

Universidad de Costa Rica
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Civil

**Análisis de deflexiones en losas de concreto armado considerando
agrietamiento por contracción en edificios tipo mixto muro losa**

Trabajo de Graduación

Que para obtener el grado de Licenciatura en Ingeniería Civil

Presenta:

Mónica Alvarado Quirós

Director de Proyecto de Graduación:

Ing. Julian Trejos Villalobos M.Sc., M.Eng.


Ciudad Universitaria Rodrigo Facio

Costa Rica

junio, 2023

Hoja de aprobación

Miembros del Tribunal de Graduación



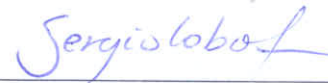
Ing. Julian Trejos Villalobos M.Sc., M.Eng.

Director



Ing. Alejandro Navas Carro, M.Sc.

Asesor



Ing. Sergio Lobo Aguilar, PhD.

Asesor

Estudiante



Mónica Alvarado Quirós

Derechos de autor

Fecha: 2023, junio, 28

El suscrito, Mónica Alvarado Quirós, cédula 4-0223-0527, estudiante de la carrera de Licenciatura en Ingeniería Civil de la Universidad de Costa Rica, con número de carné **B30304**, manifiesta que es autora del Proyecto Final de Graduación "**Análisis de deflexiones en losas de concreto armado considerando agrietamiento por contracción en edificios tipo mixto muro losa**", bajo la Dirección del **Ing. Julian Trejos Villalobos M.Sc., M.Eng.**, quien en consecuencia tiene derechos compartidos sobre los resultados de esta investigación.

Asimismo, hago traspaso de los derechos de utilización del presente trabajo a la Universidad de Costa Rica, para fines académicos: docencia, investigación, acción social y divulgación.



Mónica Alvarado Quirós

Nota: De acuerdo con la Ley de Derechos de Autor y Derechos Conexos N° 6683, Artículo 7 (versión actualizada el 02 de julio de 2001); "no podrá suprimirse el nombre del autor en las publicaciones o reproducciones, ni hacer en ellas interpolaciones, sin una conveniente distinción entre el texto original y las modificaciones o adiciones editoriales". Además, el autor conserva el derecho moral sobre la obra, Artículo 13 de esta ley, por lo que es obligatorio citar la fuente de origen cuando se utilice información contenida en esta obra.

Agradecimientos

Primeramente, a mi familia, a mi hermano Hugo Fernando Alvarado Quirós, a mi mamá Yara del Rocío Quirós Gonzáles, a mi papá Hugo Alvarado Montoya y a Alexander Mena Campos, que frente a situaciones difíciles han sido constantes en brindarme su apoyo. Además de a mis amigos en la Universidad Berny, Eliecer, Mariela, Leonardo, Breissy, Omar, Juan Pablo y María, con quienes mis memorias de la Universidad son aventuras llenas de compañerismo y creación. Al Dr. Elmer Masís Oliva que se comprometió conmigo, creyó en mí y me ayudó a creer que todo se puede. Así mismo, a mis amigas del Colegio que frente a circunstancias fuertes en mi vida se mantuvieron siempre a mi lado apoyándome, motivación que me permitió avanzar.

Terminando la carrera universitaria, he tenido la oportunidad de encontrarme con un mentor que me llena de fortaleza, a quien admiro inmensurablemente y a quien quiero agradecer: al Ing. Alejandro Navas Carro, que con dedicación y optimismo enfrenta los días comprometiéndose con valores y profesionalismo a los que aspiro llegar. Agradezco a mi novio, Fernando Carvajal Molina, que como compañero de vida me ha apoyado y motivado, ayudándome a esforzarme por dar siempre mi mejor versión y a crecer en todo sentido.

Al Ing. Julian Trejos Villalobos que se comprometió conmigo para obtener soluciones detalladas lo más fundamentadas posibles para el Proyecto de Graduación mediante esfuerzo y reuniones continuas.

A los Ingenieros de la empresa que colaboró con datos de campo para obtener una solución razonable al problema específico del Proyecto de Graduación por que han colaborado con la educación y con insumos para el sector construcción del país.

Finalmente, al Ing. Sergio Lobo Aguilar que mostró disposición para guiarme y colaborar con mi Proyecto de Graduación.

Dedicatoria

A mi papá, Hugo Jesús Alvarado Montoya, que siempre estuvo en mi corazón y cabeza recordándome que puedo y, que fue la primera persona en decirme desde pequeña que soy capaz de lograr lo que desee.

Índice

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Justificación	1
1.1.1. El Problema específico	1
1.1.2. Importancia	11
1.1.3. Antecedentes teóricos.....	12
1.2. Objetivo	14
1.2.1. Objetivo general.....	14
1.2.2. Objetivos específicos	14
1.3. Marco teórico e hipótesis	15
1.3.1. Condiciones de frontera	15
1.3.2. Diseño de losas.....	16
1.3.3. Método de elemento finito.....	46
1.3.4. Conceptos estadísticos.....	50
1.4. Delimitación del problema.....	53
1.4.1. Alcance	53
1.4.2. Limitaciones.....	55
1.5. Metodología.....	56
1.5.1. Etapa I: Consulta de información bibliográfica y antecedentes teóricos .	61
1.5.2. Etapa II: Visita a campo y recopilación de insumos del problema.....	61
1.5.3. Etapa III: Determinación de factores dependientes del tiempo para carga sostenida a largo plazo, a partir, de la losa observada en sitio, para el método del ACI 318-19 y el método del ACI 435R-95	62
1.5.4. Etapa IV: Determinación de metodología de cálculo de deflexiones que permite obtener deflexiones lo más exactas, con respecto, a lo visto en campo	62

1.5.5. Etapa V: Determinación de deflexiones de losas, con dimensiones usuales en la práctica constructiva, mediante el método de cálculo de deflexiones, que permite, obtener deflexiones lo más exactas con respecto a lo visto en campo	63
1.5.6. Etapa VI: Determinación de espesores mínimos y expresiones representativas para la obtención de espesores mínimos basadas en normativa internacional, a partir, del cálculo de deflexiones.....	63
1.5.7. Etapa VII: Determinación de espesores mínimos de losas mediante el ACI 318-19 y las normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (2004), para el diseño de losas sin cálculo de deflexiones.....	64
1.5.8. Etapa VIII: Determinación de la validez de la normativa del ACI 318-19 y de la SMIE (2004) y de las expresiones obtenidas, que permiten calcular los espesores mínimos de las losas estudiadas, mediante su comparación con los espesores mínimos obtenidos a partir del cálculo de deflexiones	64
1.5.9. Etapa IX: Formulación de nuevos métodos de cálculo modificados, los cuales, son aplicables a losas reforzadas en dos direcciones de entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes	64
1.5.10. Etapa X: Análisis de resultados y elaboración del informe final.....	64
CAPÍTULO 2. DETERMINACIÓN DE FACTORES DEPENDIENTES DEL TIEMPO PARA CARGA SOSTENIDA A LARGO PLAZO, A PARTIR, DE LA LOSA OBSERVADA EN SITIO, PARA EL MÉTODO DEL ACI 318-19 Y EL MÉTODO DEL ACI 435R-95	65
2.1. Descripción de insumos necesarios para el análisis de la losa.....	65
2.1.1. Descripción de la losa	65
2.1.2. Modelo completo	70
2.2. Determinación de demanda en losa para cálculo de deflexiones.....	71
2.2.1. Determinación de cargas por metro cuadrado (m ²).....	72
2.2.2. Determinación de los momentos de demanda	73
2.3. Determinación de factores dependientes del tiempo para carga sostenida a largo plazo	75
2.3.1. Determinación de momento de agrietamiento	75

2.3.2. Determinación de inercia efectiva.....	76
2.3.3. Determinación de deflexiones inmediatas	78
2.3.4. Obtención de factores a largo plazo requeridos para que se presente levantamiento de acabados en losas a los 31 meses.....	79
CAPÍTULO 3. DETERMINACIÓN DE METODOLOGÍA DE CÁLCULO DE DEFLEXIONES QUE PERMITE OBTENER DEFLEXIONES LO MÁS EXACTAS, CON RESPECTO, A LO VISTO EN CAMPO	83
3.1. Deflexiones adicionales a largo plazo.....	84
3.2. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales.....	86
CAPÍTULO 4. DETERMINACIÓN DE DEFLEXIONES DE LOSAS, CON DIMENSIONES USUALES EN LA PRÁCTICA CONSTRUCTIVA, MEDIANTE EL MÉTODO DE CÁLCULO DE DEFLEXIONES QUE PERMITE OBTENER DEFLEXIONES LO MÁS EXACTAS CON RESPECTO A LO VISTO EN CAMPO	90
4.1. Descripción de insumos necesarios para el análisis de las losas.....	91
4.1.1. Descripción de las losas.....	91
4.1.2 Dirección de distribución de cargas aplicadas en las losas	95
4.1.3. Modelo simplificado	96
4.1.4 Justificación de modelo simplificado	97
4.2. Determinación de demanda en losas	99
4.2.1. Determinación de cargas por m ²	99
4.2.2. Determinación de los momentos de demanda	100
4.3. Determinación de deflexiones	101
4.3.1. Determinación de momento de agrietamiento	101
4.3.2. Determinación de inercia efectiva.....	101
4.3.3. Determinación de deflexiones inmediatas	103
4.3.4. Determinación de deflexiones adicionales a largo plazo.....	105

4.3.5. Determinación de las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales	106
CAPÍTULO 5. DETERMINACIÓN DE ESPESORES MÍNIMOS Y EXPRESIONES REPRESENTATIVAS PARA LA OBTENCIÓN DE ESPESORES MÍNIMOS, BASADAS EN NORMATIVA INTERNACIONAL, A PARTIR DEL CÁLCULO DE DEFLEXIONES CON EL MÉTODO DEL ACI 435R-95	
5.1. Descripción de losas.....	107
5.2. Determinación de demanda en losas	110
5.2.1. Determinación de cargas por metro cuadrado (m ²).....	110
5.2.2. Determinación de los momentos de demanda	111
5.3. Determinación de deflexiones	113
5.3.1. Determinación de momento de agrietamiento	113
5.3.2. Determinación de inercias efectivas.....	114
5.3.3. Determinación de deflexiones inmediatas	116
5.3.4. Determinación de deflexiones adicionales a largo plazo.....	117
5.3.5. Determinación de partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales.....	118
5.3.5. Determinación de límites de deflexiones permisibles	119
5.4. Espesores mínimos obtenidos	119
5.5. Cálculo de expresiones para determinar espesores mínimos considerando deflexiones.....	120
CAPÍTULO 6. DETERMINACIÓN DE ESPESORES MÍNIMOS A PARTIR DEL ACI 318-19 y DE LA NORMATIVA DE LA SMIE (2004), PARA EL DISEÑO DE LOSAS SIN CÁLCULO DE DEFLEXIONES.....	
123	123
CAPÍTULO 7. DETERMINACIÓN DE LA VALIDEZ DE LA NORMATIVA DEL ACI 318-19 Y DE LA SMIE (2004) Y, DE LAS EXPRESIONES OBTENIDAS, QUE PERMITEN CALCULAR LOS ESPESORES MÍNIMOS DE LAS LOSAS ESTUDIADAS, MEDIANTE SU COMPARACIÓN CON LOS ESPESORES MÍNIMOS OBTENIDOS A PARTIR DEL CÁLCULO DE DEFLEXIONES	
124	124

CAPÍTULO 8. MODIFICACIONES A LOS PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO DE DEFLEXIONES DE LOSAS	126
8.1. Método del ACI 318-19	126
8.2. Método del ACI 435R-95	128
CAPÍTULO 9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	129
9.1. Conclusiones	129
9.2. Recomendaciones	132
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	133
ANEXOS.....	137
Anexo 1. Valores críticos Distribución t de Student	137
APÉNDICES.....	139

Índice de figuras

Figura 1. Levantamiento de acabados de piso debido a deflexión de losas en proyecto habitacional de la empresa que colabora con el Trabajo Final de Graduación, bajo impacto...	2
Figura 2. Levantamiento de acabados de piso debido a deflexión de losas, alto impacto	2
Figura 3. Levantamiento de acabados de piso debido a deflexión de losas, alto impacto	2
Figura 4. Orden de colado con seis secciones de colado	3
Figura 5. Orden de colado con cuatro secciones de colado	4
Figura 6. Secuencia de apuntalamiento y desapuntalamiento para una losa de una planta de entrepiso colada en seis secciones	5
Figura 7. Secuencia de apuntalamiento y desapuntalamiento para una losa de una planta de entrepiso colada en cuatro secciones.....	6
Figura 8. Vista en planta de losa vista en campo con restricciones a los lados.....	9
Figura 9. Sección transversal del eje transversal de la losa vista en campo (bastones para momentos positivos).....	10
Figura 10. Sección transversal del eje longitudinal de la losa vista en campo (bastones para momentos positivos).....	10
Figura 11. Maxiflex 40 de INTACO utilizado en apartamento de la empresa que colabora con el Trabajo Final de Graduación	10
Figura 12. Historia esquemática carga-tiempo	18
Figura 13. Historial de carga típico	22
Figura 14. Curva de fluencia típica (Concreto cargado a 420000 kg/m ² a la edad de 28 días)	23
Figura 15. Desarrollo de esfuerzos de restricción	37
Figura 16. Variación de factor multiplicador para las deflexiones a largo plazo con respecto al tiempo con $\xi=2$ a los 60 meses (ACI 318-19)	42
Figura 17. Definición de esfuerzos positivos en elemento infinitesimal de SAP2000...	47
Figura 18. Formación de un elemento tipo cascarón plano	48

Figura 19. Esquema de discretización	49
Figura 20. Elemento tipo placa a flexión en forma de cuadrilátero.....	49
Figura 21. Elemento tipo membrana en forma de cuadrilátero	49
Figura 22. Distribución normal de t de Student.....	51
Figura 23. Prueba a dos colas	52
Figura 24. Diagrama de flujo de la metodología.....	57
Figura 25. Vista en planta de losa vista en campo con restricciones a los lados	67
Figura 26. Sección transversal del eje transversal de la losa vista en campo (bastones para momentos positivos).....	68
Figura 27. Sección transversal del eje longitudinal de la losa vista en campo (bastones para momentos positivos).....	68
Figura 28. Ejes de la losa vista en campo.....	69
Figura 29. Modelo de estructura completo	71
Figura 30. Recta de mejor ajuste con variación de factor multiplicador para las deflexiones a largo plazo con respecto al tiempo con $\xi=2$ a los 60 meses (derivada a partir del ACI 318-19).....	81
Figura 31. Recta de mejor ajuste con variación de factor multiplicador para las deflexiones a largo plazo con respecto al tiempo con $\xi=4,21$ a los 60 meses (derivada a partir del ACI 318-19)	82
Figura 32. Vista en planta de losa vista en campo simplificada.....	96
Figura 33. Modelo simplificado de la losa vista en campo elaborado en SAP2000.....	97

Índice de cuadros

Cuadro 1. Tipologías de vigas	9
Cuadro 2. Modelos análogos de la restricción al movimiento.....	16
Cuadro 3. Cargas que soportan las losas y densidad de losas usuales	17
Cuadro 4. Multiplicadores a largo plazo recomendados por distintos autores.....	26
Cuadro 5. Desarrollo de la resistencia a la compresión del concreto desde 1 día hasta 28 días.....	27
Cuadro 6. Espesores mínimos de losas no preesforzadas en dos direcciones sin vigas interiores (cm).....	30
Cuadro 7. Deflexiones máximas según el tipo de miembro y su condición.....	32
Cuadro 8. Descripción de deflexiones inmediatas.....	40
Cuadro 9. Factores dependientes del tiempo según la duración de la carga sostenida (ACI 318-19)	41
Cuadro 10. Descripción de deflexiones inmediatas.....	43
Cuadro 11. Tipologías de vigas	67
Cuadro 12. Distancias entre ejes de losa vista en campo.....	69
Cuadro 13. Demanda de momento en franja de 1 m de ancho a lo largo del eje transversal central para losa vista en campo para la máxima carga durante la construcción.	73
Cuadro 14. Demanda de momento positivo en zona central de una franja central en el eje transversal de losa de 1 m de ancho para cargas de servicio	74
Cuadro 15. Demanda de momento positivo en eje G-G de una franja central en el eje transversal de losa de 1 m de ancho para cargas de servicio.....	74
Cuadro 16. Demanda de momento positivo en eje A-A de una franja central en el eje transversal de losa de 1 m de ancho para cargas de servicio.....	74
Cuadro 17. Momentos de demandas para determinar las inercias efectivas de la losa vista en campo bajo las máximas cargas durante la construcción	76
Cuadro 18. Momentos de demandas para determinar las inercias efectivas de la losa vista en campo bajo cargas de servicio	76

Cuadro 19. Inercias efectivas de la losa vista en campo bajo las máximas cargas durante la construcción.....	76
Cuadro 20. Inercias efectivas de la losa vista en campo bajo cargas de servicio	77
Cuadro 21. Relación de inercias efectivas con respecto a inercias gruesas de la losa vista en campo bajo las máximas cargas durante la construcción	77
Cuadro 22. Relación de inercias efectivas con respecto a inercias gruesas de la losa vista en campo bajo cargas de servicio	77
Cuadro 23. Deflexiones inmediatas de la losa vista en campo bajo las máximas cargas durante la construcción	78
Cuadro 24. Deflexiones inmediatas de la losa vista en campo bajo cargas de servicio	79
Cuadro 25. Deflexiones a largo plazo de la losa vista en campo bajo máximas cargas durante la construcción	84
Cuadro 26. Deflexiones a largo plazo (31 meses) de la losa vista en campo bajo máximas cargas durante la construcción	85
Cuadro 27. Deflexiones a largo plazo de la losa vista en campo bajo cargas de servicio	85
Cuadro 28. Deflexiones a largo plazo (31 meses) de la losa vista en campo bajo cargas de servicio.....	86
Cuadro 29. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales de la losa vista en campo bajo máximas cargas durante la construcción	86
Cuadro 30. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales, a los 31 meses, de la losa vista en campo bajo máximas cargas durante la construcción	87
Cuadro 31. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales de la losa vista en campo bajo cargas de servicio (modelo completo)	87

Cuadro 32. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales, a los 31 meses, de la losa vista en campo bajo cargas de servicio (modelo completo).....	88
Cuadro 33. Dimensiones de losas.....	91
Cuadro 34. Relación demanda/capacidad de modelos	92
Cuadro 35. Resumen de configuración de acero de losas	93
Cuadro 36. Distancia entre ejes de losas.....	94
Cuadro 37. Dirección en la que trabajan las losas.....	95
Cuadro 38. Diferencias y porcentajes de error de deflexiones inmediatas para justificar el modelo de losa simplificado (método del ACI 435R-95).....	98
Cuadro 39. Diferencias y porcentajes de error de deflexiones inmediatas para justificar el modelo de losa simplificado (método del ACI 318-19).....	98
Cuadro 40. Demanda de momento en franja de 1 m de ancho a lo largo del eje transversal central para losas para la máxima carga durante la construcción	100
Cuadro 41. Momentos de demandas para determinar las inercias efectivas de las losas bajo las máximas cargas durante la construcción	101
Cuadro 42. Inercias efectivas de las losas bajo las máximas cargas durante la construcción	102
Cuadro 43. Relación de inercias efectivas con respecto a inercias gruesas de las losas bajo las máximas cargas durante la construcción	103
Cuadro 44. Deflexiones inmediatas de las losas bajo las máximas cargas durante la construcción	104
Cuadro 45. Deflexiones a largo plazo de las losas bajo máximas cargas durante la construcción	105
Cuadro 46. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales de las losas bajo máximas cargas durante la construcción	106
Cuadro 47. Resumen de propiedades de losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19	107

Cuadro 48. Relación demanda/capacidad de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19	108
Cuadro 49. Resumen de cantidad de acero en las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19	109
Cuadro 50. Cargas que perciben las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo cargas máximas durante la construcción	110
Cuadro 51. Cargas de servicio consideradas en las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19	111
Cuadro 52. Demanda de momento en franja de 1 m de ancho a lo largo del eje transversal central para losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 para la máxima carga durante la construcción	112
Cuadro 53. Parámetros de momentos de agrietamientos de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19	113
Cuadro 54. Momentos de demandas para determinar las inercias efectivas de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo las máximas cargas durante la construcción	114
Cuadro 55. Inercias efectivas de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo las máximas cargas durante la construcción	114
Cuadro 56. Relación de inercias efectivas con respecto a inercias gruesas de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo las máximas cargas durante la construcción	115
Cuadro 57. Deflexiones inmediatas de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo las máximas cargas durante la construcción	116
Cuadro 58. Deflexiones a largo plazo de losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo máximas cargas durante la construcción	117
Cuadro 59. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales de losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo máximas cargas durante la construcción	118
Cuadro 60. Deflexiones permisibles de losas (ACI 318-19)	119
Cuadro 61. Espesores mínimos obtenidos mediante el cálculo de deflexiones.....	119

Cuadro 62. Comparación de espesores mínimos obtenidos mediante el cálculo de deflexiones obtenidos a partir de una expresión y a partir de un modelo.....	121
Cuadro 63. Espesores mínimos de losas sin cálculo de deflexiones.....	123
Cuadro 64. Tabla comparativa de espesores mínimos obtenidos a partir del CAPÍTULO 5 y del CAPÍTULO 6.....	124
Cuadro 65. Valores críticos Distribución t de Student	137

Alvarado Quirós, Mónica Lucía.

