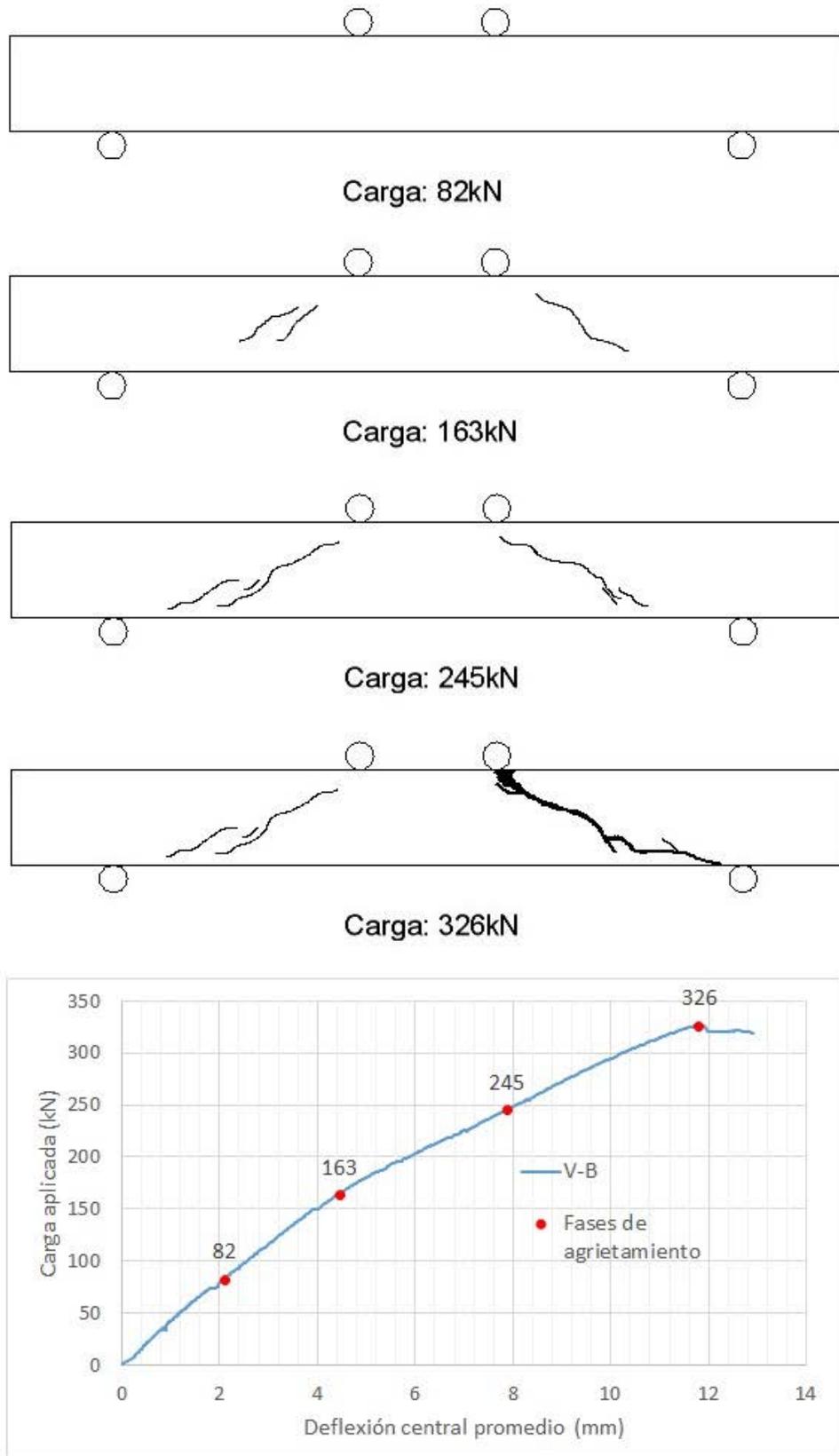
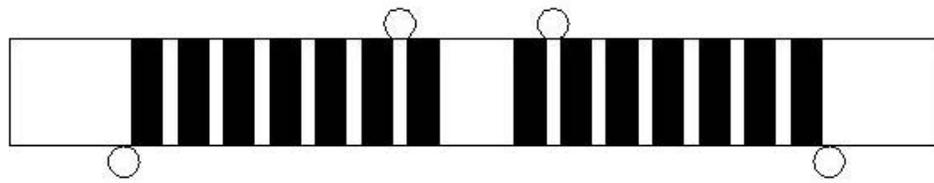
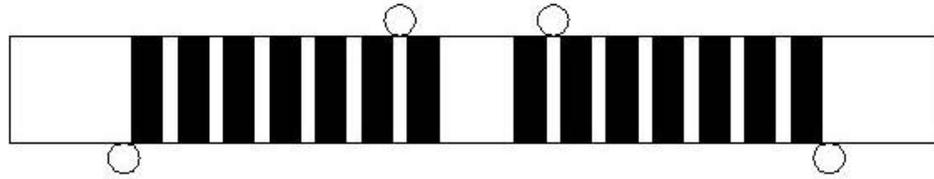


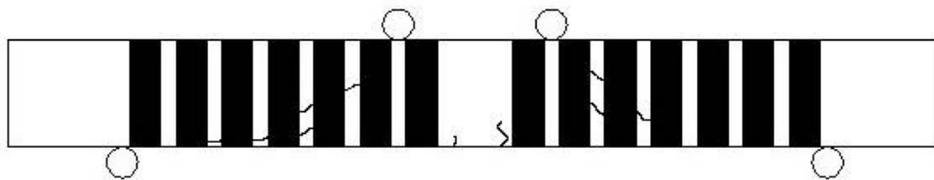
Figura 38. Esquema de agrietamiento observado en la viga V-B.



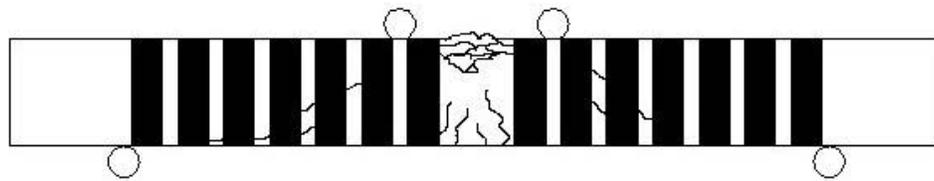
Carga: 132kN



Carga: 263kN



Carga: 395kN



Carga: 526kN

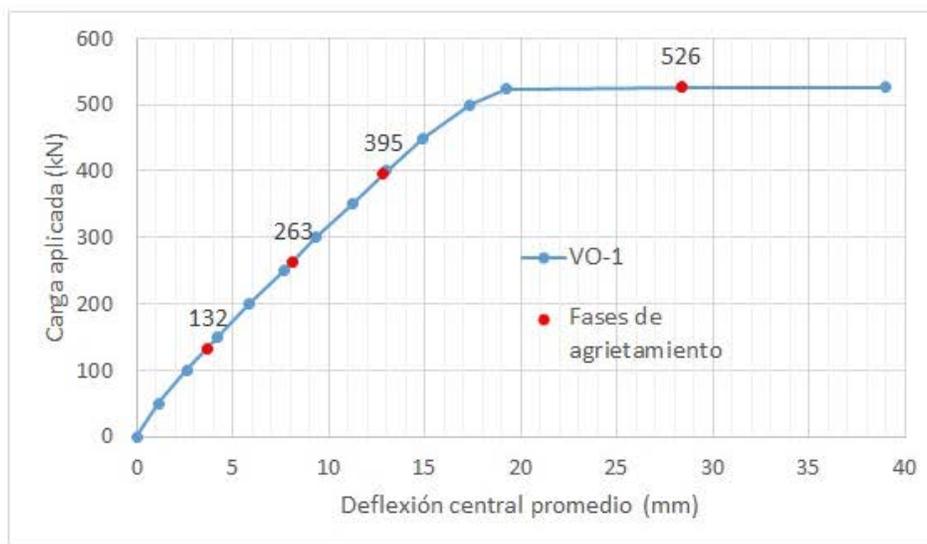
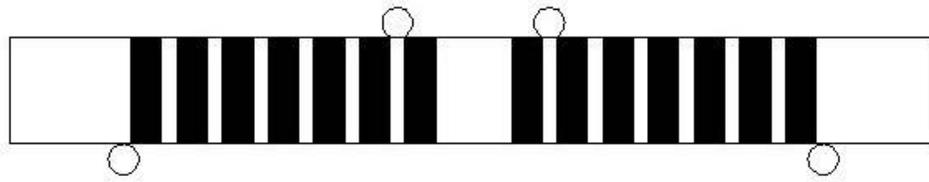
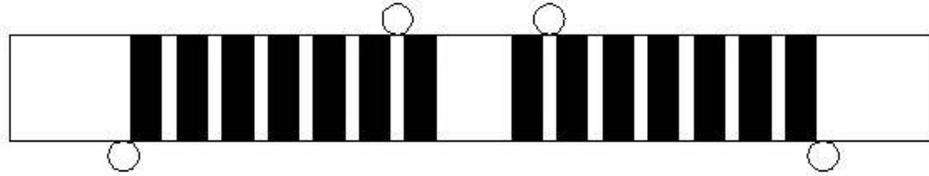


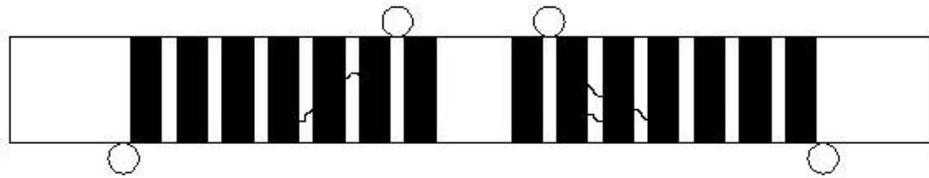
Figura 39. Esquema de agrietamiento observado en la viga VO-1.



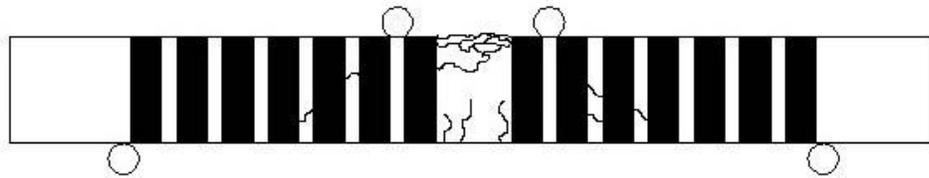
Carga: 126kN



Carga: 252kN



Carga: 378kN



Carga: 503kN

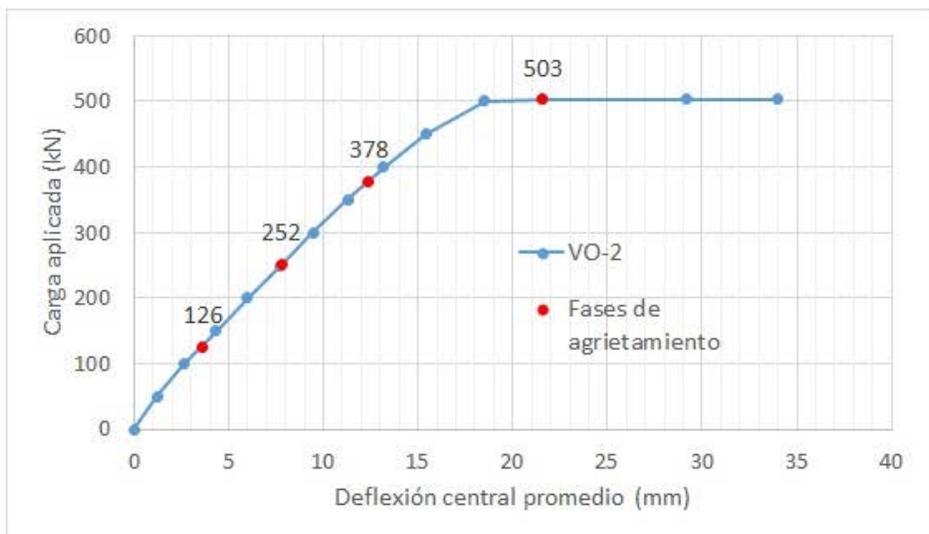
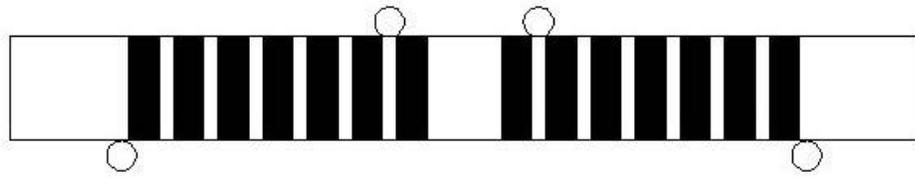
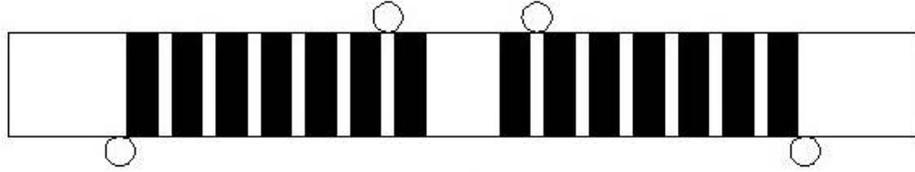


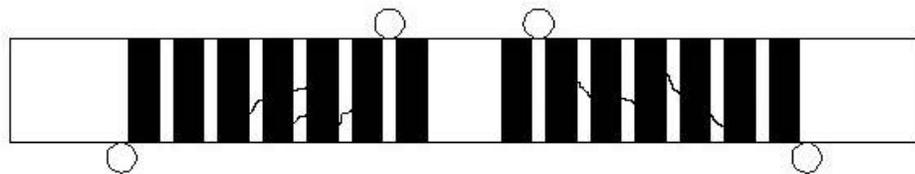
Figura 40. Esquema de agrietamiento observado en la viga VO-2.