Análisis de deflexiones en losas de concreto armado considerando agrietamiento por contracción en edificios tipo mixto muro losa.

Proyecto de Graduación — Ingeniería Civil — San José, C.R.:

M. Alvarado Q., 2023.

xvii, 139, [57]h; ils.col. — 41 refs.

Resumen ejecutivo

Se propone ajustar las metodologías de cálculo de deflexiones en losas de concreto reforzado considerando agrietamiento por contracción de entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes debido al levantamiento de piso en varios edificios con dicho sistema constructivo, a pesar, de que el diseño de las losas de entrepiso cumplía con los requisitos de deformaciones admisibles del reglamento denominado: "Requisitos de reglamento para concreto estructural (ACI 318-19)".

Se analizaron las deflexiones y espesores mínimos de losas modeladas a partir del método del elemento finito incorporado en el software SAP2000 y, utilizando procedimientos descritos en el ACI 318-19, el "Control de Deflexiones en Estructuras de Concreto (ACI 435-95)" y las "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto" de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural.

Los esfuerzos generados por restricción a la deformación de las losas, debidos al proceso de retracción, tienen un efecto significativo en el agrietamiento, por lo que el método para cálculo de deflexiones que se adapta mejor es del ACI 345R-95 con un $f_r = 1,06 \cdot \sqrt{f'_c}$ y un factor a largo plazo de $\lambda_{\Delta t} = 4$. Para las losas de análisis, los espesores mínimos de la de la Tabla 8.3.1.1 del ACI 318-19 devuelven resultados confiables, mientras que los de la del SMIE no. Además, se obtienen dos expresiones que permiten determinar los valores de espesores mínimos para las condiciones de las losas de análisis, que cumplen requisitos de servicio.

DESCRIPTORES CONCEPTOS CLAVE: CONCRETO REFORZADO; LOSAS EN DOS DIRECCIONES; DEFLEXIONES; CONTRACCIÓN, MÓDULO DE ELASTICIDAD; FORMALETAS AUTO PORTANTES.

Ing. Julian Trejos Villalobos M.Sc., M.Eng.

Escuela de Ingeniería Civil

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1. Justificación

1.1.1. El Problema específico

Desde el año 2021, la empresa constructora que colaboró con el presente Trabajo de graduación ha presentado levantamiento de pisos en alrededor de 30 losas reforzadas en tres torres de apartamentos, construidas mediante el método constructivo de formaletas auto portantes y, diseñadas mediante metodologías de diseño del manual llamado "Requisitos de reglamento para concreto estructural (ACI 318-19)" del American Concrete Institute (ACI) (2019) y, mediante la aplicación del método del elemento finito, donde, el diseño del ACI 318-19 implica diseño por servicio, es decir, que las losas no deberían de deflexionarse al punto de presentar levantado de acabados, por lo que el desempeño de las losas no fue el esperado. La empresa constructora que colaboró con el presente Trabajo Final de Graduación identificó que dicho problema se presentó en las plantas de tres torres de apartamentos tipo mixto muro losa de seis niveles. Las plantas de las torres consistían en una distribución de apartamentos interconectados por un pasillo central con aposentos con distintas luces.

El método constructivo de formaletas auto portantes consiste en armar un conjunto de formaletas con la finalidad de colar los muros junto con los entrepisos. En una losa en un edificio tipo mixto muro losa construido mediante el método constructivo de formaletas autoportantes se puede generar restricciones a desplazamientos en sus planos, por lo que es probable que se generen fisuras ante el efecto de contracción por secado y pérdida de temperatura que el concreto presenta a temprana edad (Darwin, D., Dolan, W. Ch., & Nilson, H. A., 2016).

A como se mencionó anteriormente, el desempeño del diseño de las losas analizadas obtenido no fue el esperado, por lo que la normativa no está tomando en cuenta ciertas consideraciones. El método para el cálculo de las deflexiones de losas reforzadas propuesto en el ACI 318-19, considera los efectos producto de las restricciones a la contracción mediante un factor de 2/3 (obtenido experimentalmente), los efectos del refuerzo y los efectos del agrietamiento en la rigidez del miembro bajo cargas crecientes y, los efectos a largo plazo.



Figura 1. Levantamiento de acabados de piso debido a deflexión de losas en proyecto habitacional de la empresa que colabora con el Trabajo Final de Graduación, bajo impacto



Figura 2. Levantamiento de acabados de piso debido a deflexión de losas, alto impacto

Fuente: (Trejos, V. J., 2023)



Figura 3. Levantamiento de acabados de piso debido a deflexión de losas, alto impacto

Fuente: (Trejos, V. J., 2023)

El levantamiento de pisos genera costos de reparación no considerados en el proceso constructivo, lo que genera gran consternación tanto en los dueños como en las empresas desarrolladoras, además, el proceso de reparación del levantamiento de pisos requiere que los dueños de los apartamentos se muden temporalmente mientras se sustituye el piso.

Con respecto al proceso de apuntalamiento y desapuntalamiento durante el proceso constructivo de los edificios, se identificaron dos opciones usuales en la Figura 4 y en la Figura 5, las cuales, poseen cantidades y áreas distintas de secciones en que se cuelan las losas en una planta de entrepiso. Para el caso de estudio, el colado de cada sección de losa se puede realizar en cuatro o seis secciones. El colado de cada sección se realiza el mismo día que se coloca el apuntalamiento y en que se realiza el armado de acero de la sección de entrepiso. Además, el 50 % de puntales se quitan después de 2 semanas. Cabe mencionar que esta información se obtuvo a partir del Ingeniero de la empresa que colaboró con el desarrollo del Proyecto de Graduación (Anónimo, 2023).

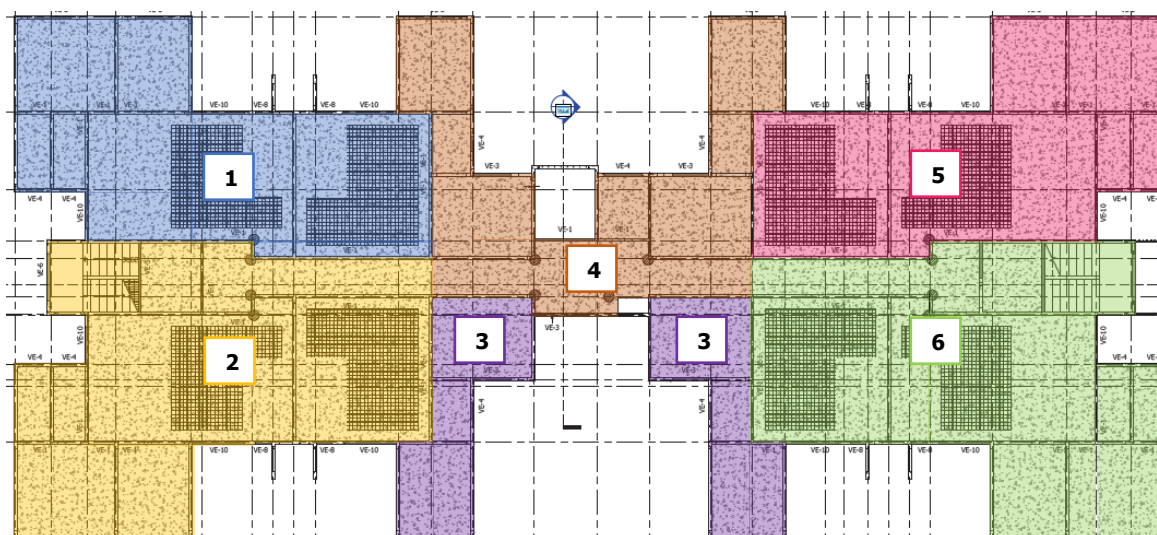


Figura 4. Orden de colado con seis secciones de colado

Fuente: (Anónimo, 2022)

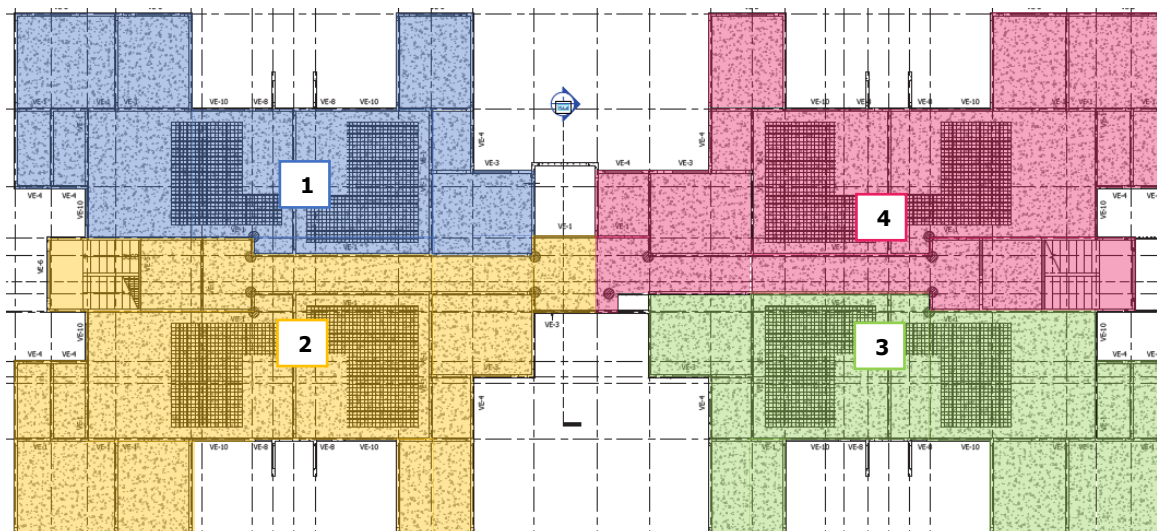


Figura 5. Orden de colado con cuatro secciones de colado

Fuente: (Anónimo, 2022)

En la Figura 4 se toman 6 días para el colado del entrepiso, mientras que en la Figura 5 se toman 4 días. A partir de dicha información se procede a realizar los esquemas de la Figura 6 y de la Figura 7 que muestran la secuencia de apuntalamiento y desapuntalamiento para una losa de una planta que es colada en seis secciones y cuatro secciones respectivamente. Las Figuras resaltan los días que pasan desde el colado hasta que se retira el 100 % de los puntales. Cada semana cuenta con 6 días laborales y 7 días naturales. Los elementos horizontales representan las losas y los verticales los puntales. Se aprecia cuando se van quitando los puntales y, cuando se van colando las losas por días.

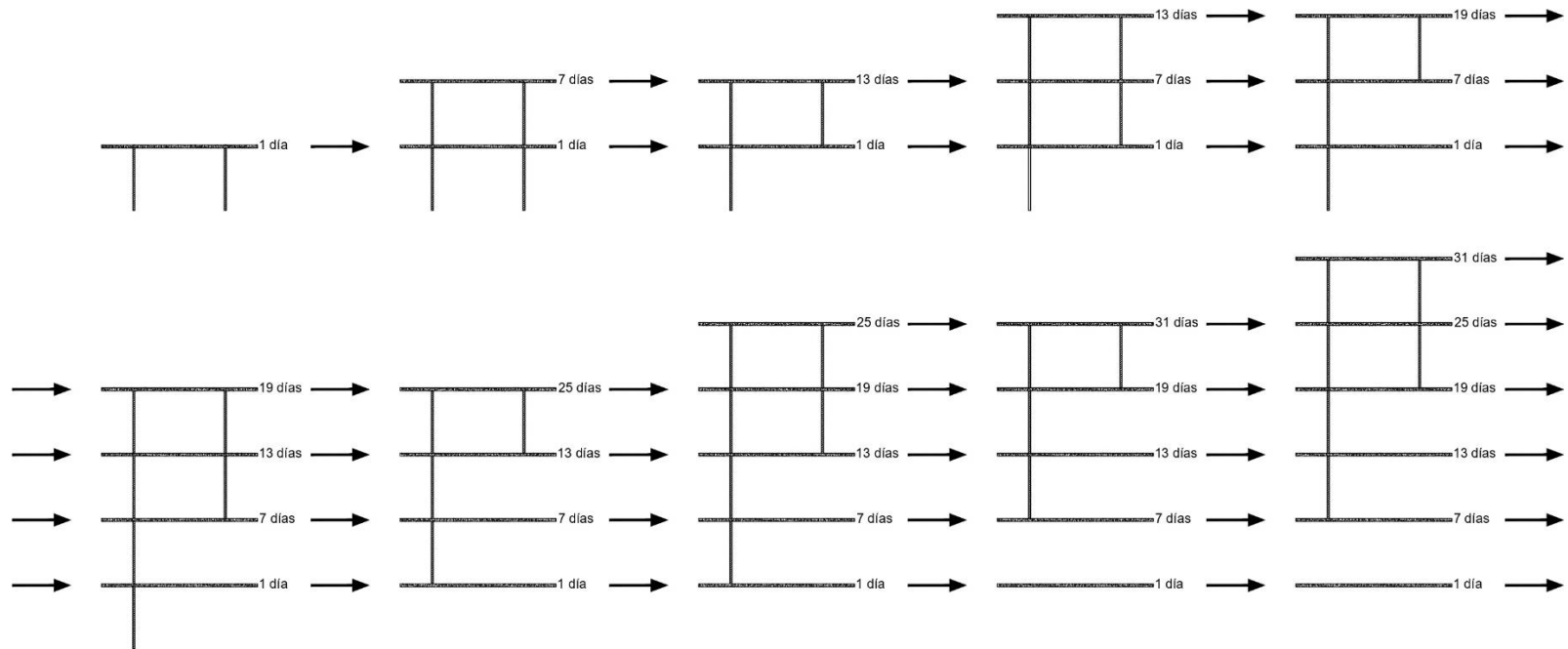


Figura 6. Secuencia de apuntalamiento y desapuntalamiento para una losa de una planta de entrepiso colada en seis secciones

A partir de la Figura 6 se determina que los puntales de la primera losa, para una colada de entrepiso realizada en seis secciones, se quitan 31 días laborales después de que se cuela la primera losa, es decir, 35 días naturales después. Además, se aprecia que, para ese momento, la primera losa está soportando cuatro losas por encima debido a los puntales.

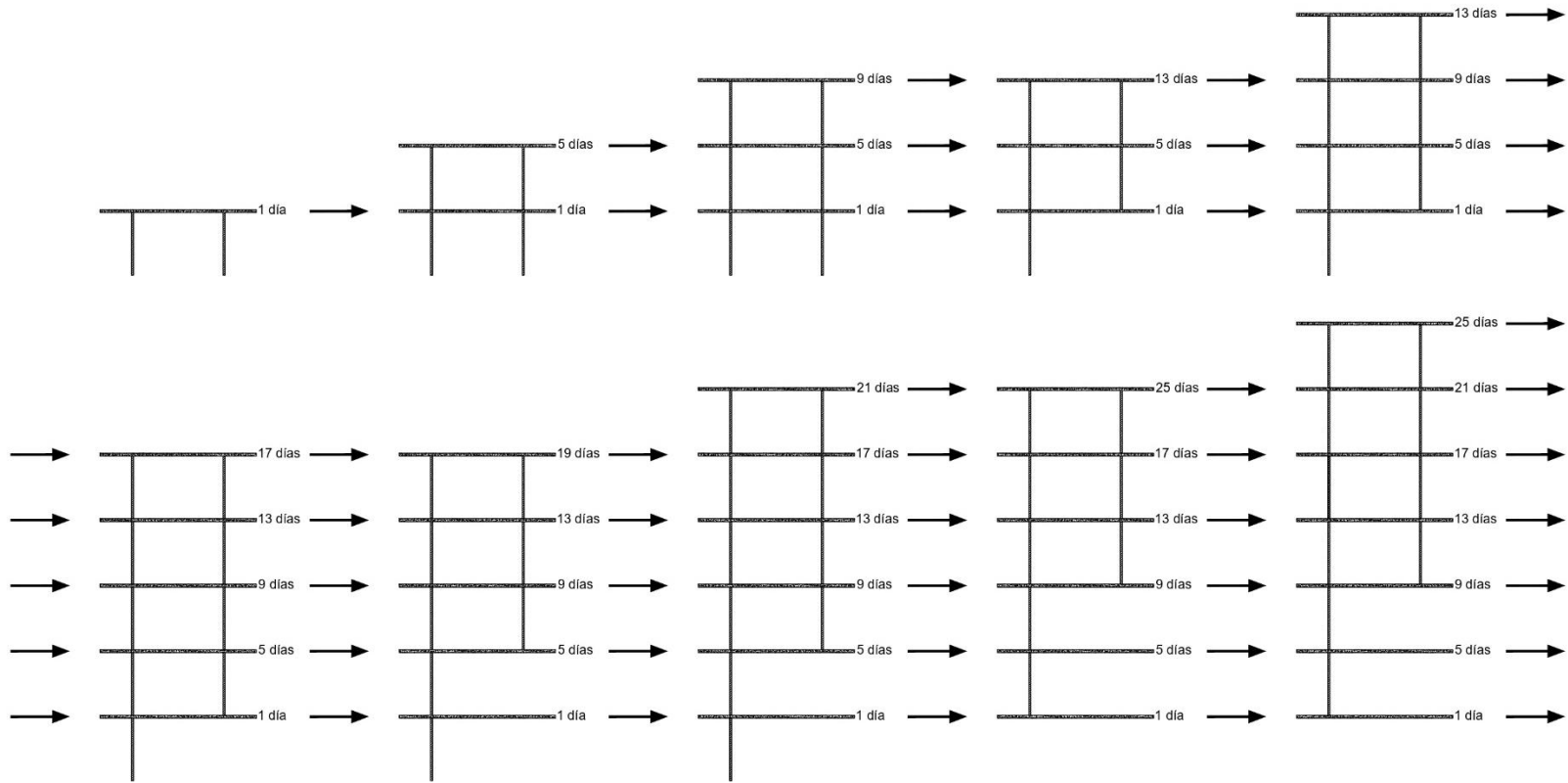


Figura 7. Secuencia de apuntalamiento y desapuntalamiento para una losa de una planta de entrepiso colada en cuatro secciones

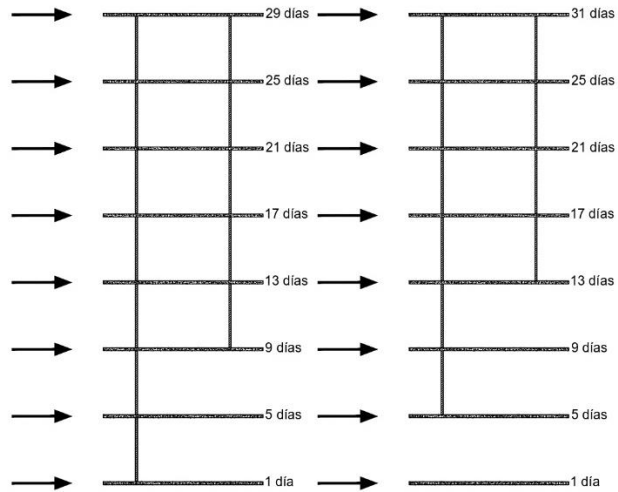


Figura 7 (cont.). Secuencia de apuntalamiento y desapuntalamiento para una losa de una planta de entrepiso colada en cuatro secciones

A partir de la Figura 7 se determina que los puntales de la primera losa, para una colada de entrepiso realizada en cuatro secciones, se quitan 31 días laborales después de que se cuela la primera losa, es decir, 35 días naturales después. Además, se aprecia que, para ese momento, la primera losa está soportando siete losas por encima de los puntales, sin embargo, debido a que las edificaciones son de seis niveles, se supone que está soportando sólo cinco losas por encima.

Los elementos no estructurales se unen alrededor de 2 meses posteriores a la colada de entepisos, es decir que los elementos no estructurales se unen en cada losa 56 días naturales después de que se quitan los puntales desde que se cuela cada losa.

En una de las torres, se logró identificar las condiciones de una losa que presentó levantamiento de pisos. Dicha losa presentó levantamiento de pisos alrededor de 19 meses después de colada. Los parámetros necesarios para el análisis de dicha losa se obtienen a partir de planos provistos por la Ingeniera de la empresa que colaboró con el desarrollo del Proyecto de Graduación y, de Códigos pertinentes, donde, dicha losa consistió en una losa de 4,8 m de ancho por 7,8 m de largo y 14 cm de espesor, con una densidad de concreto de 2400 kg/m^3 , una resistencia a la compresión a los 28 días de concreto de 210 kg/cm^2 y una carga temporal de diseño de 200 kg/m^2 acorde al Código Sísmico de Costa Rica 2010: Revisión 2014 (CSCR-2010 rev.14)

En la Figura 8 se puede apreciar la losa vista en campo, donde, las zonas perimetrales con un Hatch de líneas diagonales perimetral más grueso corresponden a las zonas donde existe continuidad a lo largo del entepiso y las zonas con un Hatch de líneas diagonales perimetral delgado son zonas con "huecos" en el entepiso. La losa se encuentra apoyada sobre muros de concreto de 12 cm de espesor a lo largo de todo el perímetro, a excepción, de las zonas donde se aprecian franjas negras, que corresponden a vigas apoyadas sobre los muros perimetrales.

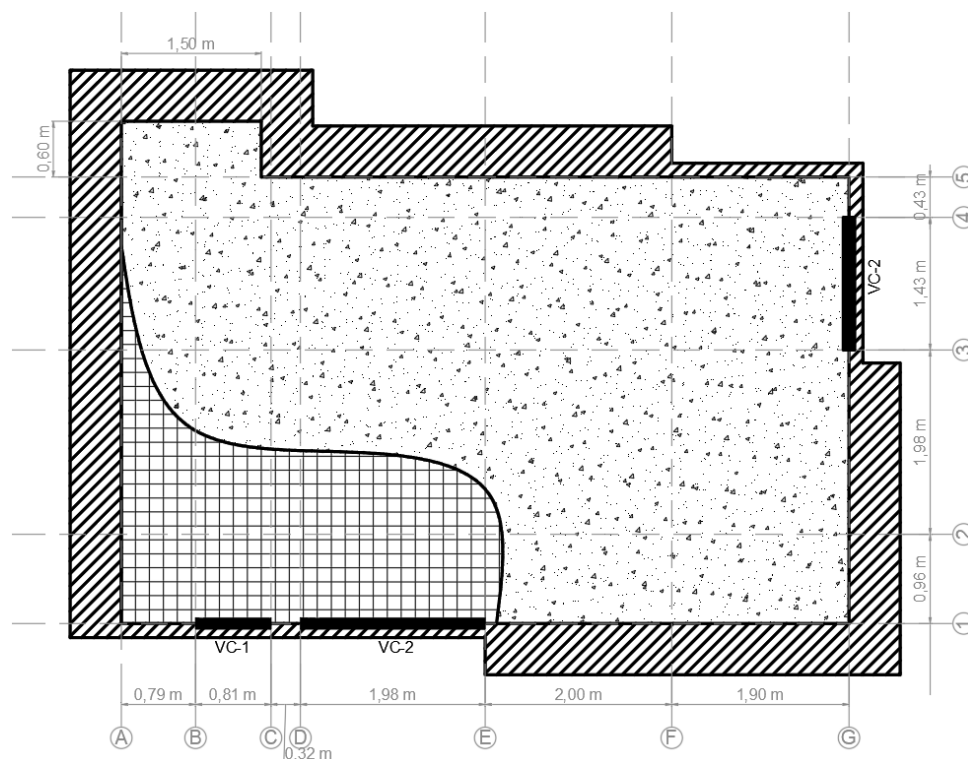


Figura 8. Vista en planta de losa vista en campo con restricciones a los lados

La losa observada en sitio de la Figura 8 presenta dos tipologías de vigas de apoyo. Las tipologías se obtienen a partir de planos provistos por la Ingeniera de la empresa que colaboró con el desarrollo del Proyecto de Graduación y, se muestran en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Tipologías de vigas

VIGA	PERALTE (CM)	ANCHO (CM)	RESISTENCIA DEL CONCRETO A LOS 28 DÍAS [f'_c] (kg/cm ²)
VC-1	182	12	210
VC-2	62	12	210

Además, la losa tiene un recubrimiento de 2,5 cm y posee bastones inferiores y superiores, en donde aplique, acorde a la demanda de momentos positivos o negativos. Los bastones son de varilla #3 a cada 25 cm Grado 60 y el refuerzo continuo son dos mallas

electrosoldadas de 5,72 mm de diámetro, una en cada cara, a cada 15 cm Grado 70 (Figura 9 y Figura 10).

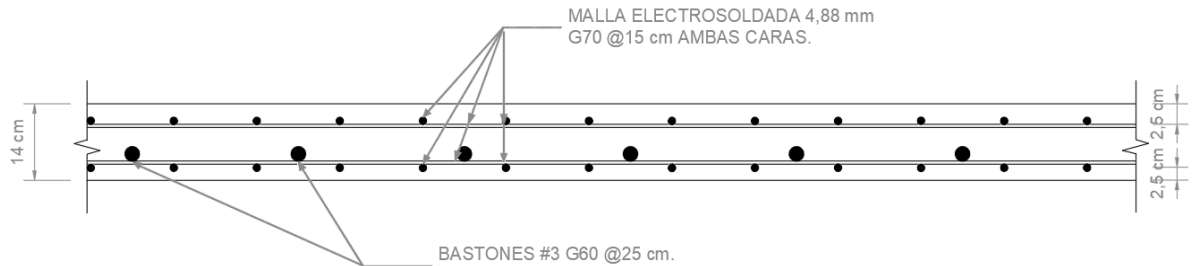


Figura 9. Sección transversal del eje transversal de la losa vista en campo (bastones para momentos positivos)

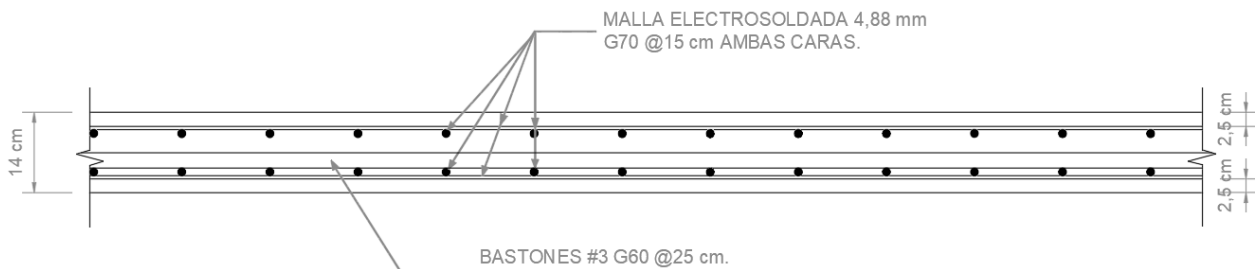


Figura 10. Sección transversal del eje longitudinal de la losa vista en campo (bastones para momentos positivos)

Las medidas aplicadas por parte de la empresa que colaboró con el Trabajo de Graduación para evitar que se siga presentando el levantamiento de pisos en las losas consistieron en rellenar sisas con material elastomérico, así como no rellenar la sisa contra la pared, con el fin de que las piezas de piso no transmitan cargas en su plano.



Figura 11. Maxiflex 40 de INTACO utilizado en apartamento de la empresa que colabora con el Trabajo Final de Graduación

Otra solución que se aplica a nivel internacional es el uso de un sistema de aislamiento de piso que desvincula el movimiento de una losa respecto a las piezas de piso.

Frente al problema de levantamiento de pisos en Bolivia, se ha optado por definir un nuevo límite de deformaciones admisibles para deformaciones a largo plazo.

En Colombia, donde se utiliza este sistema constructivo de manera extensiva, se tiene la costumbre de colar un relleno de concreto pobre sobre una losa con el fin de dejar sumergidas las tuberías de gas en este relleno y de, colocar el piso sobre dicho relleno.

Debido a que en Costa Rica estas soluciones no se aplican, mediante esta investigación, se definieron modificaciones a métodos de cálculo de deformaciones y de espesores mínimos que permiten mejorar el desempeño de las losas de entrepisos de este tipo de sistemas constructivos.

Se presentan, en el CAPÍTULO 8, los nuevos métodos de cálculo modificados, los cuales, son aplicables a losas reforzadas en dos direcciones de entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes.

1.1.2. Importancia

A partir del control de las deflexiones en losas reforzadas se evitan problemas estéticos, operativos, vibraciones excesivas, daños a elementos secundarios, etc. (Navas, C. A., 2020, p. 236). La normativa que permite predecir las deflexiones utilizada para diseño a nivel nacional, actualmente, se adapta a variables de diseño y supuestos y, posee limitaciones, por lo que existen casos donde puede que dicha normativa no prediga con exactitud las deflexiones (Bischoff, P., 2005).

Actualmente no existen Trabajos de Investigación a nivel nacional que permitan comparar los resultados obtenidos al aplicar los métodos para la obtención de deflexiones y espesores mínimos en losas que trabajan en dos direcciones con observaciones de campo.

Este Trabajo Final de Graduación permite establecer un precedente que funciona como referencia para evitar gasto en recursos humanos y económicos en lo que refiere a reparaciones y análisis de diseño estructural cuando se construyan losas bajo circunstancias similares a las estudiadas en el presente Trabajo de Graduación. Además, presenta un precedente teórico para alguna potencial investigación académica que permita verificar la viabilidad de los métodos de predicción propuestos para el análisis de deflexiones de losas con condiciones similares a las expuestas en el presente Proyecto, mediante ensayos de laboratorio.

Cabe mencionar, que, además, el Proyecto de Graduación requiere de una recopilación de teoría de deflexiones de losas en dos direcciones, la cual, se puede acceder a lo largo de los años como fuente de referencia para propósitos académicos.

1.1.3. Antecedentes teóricos

Los principales antecedentes teóricos han sido recopilados en el ACI 318-19. La investigación a partir de la cual se desarrolla la filosofía para la obtención de deflexiones del ACI 318-19 fue la de Dan E. Branson en 1965 (ACI, 2019). En esta investigación Dan E. Branson estudió deflexiones instantáneas y dependientes del tiempo para vigas de concreto reforzado simples y continuas. Comparó los resultados obtenidos al medir las deflexiones, mediante galgas extensiométricas, de cuatro especímenes cargados a los 28 días obteniendo resultados teóricos y, estableció la ecuación base para el cálculo de la inercia efectiva (Branson, D., 1965).

En el año 2000 el American Concrete Institute Committee 435 (ACI Committee 435) expuso el artículo llamado "Control de Deflexiones en Estructuras de Concreto (ACI 435R-95)", donde, se expuso un método alternativo para el cálculo de deflexiones de losas en dos direcciones de edificios con múltiples niveles.

En el año 2001 se introdujeron por primera vez los efectos de la contracción en la norma australiana AS 3600-2001 (Standards Australia Committee BD-002, 2001).

En el año 2002 el ACI Committee 209 expuso un artículo llamado "Predicción de flujo plástico, contracción y efectos de temperatura en estructuras de concreto". En dicho artículo que se volvió a aprobar en el 2008, se expusieron expresiones que permiten calcular las deflexiones producto de contracción, fluencia plástica y efectos de temperatura en estructuras de concreto a partir de variables obtenidas en sitio.

También, en el año 2002, Edward, L. W., junto con la empresa Computer and Structures, Inc. (CSI), expusieron la tercera edición del libro llamado "Análisis Tridimensional Estático y Dinámico de Estructuras". Dicho libro expuso la teoría aplicada en los softwares de CSI para la obtención de esfuerzos, deformaciones y fuerzas de estructuras finitas.

En el año 2005, Peter H. Bischoff expuso un artículo llamado "Reevaluación de la predicción de deflexiones de vigas de concreto reforzadas con barras de acero y de polímero reforzado con fibras" y, en el año 2007, Peter H. Bischoff & Andrew Scanlon expusieron otro artículo llamado "Momento efectivo de inercia para el cálculo de las deflexiones de miembros de concreto que contienen refuerzo de acero y refuerzo de polímero reforzado con fibras". En

estos artículos se expuso que la expresión del momento efectivo de inercia expuesta por Branson en el año 1965 es válida únicamente para miembros con relaciones de refuerzo de acero mayores al 1 %, ya que, sobreestima la rigidez del elemento para relaciones de refuerzo menores y, devuelve deflexiones menores a las esperadas según los resultados de pruebas de laboratorio. Por lo que, a partir de pruebas de laboratorio, propusieron una modificación de la expresión original, la cual, muestra ser válida para todas las razones de refuerzo de acero. En el año 2008 Andrew Scanlon & Peter H. Bischoff expusieron un artículo llamado "Restricciones a la contracción y efectos del historial de cargas en las deflexiones de miembros a flexión". En este artículo se incorporó un factor de $2/3$ al momento de agrietamiento, con la finalidad de tomar en consideración los esfuerzos producto de las restricciones a la contracción, además, se propuso evaluar las deflexiones utilizando un momento de inercia efectivo basado en la carga permanente total sumada a la carga de servicio viva, con la finalidad de considerar la precarga debida a cargas de construcción antes de la instalación de los elementos no estructurales.

En la Universidad de Costa Rica se han desarrollado Trabajos de Graduación que obtienen las deflexiones de vigas mediante ensayos de laboratorio, sin embargo, ha sido con la finalidad de comparar la eficiencia de vigas con distintas composiciones. No existe ningún Trabajo de Graduación que compare métodos teóricos para la obtención de deflexiones de vigas o losas reforzadas.

En normas como el ACI 318-19 y "las normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto" del 2004 de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural (SMIE) y, en libros de texto como el de "Diseño de Estructuras de Concreto" del 2001 de Nilson, H. A. & Darwin, D., se establece cómo determinar las deflexiones permisibles y los espesores mínimos si no se calculan deflexiones durante el diseño de losas.

1.2. Objetivo

1.2.1. Objetivo general

Proponer métodos de cálculo de deflexiones y espesores mínimos en losas de concreto reforzado, considerando agrietamiento por contracción en entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, mediante la comparación entre: deflexiones observadas en sitio y, deflexiones obtenidas a partir de métodos de normativa internacional, con la finalidad de que las deflexiones obtenidas teóricamente se asemejen a las observadas en sitio.

1.2.2. Objetivos específicos

1. Determinar factores dependientes del tiempo para carga sostenida a largo plazo para el método de la sección 24.2.4.1 del ACI 318-19 y el método del capítulo 4 del ACI 435R-95, que permitan obtener deflexiones, acorde a lo visto en campo, mediante el lapso en que la losa observada en sitio presentó levantamiento de acabados.
2. Establecer un método de cálculo de deflexiones, que permita, obtener deflexiones de losas reforzadas de entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, lo más exactas con respecto a lo apreciado en la losa vista en campo.
3. Obtener deflexiones mediante un método de cálculo de deflexiones, que permita, obtener deflexiones de losas reforzadas de entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, lo más exactas con respecto a lo apreciado en la losa vista en campo, de losas con dimensiones usuales en la práctica constructiva.
4. Determinar espesores mínimos y expresiones representativas, para la obtención de espesores mínimos, basadas en normativa internacional, para las losas con dimensiones usuales en la práctica constructiva, a partir de la comparación de las deflexiones calculadas con respecto a los límites de deformaciones permisibles de la sección 24.2.2. del ACI 318-19.
5. Determinar los espesores mínimos de las losas, con dimensiones usuales en la práctica constructiva, a partir del ACI 318-19 y de la normativa de la SMIE (2004), para el diseño de losas sin cálculo de deflexiones.

6. Determinar la validez de la normativa del ACI 318-19 y de la SMIE (2004) y de las expresiones obtenidas, que permiten calcular los espesores mínimos de las losas estudiadas, mediante su comparación con los espesores mínimos obtenidos a partir del cálculo de deflexiones.
7. Formular los nuevos métodos de cálculo modificados, los cuales, son aplicables a losas reforzadas en dos direcciones de entresijos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes.

1.3. Marco teórico e hipótesis

En el presente apartado se desglosan una serie de conceptos, necesarios para: comprender el procedimiento utilizado para determinar las deflexiones y espesores mínimos de las losas de concreto reforzado en dos direcciones y, analizar dichas deflexiones y espesores mínimos.

1.3.1. Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera corresponden a las condiciones de apoyo de losas de análisis. Para el análisis de elementos estáticos, que en este caso consisten en losas, se considera que los elementos se encuentran en equilibrio ante la acción de las cargas externas impuestas, es decir; la sumatoria de fuerzas y momentos en sus sistemas de coordenadas es igual a 0.

El sistema de coordenadas de los elementos corresponde a uno ortogonal (x-y-z). Los ejes de las coordenadas "x" y "y" se encuentran en el plano de los elementos y, el eje de la coordenada "z", en un plano ortogonal al plano de los elementos.

Los grados de libertad de un sistema corresponden a sus rotaciones y traslaciones potenciales. Un sistema tridimensional posee 6 grados de libertad, 3 de rotación y 3 de traslación, 1, por cada eje de coordenadas.

Para que un sistema se encuentre en equilibrio debe de tener restricciones al movimiento. La existencia o inexistencia de estas restricciones en las fronteras de los sistemas se denominan "condiciones de frontera".

Las condiciones de frontera relevantes en este proyecto, y, la cantidad y tipo de grados de libertad que eliminan las condiciones de frontera, se muestran en el Cuadro 2.

Cuadro 2. Modelos análogos de la restricción al movimiento

MODELO ANÁLOGO DE LA RESTRICCIÓN AL MOVIMIENTO	CANTIDAD DE G.D.L. ELIMINADOS	G.D.L. ELIMINADOS (TRASLACIÓN)	G.D.L. ELIMINADOS (ROTACIÓN)
Apoyo simple	1	traslación perpendicular a la superficie de apoyo	NA
Apoyo fijo o empotramiento	6	toda traslación en espacio tridimensional	toda rotación en espacio tridimensional

Fuente: (Liu, K. Y., 2018, pp. 29-31)

Las condiciones de apoyo reales son un intermedio entre los modelos análogos del Cuadro 2, sin embargo, con la finalidad de simplificar, se puede suponer que los elementos contemplan las diferentes condiciones de apoyo mediante los modelos análogos del Cuadro 2 (Liu, K. Y., 2018, pp.29-31).

La determinación de si las condiciones de frontera de un elemento se pueden considerar como apoyos simples o apoyos fijos, en la práctica profesional, se realiza visualmente, determinando si, en el perímetro del elemento, existe mucha restricción al movimiento o no, lo cual, a su vez, depende de la continuidad de elementos alrededor del sistema a analizar.

1.3.2. Diseño de losas

Las losas se diseñan para que posean una capacidad suficiente para resistir demanda de momentos y cortantes mayorados y, para que presenten partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de elementos no estructurales menores o iguales a las necesarias para cumplir con condiciones de servicio.

Además, se diseñan dependiendo de si trabajan en una o en dos direcciones. Navas, C. A. (2020) señala que "para que una losa trabaje en una dirección se necesita que la razón del lado largo al lado corto sea mayor o igual que dos (p. 104)":

$$\frac{l}{a} \geq 2 \quad (1)$$

Asimismo, durante su diseño se debe de contar con las cargas que perciben. Las deflexiones en losas se pueden obtener a partir de la demanda de cargas de servicio o, a partir de la demanda de la máxima carga durante la construcción. En el Cuadro 3 se aprecian valores de cargas aplicadas sobre losas y de densidades de losas usuales, utilizadas para el análisis de modelos estructurales, con los autores y fechas de las referencias bibliográficas a partir de las cuales se obtuvieron.