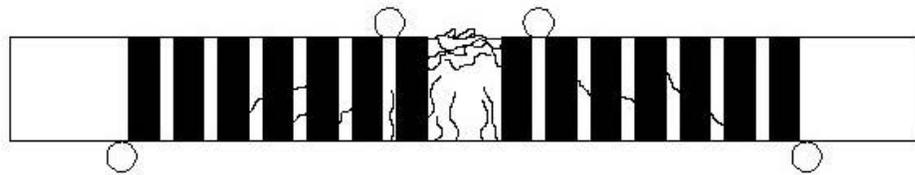
Carga: 132kN



Carga: 263kN



Carga: 395kN



Carga: 526kN

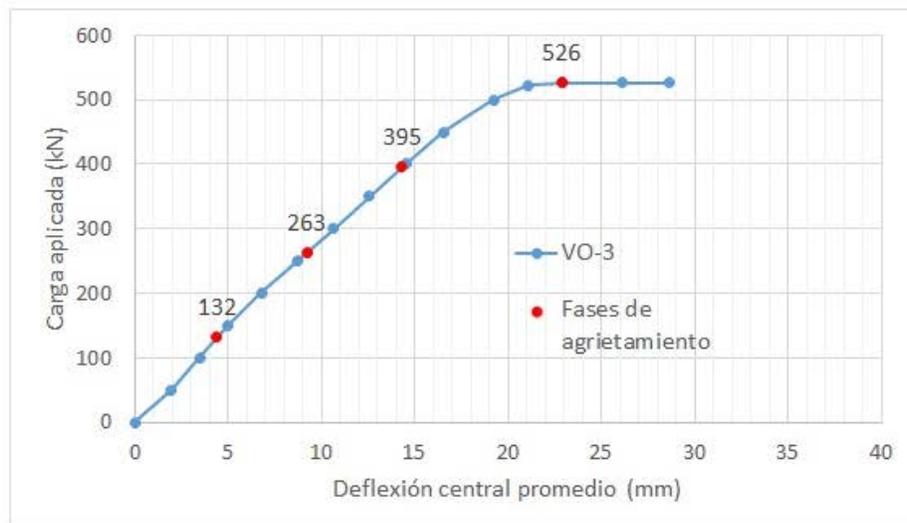
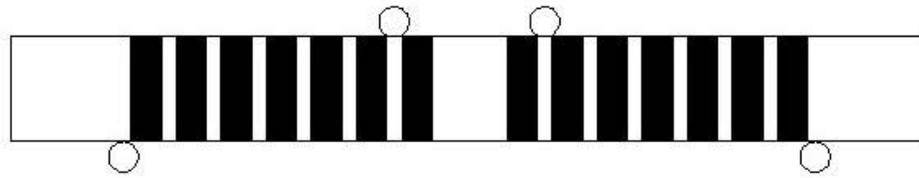
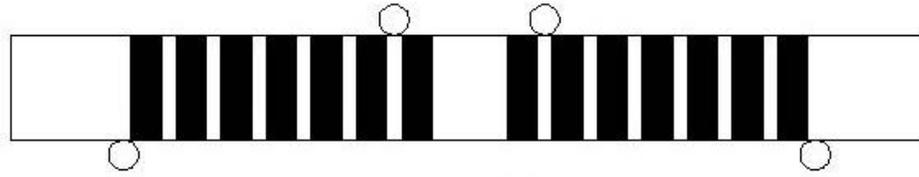


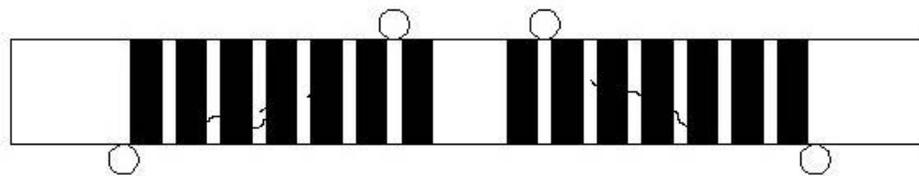
Figura 41. Esquema de agrietamiento observado en la viga VO-3.



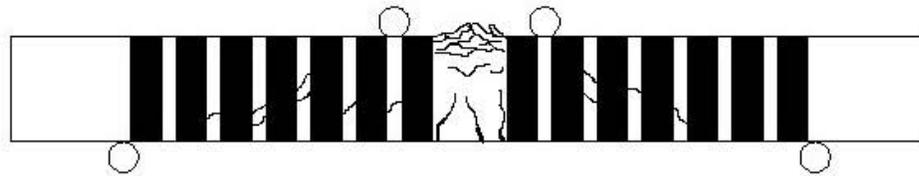
Carga: 130kN



Carga: 259kN



Carga: 389kN



Carga: 518kN

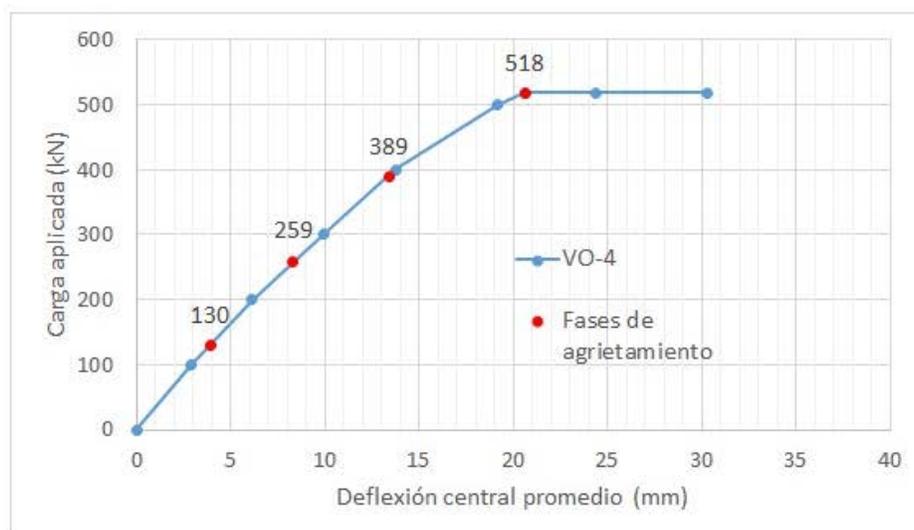


Figura 42. Esquema de agrietamiento observado en la viga VO-4.

## 3.2 Propiedades mecánicas de los materiales de construcción

### 3.2.1 Concreto

De cada colada realizada, se confeccionaron cilindros de concreto siguiendo las recomendaciones dadas por la norma ASTM C192. En el Cuadro 9 se presentan los resultados obtenidos de los cilindros de concreto (la resistencia a la compresión mostrada es el promedio de los 3 cilindros fallados, los resultados detallados se muestran en el Apéndice E).

Cuadro 9. Resistencia a la compresión del concreto obtenida en cilindros de prueba.

Fecha de confección	Edad (días)	Resistencia a la compresión teórica (MPa)	Resistencia a la compresión experimental (MPa)
26/05	28	28	29,95
30/05	28	28	30,71
02/06	28	28	25,78
26/05	129	28	37,69
30/05	125	28	37,72
02/06	122	28	31,49

### 3.2.2 Acero

Se utilizó acero para refuerzo longitudinal que cumple con la norma ASTM A 706. Según esta norma, el ensayo de determinación del esfuerzo de fluencia, debe realizarse de acuerdo al anexo A9 de la norma ASTM A 370. Se ensayaron 6 probetas de varilla #8 grado 60, en el Cuadro 10 se muestran los resultados obtenidos (las probetas 1, 2 y 3 se obtuvieron de una misma varilla, y las probetas 4, 5 y 6 de otra varilla).

Cuadro 10. Resultados de esfuerzo a tensión de la varilla #8 grado 60.

Identificación	Diámetro nominal (mm)	Área (mm <sup>2</sup> )	Esfuerzo fluencia (MPa)		Esfuerzo máximo (MPa)	
			teórico	experimental	teórico	experimental
<b>1</b>	25,4	506,71	420	441,48	550	628,86
<b>2</b>	25,4	506,71	420	440,47	550	628,82
<b>3</b>	25,4	506,71	420	442,82	550	628,94
<b>4</b>	25,4	506,71	420	461,80	550	623,48
<b>5</b>	25,4	506,71	420	467,13	550	627,42
<b>6</b>	25,4	506,71	420	463,29	550	626,12
<b>Promedio</b>	25,4	506,71	420	452,83	550	627,28

Para el refuerzo transversal se usó varilla grafilada de 5,25 mm que cumple con la norma ASTM A 496. Según esta norma, el ensayo de determinación del esfuerzo de fluencia, debe realizarse de acuerdo a la norma ASTM A 370. Se ensayaron 6 probetas de varilla grafilada, en el Cuadro 11 se muestran los resultados obtenidos.

Cuadro 11. Resultados de esfuerzo a tensión de la varilla grafilada.

Identificación	Diámetro nominal (mm)	Área (mm <sup>2</sup> )	Esfuerzo fluencia (MPa)		Esfuerzo máximo (MPa)
			teórico	experimental	
<b>VG-1</b>	5,25	21,65	350	601,5	650,3
<b>VG-2</b>	5,25	21,65	350	634,0	652,3
<b>VG-3</b>	5,25	21,65	350	647,4	661,3
<b>VG-4</b>	5,25	21,65	350	619,9	650,9
<b>VG-5</b>	5,25	21,65	350	640,1	650,6
<b>VG-6</b>	5,25	21,65	350	645,6	664,6
<b>Promedio</b>	5,25	21,65	350	631,4	655,0

## CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 4.1 Análisis del comportamiento de las vigas

En lo que respecta a las vigas de control, se puede apreciar un comportamiento muy similar entre ambos especímenes. Observando el Cuadro 4 para la viga V-A, se puede apreciar que el valor de cortante asociado a la carga última, representa un 92,9% del valor de cortante asociado a la carga máxima, lo que significa que son muy similares; sumado a esto, la deformación asociada a la carga última es de apenas el 109% (aproximadamente 1 mm de diferencia entre ambas) de la deformación asociada a la carga máxima, mostrando un comportamiento de falla frágil, como es de esperar para la falla de un elemento de concreto por cortante.

Para el caso de la viga V-B (ver Cuadro 4), el cortante asociado a la carga última es un 98% del asociado a la carga máxima, y la deformación asociada a la carga última es el 109% de la asociada a la carga máxima; manteniéndose así el mismo comportamiento en ambos especímenes.

Si se estudia los gráficos de carga aplicada contra deformación central para las vigas V-A y V-B, presentados en la Figura 35. Se puede notar que la curva se comporta prácticamente como una línea recta antes de alcanzar el valor de carga máxima, evidenciando un comportamiento elástico en ambas vigas de control. Si comparamos las pendientes del rango elástico de ambos gráficos, observamos que la viga V-A tiene una rigidez ligeramente mayor a la viga V-B, no obstante, analizando cualitativamente la Figura 35 se observa que ambos especímenes se comportan prácticamente igual hasta llegar cerca de los 200 kN. Esto concuerda con la teoría ya que ambos especímenes poseen concretos con resistencia a la compresión y geometría muy similares (ver Cuadro 9). Si bien es cierto, al espécimen V-A se le realizó una reparación, la misma se hizo en la zona en que se generan esfuerzos de tensión (por lo que se puede asumir que el concreto prácticamente no trabaja), por lo tanto no se considera que esto haya afectado la rigidez del espécimen.

En el Apéndice F se presenta el estado de la viga V-A después de la falla, se observaron grietas de cortante de hasta 7 mm de abertura, no se observó agrietamiento debido a

flexión. Es importante mencionar que la grieta parece desarrollarse desde la carga puntual hasta el apoyo, por lo que se puede pensar que a pesar de seguir las recomendaciones dadas por Padilla y Jiménez, siempre se presentó un leve comportamiento de viga alta, sin embargo esto no afectó gravemente los resultados (porcentaje de diferencia en promedio entre valores teóricos corregidos y resultados experimentales de 28%).

En el Cuadro 5, se muestra una comparación entre los especímenes de control. Como se puede apreciar, el promedio del cortante experimental obtenido es un 170% del valor de cortante teórico, y un 128% del valor de cortante teórico corregido. Este incremento en la resistencia a cortante experimental respecto a la teórica, puede deberse a que la fórmula utilizada por el ACI 318 (Ecuaciones 12 y 13) para calcular el aporte del concreto a la resistencia al cortante, es muy conservadora; sumado a esto, el efecto del comportamiento de viga alta también se refleja en un aumento en la resistencia a cortante. No obstante, el dimensionamiento del elemento con una relación  $a_v/d > 3$ , mostró resultados más precisos que los obtenidos en investigaciones anteriores.

El porcentaje de diferencia entre los resultados experimentales y los aproximados teóricamente mediante la expresión de Zsutty (Ecuación 15), son muy bajos (en promedio 1,4%). Lo que demuestra la gran precisión de esta ecuación para calcular el aporte del concreto a la capacidad a cortante en vigas esbeltas. Los valores promedio mostrados en el Cuadro 5, son los valores que se utilizaron para comparar los especímenes de control con los reforzados con CFRP.

Analizando el comportamiento de las vigas reforzadas con CFRP, se debe aclarar que los valores de carga última, cortante último y deflexión última, solamente se deben tomar como una referencia, ya que en el ensayo experimental, no se llevó los especímenes reforzados con CFRP hasta una condición última como tal; ya que una vez alcanzado el valor de carga máximo, el elemento continuó deformándose bajo la misma carga (rango plástico), y por razones que se explicarán más adelante, no era de interés para este proyecto llevar los elementos hasta una condición última. Por este motivo se enfocará el análisis en los valores máximos.

El comportamiento observado de los especímenes reforzados con CFRP se ilustra en la Figura 36. En general los 4 elementos presentaron un comportamiento muy similar; lo que ocurrió es que, al llegar a valores entre los 250 kN y 300 kN se forman las grietas de cortante, sin embargo, el refuerzo de fibra de carbono no permite que la grieta se abra, por lo tanto el elemento mantiene su capacidad para resistir carga y continúa subiendo en la curva en el rango elástico, hasta que el acero de refuerzo longitudinal a tensión empieza a fluir aproximadamente a los 450 kN de carga aplicada. En este punto, se forman las grietas verticales en la cara inferior de la región central del elemento, que es la zona en la cual se da el momento máximo; simultáneamente, el concreto empieza a fallar en la zona de bloque de compresión por aplastamiento. En este punto, el elemento pierde su capacidad para resistir más carga y continúa deformándose manteniendo un valor de carga máxima constante (rango plástico). En el Apéndice F se muestran las fotografías documentadas de la falla de los especímenes.

El comportamiento descrito en el párrafo anterior es claramente el de una falla a flexión en transición, tal y como se predijo en el diseño de los elementos según el ACI 318, cuya memoria de cálculo se presenta en los Apéndices A y B. Si bien es cierto, la falla de los especímenes por flexión, impidió obtener el aporte último del refuerzo de CFRP a la capacidad a cortante de los especímenes, se debe destacar que gracias al reforzamiento de los elementos con CFRP, se pasó de una falla frágil por cortante a una falla dúctil por flexión. Este comportamiento es deseable en una estructura, ya que al fallar el elemento se deforma notablemente sin colapsar, lo que permite que los ocupantes de la estructura evacuen para evitar pérdidas humanas durante un evento.

En la Figura 36, se puede observar los gráficos de carga aplicada contra deflexión central para los especímenes VO-1, VO-2, VO-3 y VO-4. En estos gráficos se ilustra el comportamiento descrito anteriormente. Se observa un comportamiento elástico prácticamente lineal, y un rango plástico claramente definido, en el cual se alcanza el máximo valor de carga. De estos gráficos también se puede destacar que la pendiente de la curva en el rango elástico permanece casi igual a la de los elementos de control, para observar esto de mejor manera, a continuación en la Figura 43, se superponen los gráficos de la Figura 35 y la Figura 36.

Observando la Figura 43, se puede afirmar que el sistema de reforzamiento de CFRP no afecta la rigidez del elemento. Esto se da, debido a que solamente se reforzó los elementos a cortante, y las deformaciones debidas a cortante, en elementos con características como las de los especímenes ensayados (relación  $h/L \approx 0,15$ ), representan aproximadamente el 5% de la deformación total, es decir, la deformación sufrida por los especímenes durante la prueba, está gobernada mayormente por flexión, y no se está aplicando ningún reforzamiento a flexión.

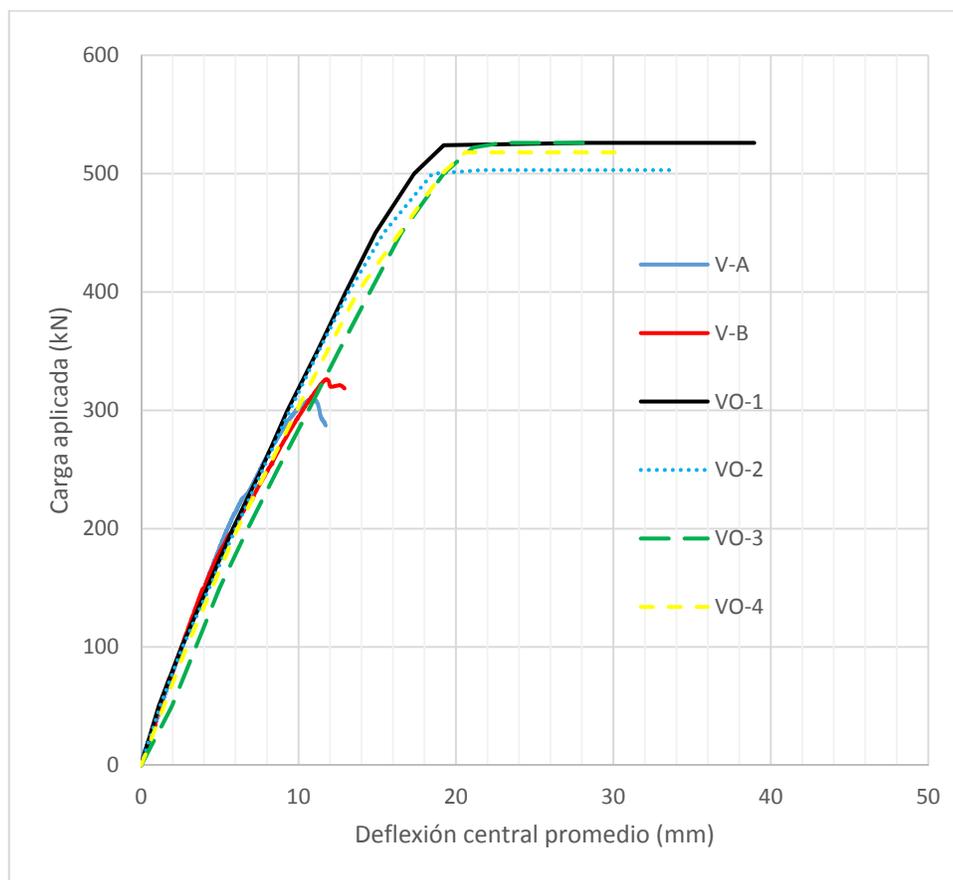


Figura 43. Comparación entre gráficos de carga aplicada contra desplazamiento de vigas de control y reforzadas con CFRP.

Por esto, es importante aclarar que el elemento se deforma más y adquiere mayor ductilidad, solamente porque continúa resistiendo carga en el rango elástico, hasta que llega al punto en

que falla por flexión y de ahí en adelante, el comportamiento del espécimen, no es del interés de este proyecto, ya que se está estudiando el comportamiento a cortante.

Continuando, en el Cuadro 6 y en el Cuadro 7, se hace una comparación entre los valores teóricos y los resultados experimentales de los elementos reforzados a cortante con fibra de carbono. Analizando principalmente el Cuadro 7, gracias al sistema de reforzamiento con CFRP, se logró un incremento promedio en la capacidad a cortante con respecto a las vigas de control de 100,41 kN, lo que significa un 63% de incremento experimental. Dicho valor sobrepasa tanto el 60% predicho teóricamente con la metodología del reglamento ACI 440, como el valor de incremento respecto a los valores teóricos corregidos, de 44%.

Analizando particularmente cada espécimen, todos sobrepasaron a cabalidad el 60% de incremento, a excepción del elemento VO-2 el cual presentó un 58%. Sin embargo, tomando en cuenta el gran aumento en la capacidad a cortante experimental de los especímenes de control, con respecto a la esperada teóricamente; se considera que este valor es aceptable y que la metodología de diseño de reforzamiento con sistemas de CFRP del ACI 440, es segura. Por otra parte, si se analizan los valores absolutos, se obtuvo una resistencia a cortante experimental de 100,41 kN, la cual es casi el doble de la calculada con la metodología de diseño del ACI 440, por lo que dicha metodología podría considerarse conservadora.

En el Cuadro 8 se presentan los resultados obtenidos por González (2015) de capacidad experimental a cortante de especímenes con refuerzo de CFRP en "U". Los especímenes ensayados por González (2015) poseían las mismas características que los especímenes ensayados en el presente trabajo. Comparando el Cuadro 7 con el Cuadro 8, se obtuvo un incremento en la capacidad a cortante debido al refuerzo de CFRP en "U" de 46%, mientras que para el refuerzo de CFRP con envoltura perimetral se obtuvo un incremento del 63% (se debe tener presente que este valor de incremento en la capacidad a cortante puede ser aún mayor, pero al darse la falla por flexión este fue el valor máximo obtenido).

Si bien es cierto, la diferencia de aporte a cortante entre ambas configuraciones de envoltura es alta (17%), el reforzamiento con envoltura perimetral presenta más complicaciones constructivas que la envoltura en "U", ya que en ciertos casos, existen otros elementos de la

estructura que impiden el acceso a todo el perímetro del elemento a reforzar, tal es el caso de vigas "T" con losas coladas monolíticamente, columnas que actúan como elemento de borde de un muro estructural, entre otros.

De la Figura 37 a la Figura 42, se esquematiza el proceso de agrietamiento sufrido por cada espécimen. En la Figura 37 en particular, se muestra el agrietamiento del espécimen V-A a distintos niveles de carga. Se puede distinguir una grieta de cortante que atraviesa la zona en la cual se realizó la reparación del elemento, no se observa ninguna tendencia de la grieta a desarrollarse entre la interfaz del concreto viejo con el nuevo, si no que atraviesa por completo la reparación, por lo que se considera que las reparaciones realizadas no afectaron en gran medida los resultados obtenidos.

También se evidencia que el agrietamiento importante se da cerca de los 230 kN, si comparamos con el gráfico mostrado en la parte inferior de la misma figura, se observa un cambio en la pendiente de la curva justamente a los 230 kN de carga aplicada, por lo que se puede inferir que el agrietamiento del elemento afecta la rigidez del mismo. En la Figura 38, se da la misma situación para la viga V-B, sin embargo el cambio de pendiente es menos evidente que en el caso de la viga V-A.

En los esquemas de agrietamiento de los elementos reforzados con CFRP mostrados de la Figura 39 a la Figura 42, no se evidencia un cambio de pendiente, esto puede deberse a que el sistema de reforzamiento, efectivamente cierra la grieta de cortante, y le permite al elemento seguir resistiendo carga con un comportamiento elástico lineal, hasta que se alcanza el rango de fluencia del acero longitudinal, y el elemento falla a flexión.

## **4.2 Análisis de los materiales utilizados**

Los resultados obtenidos de los ensayos realizados, a los materiales utilizados para la construcción de los especímenes, en general señalan que los mismos son de buena calidad.

Es importante destacar que el tamaño máximo del agregado utilizado, no es el más adecuado para realizar investigación experimental, ya que 25 mm se puede considerar un tamaño grande, lo cual no favorece la trabajabilidad del concreto producido, y puede causar

problemas como vacíos en el concreto u hormigueros (tal y como se evidenció en la Sección 2.4.1).

Para la fabricación del concreto, se utilizó las proporciones señaladas en la Sección 2.4.1, con la cual se obtuvo los revenimientos esperados (superiores a 100 mm). En el Cuadro 9 se puede apreciar los resultados de resistencia a la compresión, obtenida en los cilindros de concreto. A excepción de las muestras del 2 de junio, se alcanzó la resistencia esperada a los 28 días de 28 MPa. Es de esperar que las muestras confeccionadas el 2 de junio tengan una resistencia más baja, ya que fueron las que presentaron mayores revenimientos (150 mm aproximadamente), por lo que se puede pensar que esta mezcla tenía una relación agua-cemento más alta.

El día en que se realizó el ensayo de falla, los especímenes tenían más de 120 días (los cilindros se curaron en cámara húmeda durante 28 días como estipula la norma ASTM C192, y posterior a esos 28 días se colocaron en las mismas condiciones que los especímenes de prueba). Si bien es cierto, teóricamente el concreto alcanza prácticamente el 100% de su resistencia a los 28 días, se puede observar que la resistencia a la compresión de los cilindros a edades cercanas a los 120 días, resultó en promedio en un 125% de la resistencia a los 28 días. Esto es posible que haya ocurrido debido a que el cemento utilizado posee un alto contenido de adiciones minerales (entre 20% y 40%), las cuales favorecen la ganancia de resistencia del concreto más allá de los 28 días de edad.

Como se evidencia en el Cuadro 10, todas las probetas ensayadas del acero utilizado para refuerzo longitudinal, cumplieron los límites para esfuerzo de fluencia y esfuerzo último, establecidos en la norma ASTM A706. También cumplieron la elongación mínima establecida (12%). Por lo que se considera que el acero longitudinal utilizado es adecuado para ser utilizado en construcción de vigas de concreto reforzado.

Para el refuerzo transversal se utilizó varilla grafilada de 5,25 mm. El fabricante especifica que este producto cumple con la norma ASTM A 496, no obstante dicha norma está obsoleta, y ha sido reemplazada con la norma ASTM A 1064. Sin embargo, se analizó los resultados del

acero de refuerzo transversal con la norma ASTM A 496 ya que es bajo la cual se fabricó dicho acero.

Se debe destacar que la ficha técnica de Abonos Agro S.A. (Fabricante del acero para refuerzo transversal utilizado) especificaba un esfuerzo de fluencia para la varilla grafilada de 5,25 mm, de 350 MPa, sin embargo el límite mínimo dado por la norma es de 515 MPa, por lo tanto existe una equivocación en los datos suministrados por el proveedor. Todas las probetas cumplieron con el mínimo establecido para esfuerzo de fluencia y esfuerzo último, Sin embargo el principal problema es que esta norma no habla de un límite superior para estos parámetros mecánicos del acero, y en efecto, se obtuvo un valor promedio de esfuerzo de fluencia cercano al doble del considerado en el diseño inicial, lo cual incrementó la capacidad a cortante de las vigas, disminuyendo el factor de seguridad de la falla a cortante respecto a la falla de flexión (se pasó de 1,48 a 1,34).

## CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 5.1 Conclusiones principales

A continuación, se encuentran las conclusiones obtenidas del trabajo de investigación realizado en este proyecto. Las cuales, son válidas solamente bajo las condiciones descritas en los capítulos anteriores (montaje de carga, materiales, condiciones ambientales, entre otras).

- Con el sistema de reforzamiento externo de CFRP, se logró alcanzar un incremento en la capacidad a cortante experimental de los elementos de 100 kN, el cual representa un 63% de incremento respecto a los especímenes sin reforzamiento. Este valor supera satisfactoriamente, el valor de 60%, calculado teóricamente con la metodología del ACI 440. Por lo tanto, se comprueba que dicha metodología calcula conservadoramente el aporte de la fibra de carbono a la capacidad a cortante, en elementos de concreto reforzado.
- La utilización del sistema de reforzamiento de CFRP, disminuye en gran medida el ancho de las grietas de cortante (ancho de grieta de 0,25 mm), lo cual le permite al elemento mantener su capacidad de resistir cargas mayores y continuar deformándose en el rango elástico.
- La falla observada en los cuatro elementos reforzados con CFRP fue a flexión. Se observó tanto la fluencia del acero a tensión, como el aplastamiento del concreto en el bloque de compresión, por lo que se concluye que la falla se dio, en la zona de transición entre la falla controlada por la tensión y la falla controlada por la compresión, tal y como lo predijo el diseño a flexión, cuya memoria de cálculo se muestra en los Apéndices A y B.
- Se concluye que, el reforzamiento con CFRP a cortante, no afecta la rigidez cortante de los especímenes de prueba, ya que por la geometría de los mismos, las deformaciones debidas al cortante, rondan apenas el 5% de las deformaciones totales, lo cual es despreciable.
- El comportamiento dúctil, observado en los gráficos de la Figura 36, no se debe atribuir directamente al sistema de reforzamiento con CFRP. Dicho comportamiento, debe analizarse como un efecto secundario beneficioso, ya que se debe a que, al

aumentar la capacidad a cortante del elemento, provoca que la falla se dé a flexión, y en este caso, el acero longitudinal se detalló, para una falla a flexión muy cerca del límite establecido para una falla dúctil.