Cuadro 3. Cargas que soportan las losas y densidad de losas usuales

CARGA	ELEMENTOS		CARGA	FUENTE
Carga permanente	Acabados de piso (CPA _{piso})	Pisos de cerámica y mortero adicional para el afinado.	50 kg/m ²	Manual Técnico (Productos de Concreto [PC], 2018)
	Electromecánicos (CPA _{electromecánicos})	Lámpara colgante con peso WINCH	5 kg	Ficha técnica (La casa de la lámpara, s.f.)
	Losa (CP)	Densidad del concreto	2 400 kg/m ³	ACI 318-19 (American Concrete Institute [ACI], 2019)
Carga temporal	Carga temporal (CT)	Peso para habitación	200 kg/m ²	tabla 6.1 del CSCR-2010 rev.14. (CFIA, 2010)

La carga de una losa por m^2 se obtiene como sigue:

$$CP = t \cdot \gamma_c \quad (2)$$

donde:

t = espesor de losa (cm),

γ_c = densidad de concreto (kg/m^3).

La carga permanente adicional [CPA] corresponde a la suma de las cargas permanentes distintas a la carga de la losa [CP], mientras que la carga permanente total [CPT] corresponde a la suma de la carga de la losa y la carga permanente adicional.

El ACI 435R-95 menciona que, para construcciones de varios niveles de losas, usualmente, la carga impuesta durante la construcción de las losas excede la de la carga muerta más la carga viva, por lo que los valores de deflexiones inmediatas se determinan usando el momento efectivo de inercia que corresponde al nivel de las cargas constructivas resultantes de los procedimientos de apuntalamiento y desapuntalamiento (p. 58) (Figura 12).

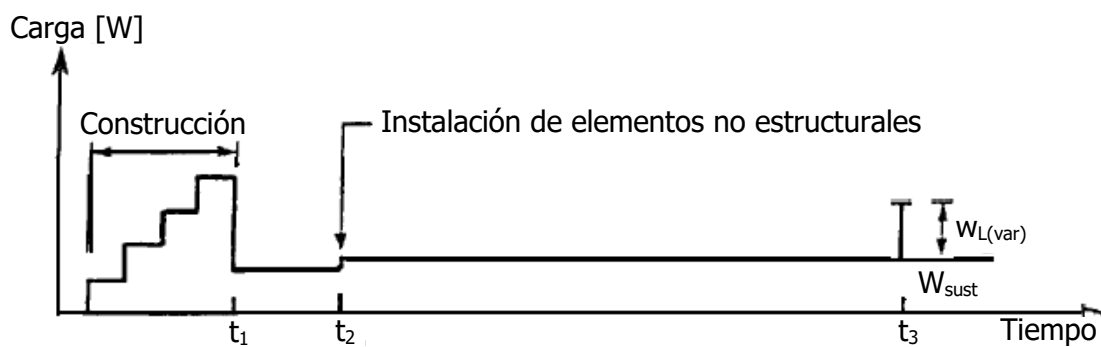


Figura 12. Historia esquemática carga-tiempo

Fuente: (American Concrete Institute Committee 435 [ACI Committee 435], 2000, p. 59)

La máxima carga durante la construcción, incluyendo cargas debidas al apuntalamiento y desapuntalamiento más una asignación para la carga viva constructiva, se puede estimar utilizando la siguiente relación (ACI Committee 435, 2000, p.59):

$$w_c = k_1 \cdot k_2 \cdot R \cdot w_{losa} + \frac{w_{CV}}{N} \quad (3)$$

donde:

k_1 = tolerancia para error en el radio de carga teórica R ,

k_2 = tolerancia para el peso del encofrado,

R = relación entre las cargas muertas carga aplicada/losa calculada por el procedimiento de Grundy y Kabaila,

w_{losa} = carga muerta de losa (kg/m^2),

w_{CV} = carga viva constructiva (kg/m^2),

N = número de niveles apuntalados y reapuntalados.

El ACI 435R-95 recomienda que los valores de k_1 y k_2 sean de 1,1, que la carga viva constructiva se puede tomar como $240 \text{ kg}/\text{m}^2$ y que, si el sistema de apuntalamiento es desconocido, R se puede tomar como 2.

1.3.2.1. Diseño por resistencia

El diseño por resistencia tiene por objetivo evitar fallas, daños serios de los elementos estructurales, costos y pérdida de vidas humanas. Para ello, se debe de calcular la demanda que resisten los elementos a diseñar y su capacidad.

La demanda de losas de concreto reforzado en edificios se obtiene mediante ecuaciones de códigos como el ACI 318-19, que dependen de las dimensiones y condiciones de frontera de las losas o, mediante métodos más sofisticados como el método del elemento finito.

La capacidad de losas de concreto reforzado en edificios se puede obtener mediante filosofías de diseño como Diseño por Capacidad o Diseño Último (LRFD) o, Diseño por Esfuerzos de Trabajo (ASD), donde el método permitido por el ACI 318-19 desde la versión de los años 70's corresponde al LRFD (Hidalgo, L. D., 2020, p.22).

En la filosofía de diseño LRFD se deben emplear factores de reducción, los cuales, contemplan la complejidad de definir la resistencia esperada para el material en estudio bajo una acción en específico y, se deben de emplear combinaciones de carga, que explican los escenarios más probables esperados en las estructuras (Hidalgo, L. D., 2020, p. 24). Según la sección 8.5.1.1 del ACI 318-19, la ecuación de factor de reducción de resistencia a flexión es la siguiente:

$$\phi M_n \geq M_u \quad (4)$$

donde:

ϕ = factor de reducción, 0,9 para elementos a flexocompresión,

M_n = capacidad a flexión del elemento (kg-m),

M_u = demanda mayorada del elemento (kg-m).

La demanda de una franja de una losa de concreto reforzado que trabaja en una dirección se obtiene mediante la siguiente expresión (Navas C. A., 2020, p. 65):

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (5)$$

donde:

A_s = área de acero a flexión (cm²),

f_y = resistencia del acero (kg/cm²),

d = distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del acero en tensión (cm).

" a " se obtiene mediante la siguiente ecuación (Navas C. A., 2020, p.57):

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0,85 \cdot f'_c \cdot b} \quad (6)$$

donde:

f'_c = resistencia del concreto a los 28 días de haber sido colado (kg/cm²),

b = ancho de elemento de análisis (cm).

" A_s " se obtiene como sigue:

$$A_s = \frac{b}{s} \cdot A_1 \quad (7)$$

donde:

s = distancia entre barras de acero a flexión en la losa (cm),

A_1 = área de una barra de acero a flexión en la losa (cm²).

Asimismo, las losas en dos direcciones deben de cumplir con requisitos de acero mínimo. Este requisito se encuentra en la sección 8.6.1. del ACI 318-19 y, se expresa como sigue:

$$A_{smín} = 0,0018 \cdot A_g \quad (8)$$

donde A_g corresponde al área de la sección transversal de análisis (cm²).

Las combinaciones de carga utilizadas para la obtención de la demanda de losas de concreto reforzado de edificios, utilizadas en Costa Rica corresponden a las de la sección 6.2. del Código Sísmico de Costa Rica 2010: Revisión 2014 (CSCR-2010 rev.14):

$$CU1 = 1,4 \cdot CP \quad (9)$$

$$CU2 = 1,2 \cdot CP + 1,6 \cdot f_R \cdot CT \quad (10)$$

donde:

CU = carga última de diseño,

CP = carga permanente,

CT = carga temporal, sin reducir,

f_R = factor de reducción de CT . Según la sección 6.3. del CSCR-2010 rev.14 dicho factor no puede ser distinto a 1 en algunos casos, como, en el caso de que la carga temporal reducida por el factor f_R , sea inferior a 200 kg/m², entre otros.

Las combinaciones de carga utilizadas para obtener las deflexiones inmediatas corresponden a las combinaciones de servicio del ACI 318-19. Estas combinaciones de carga son las siguientes:

$$CS1 = CPT = CPA + CP \quad (11)$$

$$CS2 = CPT + CT \quad (12)$$

$$CS3 = CPT + 15 \% \cdot CT \quad (13)$$

donde:

CPA = carga permanente adicional (kg/m²),

CP = carga permanente propia de la losa (kg/m²),

CPT = carga permanente total (kg/m²),

CT = carga temporal (kg/m²).

1.3.2.2. Diseño por servicio

El diseño por servicio consiste en evitar fallas que afectan la funcionalidad de la obra y que pueden ser costosas, como el levantamiento de pisos, pero que no amenazan la integridad estructural de la obra ni tampoco significan un riesgo significativo para pérdida de vidas

humanas. Permite determinar parámetros de los especímenes que son suficientes para evitar deflexiones excesivas que produzcan daños en los acabados de piso.

Las deflexiones en miembros de concreto reforzado trabajando a flexión son deformaciones y cambios de volumen en el concreto producto de esfuerzos causados por cargas externas, que se esquematizan, mediante el historial de carga de la estructura, e influencias de diferente naturaleza (Darwin, D., Dolan, W. Ch., & Nilson, H. A., 2016). En la

Figura 13, se puede apreciar un esquema del historial de carga y la simplificación del historial en una edificación a lo largo del tiempo.

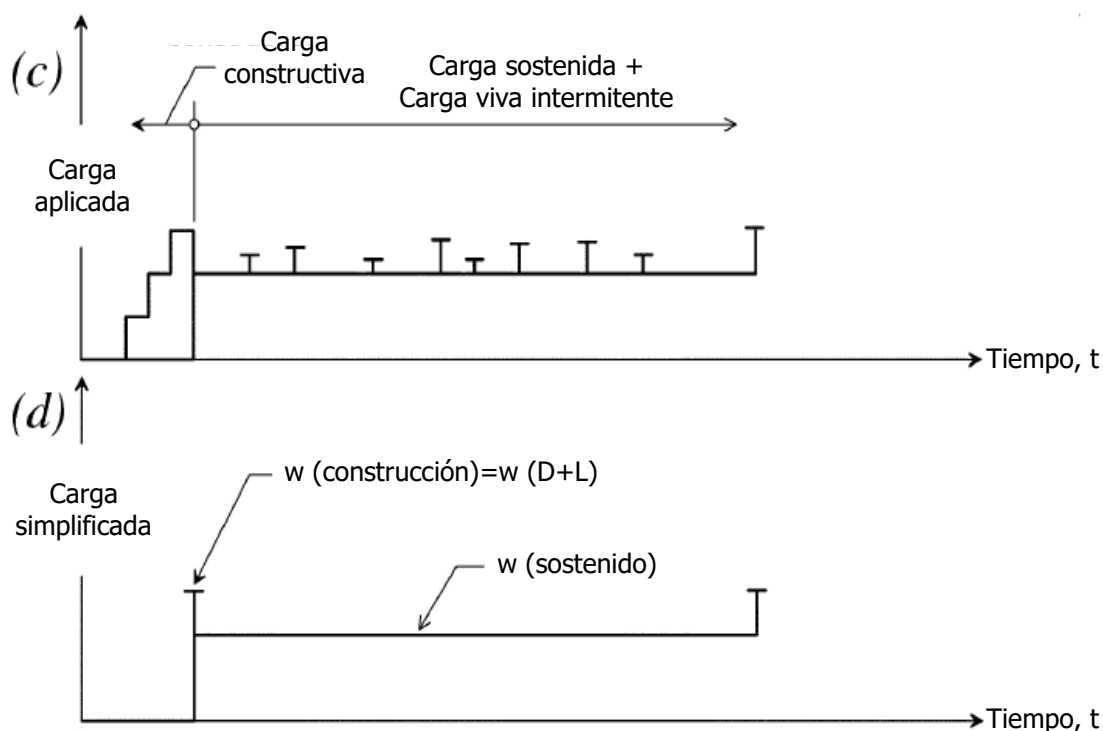


Figura 13. Historial de carga típico

Fuente: (Scanlon, A. & Bischoff, P., 2008, p.499)

La deflexión total consiste en deflexión a largo plazo y deflexiones inmediatas producto de cargas gravitacionales.

Las deflexiones inmediatas corresponden a las deflexiones que ocurren una vez que se aplica la carga. Se obtienen considerando las cargas de servicio o cargas constructivas máximas, las cuales corresponden a cargas muertas en conjunto con cargas vivas sin mayorar o a la máxima carga constructiva debida al apuntalamiento y desapuntalamiento. Las deflexiones que provocan las cargas de servicio o las cargas máximas durante la construcción

en elementos de concreto pueden ser muy grandes y, dependen de las cargas, las luces, los apoyos, el módulo de elasticidad del concreto y de la inercia del elemento (Nilson, H. A. & Darwin, D., 2001, p. 217).

El proceso de aumento de deflexiones en un miembro se puede apreciar en la Figura 14.

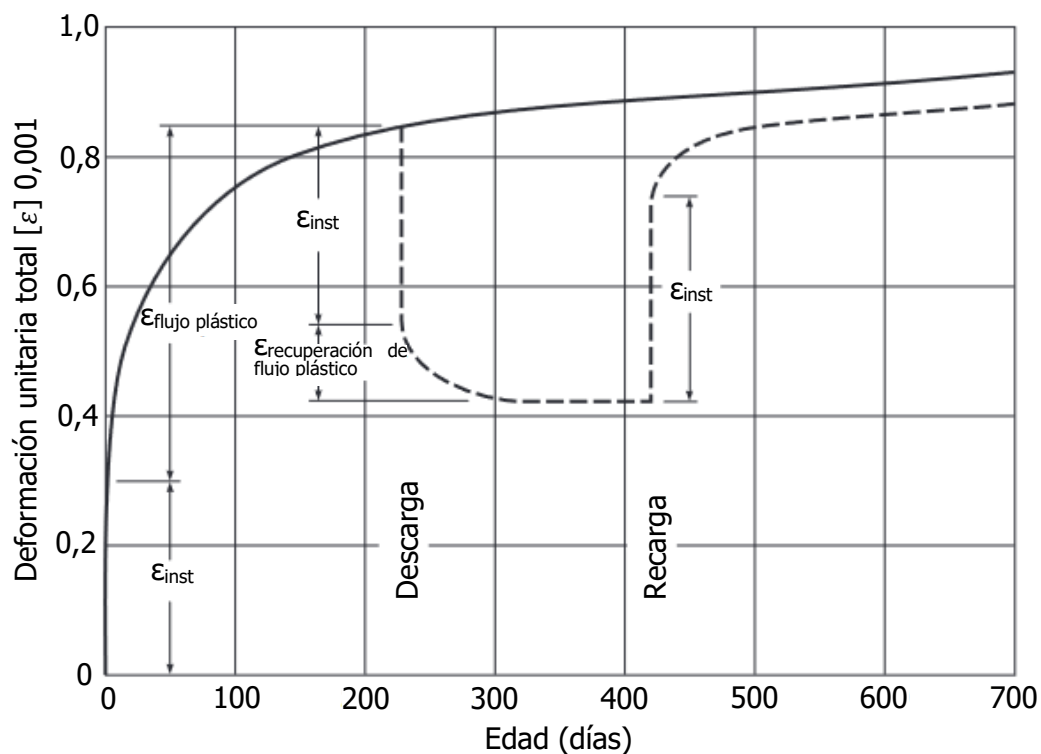


Figura 14. Curva de fluencia típica (Concreto cargado a 420000 kg/m² a la edad de 28 días)

Fuente: (Darwin, D. et al., 2016, p.40)

El concreto cargado de la Figura 14 se cargó después de 28 días, lo cual resultó en una deformación unitaria instantánea [ϵ_{inst}]. Luego, se mantuvo la carga durante 230 días, tiempo durante el cual el flujo plástico del concreto aumentó.

El flujo plástico del concreto consiste en el aumento, dependiente del tiempo, de la deformación en el concreto endurecido sometido a esfuerzos sostenidos. Se obtiene, al restarle a la deformación total de un espécimen: la deformación instantánea inicial debida al esfuerzo sostenido; la contracción; y la deformación térmica obtenida en una muestra de concreto, idéntica, sin carga (ACI Committee 209, 2008, p. 3).

La naturaleza del proceso de flujo plástico o fluencia se muestra esquemáticamente en la Figura 14. La fluencia aumenta a un ritmo decreciente y converge después de 2 a 5 años a un valor final que, dependiendo de la resistencia del concreto y otros factores, es aproximadamente 1,2 a 3 veces la magnitud de la deformación unitaria instantánea (Darwin, D. et al., 2016, p. 39).

Al inicio del historial de carga de un espécimen de concreto (Figura 14) se presenta la contracción de fraguado del concreto, que consiste en la disminución del volumen del concreto con el tiempo debido a cambios en el contenido de humedad del concreto y cambios fisicoquímicos, que ocurren, sin esfuerzos atribuibles a acciones externas al concreto (ACI Committee 209, 2008, p. 3). Ocurre cuando el miembro está restringido (por fuentes de restricción como barras de refuerzo embebidas, elementos de soporte rígidos, porciones adyacentes de losas colocadas en diferentes momentos, distribución no lineal de la contracción sobre el espesor de un miembro, entre otras) contra el cambio de volumen (Scanlon, A. & Bischoff, P., 2008, p. 499).

En una losa reforzada, con la finalidad de equilibrar la fuerza de compresión, la contracción produce esfuerzos de compresión en el refuerzo longitudinal y esfuerzos de tensión en el concreto, lo cual, produce una deflexión correspondiente (Nilson, H. A. & Darwin, D., 2001, p. 213).

La contracción se expresa convenientemente como una deformación adimensional (m/m) bajo condiciones constantes de humedad relativa y temperatura (ACI Committee 209, 2008, p. 3).

Se produce por distintas causas, donde existe la contracción por secado, la contracción autógena y la contracción por carbonatación (ACI Committee 209, 2008, p. 3):

- a) La contracción por secado se debe a la pérdida de humedad en el concreto.
- b) La contracción autógena es causada por la hidratación del cemento.
- c) La contracción por carbonatación se produce cuando los diversos productos de hidratación del cemento se carbonatan en presencia de CO₂.

Durante el proceso de carga de un elemento de concreto como el mostrado en la Figura 14, el fenómeno de rigidización por tensión del concreto afecta la rigidez, la deflexión y los anchos de grieta de los miembros de concreto bajo cargas de servicio o bajo máximas cargas constructivas. La rigidización por tensión del concreto corresponde a la contribución del

concreto entre grietas, el cual, sigue soportando tensión a través de la transferencia de fuerzas, producto de la adherencia entre el refuerzo y el concreto (Bischoff, P., 2005, p. 754).

El proceso del cambio de la contribución del concreto entre grietas a la inercia del elemento estructural se describe a continuación:

Inicialmente, con una respuesta de los miembros no agrietada, gobierna la contribución del concreto, sin embargo, una vez que el miembro se comienza a agrietar, la respuesta del acero comienza a gobernar y se da una reducción gradual en la carga promedio soportada por el concreto entre grietas a medida que se desarrollan más grietas. Una vez que se ha estabilizado el agrietamiento, la carga soportada por el concreto continúa disminuyendo a medida que se desarrollan grietas internas secundarias entre las grietas primarias (Bischoff, P., 2005, p. 754).

Las deflexiones a largo plazo ocurren de modo gradual durante algún periodo, por lo cual, dependen del tiempo, y son causadas por el flujo plástico y por la contracción de fraguado del concreto. Los elementos de concreto reforzado continúan deflectándose durante un periodo de muchos años y pueden ser hasta 2 y más veces las deflexiones elásticas iniciales (Nilson, H. A. & Darwin, D., 2001, p. 201).

Los métodos para predecir las deflexiones a largo plazo involucran un número relativamente grande de factores significativos que son difíciles de evaluar con precisión, tales como: la naturaleza no homogénea de las propiedades del concreto, causada por las etapas de construcción; y, las implicaciones en las propiedades de los materiales debido a las historias de contenido de agua, temperatura y carga en la estructura. Debido a la falta de correlación entre las historias supuestas y reales para los factores comentados anteriormente, se presentan diferencias entre las mediciones de campo y las deformaciones o esfuerzos pronosticados (ACI Committee 209, 2008, p. 3).

La estimación de las deflexiones se obtiene "al aplicar un multiplicador a largo plazo a las deflexiones inmediatas calculadas" (ACI Committee 435, 2000, p.54).

Cuadro 4. Multiplicadores a largo plazo recomendados por distintos autores

FUENTE	MÓDULO DE RUPTURA (kg/cm ²)	INMEDIATA	FLUJO PLÁSTICO [λ_c]	CONTRACCIÓN [λ_{sh}]	TOTAL [λ_t]
Sbarounis (1984)	$2 \cdot \sqrt{f'_c}$	1,0	2,8	1,2	5,0
Branson (1977)	$2 \cdot \sqrt{f'_c}$	1,0	2,0	1,0	4,0
Graham y Scanlon (1986)	$2 \cdot \sqrt{f'_c}$	1,0	2,0	2,0	5,0
	$1,07 \cdot \sqrt{f'_c}$	1,0	1,5	1,0	3,5
ACI 318-19 (2019)	$2 \cdot \sqrt{f'_c}$	1,0	2,0		3,0

Fuente: (ACI Committee 435, 2000, p.55)

En el Cuadro 4 se aprecian multiplicadores a largo plazo recomendados por distintos autores, donde Graham y Scanlon proponen multiplicadores a largo plazo para dos distintos módulos de ruptura. Cabe mencionar que dichos autores "han sugerido que el multiplicador a largo plazo del ACI 318-19 (2019) es muy bajo para aplicarlo a sistemas de losas en dos direcciones, debido a la baja correlación entre las deflexiones a largo plazo reportadas y las deflexiones calculadas en el campo" (ACI Committee 435, 2000, p.54).