- Debido a que la falla de los especímenes se dio por flexión, no fue posible obtener el aporte último de la fibra de carbono, a la capacidad a cortante de los especímenes reforzados con CFRP.
- En los especímenes de control, se observó un comportamiento de viga alta con grietas orientadas a  $21^\circ$  con respecto al eje longitudinal del elemento. Esto genera un menor incremento en la capacidad a cortante de las vigas de control, con respecto al sufrido en trabajos anteriores Padilla (2013) y Jiménez (2013). Por lo tanto se puede concluir que la relación  $a_v/d > 3$ , es adecuada para el montaje experimental propuesto.
- En ambos especímenes de control se obtuvo una falla frágil por cortante. Se obtuvo en promedio, un valor de capacidad a cortante experimental 70% mayor a la teórica, y 28% mayor a la teórica corregida. Este aumento en la capacidad real de los elementos se atribuye en mayor medida a la naturaleza conservadora de los códigos de diseño, y no así al comportamiento de viga alta, ya que con las dimensiones utilizadas, no se considera que dicho comportamiento haya afectado de forma importante los resultados.
- Los elementos de control sufrieron grietas con achos que alcanzaban los 7 mm. Durante el ensayo de falla, se pudo observar que la formación de dichas grietas iniciaba al alcanzar aproximadamente los 230 kN de carga aplicada (cortante asociado de 115 kN).

## 5.2 Conclusiones secundarias

- Los materiales utilizados para la construcción de los especímenes de prueba, cumplen en general con todas las normas respectivas. El acero de refuerzo transversal, presentó esfuerzos de fluencia de aproximadamente un 185% de lo especificado por el fabricante. No obstante la norma no establece un límite superior para este parámetro, por lo tanto se puede afirmar que cumple con la norma ASTM respectiva.
- Con el diseño de mezcla realizado según la metodología expuesta en el ACI 211 (ver Apéndice A), se alcanzó la resistencia a la compresión del concreto a los 28 días

esperada de 28 MPa. Sin embargo, el concreto continuó ganando resistencia a edades superiores a los 28 días, debido a la utilización de un cemento con un alto contenido de adiciones minerales. Esta situación, no afectó gravemente los resultados, ya que la capacidad a cortante del concreto es directamente proporcional a la raíz cuadrada de  $f'_c$ , por lo tanto es poco sensible ante un cambio en este parámetro (en este trabajo, el concreto sufrió un aumento del 25% entre los 28 y los 120 días, lo cual significó apenas un aumento del 9% en la resistencia a cortante del concreto).

- A partir del agrietamiento observado y los valores obtenidos, se concluye que los problemas sufridos durante el proceso constructivo de los especímenes, y las reparaciones necesarias a consecuencia de los mismos, no afectaron el comportamiento de los especímenes, y por lo tanto los resultados arrojados de los ensayos realizados a estos elementos, tienen la misma validez, que los obtenidos de los otros elementos.

### **5.3 Recomendaciones**

De la experiencia obtenida durante el trabajo realizado, se arrojan las siguientes recomendaciones.

- La utilización de encofrados tipo Symons como formaleta para colar los elementos, facilitó en gran medida el proceso constructivo; por lo tanto, se recomienda para investigaciones futuras, estudiar las distintas opciones del mercado, antes de realizar el dimensionamiento de los elementos. De esta forma se puede optimizar el modulado del encofrado y disminuir los inconvenientes sufridos con el mismo.
- Se recomienda para investigaciones futuras, estudiar la posibilidad de colar los elementos, utilizando los servicios de concreto premezclado que ofrecen las principales cementeras del país; de esta forma, se pueden colar todos los elementos de una sola vez, manteniendo un solo valor promedio de resistencia a la compresión del concreto.
- En el caso de no poder utilizar los servicios de concreto premezclado, se recomienda utilizar concreto autocompactante o en su defecto, fabricar el concreto utilizando un agregado grueso con un tamaño máximo menor (idealmente de 12,5 mm). De esta

forma se disminuirían los problemas de vacíos en el concreto, sufridos durante el proceso constructivo.

- Si bien es cierto, el modelo estructural utilizado en este proyecto (simplemente apoyado con 2 cargas puntuales simétricas) es el que más facilita el montaje experimental; se recomienda estudiar la posibilidad de modificar tanto la condición de apoyos como las condiciones de carga, para obtener un modelo estructural que dé como resultado, cortantes internos mayores y/o momentos internos menores. El caso de una viga continua como la mostrada en la Figura 44 permite alcanzar experimentalmente, cortantes mayores y momentos menores, con respecto a la condición simplemente apoyada.

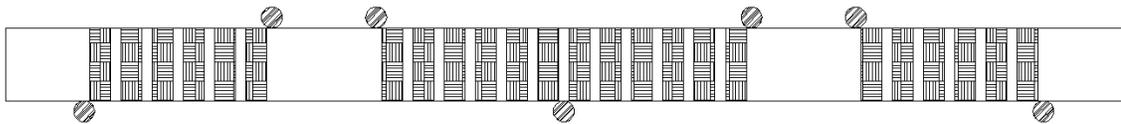


Figura 44. Propuesta de montaje experimental para modelar una viga continua.

- Se recomienda modificar la sección transversal de los especímenes por una sección en forma de "T", con la utilización de esta sección se incrementa la capacidad a flexión de la viga, sin aumentar la capacidad a cortante.
- En el caso que se desee obtener la resistencia al cortante última, de elementos reforzados con CFRP con envoltura perimetral, se recomienda utilizar como aproximación inicial, el diseño presentado en el Apéndice D. Para el desarrollo experimental del mismo se deberá utilizar un actuador con al menos 800 kN de capacidad de carga. Además se debe reforzar los elementos utilizados de apoyo, previendo que estos mantengan su condición de apoyo rígido, incluso a reacciones de al menos 400 kN. Las medidas de seguridad en el laboratorio deberán reforzarse, ya que para cargas tan elevadas, aumenta el riesgo de accidentes.
- Para investigaciones futuras se recomienda utilizar en el diseño inicial de los especímenes de prueba, la expresión matemática que derivada del trabajo de Zsutty (1971), la cual aproxima de forma más precisa el aporte del concreto en la resistencia al cortante de vigas esbeltas. Esto permitiría al investigador, calcular las cargas

máximas que soporta el elemento de forma más acertada y evitar los problemas que acarrea el cálculo conservador en las ecuaciones del ACI 318-11.

## Bibliografía

- Aceros Abonos Agro S.A. (16 de noviembre de 2014). *Ficha técnica*. Obtenido de abonosagro.com: [http://www.abonosagro.com/varillas\\_grafiladas.php](http://www.abonosagro.com/varillas_grafiladas.php)
- ACI 211. (1991). *Standard Practice for Selecting Proportions for Normal, Heavyweight, and Mass Concrete (ACI 211.1-91)*. Michigan: American Concrete Institute.
- ACI 318. (2011). *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y Comentario*. San José: American Concrete Institute, Capítulo Costa Rica.
- ACI 440. (2008). *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures*. Michigan: American Concrete Institute.
- Adhesives Technology Corp. (05 de Abril de 2015). *Epóxicos*. Obtenido de tecnosagot.com: <http://www.tecnosagot.com/sp/productos/FT%20MiracleBond%201350.pdf>
- Colegio Federado de Ingenieros y Arquitectos de Costa Rica. (2011). *Código Sísmico de Costa Rica 2010*. Cartago: Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- CSA. (2006). *Canadian Highway Bridge Design Code*. Ontario: Canadian Standards Association.
- Five Star Products. (29 de Setiembre de 2011). *Morteros Especiales*. Obtenido de tecnosagot.com: [http://www.tecnosagot.com/sp/productos/c\\_morterosespeciales.html](http://www.tecnosagot.com/sp/productos/c_morterosespeciales.html)
- González Hidalgo, V. I. (2015). *Evaluación del comportamiento al cortante de vigas de concreto armado sub-reforzadas transversalmente, con reforzamiento externo de fibras de carbono por medio de envoltura en U*. San José: Universidad de Costa Rica.
- Holcim S.A. (9 de Marzo de 2014). *Catálogo de Agregados de Planta Guápiles*. Obtenido de holcim.cr: <http://www.holcim.cr/editorials/planta-guapiles.html>
- Holcim S.A. (13 de marzo de 2014). *Hoja técnica UG-RTCR 383:2004*. Obtenido de holcim.cr: <http://www.holcim.cr/editorials/cemento-ug-rtcr-3832004.html>
- Jiménez López, L. D. (2013). *Comportamiento de vigas de concreto armado reforzadas a cortante mediante recubrimiento perimetral de fibras de carbono (CFRP)*. San José: Universidad de Costa Rica.
- Mofidi, A., & Chaallal, O. (2011). *Shear Strengthening of RC Beams with Externally Bonded FRP Composites: Effect of Strip-Width-to-Strip-Spacing Ratio*. American Society of Civil Engineers.

- Osejo Rodríguez, J. (2012). *Evaluación del comportamiento de vigas de concreto armado reforzadas externamente con fibras de carbono*. San José: Universidad de Costa Rica.
- Padilla Huete, J. (2013). *Evaluación del comportamiento a cortante de vigas de concreto externamente reforzadas con fibras de carbono en configuración tipo "U"*. San José: Universidad de Costa Rica.
- Pellegrino, C., & Modena, C. (2006). *Fiber-Reinforced Polymer Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams: Experimental Study and Analytical Modeling*. Michigan: American Concrete Institute.
- Popov, E. P. (2000). *Mecánica de Sólidos*. México: Pearson Educación.
- Sika Group. (1 de mayo de 2014). *Hoja técnica Sikadur 301*. Obtenido de Sika Costa Rica: [http://cri.sika.com/es/solutions\\_products/02/02a013/02a013sa06.html](http://cri.sika.com/es/solutions_products/02/02a013/02a013sa06.html)
- Sika Group. (1 de mayo de 2014). *Hoja técnica SikaWrap 300C*. Obtenido de Sika Costa Rica: [http://cri.sika.com/es/solutions\\_products/02/02a013/02a013sa06.html](http://cri.sika.com/es/solutions_products/02/02a013/02a013sa06.html)
- Uribe, C. M., & Alcocer, S. M. (2001). *Comportamiento de vigas peraltadas diseñadas con el modelo de puntales y tensores*. México: CENAPRED.
- Zhang, Z., & Thomas Hsu, C.-T. (2005). *Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams Using Carbon-Fiber-Reinforced Polymer Laminates*. American Society of Civil Engineers.

## Apéndice A. Diseño de mezcla del concreto

Se realizó un primer diseño de mezcla, el cual se presenta a continuación.

Resistencia a la compresión deseada f'c	280 kg/cm <sup>2</sup>
Gravedad específica del cemento	2,91
Módulo de finura del AF	2,9
Humedad de dosificación del AG	0,68 %
Humedad de dosificación del AF	0,75 %
Densidad relativa seca de AG	2,52
Densidad relativa seca de AF	2,6
Absorción AG	2,3
Absorción AF	2,54
Peso unitario envarillado total del AG	1468 kg/m <sup>3</sup>

### Revenimiento

Revenimiento	100	mm
--------------	-----	----

### Tamaño máximo

Tamaño máximo de AG	25	mm
---------------------	----	----

### Contenido agua y aire

Peso del agua	193 kg/m <sup>3</sup>
Aire	1,5 %
Volumen de agua libre	0,193 m <sup>3</sup>
Volumen de aire	0,015 m <sup>3</sup>

### Relación agua - cemento

w/c	0,498
-----	-------

### Contenido de cemento

Peso de cemento	387,55 kg/m <sup>3</sup>
Volumen de cemento	0,133 m <sup>3</sup>

### Estimación del agregado grueso

Volumen envarillado	0,660 m3
Peso unitario envarillado	1458,1 kg/m3
Peso seco de AG	962,34 kg
Volumen bruto de AG	0,382 m3

### Contenido de agregado fino

Volumen bruto de AF	0,277 m3
Peso seco de AF	720,05 kg

### Corrección de humedad por agregados

Agregado	Ps (kg)	w dosf (%)	D(%)	wl (%)	Pwl (kg)	Ptot (kg)
Arena	720,05	0,75	2,54	-1,79	-12,89	725,45
Piedra	962,34	0,68	2,3	-1,62	-15,59	968,88
				total	-28,48	

### Dosificación por peso sin corrección de humedad para 1 m3

Cemento	387,55 kg
Arena	720,05 kg
Piedra	962,34 kg
Agua	193,00 kg

### Dosificación por peso con corrección de humedad para 1 m3

cemento	387,55 kg
Arena	725,45 kg
Piedra	968,88 kg
Agua	221,48 kg

### Dosificación por peso con corrección de humedad para volumen deseado

V concreto 0,041 m3

Cemento	16,03 kg	1	16,0 kg
Arena	30,00 kg	1,87	30,0 kg
Piedra	40,06 kg	2,50	40,1 kg
Agua	9,16 kg	0,57	9,2 kg

### Detalle de mezcla para confección de cilindros

fecha de confección	03/10/13
fecha de desmolde	04/10/13
agua extra por revenimiento	1,5 kg
desperdicio utilizado	30 %

### Resultados

Fecha 10/10/13

Edad 7 días

Muestra	Diámetro (mm)	Altura (mm)	Peso (kg)	Carga (kN)	$\gamma$ (kg/m <sup>3</sup> )	f'c 7d (kg/cm <sup>2</sup> )
3	151,57	307,67	12,95	294,50	2332,88	163,23
6	151,78	309,60	13,05	262,10	2329,55	144,85

Fecha 17/10/13

Edad 14 días

Muestra	Diámetro (mm)	Altura (mm)	Peso (kg)	Carga (kN)	$\gamma$ (kg/m <sup>3</sup> )	f'c 14d (kg/cm <sup>2</sup> )
1	151,18	307,35	13,10	322,75	2374,33	179,79
2	151,17	308,38	12,90	366,00	2330,76	203,93

Fecha 31/10/13

Edad 28 días

Muestra	Diámetro (mm)	Altura (mm)	Peso (kg)	Carga (kN)	$\gamma$ (kg/m <sup>3</sup> )	f'c 28d (kg/cm <sup>2</sup> )
4	151,83	309,00	12,96	428,70	2317,16	236,77
5	152,28	308,00	13,04	470,10	2324,87	258,10

Como no se obtuvo la resistencia a la compresión del concreto a los 28 días deseada, se procedió a calibrar el diseño de mezcla modificando las proporciones de los agregados, como se muestra a continuación.