Las propiedades del módulo de elasticidad y de la resistencia del concreto del elemento a diseñar afectan la magnitud de las deflexiones de este.

El módulo de elasticidad estático del concreto es la relación linealizada instantánea (1 a 5 minutos) de la curva esfuerzo-deformación unitaria del concreto. Se determina como la pendiente de la secante trazada desde el origen hasta un punto correspondiente a $0,45 \cdot f'_c$ en la curva de esfuerzo-deformación del concreto, o como en ASTM C469 (American Concrete Institute Committee 209 [ACI Committee 209], 2008, p. 368).

El módulo de elasticidad del concreto se puede obtener mediante la ecuación 19.2.2.1. (b) del ACI 318-19 en kg/cm^2 (ACI, 2019, p. 368):

$$E_c = 15\,100 \cdot \sqrt{f'_c} \quad (14)$$

donde:

f'_c = resistencia a la compresión a los 28 días desde el colado del concreto (kg/cm^2).

Cabe resaltar que se supone que en Costa Rica la mayoría del concreto utilizado disminuye considerablemente la tasa de crecimiento de resistencia de concreto a los 28 días. En el Cuadro 5 se aprecia la fracción de la resistencia a la compresión total que alcanza el concreto con una densidad de $2\,400 \text{ kg/cm}^3$ y, una resistencia a la compresión a los 28 días de 210 kg/cm^2 , a una temperatura de 22.8°C durante el periodo previo a los 28 días.

Cuadro 5. Desarrollo de la resistencia a la compresión del concreto desde 1 día hasta 28 días

EDAD (DÍAS)	FRACCIÓN DE RESISTENCIA
1	0,25
2	0,41
3	0,53
4	0,61
5	0,67
6	0,72
7	0,76
8	0,79
9	0,82
10	0,84
11	0,86
12	0,88
13	0,90

EDAD (DÍAS)	FRACCIÓN DE RESISTENCIA
14	0,91
21	0,98
28	1,00

Fuente: (Mosallam, K. H. & Chen, W. F., 1992)

Serrano, G. M. & Pérez, R. D. (2010) realizaron un estudio con respecto al módulo de elasticidad del concreto en Colombia, en el cual, determinaron que “la ecuación propuesta por el ACI sobrestima el E_c en un 24%” (p.1.), por lo cual, establecieron límites de deflexiones permisibles distintos a los del ACI 318-19 para considerar esta variación.

En el 2004 Aragón, M. S. midió el módulo de elasticidad de concretos de producción nacional en concretos normales mediante la utilización de un sistema electrónico con el objetivo de encontrar las ecuaciones que mejor predicen el valor real del módulo. Para ello, utilizó una curva de mejor ajuste que toma en cuenta todos los puntos medidos en el rango elástico (Aragón, M. S., 2004).

Entonces, a partir de la medición experimental del “ E_c ” de 200 cilindros obtuvo la siguiente expresión para el cálculo del módulo de elasticidad [E_c] en kg/cm² para un rango de 210 kg /cm² < f'_c < 720 kg/cm² (Aragón, M. S., 2004):

$$E_c = 12\,554,82 \cdot \sqrt{f'_c} + 12\,848,50 \quad (15)$$

Las propiedades del módulo de elasticidad y de la resistencia del acero del elemento a diseñar afectan la magnitud de las deflexiones de este.

El acero se caracteriza por su esfuerzo de cedencia [f_y]. El esfuerzo de cedencia depende del grado con el que se haya producido el material, el más utilizado constructivamente en el acero de refuerzo corresponde al Grado 60 que posee un esfuerzo de cedencia de 4 200 kg/cm². Para mallas electrosoldadas de alambre corrugado una opción es utilizar acero Grado 70 con un esfuerzo de cedencia de 4 900 kg/cm² (Anónimo, 2022). Además, el módulo de elasticidad del acero [E_s] se toma como un valor estándar de 2 100 000 kg/cm² (Navas, A.C., 2020).

El acero de refuerzo debe de cumplir ciertas normas, para los bastones, el CSCR-2010 (rev. 14) (2014) permite, en su sección 8, el uso de refuerzo elaborado según la norma ASTM A 706, grado 60, además, se pueden utilizar mallas electrosoldadas de alambre corrugado que cumplan con la norma ASTM A-497M con un grado 70 (Anónimo, 2022).

A continuación, se indican dos metodologías utilizadas actualmente para controlar las deflexiones, la primera es indirecta y consiste en establecer límites superiores adecuados en la relación luz-espesor y, para la segunda se deben de calcular las deflexiones y compararlas con valores límites especificados que pueden ser impuestos por códigos internacionales o por requisitos especiales (Nilson, H. A. & Darwin, D., 2001, p. 201).

1.3.2.2.1. Metodología 1: Aproximación de espesores mínimos para diseño sin cálculo de deflexiones

La primera metodología se supone conservadora y se aplica mediante procedimientos propuestos por distintos organismos para la determinación de espesores mínimos, en el caso de que se diseñe sin calcular deflexiones. Existen procedimientos para aproximar los espesores de varios elementos estructurales, sin embargo, se enfatizan los que se aplican a losas reforzadas como se muestra a continuación:

- ACI (2019): Se realiza mediante la multiplicación de la luz de las losas por un factor de una tabla del ACI 318-19 (Tabla 8.3.1.1 que se muestra en el Cuadro 6). La tabla del Cuadro 6 aplica para losas no preesforzadas en dos direcciones sin vigas interiores. El factor aplicable se determina a partir de la existencia o no de ábacos, de la localización de los paneles, de las condiciones de apoyo y del límite de fluencia del acero.

Cuadro 6. Espesores mínimos de losas no preesforzadas en dos direcciones sin vigas interiores (cm)

f_y (kg/cm ²)	SIN ÁBACOS			CON ÁBACOS		
	PANELES EXTERIORES		PANELES INTERIORES	PANELES EXTERIORES		PANELES INTERIORES
	SIN VIGAS DE BORDE	CON VIGAS DE BORDE		SIN VIGAS DE BORDE	CON VIGAS DE BORDE	
2 800	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{40}$	$\frac{l_n}{40}$
4 200	$\frac{l_n}{30}$	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{36}$
5 500	$\frac{l_n}{27}$	$\frac{l_n}{30}$	$\frac{l_n}{30}$	$\frac{l_n}{30}$	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{33}$

Fuente: (ACI, 2019, p.105)

Un ábaco corresponde a un elemento de concreto intermediario entre las losas y columnas ante la ausencia de vigas; l_n es la luz libre en la dirección larga, medida entre caras de los apoyos y; para f_y entre los valores dados en la tabla, el espesor mínimo debe obtenerse por interpolación lineal (ACI, 2019).

- Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural [SMIE] (2004): Este procedimiento se expone en las normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, donde, para losas en que $f_s \leq 2\,520\text{ kg/cm}^2$ y $w \leq 380\text{ kg/m}^2$ se puede omitir el cálculo de deflexiones si el peralte efectivo no es menor que el perímetro del tablero entre 250 para concreto clase 1. En este cálculo, la longitud de lados discontinuos se debe de incrementar un 25 % si los apoyos de la losa son monolíticos con ella. En losas alargadas no es necesario tomar un peralte mayor que el que corresponde a un tablero donde el lado largo es 2 veces el lado corto $l = 2 \cdot b$ (SMIE, 2004, p. 106).

Mientras que para losas con otras combinaciones de " f_s " y " w ", el peralte efectivo mínimo se obtiene multiplicando los valores obtenidos anteriormente para losas en que $f_s \leq 2\,520\text{ kg/cm}^2$ y $w \leq 380\text{ kg/m}^2$ por $0,032 \cdot \sqrt[4]{f_s \cdot w}$ (SMIE, 2004, p.106).

donde:

f_s = esfuerzo en el acero en condiciones de servicio (kg/cm^2),

w = carga uniformemente distribuida en condiciones de servicio (kg/m^2).

" f_s " se puede obtener mediante la siguiente ecuación:

$$f_s = 0,6 \cdot f_y \quad (16)$$

donde:

f_y = resistencia a fluencia del acero (kg/cm^2).

Además, el concreto clase 1 es el que posee un peso volumétrico en estado fresco superior a $2,2\text{ t/m}^3$ (SMIE, 2004, p.26).

1.3.2.2.2. Metodología 2: Limitación de deflexiones mediante deflexiones permisibles

La segunda metodología conlleva más trabajo en lo que refiere a cálculos y se realiza para deflexiones inmediatas y deflexiones a largo plazo debidas al flujo lento del concreto.

Esta metodología consiste en limitar la parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales con los límites de deflexiones permisibles obtenidos a partir de la sección 24.2.2. del ACI 318-19.

La parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales se puede obtener mediante la siguiente ecuación:

$$\delta_{TOT} = \delta_{FL} + \delta_{85\%CT} \quad (17)$$

donde:

δ_{TOT} = parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales (mm),

δ_{FL} = deflexión adicional a largo plazo producto del efecto combinado del flujo plástico y de la retracción de fraguado después de la unión de los elementos no estructurales (mm),

$\delta_{85\%CT}$ = deflexión de la carga temporal variable (mm).

Los límites de deflexiones permisibles se pueden obtener a partir de los valores del Cuadro 7 de la sección 24.2.2. del ACI 318-19.

Cuadro 7. Deflexiones máximas según el tipo de miembro y su condición

MIEMBRO	CONDICIÓN		DEFLEXIÓN CONSIDERADA	LÍMITE DE DEFLEXIÓN
Cubiertas planas	Que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales		Deflexión inmediata debida a L_r , S y R	$\frac{l}{180}$
Entrepisos	susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes		Deflexión inmediata debida a L	$\frac{l}{360}$
Cubiertas o entrepisos	Soporten o estén ligados a elementos no estructurales	Susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes	La parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales (la suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas permanentes, y la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional)	$\frac{l}{480}$
		No susceptible de sufrir daños debido a deflexiones grandes		$\frac{l}{240}$

Fuente: (ACI, 2019, p. 472)

donde:

L_r = efecto de las cargas vivas de servicio de techo,

S = efecto de las cargas de servicio por nieve,

R = efecto de las cargas de servicio por lluvia.

Las primeras deflexiones que se calculan consisten en las inmediatas o a corto plazo. Se pueden calcular mediante dos enfoques: usando un momento efectivo de inercia promedio $[I_e]$ junto con fórmulas de deflexión elástica; y por integración de la curvatura $M/E \cdot I$ a lo largo de la longitud de la viga en lugar de asumir un valor promedio constante de " I_e " en toda la longitud del espécimen (Bischoff, P., 2005, p. 753).

La ecuación que permite aproximar las deflexiones inmediatas en vigas no se adapta a losas que trabajan en dos direcciones, esto, debido a que las deflexiones en el centro de la losa poseen la influencia de dos franjas de losa que se intersecan. Por lo que se puede obtener dichas deflexiones mediante el método de elementos finitos para cargas sin mayorar, donde, para obtener la Inercia Efectiva de la losa, se utilizan los momentos positivos y negativos de una franja de losa central, de 1 m de ancho, con una longitud equivalente a la menor luz de la losa, acorde a la recomendación del ACI Committee 209 (2008, p.13).

La inercia efectiva es una de las propiedades que permite obtener las deflexiones inmediatas de las losas. Se puede calcular mediante el capítulo 24 del ACI 318-19, con algunas modificaciones, obtenidas a partir de recomendaciones del ACI 435R-95 para cargas de servicio y para cargas máximas durante la construcción.

Para dividir los estados del comportamiento de la losa dependiendo de la carga que se aplica, se define el momento de agrietamiento, el cual, se obtiene mediante la ecuación expuesta en la sección 24.2.3.5 del ACI 318-19 (p. 473):

$$M_{cr} = f_r \cdot \frac{I_g}{y_t} \quad (18)$$

donde:

f_r = módulo de ruptura del concreto (kg/cm^2),

I_g = momento de inercia bruto de la sección (cm^4),

y_t = distancia desde el eje neutro hasta la fibra más alejada (cm).

donde, el módulo de ruptura del concreto se obtiene mediante la ecuación expuesta en la sección 19.2.3.1 del ACI 318-19 (p. 369):

$$f_r = 2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \quad (19)$$

donde:

$\lambda = 1$, para concreto de densidad normal,

f'_c = resistencia a compresión del concreto (kg/cm²).

El ACI 435R-95 menciona que en las situaciones en las que los esfuerzos de restricción puedan tener un efecto significativo en el agrietamiento, se recomienda que se calcule el módulo de ruptura del concreto como sigue (p. 55):

$$f_r = 1,06 \cdot \sqrt{f'_c} \quad (20)$$

donde:

f'_c = resistencia a compresión del concreto (kg/cm²).

y_t , "y_t" se obtiene mediante la siguiente expresión (Navas, C. A., 2020, p. 260):

$$y_t = \frac{t}{2} \quad (21)$$

donde:

t = espesor de la sección transversal (cm).

La expresión para obtener el módulo de ruptura del concreto se obtiene a partir de ensayos de laboratorio de vigas de concreto. Por lo que las expresiones anteriores dan un valor aproximado al módulo de concreto real del espécimen a analizar.

A partir del momento de agrietamiento y del momento de servicio aplicado del espécimen a analizar, se definen los estados del comportamiento:

- *Momento máximo cuando el momento último es menor o igual que $\frac{2}{3}$ del momento de agrietamiento ($M_a \leq \frac{2}{3} M_{cr}$)*

En esta etapa, todos los esfuerzos en el concreto son de pequeña magnitud y proporcionales a las deformaciones (Nilson, H. A. & Darwin, D., 2001, p. 65).

Para este caso, el momento efectivo de inercia para deflexiones [I_e] es equivalente al momento de inercia bruto [I_g] descrito en la ecuación (22) para secciones transversales rectangulares (Navas, C. A., 2020).

- *Momento máximo cuando el momento último es mayor que $\frac{2}{3}$ del momento de agrietamiento ($M_a > \frac{2}{3} M_{cr}$)*

Para este estado, para simplificar, y con un margen mínimo de error, se supone que las grietas de tensión progresan hasta el eje neutro y que las secciones planas antes de la flexión continúan iguales en el elemento flexionado (Nilson, H. A. & Darwin, D., 2001, p. 66).

En este caso se debe de calcular el momento de inercia [I_e] de la sección transformada agrietada (ecuación (23)).

El momento de inercia efectiva, corresponde al momento de inercia bruto en el caso de que el espécimen se encuentre en el primer estado de comportamiento mencionado anteriormente. El momento de inercia bruto de una sección rectangular se obtiene mediante la siguiente expresión (Navas, C. A., 2020):

$$I_g = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (22)$$

donde:

b = ancho de la sección transversal (cm),

h = altura de la sección (cm).

El momento efectivo de inercia, cuando existe agrietamiento, representa una transición gradual, a partir del momento de inercia transformado no agrietado [I_{unc}] a un momento de inercia totalmente agrietado [I_{cr}], basándose en un análisis de sección transformada agrietada (Bischoff, P., 2005). Para una zona específica, de una sección rectangular con acero trabajando a compresión y tensión, se obtiene, mediante la expresión propuesta en la Tabla 24.2.3.5 del ACI 318-19 (2019) como sigue (ACI, 2019, p. 473):

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \left(\frac{\left(\frac{2}{3} \right) \cdot M_{cr}}{M_a} \right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right)} \quad (23)$$

donde:

I_{cr} = momento de inercia de la sección transformada agrietada (cm⁴),

M_a = momento de la carga de servicio aplicada para la que se calcula la deflexión (kg – cm),

M_{cr} = momento agrietamiento (kg-cm).

La ecuación (23), corresponde a la ecuación propuesta por Branson, D. en 1965, modificada. La intención de esta ecuación es tener en cuenta los efectos del refuerzo y del agrietamiento en la rigidez del miembro bajo cargas crecientes. El uso de " I_{cr} " implica que el comportamiento en la sección agrietada es lineal elástica hasta la fluencia del acero de refuerzo (Bischoff, P., 2005, p. 752).

La precisión de la ecuación depende del componente de endurecimiento por tensión del concreto, el cual es altamente dependiente del nivel de carga de servicio (relativo al momento de agrietamiento) y de la relación del momento de inercia no agrietado al agrietado (I_g/I_{cr}) (Bischoff, P., 2005, p. 753).

Sin embargo, la ecuación incorpora un componente de rigidización por tensión que es independiente de I_g/I_{cr} y varía inversamente con la carga aplicada una vez que la losa se agrieta y, por lo tanto, es independiente de la cantidad o tipo de refuerzo (Bischoff, P, 2005, p. 753). Además, toma en cuenta los esfuerzos producto de las restricciones a la contracción al considerar un valor de $2/3$ de M_{cr} . Este factor se basa conservadoramente en un módulo de ruptura supuesto de $7,5 \cdot \sqrt{f'_c}$. Los valores dependen de la cantidad de contracción supuesta y del valor real del módulo de ruptura. En la Figura 15 se puede apreciar el efecto neto de la contracción.

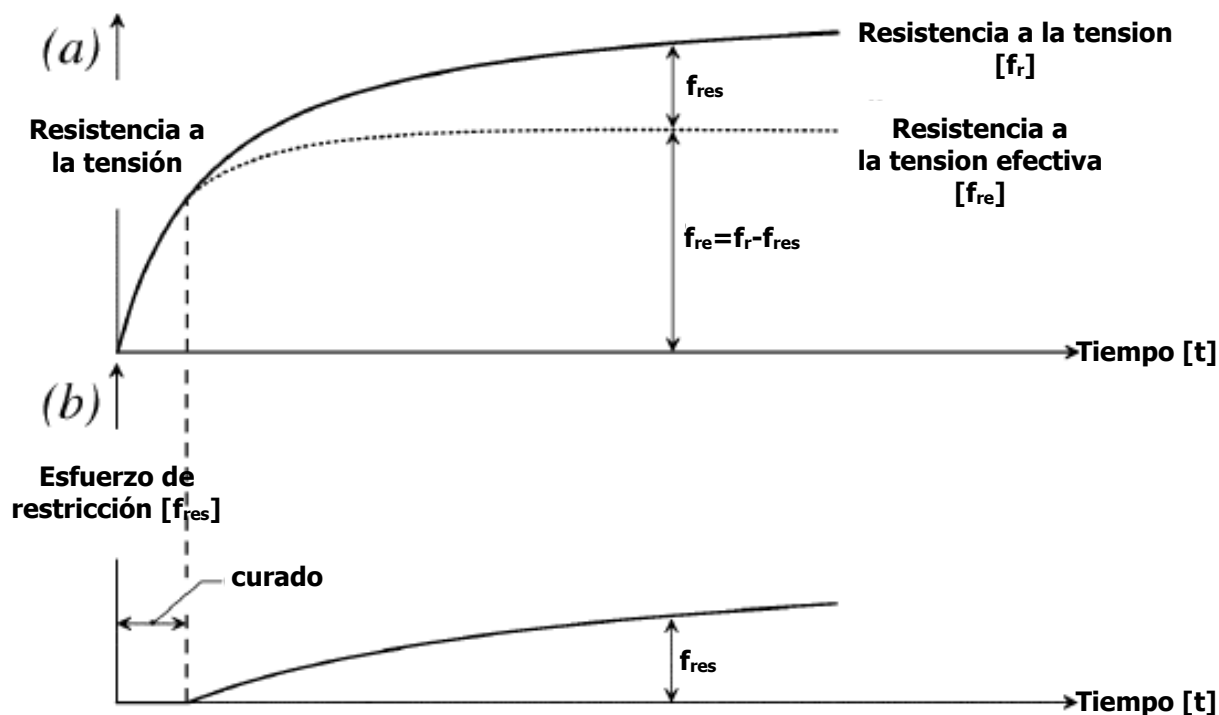


Figura 15. Desarrollo de esfuerzos de restricción

Fuente: (Scanlon, A. & Bischoff, P., 2008, p. 499)

En la sección 3.4. del ACI 209R-92 se menciona que para losas en dos direcciones en paneles interiores se ha demostrado que la inercia efectiva se puede utilizar a lo largo con un promedio de los valores en las regiones de los momentos positivos y negativos para la franja central en la dirección corta.