### Dosificación por peso con corrección de humedad para volumen deseado

V concreto 0,046122507 m<sup>3</sup>

cemento	17,87478691 kg	cemento	1	18,0 kg
Arena	33,45953195 kg	Arena	1,75	31,5 kg
Piedra	44,68717472 kg	Piedra	2,4	43,2 kg
Agua	10,21515374 kg	Agua	0,57	10,3 kg

## Detalle de mezcla para confección de cilindros

fecha de confección	14/11/2013
fecha de desmolde	15/11/2013
agua extra por revenimiento	0,25 kg
desperdicio utilizado	45%

### Resultados

Fecha	21/11/2013					
Edad	7 días					
Muestra	Diámetro (mm)	Altura (mm)	Peso (kg)	Carga (kN)	$\gamma$ (kg/m <sup>3</sup> )	f'c 7d (kg/cm <sup>2</sup> )
1	151,90	306,08	12,92	297,20	2329,66	164
5	151,89	304,48	13,03	300,30	2362,17	166

Fecha	28/11/2013					
Edad	14 días					
Muestra	Diámetro (mm)	Altura (mm)	Peso (kg)	Carga (kN)	$\gamma$ (kg/m <sup>3</sup> )	f'c 14d (kg/cm <sup>2</sup> )
2	152,30	306,28	13,04	375,00	2337,11	206
3	152,08	305,90	12,98	395,95	2336,12	218

Fecha	12/12/2013					
Edad	28 días					
Muestra	Diámetro (mm)	Altura (mm)	Peso (kg)	Carga (kN)	$\gamma$ (kg/m <sup>3</sup> )	f'c 28d (kg/cm <sup>2</sup> )
4	152,02	305,60	13,08	478,15	2358,37	263
6	151,79	305,46	13,04	486,10	2359,44	269

# Apéndice B. Memoria de cálculo del diseño de los especímenes

## Resistencia

### Parámetros generales de diseño

$$f'_c := 28\text{MPa}$$

$$\lambda := 1$$

$$b_W := 200\text{mm}$$

$$h := 350\text{mm}$$

$$a_V := 900\text{mm}$$

$$d := h - 35\text{mm} - 5.25\text{mm} - 25.4\text{mm} = 284.35\text{mm}$$

$$\frac{a_V}{h} = 2.57$$

$$\frac{a_V}{d} = 3.17$$

$$A_S := 4 \cdot 510\text{mm}^2 = 2040 \cdot \text{mm}^2$$

$$A'_S := 2 \cdot 510\text{mm}^2 = 1020 \cdot \text{mm}^2$$

$$d' := 35\text{mm} + 5.25\text{mm} + \frac{25.4}{2}\text{mm} = 52.95 \cdot \text{mm}$$

$$f_y := 420\text{MPa}$$

$$E_S := 210000\text{MPa}$$

$$A_V := 2 \cdot 21.65\text{mm}^2 = 43.3 \cdot \text{mm}^2$$

$$f_{yt} := 350\text{MPa}$$

### Contribución del concreto

$$V_{C1} := 0.17 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_W \cdot d = 51.16 \cdot \text{kN} \quad \text{ACI 318 11.2.1.1}$$

$$\rho_W := \frac{(A_S + A'_S)}{b_W \cdot d} = 0.05$$

$$V_{C2} := \left( 0.16 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} + 17 \cdot \text{MPa} \cdot \rho_W \cdot \frac{d}{a_V} \right) \cdot b_W \cdot d = 64.58 \cdot \text{kN} \quad \text{ACI 318 11.2.2.1}$$

$$V_{C\text{max}} := 0.29 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_W \cdot d = 87.27 \cdot \text{kN} \quad \text{ACI 318 11.2.2.1}$$

$$\text{if}(V_{C2} \leq V_{C\text{max}}, \text{"OK"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"OK"}$$

$$V_C := \max(V_{C1}, V_{C2}) = 64.58 \cdot \text{kN}$$

### Contribución del acero

$$s_{\text{max}} := \frac{d}{2} = 142.18 \cdot \text{mm} \quad \text{ACI 318 11.4.5.1}$$

$$s_t := 150\text{mm}$$

$$\text{if}(s_t \leq s_{\max}, \text{"OK"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"NO CUMPLE"}$$

La separación máxima no cumple por muy poco (menos de 8 mm), por lo que se decide por facilidad constructiva, continuar con separación de aros de 150 mm.

$$V_S := \frac{A_V \cdot f_{yt} \cdot d}{s_t} = 28.73 \cdot \text{kN}$$

ACI 318 11.4.7.2

### Contribución de la fibra

$$f_{fU} := 3450\text{MPa}$$

$$\varepsilon_{fU} := 0.015$$

$$t_f := 0.17\text{mm}$$

$$E_f := 230000\text{MPa}$$

$$w_f := 100\text{mm}$$

$$s_f := 150\text{mm}$$

$$n := 1$$

$$\alpha := 90^\circ$$

$$d_f := d = 284.35 \cdot \text{mm}$$

$$\psi_f := 0.95$$

ACI 440 11.2

$$s_{f\max} := \frac{d}{4} + w_f = 171.09 \cdot \text{mm}$$

ACI 440 11.4.2

$$\text{if}(s_f \leq s_{f\max}, \text{"OK"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"OK"}$$

$$\varepsilon_{fe} := \min(0.004, 0.75 \cdot \varepsilon_{fU}) = 0.004$$

ACI 440 11.4.1.1

$$A_{fV} := 2 \cdot n \cdot t_f \cdot w_f = 34 \cdot \text{mm}^2$$

ACI 440 11.4

$$f_{fe} := E_f \cdot \varepsilon_{fe} = 920 \cdot \text{MPa}$$

ACI 440 11.4

$$V_f := \frac{A_{fV} \cdot f_{fe} \cdot (\sin(\alpha) + \cos(\alpha)) \cdot d_f}{s_f} = 59.3 \cdot \text{kN}$$

ACI 440 11.4

$$V_{s\max} := 0.66 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_W \cdot d = 198.61 \cdot \text{kN}$$

ACI 440 11.4.3

$$\text{if}(V_S + V_f \leq V_{s\max}, \text{"OK"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"OK"}$$

### Capacidad nominal a cortante

$$V_n := V_C + V_S + \psi_f \cdot V_f = 149.64 \cdot \text{kN}$$

$$\phi_V := 0.75$$

ACI 318 9.3.2.3

$$\phi_V \cdot V_n = 112.23 \cdot \text{kN}$$

$$\frac{V_C}{V_n} = 43 \cdot \%$$

$$\frac{V_s}{V_n} = 19.0\%$$

$$\frac{\psi_f \cdot V_f}{V_n} = 38.0\%$$

### Capacidad nominal a flexión

Para calcular la capacidad a flexión considerando el acero a compresión, primero se supone un valor del eje neutro  $c$ , y posteriormente se verifica con el  $c$  calculado.

$$c := 121.9190 \text{ mm}$$

$$\epsilon'_s := \min \left[ 0.003 \cdot \frac{(c - d')}{c}, \frac{f_y}{E_s} \right] = 0.0017$$

$$f'_s := E_s \cdot \epsilon'_s = 356.39 \text{ MPa}$$

$$a := \frac{(A_s \cdot f_y - A'_s \cdot f'_s)}{0.85 \cdot f'_c \cdot b_w} = 103.63 \text{ mm}$$

$$\beta_1 := \text{if} \left[ f'_c \leq 28 \text{ MPa}, 0.85, \text{if} \left[ f'_c \geq 56 \text{ MPa}, 0.65, 0.65 - \frac{(f'_c - 56 \text{ MPa})}{140 \text{ MPa}} \right] \right] = 0.85 \quad \text{ACI 318}$$

10.2.7.3

$$c := \frac{a}{\beta_1} = 121.919 \text{ mm}$$

$$\epsilon_y := \frac{f_y}{E_s} = 0.002$$

$$\epsilon_s := 0.003 \cdot \frac{(d - c)}{c} = 0.004$$

$$M_n := (A_s \cdot f_y - A'_s \cdot f'_s) \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) + A'_s \cdot f'_s \cdot (d - d') = 198.82 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\phi := \text{if} \left[ \epsilon_s \geq \epsilon_y + 0.003, 0.9, \text{if} \left[ \epsilon_s \leq \epsilon_y, 0.65, 0.65 + (\epsilon_s - \epsilon_y) \cdot \frac{250}{3} \right] \right] = 0.8164 \quad \text{ACI 318 9.3.2.2}$$

$$\phi \cdot M_n = 162.32 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

### Resumen

$$V_{n\_Control} := V_c + V_s = 93.31 \text{ kN}$$

$$V_{n\_CFRP} := V_c + V_s + \psi_f \cdot V_f = 149.64 \text{ kN}$$

$$\text{Incremento} := \frac{V_{n\_CFRP}}{V_{n\_Control}} - 1 = 60.37\%$$

$$M_n = 198.82 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

### Cargas últimas

$$P_{u\_Control} := V_{n\_Control} \cdot 2 = 186.63 \cdot \text{kN}$$

$$P_{u\_CFRP} := V_{n\_CFRP} \cdot 2 = 299.29 \cdot \text{kN}$$

$$P_{u\_Flexión} := \frac{M_n \cdot 2}{a_v} = 441.83 \cdot \text{kN}$$

$$FS_{Control} := \frac{P_{u\_Flexión}}{P_{u\_Control}} = 2.37$$

$$FS_{CFRP} := \frac{P_{u\_Flexión}}{P_{u\_CFRP}} = 1.48$$

## Anclaje del acero de refuerzo

### Acero de lecho superior (en compresión)

$$d_{b\_sup} := 25.4 \text{ mm}$$

$$l_{dc} := \max \left[ \left( \frac{0.24 \cdot \frac{1}{\sqrt{\text{MPa}}} \cdot f_y}{\lambda \cdot \sqrt{f'_c}} \right) \cdot d_{b\_sup}, \left( 0.043 \cdot \frac{1}{\text{MPa}} \cdot f_y \right) \cdot d_{b\_sup} \right] = 483.85 \cdot \text{mm} \quad \text{ACI 318 12.3.2}$$

### Acero de lecho inferior (en tensión)

$$d_{b\_inf} := 25.4 \text{ mm}$$

$$\psi_t := 1$$

ACI 318 12.2.4

$$\psi_e := 1$$

ACI 318 12.2.4

$$\psi_s := 1$$

ACI 318 12.2.4

$$c_{b1} := 35 \text{ mm} + 5.25 \text{ mm} + \frac{d_{b\_inf}}{2} = 52.95 \cdot \text{mm}$$

$$c_{b2} := \frac{b_w - 2 \cdot 35 \text{ mm} - 2 \cdot 5.25 \text{ mm} - d_{b\_inf}}{2} = 47.05 \cdot \text{mm}$$

$$c_b := \min(c_{b1}, c_{b2}) = 47.05 \cdot \text{mm}$$

$$n_s := 2$$

$$K_{tr} := \frac{40 \cdot A_v}{s_t \cdot n} = 5.77 \cdot \text{mm}$$

ACI 318 12.2.3

$$l_d := \left( \frac{f_y}{1.1 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c}} \cdot \frac{\psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s}{\min \left( \frac{c_b + K_{tr}}{d_{b\_inf}}, 2.5 \right)} \right) \cdot d_{b\_inf} = 881.29 \cdot \text{mm} \quad \text{ACI 318 12.2.3}$$

$$l_a := 200 \text{ mm}$$

$$l_{dmax} := \frac{M_n}{V_{n\_CFRP}} + l_a = 1528.64 \cdot \text{mm}$$

ACI 318 12.11.3

if( $l_d \leq l_{dmax}$ , "OK", "NO CUMPLE") = "OK"

## Estados de servicio

### Cortante de servicio

$$V_{servicio} := V_n = 149.64 \cdot \text{kN}$$

### Momento de servicio

$$M_{servicio} := V_n \cdot a_v = 134.68 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

### Deflexión máxima esperada

$$l := 2300 \text{ mm}$$

$$E_c := 4700 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \sqrt{f'_c} = 24870.06 \cdot \text{MPa} \quad \text{ACI 318 8.5.1}$$

$$n := \frac{E_s}{E_c} = 8.44$$

$$f_r := 0.62 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} = 3.28 \cdot \text{MPa} \quad \text{ACI 318 9.5.2.3}$$

$$I_g := \frac{h^3 \cdot b_w}{12} = 7.15 \times 10^8 \cdot \text{mm}^4$$

$$y_t := \frac{h}{2} = 175 \cdot \text{mm}$$

Para encontrar la ubicación del eje neutro se toman momentos de las áreas respecto al mismo eje neutro.

$$\left[ b_w \cdot c \cdot \frac{c}{2} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c-d') = n \cdot A_s \cdot (d-c) \right]$$

$$c_c := 138.39 \text{ mm}$$

$$I_{cr} := \frac{b_w \cdot c^3}{12} + b_w \cdot c \cdot \left( \frac{c}{2} \right)^2 + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c-d')^2 + n \cdot A_s \cdot (d-c)^2 = 415610682.56 \cdot \text{mm}^4$$

$$M_{cr} := \frac{f_r \cdot I_g}{y_t} = 13.4 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad \text{ACI 318 9.5.2.3}$$

$$I_e := \left( \frac{M_{cr}}{M_{servicio}} \right)^3 \cdot I_g + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M_{servicio}} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} = 415904907.69 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{ACI 318 9.5.2.3}$$

$$\delta_{max} := \frac{M_{servicio}}{24 \cdot E_c \cdot I_e} \cdot (3 \cdot l^2 - 4 \cdot a_v^2) = 6.85 \cdot \text{mm}$$

## Apéndice C. Corrección de la memoria de cálculo

A modo de ejemplo, se presenta la corrección hecha para los valores obtenidos de los elementos fabricados el día 26 de mayo. Los elementos colados los otros días se corrigen análogamente, sustituyendo el valor de  $f'_c$  correspondiente.

### Parámetros generales de diseño

$$f'_c := 37.69\text{MPa}$$

$$\lambda := 1$$

$$b_W := 200\text{mm}$$

$$h := 350\text{mm}$$

$$a_V := 900\text{mm}$$

$$d := h - 35\text{mm} - 5.25\text{mm} - 25.4\text{mm} = 284.35\text{mm}$$

$$\frac{a_V}{h} = 2.57$$

$$\frac{a_V}{d} = 3.17$$

$$A_S := 4 \cdot 510\text{mm}^2 = 2040 \cdot \text{mm}^2$$

$$A'_S := 2 \cdot 510\text{mm}^2 = 1020 \cdot \text{mm}^2$$

$$d' := 35\text{mm} + 5.25\text{mm} + \frac{25.4}{2}\text{mm} = 52.95\text{mm}$$

$$f_y := 452.83\text{MPa}$$

$$E_S := 210000\text{MPa}$$

$$A_V := 2 \cdot 21.65\text{mm}^2 = 43.3 \cdot \text{mm}^2$$

$$f_{yt} := 631.4\text{MPa}$$

### Contribución del concreto

$$V_{C1} := 0.17 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_W \cdot d = 59.35 \cdot \text{kN} \quad \text{ACI 318 11.2.1.1}$$

$$\rho_W := \frac{(A_S + A'_S)}{b_W \cdot d} = 0.05$$

$$V_{C2} := \left( 0.16 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} + 17 \cdot \text{MPa} \cdot \rho_W \cdot \frac{d}{a_V} \right) \cdot b_W \cdot d = 72.30 \cdot \text{kN} \quad \text{ACI 318 11.2.2.1}$$

$$V_{C\text{max}} := 0.29 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_W \cdot d = 101.25 \cdot \text{kN} \quad \text{ACI 318 11.2.2.1}$$

$$\text{if}(V_{C2} \leq V_{C\text{max}}, \text{"OK"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"OK"}$$

$$V_C := \max(V_{C1}, V_{C2}) = 72.30 \cdot \text{kN}$$

### Contribución del acero

$$s_{\max} := \frac{d}{2} = 142.18 \cdot \text{mm} \quad \text{ACI 318 11.4.5.1}$$

$$s_t := 150 \text{mm}$$

$$\text{if}(s_t \leq s_{\max}, \text{"OK"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"NO CUMPLE"}$$

La separación máxima no cumple por muy poco (menos de 8 mm), por lo que se decide por facilidad constructiva, continuar con separación de aros de 150 mm.

$$V_S := \frac{A_V \cdot f_{yt} \cdot d}{s_t} = 51.83 \cdot \text{kN} \quad \text{ACI 318 11.4.7.2}$$

### Contribución de la fibra

$$f_{fU} := 3450 \text{MPa}$$

$$\varepsilon_{fU} := 0.015$$

$$t_f := 0.17 \text{mm}$$

$$E_f := 230000 \text{MPa}$$

$$w_f := 100 \text{mm}$$

$$s_f := 150 \text{mm}$$

$$n := 1$$

$$\alpha := 90^\circ$$

$$d_f := d = 284.35 \cdot \text{mm}$$

$$\psi_f := 0.95 \quad \text{ACI 440 11.2}$$

$$s_{f\max} := \frac{d}{4} + w_f = 171.09 \cdot \text{mm} \quad \text{ACI 440 11.4.2}$$

$$\text{if}(s_f \leq s_{f\max}, \text{"OK"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"OK"}$$

$$\varepsilon_{fe} := \min(0.004, 0.75 \cdot \varepsilon_{fU}) = 0.004 \quad \text{ACI 440 11.4.1.1}$$

$$A_{fV} := 2 \cdot n \cdot t_f \cdot w_f = 34 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{ACI 440 11.4}$$

$$f_{fe} := E_f \cdot \varepsilon_{fe} = 920 \cdot \text{MPa} \quad \text{ACI 440 11.4}$$

$$V_f := \frac{A_{fV} \cdot f_{fe} \cdot (\sin(\alpha) + \cos(\alpha)) \cdot d_f}{s_f} = 59.3 \cdot \text{kN} \quad \text{ACI 440 11.4}$$

$$V_{s\max} := 0.66 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_W \cdot d = 230.43 \cdot \text{kN} \quad \text{ACI 440 11.4.3}$$

$$\text{if}(V_S + V_f \leq V_{s\max}, \text{"OK"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"OK"}$$

### Capacidad nominal a cortante

$$V_n := V_C + V_S + \psi_f \cdot V_f = 180.46 \cdot \text{kN}$$

$$\phi_V := 0.75 \quad \text{ACI 318 9.3.2.3}$$

$$\phi_V \cdot V_n = 135.34 \cdot \text{kN}$$

$$\frac{V_c}{V_n} = 40.0\%$$

$$\frac{V_s}{V_n} = 29.0\%$$

$$\frac{\psi_f \cdot V_f}{V_n} = 31.0\%$$

### Capacidad nominal a flexión

Para calcular la capacidad a flexión considerando el acero a compresión, primero se supone un valor del eje neutro  $c$ , y posteriormente se verifica con el  $c$  calculado.

$$c := 115.2292 \text{ mm}$$

$$\epsilon'_s := \min \left[ 0.003 \cdot \frac{(c - d')}{c}, \frac{f_y}{E_s} \right] = 0.0016$$

$$f'_s := E_s \cdot \epsilon'_s = 340.5 \text{ MPa}$$

$$a := \frac{(A_s \cdot f_y - A'_s \cdot f'_s)}{0.85 \cdot f'_c \cdot b_w} = 89.97 \text{ mm}$$

$$\beta_1 := \text{if} \left[ f'_c \leq 28 \text{ MPa}, 0.85, \text{if} \left[ f'_c \geq 56 \text{ MPa}, 0.65, 0.65 - \frac{(f'_c - 56 \text{ MPa})}{140 \text{ MPa}} \right] \right] = 0.78 \quad \text{ACI 318}$$

10.2.7.3

$$c := \frac{a}{\beta_1} = 115.2291 \text{ mm}$$

$$\epsilon_y := \frac{f_y}{E_s} = 0.0022$$

$$\epsilon_s := 0.003 \cdot \frac{(d - c)}{c} = 0.0044$$

$$M_n := (A_s \cdot f_y - A'_s \cdot f'_s) \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) + A'_s \cdot f'_s \cdot (d - d') = 218.35 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\phi := \text{if} \left[ \epsilon_s \geq \epsilon_y + 0.003, 0.9, \text{if} \left[ \epsilon_s \leq \epsilon_y, 0.65, 0.65 + (\epsilon_s - \epsilon_y) \cdot \frac{250}{3} \right] \right] = 0.8372 \quad \text{ACI 318 9.3.2.2}$$

$$\phi \cdot M_n = 182.81 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

### Resumen

$$V_{n\_Control} := V_c + V_s = 124.12 \text{ kN}$$

$$V_{n\_CFRP} := V_c + V_s + \psi_f \cdot V_f = 180.46 \text{ kN}$$

$$\text{Incremento} := \frac{V_{n\_CFRP}}{V_{n\_Control}} - 1 = 45.38\%$$

$$M_n = 218.35 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

## Cargas últimas

$$P_{u\_Control} := V_{n\_Control} \cdot 2 = 248.25 \cdot \text{kN}$$

$$P_{u\_CFRP} := V_{n\_CFRP} \cdot 2 = 360.91 \cdot \text{kN}$$

$$P_{u\_Flexión} := \frac{M_n \cdot 2}{a_v} = 485.23 \cdot \text{kN}$$

$$FS_{Control} := \frac{P_{u\_Flexión}}{P_{u\_Control}} = 1.95$$

$$FS_{CFRP} := \frac{P_{u\_Flexión}}{P_{u\_CFRP}} = 1.34$$

## Anclaje del acero de refuerzo

### Acero de lecho superior (en compresión)

$$d_{b\_sup} := 25.4 \text{ mm}$$

$$l_{dc} := \max \left[ \left( \frac{0.24 \cdot \frac{1}{\sqrt{\text{MPa}}} \cdot f_y}{\lambda \cdot \sqrt{f'_c}} \right) \cdot d_{b\_sup}, \left( 0.043 \cdot \frac{1}{\text{MPa}} \cdot f_y \right) \cdot d_{b\_sup} \right] = 494.58 \cdot \text{mm} \quad \text{ACI 318 12.3.2}$$

### Acero de lecho inferior (en tensión)

$$d_{b\_inf} := 25.4 \text{ mm}$$

$$\psi_t := 1 \quad \text{ACI 318 12.2.4}$$

$$\psi_e := 1 \quad \text{ACI 318 12.2.4}$$

$$\psi_s := 1 \quad \text{ACI 318 12.2.4}$$

$$c_{b1} := 35 \text{ mm} + 5.25 \text{ mm} + \frac{d_{b\_inf}}{2} = 52.95 \cdot \text{mm}$$

$$c_{b2} := \frac{b_w - 2 \cdot 35 \text{ mm} - 2 \cdot 5.25 \text{ mm} - d_{b\_inf}}{2} = 47.05 \cdot \text{mm}$$

$$c_b := \min(c_{b1}, c_{b2}) = 47.05 \cdot \text{mm}$$

$$n_s := 2$$

$$K_{tr} := \frac{40 \cdot A_v}{s_t \cdot n} = 5.77 \cdot \text{mm} \quad \text{ACI 318 12.2.3}$$

$$l_d := \left( \frac{f_y}{1.1 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c}} \cdot \frac{\psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s}{\min \left( \frac{c_b + K_{tr}}{d_{b\_inf}}, 2.5 \right)} \right) \cdot d_{b\_inf} = 818.98 \cdot \text{mm} \quad \text{ACI 318 12.2.3}$$

$$l_a := 200 \text{ mm}$$

$$l_{dmax} := \frac{M_n}{V_{n\_CFRP}} + l_a = 1410.01 \cdot \text{mm}$$

ACI 318 12.11.3

$$\text{if}(l_d \leq l_{dmax}, \text{"OK"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"OK"}$$

## Estados de servicio

### Cortante de servicio

$$V_{servicio} := V_n = 180.46 \cdot \text{kN}$$

### Momento de servicio

$$M_{servicio} := V_n \cdot a_v = 162.41 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

### Deflexión máxima esperada

$$l_a := 2300 \text{mm}$$

$$E_c := 4700 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \sqrt{f'_c} = 28854.33 \cdot \text{MPa}$$

ACI 318 8.5.1

$$n := \frac{E_s}{E_c} = 7.28$$

$$f_r := 0.62 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} = 3.81 \cdot \text{MPa}$$

ACI 318 9.5.2.3

$$I_g := \frac{h^3 \cdot b_w}{12} = 7.15 \times 10^8 \cdot \text{mm}^4$$

$$y_t := \frac{h}{2} = 175 \cdot \text{mm}$$

Para encontrar la ubicación del eje neutro se toman momentos de las áreas respecto al mismo eje neutro.

$$\left[ b_w \cdot c \cdot \frac{c}{2} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c-d') = n \cdot A_s \cdot (d-c) \right]$$

$$c := 138.39 \text{mm}$$

$$I_{cr} := \frac{b_w \cdot c^3}{12} + b_w \cdot c \cdot \left( \frac{c}{2} \right)^2 + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c-d')^2 + n \cdot A_s \cdot (d-c)^2 = 381592489.73 \cdot \text{mm}^4$$

$$M_{cr} := \frac{f_r \cdot I_g}{y_t} = 15.54 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

ACI 318 9.5.2.3

$$I_e := \left( \frac{M_{cr}}{M_{servicio}} \right)^3 \cdot I_g + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M_{servicio}} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} = 381884333.69 \cdot \text{mm}^4$$

ACI 318 9.5.2.3

$$\delta_{max} := \frac{M_{servicio}}{24 \cdot E_c \cdot I_e} \cdot (3 \cdot l^2 - 4 \cdot a_v^2) = 7.76 \cdot \text{mm}$$

# Apéndice D. Propuesta de diseño para investigaciones futuras.

## Resistencia

### Parámetros generales de diseño

$$f'_c := 70\text{MPa}$$

$$\lambda := 1$$

$$b_w := 200\text{mm}$$

$$h := 375\text{mm}$$

$$a_v := 900\text{mm}$$

$$d := h - 35\text{mm} - 5.25\text{mm} - 28.65\text{mm} = 306.1\text{mm}$$

$$\frac{a_v}{h} = 2.4$$

$$\frac{a_v}{d} = 2.94$$

$$A_s := 5 \cdot 645\text{mm}^2 = 3225 \cdot \text{mm}^2$$

$$A'_s := 2 \cdot 645\text{mm}^2 = 1290 \cdot \text{mm}^2$$

$$d' := 35\text{mm} + 5.25\text{mm} + \frac{28.65}{2}\text{mm} = 54.57\text{mm}$$

$$f_y := 450\text{MPa}$$

$$E_s := 210000\text{MPa}$$

$$A_v := 2 \cdot 21.65\text{mm}^2 = 43.3 \cdot \text{mm}^2$$

$$f_{yt} := 630\text{MPa}$$

### Contribución del concreto

$$V_{c1} := 0.17 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 87.07 \cdot \text{kN}$$

ACI 318 11.2.1.1

$$\rho_w := \frac{(A_s + A'_s)}{b_w \cdot d} = 0.07$$

$$V_{c2} := \left( 0.16 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} + 17 \cdot \text{MPa} \cdot \rho_w \cdot \frac{d}{a_v} \right) \cdot b_w \cdot d = 108.06 \cdot \text{kN}$$

ACI 318

11.2.2.1

$$V_{c\text{max}} := 0.29 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 148.54 \cdot \text{kN}$$

ACI 318 11.2.2.1

$$\text{if}(V_{c2} \leq V_{c\text{max}}, \text{"OK"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"OK"}$$

$$V_c := \max(V_{c1}, V_{c2}) = 108.06 \cdot \text{kN}$$

### Contribución del acero

$$s_{\max} := \frac{d}{2} = 153.05 \cdot \text{mm}$$

ACI 318 11.4.5.1

$$s_t := 150 \text{mm}$$

$$\text{if}(s_t \leq s_{\max}, \text{"OK"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"OK"}$$

La separación máxima no cumple por muy poco (menos de 8 mm), por lo que se decide por facilidad constructiva, continuar con separación de aros de 150 mm.

$$V_S := \frac{A_V \cdot f_{yt} \cdot d}{s_t} = 55.67 \cdot \text{kN}$$

ACI 318 11.4.7.2

### Contribución de la fibra

$$f_{fU} := 3450 \text{MPa}$$

$$\varepsilon_{fU} := 0.015$$

$$t_f := 0.17 \text{mm}$$

$$E_f := 230000 \text{MPa}$$

$$w_f := 100 \text{mm}$$

$$s_f := 150 \text{mm}$$

$$n := 1$$

$$\alpha := 90^\circ$$

$$d_f := d = 306.1 \cdot \text{mm}$$

$$\psi_f := 0.95$$

ACI 440 11.2

$$s_{f\max} := \frac{d}{4} + w_f = 176.52 \cdot \text{mm}$$

ACI 440 11.4.2

$$\text{if}(s_f \leq s_{f\max}, \text{"OK"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"OK"}$$

$$\varepsilon_{fe} := \min(0.004, 0.75 \cdot \varepsilon_{fU}) = 0.004$$

ACI 440 11.4.1.1

$$A_{fV} := 2 \cdot n \cdot t_f \cdot w_f = 34 \cdot \text{mm}^2$$

ACI 440 11.4

$$f_{fe} := E_f \cdot \varepsilon_{fe} = 920 \cdot \text{MPa}$$

ACI 440 11.4

$$V_f := \frac{A_{fV} \cdot f_{fe} \cdot (\sin(\alpha) + \cos(\alpha)) \cdot d_f}{s_f} = 63.83 \cdot \text{kN}$$