Según Navas, C. A. (2020), el momento de inercia de la sección transformada agrietada se puede obtener mediante la siguiente expresión:

$$I_{cr} = \frac{b \cdot kd^3}{3} + (n - 1) \cdot A'_s \cdot (kd - d')^2 + n \cdot A_s \cdot (d - kd)^2 \quad (24)$$

donde:

b = ancho de la franja de losa en análisis (cm),

kd = distancia desde el eje neutro a la fibra extrema en compresión de la sección agrietada (cm),

n = razón de módulos,

A'_s = área de acero en compresión en la sección de análisis (cm²),

d' = distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el acero en compresión (cm),

A_s = área de acero en tensión en la sección de análisis (cm²),

d = distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el acero en tensión (cm).

La razón de módulos se obtiene como sigue:

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (25)$$

donde:

E_s = módulo de elasticidad del acero (kg/cm²),

E_c = módulo de elasticidad del concreto (kg/cm²).

La distancia desde el eje neutro a la fibra extrema en compresión de la sección agrietada se obtiene mediante el despeje de la siguiente expresión:

$$kd \cdot b \cdot \frac{kd}{2} + (n - 1) \cdot A'_s \cdot (kd - d') = n \cdot A_s \cdot (d - kd) \quad (26)$$

Las deflexiones a largo plazo son ocasionadas por flujo lento y retracción de fraguado y, se calculan, utilizando una metodología simplificada y empírica mediante la cual, las deflexiones iniciales elásticas se multiplican por un factor para obtener las deflexiones adicionales a largo plazo. Las cargas que producen deformaciones por flujo lento son las permanentes, es decir, la carga muerta y un porcentaje de la carga viva según sea el caso (Navas, C. A., 2020).

La deflexión adicional a largo plazo, requerida en el Proyecto de Graduación se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$\delta_{FL} = \lambda_{\Delta t} \cdot \delta_{CP+15\%CT} - \lambda_{\Delta ne} \cdot \delta_{CP+15\%CT} \quad (27)$$

donde:

$\delta_{CP+15\%CT}$ = deflexión producto de la carga permanente total más deflexión producida por la carga temporal sostenida en el tiempo (mm),

$\lambda_{\Delta t}$ = multiplicador a largo plazo de carga sostenida,

$\lambda_{\Delta ne}$ = multiplicador a largo plazo de carga sostenida en un lapso de tiempo desde que se quitan los puntales hasta la unión de los elementos no estructurales, desde que se cuela el elemento de análisis.

El coeficiente λ_{Δ} depende de la duración de la carga sostenida y de si el elemento de análisis tiene únicamente refuerzo longitudinal [A_s], en el lado de tensión o si se proporciona refuerzo longitudinal adicional, en el lado de compresión [A'_s] (restringe las deformaciones por flujo lento) (Nilson, H. A. & Darwin, D., 2001, p. 205).

En este Proyecto de Graduación se utilizan dos métodos para el cálculo de deflexiones en las losas, el método dentro del documento llamado "Requisitos de reglamento para concreto estructural (ACI 318-19)" y, el método dentro del documento llamado "Control de Deflexiones en Estructuras de Concreto (ACI 435-95)". Ambos métodos difieren en cuanto a las cargas utilizadas para el cálculo de deflexiones inmediatas, las ecuaciones utilizadas para el cálculo de las deflexiones inmediatas, y la obtención de los factores a largo plazo utilizados para el cálculo de deflexiones adicionales a largo plazo.

1.3.2.2.1. Método de ACI 318-19

El código señala que sistemas de piso construidos en sitio diseñados de acuerdo con el mismo código, en general, han tenido un comportamiento adecuado bajo condiciones típicas de servicio y que, sin embargo, puede haber situaciones donde las condiciones de funcionamiento pueden no ser satisfactorias, por ejemplo (ACI, 2019, p. 471):

- a) Luces grandes y plantas abiertas.
- b) Pisos donde puede haber requisitos de comportamiento ante vibraciones muy estrictos, como, por ejemplo: pisos donde se debe de realizar fabricaciones con precisión y pisos con espacios para laboratorios.
- c) Espacios sometidos a cargas rítmicas o vibraciones de equipos mecánicos.

El método del ACI 318-19 se utiliza para control de deflexiones para miembros no preesforzados en una dirección que soporten o estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes y, considera, únicamente la carga muerta y la porción de la carga viva, que actúan en forma permanente, cuando calcula deflexiones dependientes del tiempo (ACI, 2019, p. 471).

Este método obtiene deflexiones inmediatas a partir de Cargas de Servicio. En el Cuadro 8 se presenta una descripción de las deflexiones inmediatas producto de cargas de servicio.

Cuadro 8. Descripción de deflexiones inmediatas

CARGAS QUE PROVOCAN DEFLEXIONES INMEDIATAS	DESCRIPCIÓN	INERCIA EFECTIVA
Carga permanente total [CPT]	Deflexión producto de la carga permanente total [δ_{CP}]	Obtenida a partir de los momentos producto de la carga permanente total
Carga permanente total + Carga temporal [CPT+CT]	Deflexión producto de la acción de cargas temporales en conjunto con cargas permanentes luego de la unión de los elementos no estructurales [δ_{CP+CT}]	Obtenida a partir de los momentos producto de la carga permanente total más la carga temporal
Carga temporal [CT]	Deflexión obtenida mediante la resta de la deflexión de carga permanente a la deflexión de la suma de carga permanente total más carga temporal obtenida luego de la unión de los elementos no estructurales [δ_{CT}]	Obtenida a partir de los momentos producto de la carga permanente total más la carga temporal
Carga permanente total + 15 % de carga temporal (CPT + 15 % · CT)	Deflexión producto de la acción de la carga sostenida en el momento de la unión de los elementos no estructurales [$\delta_{CP+15\% \cdot CT}$]	Obtenida a partir de los momentos producto de la carga permanente total más 15 % de la carga temporal
85 % de carga temporal [85 % · CT]	Deflexión de la carga temporal variable. Obtenida mediante el producto de multiplicar 85 % por la deflexión obtenida a partir de la carga temporal [$\delta_{85\% \cdot CT}$]	Obtenida a partir de los momentos producto de la carga permanente total más la carga temporal

Las deflexiones producto de la carga permanente total, carga permanente total + carga temporal y carga permanente total + 15 % de carga temporal se pueden obtener a partir del software SAP2000 utilizando la inercia efectiva, mientras que la carga temporal se puede obtener como sigue:

$$\delta_{CT} = \delta_{CP+CT} - \delta_{CP} \quad (28)$$

y, las deflexiones debido a la carga temporal variable, producto del 85 % de la carga temporal se pueden obtener como sigue:

$$\delta_{85\%CT} = 85\% \cdot \delta_{CT} \quad (29)$$

Según la sección 24.2.4.1 del ACI 318-19 (2019), a menos que se haga un análisis más complejo, el coeficiente λ_{Δ} se puede obtener mediante la siguiente expresión (p. 474):

$$\lambda_{\Delta} = \frac{\xi}{1 + 50 \cdot \rho'} \quad (30)$$

donde:

ξ = factor dependiente del tiempo para carga sostenida,

ρ' = densidad de acero en compresión.

El factor ξ , se obtiene a partir de la Tabla 24.2.4.1.3, o de la Figura 24.2.4.1 del ACI 318-19 (2019) que se pueden apreciar en el Cuadro 9 y en la Figura 16.

Cuadro 9. Factores dependientes del tiempo según la duración de la carga sostenida (ACI 318-19)

Duración de la carga sostenida (meses)	Factor dependiente del tiempo [ξ]
3	1,0
6	1,2
12	1,4
60 o más	2,0

Fuente: (ACI, 2019, p. 474)

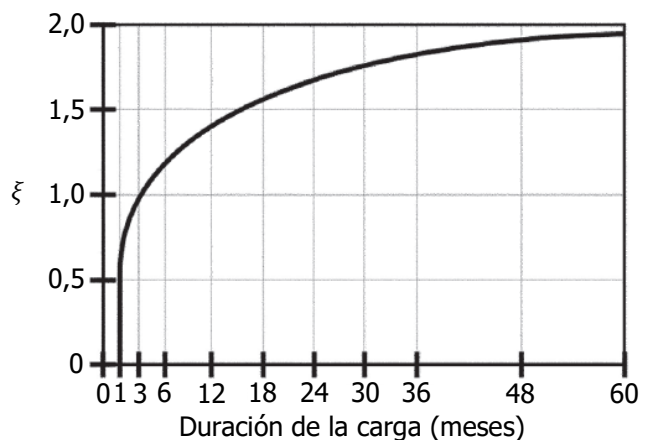


Figura 16. Variación de factor multiplicador para las deflexiones a largo plazo con respecto al tiempo con $\xi=2$ a los 60 meses (ACI 318-19)

Fuente: (ACI, 2019, p. 475)

Sin embargo, Nilson, H. A. & Darwin, D. (2001), mencionan que los valores del Cuadro 9 y de la Figura 16 subestiman las deflexiones dependientes del tiempo en losas que trabajan en dos direcciones y recomiendan un valor de $\xi = 3$ para cinco años.

Además, el ACI 435R-95 recomienda un multiplicador a largo plazo de carga sostenida de $\lambda_{\Delta t} = 2,5$ cuando los esfuerzos de retención tienden a tener un efecto significativo en el agrietamiento.

Las deflexiones a largo plazo que se necesitan estimar se consideran desde el momento de la unión de los elementos no estructurales.

Si se necesitan aproximar multiplicadores menores a un multiplicador a largo plazo distinto de 2, se debe de ajustar la curva de la Figura 16.

Según la sección 24.2.4.1.2 del ACI 318-19, la densidad de acero en compresión en la mitad de la luz para vanos simples y continuos se calcula como sigue:

$$\rho' = \frac{A'_s}{b_w \cdot d} \quad (31)$$

Los métodos propuestos por Branson en 1977 arrojan resultados razonablemente buenos, sin embargo, no debe esperarse una estrecha correlación entre las deflexiones, peraltes, pérdidas de pretensado, etc., y las mediciones de las estructuras de campo (ACI Committee 209, 2008). Es por ello, que existen circunstancias en que se hace necesario el cálculo de un estimativo independiente y más preciso de la deflexión por retracción de

fraguado, o, de la deflexión producto del flujo plástico, en particular para losas delgadas y con baja carga, por lo que, cuando se desea considerar por separado el flujo plástico y la retracción, pueden usarse las ecuaciones aproximadas que se presentan en los artículos de Branson (1965, 1971, 1977) y en el ACI Committee 435 (Nilson, H. A. & Darwin, D., 2001, p. 214).

1.3.2.2.2. Método de ACI 435R-95

El método del ACI 435R-95 comenta que para losas en dos direcciones de edificaciones de varios niveles se debe de considerar el cálculo de la inercia efectiva producto de la carga máxima constructiva, así como un factor a largo plazo mayor que el propuesto por el ACI 318-19.

Este método obtiene deflexiones inmediatas a partir de Cargas Máximas Durante la Construcción. En el Cuadro 10 se presenta una descripción de las deformaciones inmediatas producto de la carga máxima durante la construcción.

Cuadro 10. Descripción de deflexiones inmediatas

CARGAS QUE PROVOCAN DEFLEXIONES INMEDIATAS	DESCRIPCIÓN	INERCIA EFECTIVA
Máxima carga durante la construcción [w_c]	Deflexión producto de la máxima carga durante la construcción [δ_c]	Obtenida a partir de los momentos producto de la máxima carga durante la construcción
Carga temporal [CT]	Deflexión producto de escalar la deflexión de la carga constructiva considerando la carga temporal [δ_{CT}]	Obtenida a partir de los momentos producto de la máxima carga durante la construcción
Carga permanente total + 15 % de carga temporal [CPT + 15 % · CT]	Deflexión producto de escalar la deflexión de la carga constructiva considerando la carga sostenida en el momento de la unión de los elementos no estructurales [$\delta_{CP+15\% \cdot CT}$]	Obtenida a partir de los momentos producto de la máxima carga durante la construcción
85 % de carga temporal [85 % · CT]	Deflexión de la carga temporal variable. Obtenida mediante el	Obtenida a partir de los momentos producto de la

CARGAS QUE PROVOCAN DEFLEXIONES INMEDIATAS	DESCRIPCIÓN	INERCIA EFECTIVA
	producto de multiplicar 85 % por la carga temporal [$\delta_{85\%CT}$]	máxima carga durante la construcción

Las deflexiones producto de la máxima carga durante la construcción se pueden obtener a partir del software SAP2000, utilizando, la inercia efectiva con el módulo de elasticidad y la resistencia de concreto a la compresión, que se presentan durante el periodo constructivo, mientras que, las deflexiones producto de carga temporal se pueden obtener como sigue (ACI Committee 435, 2000, p. 60):

$$\delta_{CT} = \frac{w_{CT}}{w_C} \cdot \delta_C \cdot \frac{E_{CC}}{E_{CCT}} \quad (32)$$

donde:

w_{CT} = carga temporal (kg/m²),

w_C = máxima carga durante la construcción (kg/m²),

δ_C = deflexión debida a máxima carga durante la construcción (mm),

E_{CC} = módulo de elasticidad durante la aplicación de la carga constructiva (kg/cm²),

E_{CCT} = módulo de elasticidad durante la aplicación de la carga temporal (kg/cm²).

Las deflexiones producto de la carga sostenida en el momento de la unión de los elementos no estructurales se pueden obtener como sigue (ACI Committee 435, 2000, p. 60):

$$\delta_{CP+15\%CT} = \frac{w_{CP+15\%CT}}{w_C} \cdot \delta_C \cdot \frac{E_{CC}}{E_{CCP+15\%CT}} \quad (33)$$

donde:

$w_{CP+15\%CT}$ = carga permanente más 15 % de la carga temporal (kg/m²),

w_C = máxima carga durante la construcción (kg/m²),

δ_C = deflexión debida a máxima carga durante la construcción (mm),

E_{CC} = módulo de elasticidad durante la aplicación de la carga constructiva (kg/cm²),

$E_{CCP+15\%CT}$ = módulo de elasticidad durante la aplicación de la carga permanente más 15% de la carga temporal (kg/cm²).

Y, las deflexiones debido a la carga temporal variable, producto del 85 % de la carga temporal se pueden obtener como sigue (ACI Committee 435, 2000, p. 61):

$$\delta_{85\% \cdot CT} = 85\% \cdot \delta_{CT} \quad (34)$$

Este procedimiento de cálculo resulta usualmente en una deflexión por carga viva menor y una deflexión por carga permanente mayor (ACI Committee 435, 2000, p. 58).

ACI 435R-95 recomienda un multiplicador a largo plazo de carga sostenida de $\lambda_{\Delta t} = 2,5$ cuando los esfuerzos de retención tienden a tener un efecto significativo en el agrietamiento.

El multiplicador a largo plazo de carga sostenida para el lapso antes de que se unan los elementos no estructurales se puede obtener mediante la siguiente ecuación (ACI Committee 435, 2000, p. 61):

$$\lambda_{\Delta ne} = \frac{(t_2 - t_1)^{0,6}}{10 + (t_2 - t_1)^{0,6}} \cdot \lambda_{\Delta t} \quad (35)$$

donde:

$\lambda_{\Delta ne}$ = multiplicador a largo plazo de carga sostenida en un lapso de tiempo desde que se quitan los puntales hasta la unión de los elementos no estructurales, desde que se cuele el elemento de análisis,

$\lambda_{\Delta t}$ = multiplicador a largo plazo de carga sostenida,

t_1 = lapso desde que se cuele la losa en dos direcciones hasta que se quitan los puntales del elemento de análisis (días),

t_2 = lapso desde que se cuele la losa en dos direcciones hasta que se unen los elementos no estructurales del elemento de análisis (días).

El lapso antes de que se unan los elementos no estructurales está definido desde que se quitan los puntales hasta la unión de los elementos no estructurales, desde que se cuele el elemento de análisis.

Cabe resaltar que esta ecuación tiende a $\lambda_{\Delta t}$ cuando la diferencia entre t_1 y t_2 tiende a infinito.

1.3.3. Método de elemento finito

El método del elemento finito se le aplica a un modelo. La Real Academia Española [RAE] (2022) describe un modelo como “Esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja, que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento”.

Los modelos utilizados en el presente Proyecto de Graduación son conceptuales y, la realidad que representan es del mundo físico. Se utilizan para analizar y predecir el comportamiento de un sistema en el futuro y, para la solución de problemas mediante conocimiento científico (Concari, S.B., 2000).

Para el proceso de modelado del presente Proyecto de Graduación se realiza una construcción teórica de entidades como sistemas objeto de estudio (cuerpos libres y partículas); se describen esas entidades empleando conceptos asociados a ciertos atributos (masa, densidad y resistencia) y conceptos que relacionan los atributos (cargas, fuerzas, momentos y esfuerzos) (Concari, S.B., 2000).

La elección de un modelo es de suma importancia, esto, debido a que los resultados obtenidos producto de la solución de cualquier problema dependen de dicha elección. Para sustentar la elección se pueden realizar algunos procedimientos estadísticos con la finalidad de sustentar el uso de un modelo simplificado.

Según el ACI 318-19, en su sección 8.2.1., un sistema de losa se puede diseñar mediante cualquier procedimiento que cumpla con las condiciones de equilibrio y compatibilidad geométrica, siempre que la resistencia de diseño en cada sección sea al menos igual a la resistencia requerida, y, que se cumplan todos los requisitos de funcionamiento. Por ende, para el Proyecto de Graduación se analizó la respuesta estructural de las losas mediante un modelo que recrea las condiciones a las cuales se ven sometidas las losas, tales como los apoyos y cargas. Dicho modelo se realiza mediante el software SAP2000, que según CSI Spain (2021), corresponde a un “software de elementos finitos para modelado, análisis y dimensionamiento de cualquier estructura” y, ha sido desarrollado por la empresa CSI, Computer and Structures, Inc. en Berkeley, California, Estados Unidos.

Dicho software, además, permite determinar la respuesta en términos de fuerzas, esfuerzos y deformaciones en los elementos, presentando una salida gráfica y por tablas

(Fundación para la educación y el desarrollo [FUNDEXTENSUS] & Morrison Ingenieros, s.f., p. 10).

El método del elemento finito asegura que cada partícula infinitesimal en cada elemento se encuentre en equilibrio de fuerza en su posición deformada y que se satisfagan las condiciones de compatibilidad de desplazamiento. Cada elemento infinitesimal que se analiza se compone de un sistema ortogonal de esfuerzos positivos (1-2-3) como se muestra en la Figura 17 (Edward, L. W., 2002, p. 20).

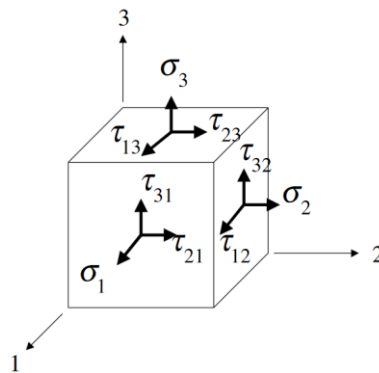


Figura 17. Definición de esfuerzos positivos en elemento infinitesimal de SAP2000

Fuente: (Edward, L. W., 2002, p. 20)

Las seis deformaciones unitarias provocadas por los esfuerzos de la Figura 17 corresponden a ε_1 , ε_2 , ε_3 , γ_{21} , γ_{31} y γ_{23} .

Se utilizan los conceptos de equilibrio que permiten determinar un conjunto de ecuaciones de equilibrio iguales a la suma de las fuerzas internas del elemento en todos los puntos de nodos de un sistema estructural (Edward, L. W., 2002, p. 31).

En un elemento finito, que se basa en una formulación de desplazamiento, las ecuaciones diferenciales de equilibrio de fuerza entre elementos siempre se satisfacen en los nodos, sin embargo, no siempre se satisfacen en el resto del elemento, por lo que se necesita tener una malla del elemento suficientemente fina en áreas de concentración de esfuerzos (Edward, L. W., 2002, p. 31).

Asimismo, se deben de satisfacer requisitos de compatibilidad, sin embargo, entre satisfacer ecuaciones de equilibrio o de compatibilidad, se elige satisfacer condiciones de equilibrio (Edward, L. W., 2002, p. 31).

En el Proyecto de Graduación se utilizó una sección transversal de una estructura tipo cascarón modelada con elementos sólidos de ocho nodos. Para el análisis de un elemento tipo

cascarón se utiliza la teoría clásica de cascarón delgado mediante el método del elemento finito, donde, se desarrollan una gran cantidad de ecuaciones diferenciales que se solucionan aproximadamente mediante la evaluación numérica de series infinitas (Edward, L. W., 2002, p. 143).

Un elemento tipo cascarón consiste en la combinación de un elemento tipo placa a flexión y de un elemento tipo membrana como se puede apreciar en la Figura 18 (Edward, L. W., 2002, p. 143).

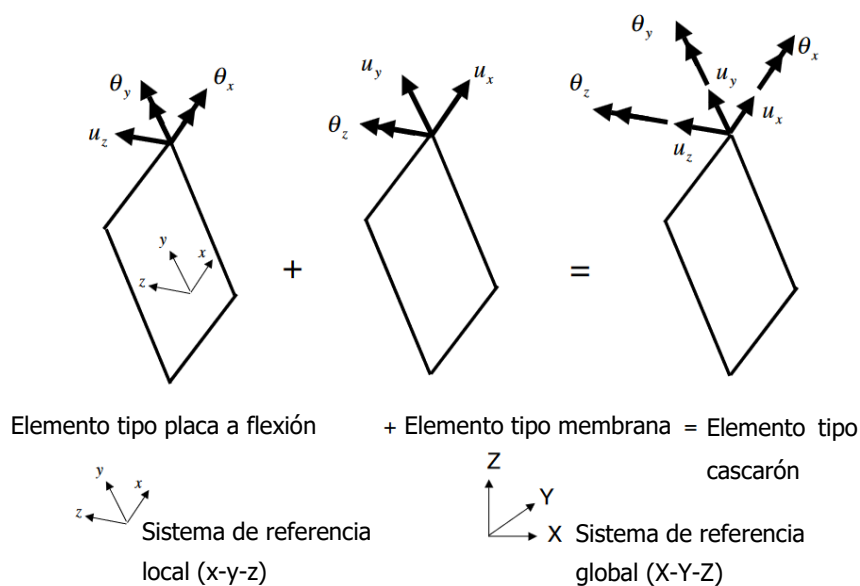


Figura 18. Formación de un elemento tipo cascarón plano

Fuente: (Edward, L. W., 2002, p. 144)

Para la obtención de los resultados de un elemento tipo cascarón sólido de cuatro nodos se añaden la rigidez y cargas del elemento tipo cascarón a partir del método de rigidez directa con la finalidad de formar las ecuaciones de equilibrio global. Para ello, primeramente, se debe de realizar una discretización del elemento en elementos triangulares de tres nodos o cuadriláteros de cuatro nodos como se aprecia en la Figura 19, donde, si el elemento es triangular se aplican las mismas aproximaciones utilizadas para el elemento cuadrilátero, con la diferencia de que, en general, la discretización de elementos triangulares devuelve soluciones más rígidas que la de cuadriláteros (Edward, L. W., 2002, pp. 144-147).

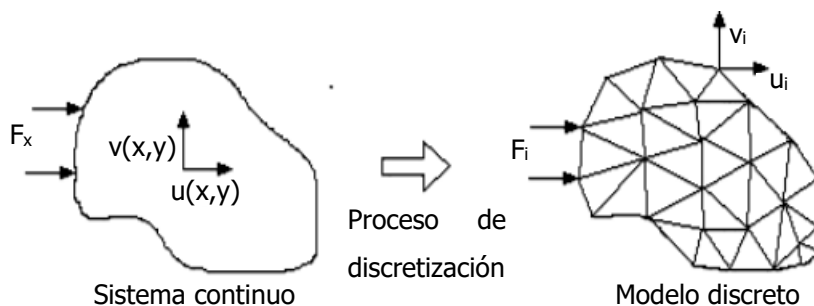


Figura 19. Esquema de discretización

Fuente: (Cortez, L. X. & Sotomayor, G. M., 2007, p. 16)

La geometría de un cuadrilátero arbitrario en el plano "x-y" para un elemento tipo placa con flexión se puede apreciar en la Figura 20 y para un elemento tipo membrana se puede apreciar en la Figura 21.

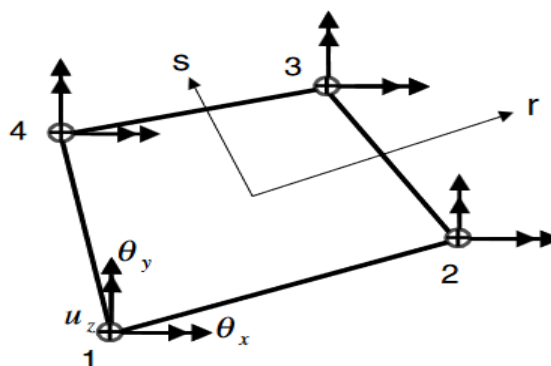


Figura 20. Elemento tipo placa a flexión en forma de cuadrilátero

Fuente: (Edward, L. W., 2002, p. 118)

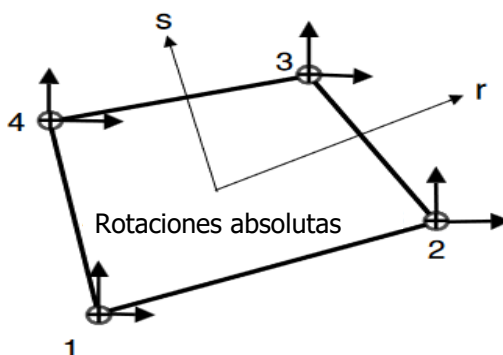


Figura 21. Elemento tipo membrana en forma de cuadrilátero

Fuente: (Edward, L. W., 2002, p. 134)

A partir de las Figuras anteriores se puede apreciar que para efectos de cálculo un elemento tipo placa a flexión tiene 12 grados de libertad, 8 de rotaciones y 4 de desplazamientos, mientras que un elemento tipo membrana tiene sólo 2 desplazamientos en el plano en cada nodo y no puede soportar momentos aplicados normales al plano del elemento.

Tomando en consideración lo anterior, el método de elemento finito consiste en generar expresiones que relacionan las rotaciones de las líneas normales al plano de referencia, los desplazamientos tridimensionales unitarios y las deformaciones unitarias de cortante de cada tipo de elemento. Donde luego, estas ecuaciones se expresan mediante relaciones matriciales que permiten relacionar fuerzas y deformaciones para así obtener los desplazamientos, momentos y cortantes requeridos (Edward, L. W., 2002).

1.3.4. Conceptos estadísticos

Los conceptos estadísticos presentados en esta sección tienen como propósito fundamentar el uso de un conjunto de datos, no exactos, obtenidos a partir de algún método matemático, o experimental, con respecto a otro conjunto de datos, que funciona como referencia de los resultados a los que se aspiran.

- *Inferencia estadística para dos muestras*

El uso de un conjunto de datos se puede justificar a partir de la falta de evidencia que permita rechazar una hipótesis nula mediante la inferencia estadística para dos muestras. El conjunto de datos que se desea validar posee una media $[\mu_1]$, una cantidad de datos $[n_1]$ y, una varianza $[s^2_1]$, y, el conjunto de datos que funciona como referencia, posee una media $[\mu_2]$, una cantidad de datos $[n_2]$ y, una varianza $[s^2_2]$. La hipótesis nula, mediante un análisis de correlación no paramétrico, se utiliza para determinar la diferencia en las medias de los conjuntos de datos. Para este caso, la hipótesis nula corresponde a (Valverde, G. G., 2019):

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad (36)$$

Donde, la hipótesis alternativa es la siguiente (Valverde, G. G., 2019):

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \quad (37)$$

El error de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera se denomina error tipo I y, el error de no rechazar la hipótesis nula cuando es falsa se define como el

error tipo II (Valverde, G. G., 2019, p. 7). La probabilidad de cometer un error Tipo I se asume a partir de un nivel de significancia $[\alpha]$, que, según Sánchez, E.F. (s.f) generalmente es de 5 %.

Si las varianzas de las poblaciones son distintas se debe de obtener el estimador combinado de las varianzas, que, según Valverde, G. G. (2019) se obtiene como sigue:

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1) \cdot s_1^2 + (n_2 - 1) \cdot s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad (38)$$

Si la hipótesis nula se cumple, el estadístico $[T_0^*]$ se distribuye aproximadamente hacia la "t de Student" $[t]$ con $[\gamma]$ grados de libertad como sigue (Valverde, G. G., 2019):

$$T_0^* = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sqrt{s_p^2 \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \quad (39)$$

Los grados de libertad se pueden encontrar mediante la siguiente expresión (Valverde, G. G., 2019):

$$\gamma = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}} \quad (40)$$

La hipótesis nula no se puede rechazar cuando el estadístico $[T_0^*]$, en valor absoluto, es menor a un valor denominado "t de Student" $[t]$, que corresponde a los valores en el eje de las abscisas de una distribución normal, descrita por William S. Gosset en 1908 (Martínez, T.J., 2016), relacionados a ciertos grados de libertad $[\gamma]$, y a cierta significancia $[\alpha]$ (Figura 22).

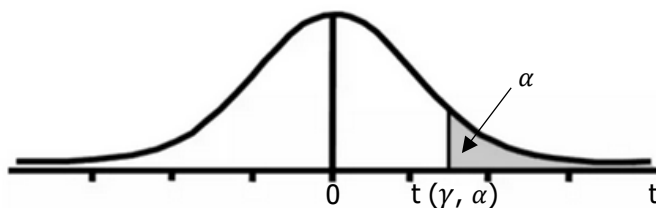


Figura 22. Distribución normal de t de Student

En el Cuadro 65, en Anexos, se pueden apreciar los valores de la "t de Student" [t] para distintos grados de libertad [γ] y, para distintos niveles de significancia [α].

Finalmente, las pruebas se pueden hacer de dos colas, lo que significa que el valor de la "t de Student" [t] que se obtiene a partir del Cuadro 65, en Anexos, se obtiene para la columna "t0,975" para una significancia del 5 % Figura 23.

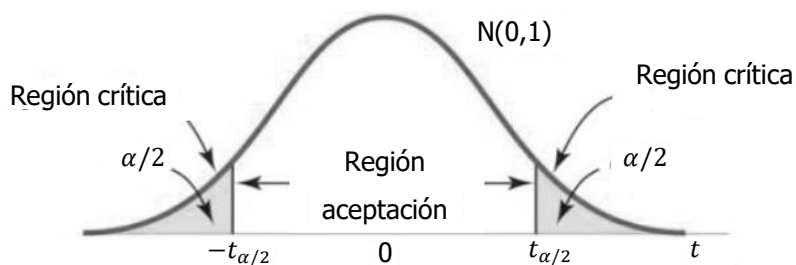


Figura 23. Prueba a dos colas

Fuente: (Valverde, G. G., 2019, p.55)

- *Prueba de significancia de correlación*

Esta prueba se realiza con la finalidad de explicar con qué grado se correlacionan dos grupos de datos. Para ello, se calcula el estadístico [t_c] como sigue (Porras, V. J., 2020):

$$t_c = \frac{r \cdot \sqrt{N_1 - 2}}{\sqrt{1 - r^2}} \quad (41)$$

donde:

N_1 = tamaño del registro común de las series,

r = coeficiente de correlación.

Para que la correlación sea significativa el estadístico [t_c] debe de ser mayor a la "t de Student" [t]. La "t de Student" se obtiene a partir del Cuadro 65, en Anexos, para una significancia de un 5 %, para una prueba a dos colas, y una cantidad de grados de libertad [G.L.] obtenida como sigue (Porras, V. J., 2020):

$$G. L. = N_1 - 2 \quad (42)$$

Cabe resaltar que, para que exista correlación entre los datos, el coeficiente de correlación debe de ser mayor que 0,8, y, la raíz del coeficiente de correlación debe de ser mayor que 0,64, donde ambos criterios se consideran empíricos (Porras, V. J., 2020).

- *Porcentaje de error*

El cálculo del porcentaje de error se utiliza para acotar la incertidumbre de una magnitud con respecto a otra. El error relativo o porcentaje de error [ε_r] de una medida se define como el cociente entre el error absoluto y el valor exacto de la magnitud (Ariza, M.J., s.f.):

$$\varepsilon_r = \frac{|x_0 - x_i|}{x_0} \cdot 100 \% \quad (43)$$

donde:

x_0 = valor con respecto al cual se desea acotar la incertidumbre,

x_i = valor del que se desea acotar la incertidumbre.

1.4. Delimitación del problema

1.4.1. Alcance

El presente estudio analiza losas de concreto reforzado con dimensiones usuales para este tipo de proceso constructivo con propiedades derivadas a partir de un caso apreciado en campo (ancho (m) x largo (m)): 3,50x3,50; 3,50x5,25; 3,50x7,00; 4,50x4,50; 4,50x6,75; 4,50x9,00; 4,80x7,80; 5,50x5,50; 5,50x8,25 y, 5,50x11,00 considerando deflexiones por contracción y flujo plástico mediante factores a largo plazo.

La información que se utilizó como base para dicho análisis se obtuvo para un caso en específico, el cual se considera como representativo del problema, pero que no necesariamente es la media o norma, por lo que los resultados de esta investigación se espera establezcan modificaciones a la metodología de diseño ante cargas de servicio de losas en dos direcciones de estructuras construidas mediante el método de formaleta autoportante, pero los resultados podrían variar al realizar un análisis con mayor cantidad de casos.

Las dimensiones, las condiciones de apoyo y, las configuraciones y propiedades de los materiales de la losa apreciada en campo se obtuvieron a partir de planos provistos por la empresa que colaboró con el Trabajo de Graduación (2022). La rigidez de las condiciones de

apoyo de las losas se obtiene mediante aproximación utilizando el software SAP 2000, donde, el software vincula los esfuerzos y deformaciones de los elementos infinitesimales de los apoyos con los de la losa. Las configuraciones de acero de las losas con dimensiones distintas a la original se obtienen a partir de un análisis de capacidad y acero mínimo basado en la relación demanda/capacidad de la losa observada en campo. Asimismo, se obtienen espesores distintos para las losas con las dimensiones propuestas con la finalidad de obtener el espesor mínimo que cumple con límites de deflexiones de la sección 24.2.2. del ACI 318-19.

La carga viva constructiva, las tolerancias y la relación entre las cargas muertas carga aplicada/losa, utilizadas para el cálculo de la máxima carga durante la construcción, se obtuvieron a partir de valores recomendados por el ACI 435R-95, mientras que el número de niveles reapuntalados y apuntalados, para el cálculo de la máxima carga durante la construcción, se obtuvieron a partir de información de campo brindada por el Ingeniero de la empresa constructora que colaboró con el desarrollo del Proyecto de Graduación, donde los entepisos se pueden colar en cuatro o seis secciones y, se consideran construcciones de máximo seis niveles. Además, para este caso, según el Ingeniero de la empresa constructora que colaboró con el desarrollo del Proyecto de Graduación (Anónimo, 2022), los elementos no estructurales se unen alrededor de 2 meses posteriores a la colada de entepisos.

Las cargas de servicio se obtuvieron a partir de planos de referencia aportados por la Ingeniera de la empresa de construcción que colaboró con el desarrollo del Proyecto de Graduación (Anónimo, 2022) y, mediante cálculos utilizando valores usuales de cargas de servicio obtenidos a partir de fuentes académicas.

Los códigos utilizados para el análisis de deflexiones corresponden; al ACI 318-19, al ACI 435R-95, a las normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto y, al Código Sísmico de Costa Rica 2010: Revisión 2014. Los softwares de apoyo utilizados consisten en SAP2000 y Excel.

Cabe resaltar que en el Proyecto de Graduación se realizó un análisis estructural sin considerar el aporte de algunas condiciones del proceso constructivo, tales como las dosificaciones de la mezcla de concreto, el contenido de humedad durante el fraguado de las losas, la supervisión de la obra, la calidad de los materiales, ente otros, a la magnitud de las deflexiones. Es por esto por lo que no se evaluaron las deflexiones por retracción de fraguado, o, las deflexiones producto del flujo plástico, independientemente, debido a que las ecuaciones

dependen de parámetros de campo, tales como condiciones ambientales, con las que no se cuentan para la realización de esta investigación.

A partir de la información de Serrano, G. M. & Pérez, R, D. del 2010 y de Aragón, M. S. en el 2004, se determinó que el valor del módulo de elasticidad varía de país en país. En Costa Rica existen investigaciones que proponen ecuaciones para el cálculo del módulo de elasticidad, como, por ejemplo, la de Aragón, M. S. (2004), sin embargo, no se aplicaron en el procedimiento del presente Proyecto de Graduación.

En el presente Trabajo de Graduación se utilizó la ecuación propuesta por el ACI 318-19 para aproximar el valor del módulo de elasticidad debido a que es la expresión utilizada a nivel nacional por tratarse el ACI 318-19 de un código internacional, sin embargo, el valor de módulo de elasticidad devuelto por la expresión propuesta por Aragón, M. S. (2004) es un 11% menor que el obtenido a partir de la ecuación del ACI 318-19.

Para obtener valores de inercia efectiva mediante el método del ACI 318-19, utilizando un módulo de ruptura, distinto al propuesto en este código, se debe de modificar el valor de $2/3$ de M_{cr} . Para modificar dicho valor se requiere de ensayos de laboratorio, lo cual, se encuentra fuera del alcance de este Proyecto de Graduación.

1.4.2. Limitaciones

En el presente Proyecto no se lograron realizar pruebas en campo u obtener muestras debido a limitaciones de equipo, de personal especializado para realizar un análisis en campo y a la pandemia por el virus COVID que atravesaba el país al momento de las visitas de campo, lo cual, se ve reflejado en la imposibilidad de calcular deflexiones por contracción o por flujo plástico, mediante ecuaciones por separado.

Para aproximar la rigidez de los apoyos de las losas analizadas o, verificar la información obtenida a partir de este Proyecto de Graduación se podría utilizar información histórica, sin embargo, no existen investigaciones a disposición pública, donde, se calculen, mediante ensayos de laboratorio, las deflexiones de losas reforzadas que aproximen las condiciones de entresijos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes.

Se podría haber encontrado valores de deflexiones y espesores mínimos más exactos para losas en dos direcciones de estructuras construidas mediante el método de formaleta autoportante, si se hubieran obtenido mediciones de campo de las deformaciones sufridas en

las losas de entrepiso con respecto al tiempo, ya fuera por medición directa o por información brindada por parte de empresas, sin embargo, debido a que este tipo de sistema constructivo se acaba de incorporar en Costa Rica y al desconocimiento de la causa del levantamiento de los pisos, las empresas, no poseían la información necesaria para esta investigación o, la apertura para brindarla, por lo que la información obtenida es para un caso específico.

1.5. Metodología

La metodología para desarrollar el trabajo de investigación constó de seis etapas: I) Consulta de información bibliográfica y antecedentes teóricos, II) Visita a campo y recopilación de insumos del problema, III) Determinación de factores dependientes del tiempo para carga sostenida a largo plazo, para los métodos de cálculo de deflexiones de losas en dos direcciones del ACI 318-19 y del ACI 435R-95, acorde a lo visto en campo, IV) Determinación de metodología de cálculo de deflexiones, que permite obtener deflexiones, en losas reforzadas de entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, lo más exactas, con respecto a lo visto en campo, V) Determinación de deflexiones de losas, con dimensiones usuales en la práctica constructiva, mediante el método que mejor se adapta, para el cálculo de deflexiones de losas reforzadas de entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, VI) Determinación de espesores mínimos y expresiones representativas para la obtención de espesores mínimos basadas en normativa internacional, a partir, de la comparación de las deflexiones de las losas con dimensiones usuales en la práctica constructiva y distintos valores de espesores, con respecto, a los límites de deformaciones de las losas permisibles de la sección 24.2.2. del ACI 318-19, VII) Determinación de los espesores mínimos de las losas, con dimensiones usuales en la práctica constructiva, a partir del ACI 318-19 y de la normativa de la SMIE (2004), para el diseño de losas sin cálculo de deflexiones, VIII) Determinación de la validez de la normativa del ACI 318-19 y de la SMIE (2004) y de las expresiones obtenidas, que permiten calcular los espesores mínimos de las losas estudiadas, mediante su comparación con los espesores mínimos obtenidos a partir del cálculo de deflexiones, IX) Formulación de nuevos métodos de cálculo modificados, los cuales, son aplicables a losas reforzadas en dos direcciones de entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes y, X) Análisis de resultados y la elaboración del informe final.