ACI 440 11.4

$$V_{s\max} := 0.66 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_W \cdot d = 338.05 \cdot \text{kN}$$

ACI 440 11.4.3

$$\text{if}(V_S + V_f \leq V_{s\max}, \text{"OK"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"OK"}$$

### Capacidad nominal a cortante

$$V_n := V_C + V_S + \psi_f \cdot V_f = 224.37 \cdot \text{kN}$$

$$\phi_V := 0.75$$

ACI 318 9.3.2.3

$$\phi_V \cdot V_n = 168.27 \cdot \text{kN}$$

$$\frac{V_C}{V_n} = 48.0\%$$

$$\frac{V_s}{V_n} = 25\%$$

$$\frac{\psi_f \cdot V_f}{V_n} = 27\%$$

### Capacidad nominal a flexión

Para calcular la capacidad a flexión considerando el acero a compresión, primero se supone un valor del eje neutro  $c$ , y posteriormente se verifica con el  $c$  calculado.

$$c_s := 127.5196 \text{ mm}$$

$$\epsilon'_s := \min \left[ 0.003 \cdot \frac{(c - d')}{c}, \frac{f_y}{E_s} \right] = 0.0017$$

$$f'_s := E_s \cdot \epsilon'_s = 360.38 \text{ MPa}$$

$$a := \frac{(A_s \cdot f_y - A'_s \cdot f'_s)}{0.85 \cdot f'_c \cdot b_w} = 82.89 \text{ mm}$$

$$\beta_1 := \text{if} \left[ f'_c \leq 28 \text{ MPa}, 0.85, \text{if} \left[ f'_c \geq 56 \text{ MPa}, 0.65, 0.65 - \frac{(f'_c - 56 \text{ MPa})}{140 \text{ MPa}} \right] \right] = 0.65 \quad \text{ACI 318}$$

10.2.7.3

$$c_s := \frac{a}{\beta_1} = 127.5196 \text{ mm}$$

$$\epsilon_y := \frac{f_y}{E_s} = 0.0021$$

$$\epsilon_s := 0.003 \cdot \frac{(d - c)}{c} = 0.0042$$

$$M_n := (A_s \cdot f_y - A'_s \cdot f'_s) \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) + A'_s \cdot f'_s \cdot (d - d') = 377.98 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\phi := \text{if} \left[ \epsilon_s \geq \epsilon_y + 0.003, 0.9, \text{if} \left[ \epsilon_s \leq \epsilon_y, 0.65, 0.65 + (\epsilon_s - \epsilon_y) \cdot \frac{250}{3} \right] \right] = 0.8215 \quad \text{ACI 318 9.3.2.2}$$

$$\phi \cdot M_n = 310.52 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

### Resumen

$$V_{n\_Control} := V_c + V_s = 163.73 \text{ kN}$$

$$V_{n\_CFRP} := V_c + V_s + \psi_f \cdot V_f = 224.37 \text{ kN}$$

$$\text{Incremento} := \frac{V_{n\_CFRP}}{V_{n\_Control}} - 1 = 37.04\%$$

$$M_n = 377.98 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

### Cargas últimas

$$P_{u\_Control} := V_{n\_Control} \cdot 2 = 327.45 \cdot \text{kN}$$

$$P_{u\_CFRP} := V_{n\_CFRP} \cdot 2 = 448.73 \cdot \text{kN}$$

$$P_{u\_Flexión} := \frac{M_n \cdot 2}{a_v} = 839.95 \cdot \text{kN}$$

$$FS_{Control} := \frac{P_{u\_Flexión}}{P_{u\_Control}} = 2.57$$

$$FS_{CFRP} := \frac{P_{u\_Flexión}}{P_{u\_CFRP}} = 1.87$$

## Anclaje del acero de refuerzo

### Acero de lecho superior (en compresión)

$$d_{b\_sup} := 25.4 \text{ mm}$$

$$l_{dc} := \max \left[ \left( \frac{0.24 \cdot \frac{1}{\sqrt{\text{MPa}}} \cdot f_y}{\lambda \cdot \sqrt{f'_c}} \right) \cdot d_{b\_sup}, \left( 0.043 \cdot \frac{1}{\text{MPa}} \cdot f_y \right) \cdot d_{b\_sup} \right] = 491.49 \cdot \text{mm} \quad \text{ACI 318 12.3.2}$$

### Acero de lecho inferior (en tensión)

$$d_{b\_inf} := 25.4 \text{ mm}$$

$$\psi_t := 1 \quad \text{ACI 318 12.2.4}$$

$$\psi_e := 1 \quad \text{ACI 318 12.2.4}$$

$$\psi_s := 1 \quad \text{ACI 318 12.2.4}$$

$$c_{b1} := 35 \text{ mm} + 5.25 \text{ mm} + \frac{d_{b\_inf}}{2} = 52.95 \cdot \text{mm}$$

$$c_{b2} := \frac{b_w - 2 \cdot 35 \text{ mm} - 2 \cdot 5.25 \text{ mm} - d_{b\_inf}}{2} = 47.05 \cdot \text{mm}$$

$$c_b := \min(c_{b1}, c_{b2}) = 47.05 \cdot \text{mm}$$

$$n_s := 2$$

$$K_{tr} := \frac{40 \cdot A_v}{s_t \cdot n} = 5.77 \cdot \text{mm} \quad \text{ACI 318 12.2.3}$$

$$l_d := \left( \frac{f_y}{1.1 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c}} \cdot \frac{\psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s}{\min \left( \frac{c_b + K_{tr}}{d_{b\_inf}}, 2.5 \right)} \right) \cdot d_{b\_inf} = 597.19 \cdot \text{mm} \quad \text{ACI 318 12.2.3}$$

$$l_a := 200 \text{ mm}$$

$$l_{dmax} := \frac{M_n}{V_{n\_CFRP}} + l_a = 1884.65 \cdot \text{mm} \quad \text{ACI 318 12.11.3}$$

if( $l_d \leq l_{dmax}$ , "OK", "NO CUMPLE") = "OK"

## Estados de servicio

### Cortante de servicio

$$V_{servicio} := V_n = 224.37 \cdot \text{kN}$$

### Momento de servicio

$$M_{servicio} := V_n \cdot a_v = 201.93 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

### Deflexión máxima esperada

$$l := 2300 \text{ mm}$$

$$E_c := 4700 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \sqrt{f'_c} = 39323.02 \cdot \text{MPa} \quad \text{ACI 318 8.5.1}$$

$$n := \frac{E_s}{E_c} = 5.34$$

$$f_r := 0.62 \cdot \sqrt{\text{MPa}} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} = 5.19 \cdot \text{MPa} \quad \text{ACI 318 9.5.2.3}$$

$$I_g := \frac{h^3 \cdot b_w}{12} = 8.79 \times 10^8 \cdot \text{mm}^4$$

$$y_t := \frac{h}{2} = 187.5 \cdot \text{mm}$$

Para encontrar la ubicación del eje neutro se toman momentos de las áreas respecto al mismo eje neutro.

$$\left[ b_w \cdot c \cdot \frac{c}{2} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c-d') = n \cdot A_s \cdot (d-c) \right]$$

$$c_c := 138.39 \text{ mm}$$

$$I_{cr} := \frac{b_w \cdot c^3}{12} + b_w \cdot c \cdot \left( \frac{c}{2} \right)^2 + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c-d')^2 + n \cdot A_s \cdot (d-c)^2 = 409794917.25 \cdot \text{mm}^4$$

$$M_{cr} := \frac{f_r \cdot I_g}{y_t} = 24.32 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad \text{ACI 318 9.5.2.3}$$

$$I_e := \left( \frac{M_{cr}}{M_{servicio}} \right)^3 \cdot I_g + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M_{servicio}} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} = 410613996.37 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{ACI 318 9.5.2.3}$$

$$\delta_{max} := \frac{M_{servicio}}{24 \cdot E_c \cdot I_e} \cdot (3 \cdot l^2 - 4 \cdot a_v^2) = 6.58 \cdot \text{mm}$$

$$\theta_{max} := \frac{M_{servicio}}{2 \cdot E_c \cdot I_e} \cdot (l - a_v) = 0.01$$

## Apéndice E. Otros resultados obtenidos de los materiales

### Agregado grueso

Se utilizó piedra cuartilla como agregado grueso (tamaño máximo de 25 mm), al cual se le realizaron los ensayos ASTM C 127, ASTM C 29 y ASTM C 136. El muestreo para cada uno de los ensayos se realizó conforme a la norma ASTM D 75, y en caso de ser necesario, las muestras se redujeron de acuerdo a ASTM C 702. Los resultados obtenidos se muestran en los Cuadros E1, E2, E3 y en la Figura E1.

Cuadro E1. Resultados del ensayo ASTM C 127 en el agregado grueso.

Densidad relativa aparente	2,68
Densidad relativa saturada superficie seca	2,58
Densidad relativa seca	2,52
Absorción (%)	2,30
Densidad aparente (kg/m <sup>3</sup> )	2672,33
Densidad saturada superficie seca (kg/m <sup>3</sup> )	2574,97
Densidad seca (kg/m <sup>3</sup> )	2516,98

Cuadro E2. Resultados del ensayo ASTM C 29 en el agregado grueso.

Peso unitario suelto total (kg/m <sup>3</sup> )	1385,49
Peso unitario envarillado total (kg/m <sup>3</sup> )	1468,01
Humedad natural (%)	0,68
Peso unitario suelto seco (kg/m <sup>3</sup> )	1376,13
Peso unitario envarillado seco (kg/m <sup>3</sup> )	1458,09

Cuadro E3. Resultados del ensayo ASTM C 136 en el agregado grueso.

Malla	Tamaño de apertura (mm)	Peso retenido (g)	Retenido (%)	Retenido acumulado (%)	Pasando acumulado (%)
1 ½"	38,1	0,0	0,00	0,00	100,00
1"	25,4	137,9	1,01	1,01	98,99
¾"	19,0	3889,3	28,49	29,50	70,50
½"	12,7	7707,5	56,45	85,95	14,05
⅜"	9,5	1573,2	11,52	97,48	2,52
#4	4,75	325,0	2,38	99,86	0,14
Charola	-	19,7	0,14	100,00	0,00
Total	-	13652,6	-	-	-

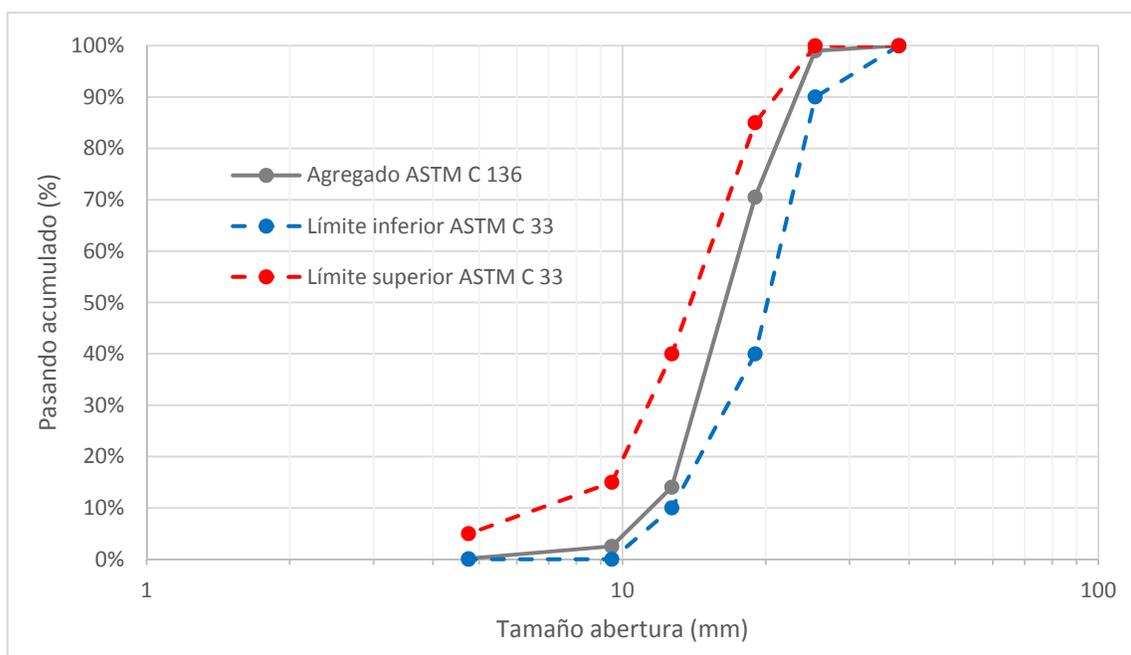


Figura E1. Curva granulométrica según ensayo ASTM C 136 en el agregado grueso.

## Agregado fino

En el caso del agregado fino, se utilizó arena industrial (tamaño máximo de 7,9 mm). A este agregado fino se le realizaron los ensayos ASTM C 128, ASTM C 29, ASTM C 136 y ASTM C 40. El muestreo para cada uno de los ensayos se realizó conforme a la norma ASTM D 75, y en caso de ser necesario, las muestras se redujeron de acuerdo a ASTM C 702. Los resultados obtenidos se muestran en los Cuadros E4, E5, E6 y en la Figura E2.

Cuadro E4. Resultados del ensayo ASTM C 128 en el agregado fino.

Densidad relativa aparente	2,78
Densidad relativa saturada superficie seca	2,66
Densidad relativa seca	2,60
Absorción (%)	2,54
Densidad aparente (kg/m <sup>3</sup> )	2774,81
Densidad saturada superficie seca (kg/m <sup>3</sup> )	2657,52
Densidad seca (kg/m <sup>3</sup> )	2591,70

Cuadro E5. Resultados del ensayo ASTM C 29 en el agregado fino.

Peso unitario suelto total (kg/m <sup>3</sup> )	1611,69
Peso unitario envarillado total (kg/m <sup>3</sup> )	1828,63
Humedad natural (%)	0,75
Peso unitario suelto seco (kg/m <sup>3</sup> )	1599,67
Peso unitario envarillado seco (kg/m <sup>3</sup> )	1815,00

Cuadro E6. Resultados del ensayo ASTM C 136 en el agregado fino.

Malla	Tamaño de apertura (mm)	Peso retenido (g)	Retenido (%)	Retenido acumulado (%)	Pasando acumulado (%)
#4	4,75	0,0	0,00	0,00	100,00
#8	2,36	72,1	10,25	10,25	89,75
#16	1,18	232,5	33,06	43,31	56,69
#30	0,60	150,0	21,33	64,64	35,36
#50	0,30	114,2	16,24	80,88	19,12
#100	0,15	72,3	10,28	91,16	8,84
#200	0,075	61,4	8,73	99,89	0,11
Charola	-	0,8	0,11	100,00	0,00
Total	-	703,3	-	-	-
<b>Módulo de finura</b>				2,90	

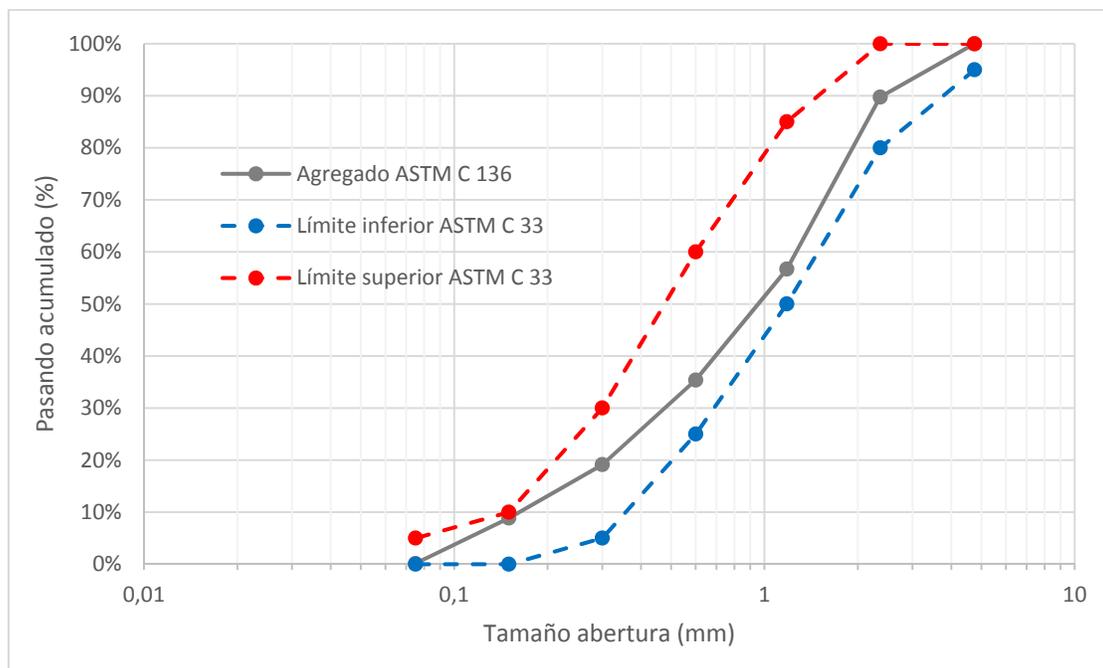


Figura E2. Curva granulométrica según ensayo ASTM C 136 en el agregado fino.

## Cemento

Para la construcción de los especímenes se utilizó cemento Holcim para construcción general tipo UG (también denominado tipo UG-28, debido a que su resistencia a la compresión a los 28 días es de 28 MPa), certificado con el Reglamento Nacional de Costa Rica RTCR 383:2004. Asimismo puede llegar a cumplir con la norma ASTM C 1157-03 para el cemento tipo GU. Este cemento es producido en la planta Holcim ubicada en Aguacaliente de Cartago. El producto se adquirió en la presentación de bolsa de 50 kg granel.

“La puzolana Holcim utilizada en el Cemento Holcim TipoUG-28 es natural; clasificación N según norma ASTM C618. La puzolana Holcim, es de origen volcánico, con un alto contenido de sílice ( $SiO_2 > 80\%$ ) ideal para producir la reacción puzolánica donde el sílice reacciona con la cal  $Ca(OH)_2$  producto de la hidratación del cemento, generando más silicatos responsables del desarrollo sostenido de resistencias.” (Holcim S.A., 2014). A continuación se presentan las especificaciones técnicas del cemento Holcim tipo UG.

Cuadro E7. Análisis físico del cemento Holcim UG, según el fabricante.

		Cemento Holcim Tipo UG-28	RTCR 383:2004 UG	Referencia ASTM C1157 GU
Contenido de aire, ASTM C 185 máx. (%)		10,0	12,0	12,0
Finura (superficie específica) ASTM C 204 min. ( $cm^2/g$ )		3500	-	-
Finura retenida en malla 0,045 mm (#325), ASTM C 430 máx. (%)		5,0	-	-
Resistencia a la compresión ASTM C 109 min. (MPa)	3 días	10,0	10,0	10,0
	7 días	17,0	17,0	17,0
	28 días	28,0	28,0	-
Fragua Vicat ASTM C 191	Inicial min. (min)	100	45	45
	Final máx. (min)	260	420	420
Cambio al autoclave, ASTM C 151	Expansión máx. (%)	0,20	0,80	0,80
	Contracción máx. (%)	0,20	-	0,80

Fuente: Holcim S.A., 2014.

Cuadro E8. Análisis químico del cemento Holcim UG, según el fabricante.

	Cemento Holcim Tipo UG-28	RTCR 383:2004 UG	Referencia ASTM C 1157 GU
Óxido de magnesio MgO (%)	3,0	6,0	6,0
Trióxido de Azufre SO <sub>3</sub> (%)	3,0	4,0	4,0

Fuente: Holcim S.A., 2014.

Cuadro E9. Componentes principales del cemento Holcim UG, según el fabricante.

Componentes (% masa)	Cemento Holcim Tipo UG-28	RTCR 383:2004 UG
Clinker y yeso	55-80	50-90
Adiciones minerales	20-40	6-35
Otros	0-5	0-5

Fuente: Holcim S.A., 2014.

## Concreto

Cuadro E10. Resistencia a la compresión del concreto a distintas edades.

Fecha de confección	Fecha de falla	ID	Edad (días)	Área (mm <sup>2</sup> )	Carga (kN)	f' <sub>c</sub> (MPa)	f' <sub>c</sub> prom (MPa)
26/05	02/06	1	7	18 068	351	19,42	19,90
		2		18 134	362	19,95	
		5		18 116	368	20,33	
30/05	06/06	1	7	18 122	321	17,69	17,51
		2		18 098	326	17,99	
		3		18 096	305	16,84	
26/05	23/06	3	28	18 084	501	27,73	29,95
		9		18 041	554	30,71	
		8		18 048	567	31,42	
30/05	27/06	4	28	18 158	531	29,25	30,71
		7		18 179	586	32,25	
		8		18 108	555	30,63	
02/06	30/06	1	28	18 146	450	24,79	25,78
		3		18 158	486	26,76	
26/05	02/10	4	129	18 036	710	39,39	37,69
		6		18 048	780	43,20	
		7		17 996	549	30,48	
30/05	02/10	5	125	18 086	686	37,95	37,72
		6		18 060	687	38,03	
		9		18 077	672	37,18	
02/06	02/10	2	122	18 191	581	31,92	31,49
		4		18 155	564	31,06	

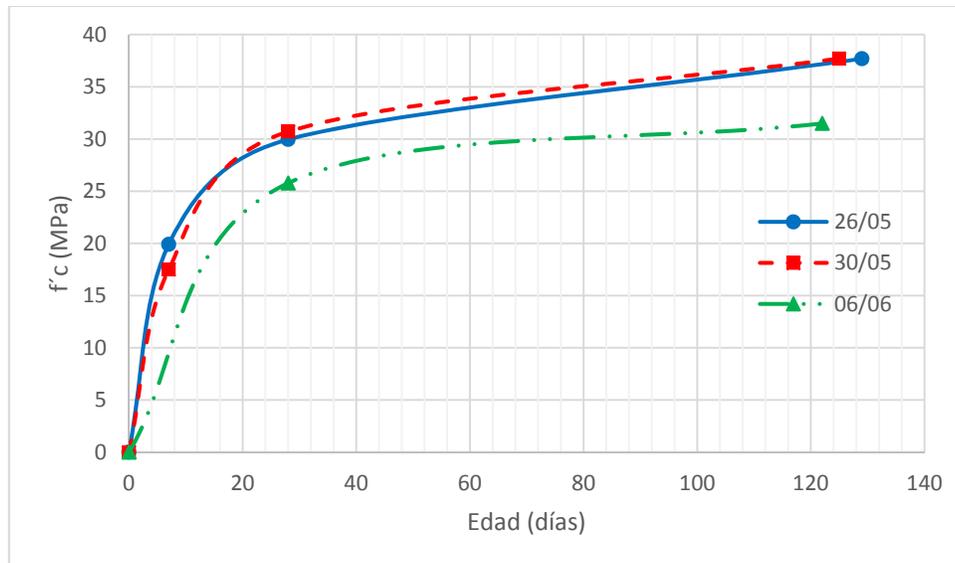


Figura E3. Gráfico de desarrollo de resistencia del concreto respecto a la edad.

### Acero

Cuadro E11. Resultados de deformación de la varilla #8 grado 60.

Identificación	Diámetro nominal (mm)	Área (mm <sup>2</sup> )	Longitud inicial (mm)	Longitud final (mm)	Elongación (%)
1	25,4	506,71	200	241	20,5
2	25,4	506,71	200	248	24,0
3	25,4	506,71	200	242	21,0
4	25,4	506,71	200	241	20,5
5	25,4	506,71	200	244	22,0
6	25,4	506,71	200	231	15,5

Cuadro E12. Resultados de deformación de la varilla grafilada.

Identificación	Diámetro nominal (mm)	Área (mm <sup>2</sup> )	Longitud inicial (mm)	Longitud final (mm)	Elongación (%)
<b>VG-1</b>	5,25	21,65	199,00	204,65	2,8
<b>VG-2</b>	5,25	21,65	200,40	-	-
<b>VG-3</b>	5,25	21,65	200,80	-	-
<b>VG-4</b>	5,25	21,65	200,60	205,65	2,5
<b>VG-5</b>	5,25	21,65	200,55	-	-
<b>VG-6</b>	5,25	21,65	200,50	-	-

### Fibra de carbono y adhesivo epóxico.

Cuadro E13. Propiedades físicas y mecánicas de la tela SikaWrap 300C.

Resistencia a tensión (MPa)	4 200
Módulo de elasticidad (MPa)	240 000
Elongación (%)	1,5
Dirección de la fibra	0° (unidireccional)
Peso (g/m <sup>2</sup> )	300
Espesor (mm)	0,17
Densidad de la fibra (g/cm <sup>3</sup> )	1,8

Fuente: Sika Group, 2014.

Cuadro E14. Propiedades a tensión (ASTM D-638) del adhesivo epóxico Sikadur 301.

Resistencia a tensión a 7 días (MPa)	52
Módulo de elasticidad (MPa)	2 000
Elongación de rotura (%)	3,5

Fuente: Sika Group, 2014.

## Apéndice F. Fotografías de la falla de los especímenes



Figura F1. Estado de espécimen V-A después de finalizado el ensayo de falla.



Figura F2. Grietas de cortante observadas en el elemento V-A después del ensayo de falla.



Figura F3. Estado del espécimen V-B después de finalizado el ensayo de falla.



Figura F4. Grietas de cortante observadas en el espécimen V-B después del ensayo de falla.



Figura F5. Estado de espécimen VO-1 después de finalizado el ensayo de falla.

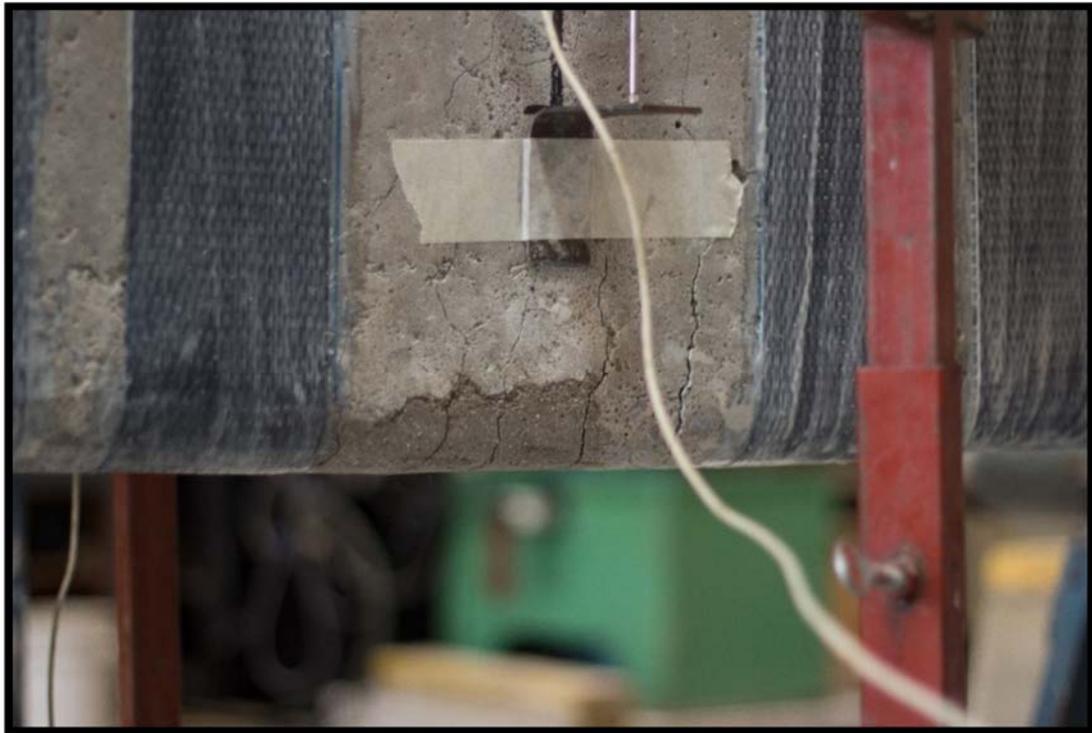


Figura F6. Grietas de flexión observadas en el espécimen VO-1 después del ensayo de falla.



Figura F7. Estado del espécimen VO-2 después de finalizado el ensayo de falla.



Figura F8. Grietas de flexión observadas en el elemento VO-2 después del ensayo de falla.



Figura F9. Estado del espécimen VO-3 después de finalizado el ensayo de falla.



Figura F10. Grietas de flexión observadas en el elemento VO-3 después del ensayo de falla.



Figura F11. Estado del espécimen VO-4 después de finalizado el ensayo de falla.



Figura F12. Grietas de cortante observadas en el espécimen VO-4 (resaltadas con marcador).



Figura F13. Grietas de flexión observadas en el espécimen VO-4 (resaltadas con marcador).