El flujo de la metodología se puede apreciar en el siguiente diagrama:

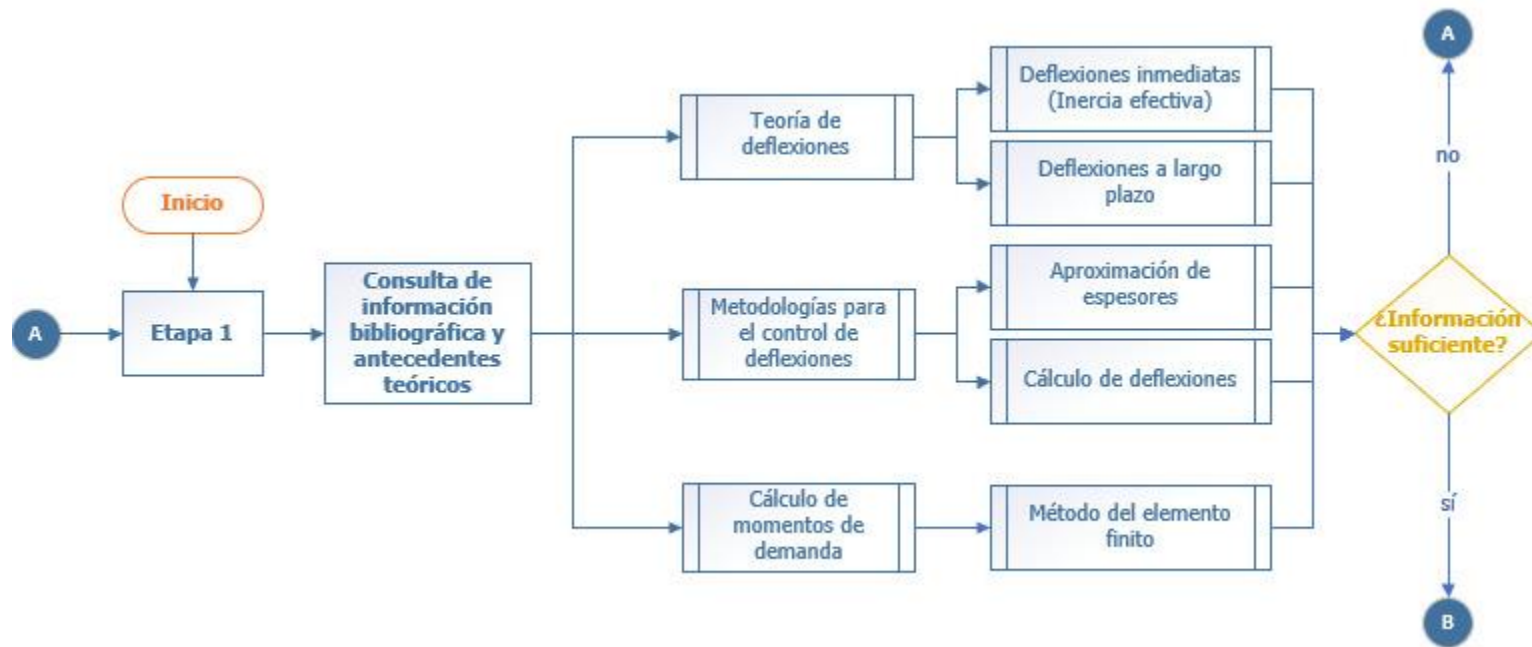


Figura 24. Diagrama de flujo de la metodología

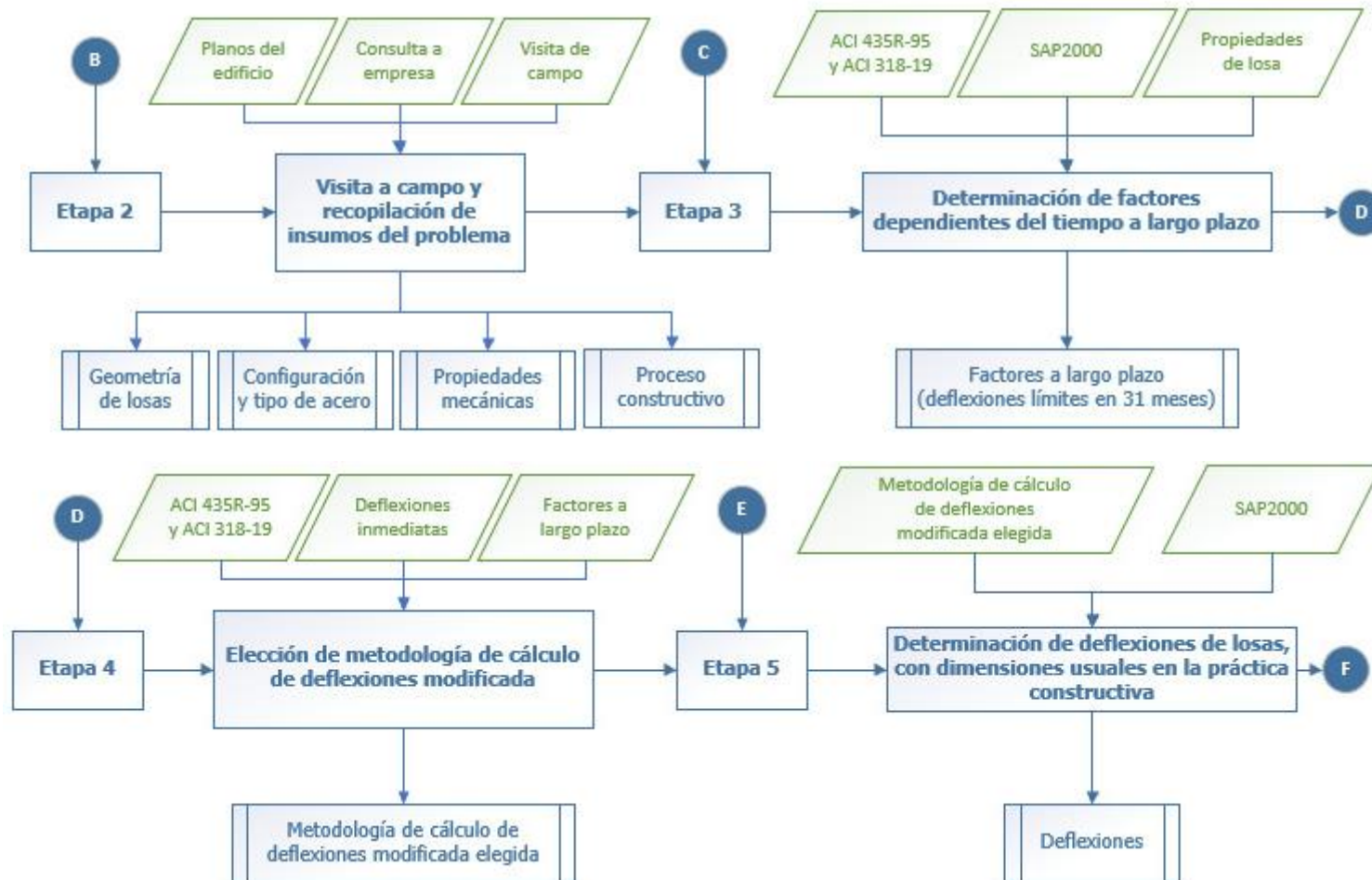


Figura 24. Diagrama de flujo de la metodología (cont.)

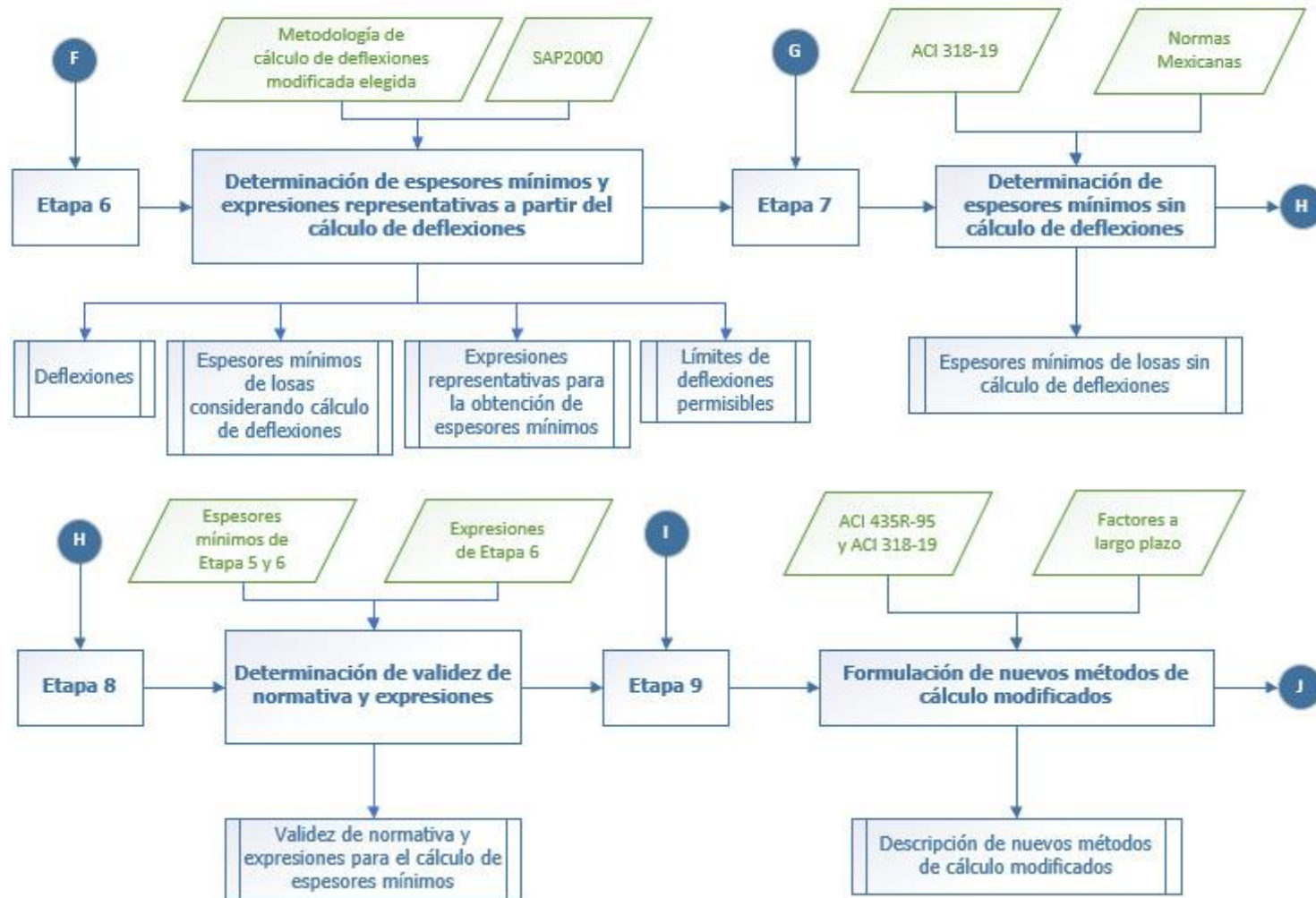


Figura 24. Diagrama de flujo de la metodología (cont.)

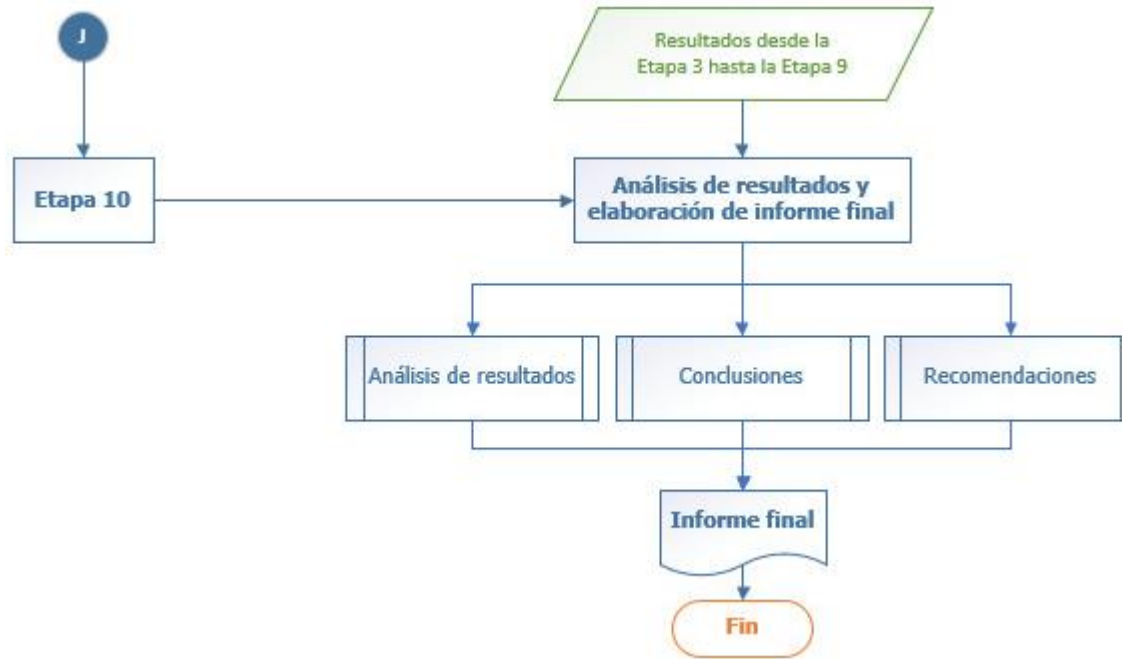


Figura 24. Diagrama de flujo de la metodología (cont.)

Las etapas que se aprecian en la Figura 24 se explican a continuación:

1.5.1. Etapa I: Consulta de información bibliográfica y antecedentes teóricos

En esta etapa se abstraigo la información necesaria para realizar el análisis del Proyecto de Graduación. Esta información se obtuvo a partir de libros, reportes, normas, trabajos de graduación, comunicación personal, manuales e información en línea, donde, se desarrolló teoría como lo es la metodología usual para analizar deflexiones en losas reforzadas y, los fundamentos teóricos del funcionamiento del software que se planteó utilizar como herramienta para aproximar las deflexiones de manera más exacta (SAP2000).

1.5.2. Etapa II: Visita a campo y recopilación de insumos del problema

En esta etapa se procedió a realizar una visita de campo, mediante la cual, se logró dimensionar el problema y contactar con los Ingenieros de la empresa constructiva que colaboró con el Trabajo Final de Graduación.

En la visita de campo se tomaron fotografías, se realizó un recorrido por uno de los edificios que presentaban levantamiento de acabados, se observaron algunas losas que presentaban el problema y cómo se solucionaba dicho problema y, se intercambiaron contactos con los Ingenieros a cargo del proyecto.

A partir del contacto con los Ingenieros a cargo del proyecto se obtuvo información con respecto a metodología constructiva y al alcance del problema y, planos constructivos.

Se establecieron parámetros como lo son los anchos, espesores y largos de las losas, distribución del acero, propiedades del concreto y acero y, apoyos de las losas que presentaban levantamiento de acabados.

Además, se establecieron duraciones relevantes del proceso constructivo y, parámetros para la determinación de la demanda última y capacidad nominal de las losas que presentaban levantamiento de acabados.

1.5.3. Etapa III: Determinación de factores dependientes del tiempo para carga sostenida a largo plazo, a partir, de la losa observada en sitio, para el método del ACI 318-19 y el método del ACI 435R-95

Se obtuvieron los factores dependientes del tiempo para carga sostenida a largo plazo a partir de un modelo completo de la losa observada en sitio para el método del ACI 318-19 y el método ACI 435R-95 considerando que se incumplían los límites de deflexiones permisibles expuestos en la sección 24.2.2. del ACI 318-19 a partir de los 31 meses.

La obtención de los factores dependientes del tiempo se realizó a partir de la determinación de momentos de demanda que resiste la losa del caso específico de análisis, por medio, de modelado de la losa mediante el software SAP2000 y, la determinación, de deflexiones en la losa mediante métodos del ACI 318-19 y del ACI 435R-95, explicados en el marco teórico desarrollado en la Etapa I, utilizando una inercia efectiva, obtenida, a partir de la filosofía de diseño del ACI 318-19, con apoyo, de un análisis de elemento finito del software SAP2000, suponiendo, que las deflexiones permisibles de la sección 24.2.2. del ACI 318-19 ocurrían a los 31 meses.

1.5.4. Etapa IV: Determinación de metodología de cálculo de deflexiones que permite obtener deflexiones lo más exactas, con respecto, a lo visto en campo

En esta etapa se procedió a calcular la parte de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales, a partir de los nuevos métodos de cálculo modificados que se basaron en el ACI 318-19 y en el ACI 435R-95, con la finalidad de determinar cuál de los dos métodos devolvía deflexiones más exactas con respecto a lo visto en campo. Se propuso utilizar el método elegido para el cálculo de deflexiones de las etapas restantes del Trabajo Final de Graduación.

1.5.5. Etapa V: Determinación de deflexiones de losas, con dimensiones usuales en la práctica constructiva, mediante el método de cálculo de deflexiones, que permite, obtener deflexiones lo más exactas con respecto a lo visto en campo

En esta sección se obtuvieron deflexiones de losas, con dimensiones usuales en la práctica constructiva, de 14 cm de espesor, mediante el método de cálculo de deflexiones, que permitía, obtener deflexiones lo más exactas con respecto a lo visto en campo.

Las deflexiones se obtuvieron a partir de la determinación de momentos de demanda que resistían las losas, por medio, del modelado de estas con el software SAP2000 y, del método de cálculo de deflexiones que permitía obtener deflexiones lo más exactas con respecto a lo visto en campo, utilizando una inercia efectiva, obtenida, a partir de la filosofía de diseño del ACI 318-19, factores de carga sostenida a largo plazo propuestos en el marco teórico y en la Etapa III y, un análisis de elemento finito por medio del software SAP2000.

1.5.6. Etapa VI: Determinación de espesores mínimos y expresiones representativas para la obtención de espesores mínimos basadas en normativa internacional, a partir, del cálculo de deflexiones

Se determinaron los espesores mínimos y expresiones representativas para la obtención de espesores mínimos basadas en normativa internacional, a partir, de la comparación de las deflexiones de las losas con dimensiones usuales en la práctica constructiva, mediante, el aumento o disminución de espesores, con respecto, a los límites de deformaciones de las losas permisibles de la sección 24.2.2. del ACI 318-19.

Las deflexiones se obtuvieron al igual que en la Etapa V, pero variando el espesor de las losas, hasta que dejaran de cumplir con deflexiones permisibles después de 31 meses.

Además, se obtuvieron expresiones representativas de los espesores mínimos obtenidos, que permitieron, aproximar los espesores mínimos, sin la necesidad de calcular las deflexiones en las losas, basadas, en los métodos de cálculo de espesores mínimos del ACI 318-19 y de la SMIE (2004).

1.5.7. Etapa VII: Determinación de espesores mínimos de losas mediante el ACI 318-19 y las normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (2004), para el diseño de losas sin cálculo de deflexiones

Se determinaron los espesores mínimos de las losas de estudio mediante la filosofía de diseño del ACI 318-19 y la de las normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (2004), para el diseño de losas sin cálculo de deflexiones.

1.5.8. Etapa VIII: Determinación de la validez de la normativa del ACI 318-19 y de la SMIE (2004) y de las expresiones obtenidas, que permiten calcular los espesores mínimos de las losas estudiadas, mediante su comparación con los espesores mínimos obtenidos a partir del cálculo de deflexiones

En esta etapa se compararon los espesores mínimos de las losas de estudio obtenidos en la etapa VII, a partir de normativa para el diseño de losas sin cálculo de deflexiones, y las expresiones obtenidas en la Etapa VI, con los espesores mínimos de las losas obtenidos mediante el método del elemento finito en la Etapa VI.

A partir de la comparación se determinó si los espesores mínimos de las normas para el diseño de losas sin cálculo de deflexiones y, las expresiones obtenidas en la Etapa VI, cumplían con condiciones de servicio o no.

1.5.9. Etapa IX: Formulación de nuevos métodos de cálculo modificados, los cuales, son aplicables a losas reforzadas en dos direcciones de entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes

Se presentaron los nuevos métodos de cálculo modificados, los cuales, son aplicables a losas reforzadas en dos direcciones de entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes.

1.5.10. Etapa X: Análisis de resultados y elaboración del informe final

Se analizaron los resultados obtenidos desde la Etapa III hasta la Etapa IX y, se desarrollaron conclusiones y recomendaciones del Proyecto de Investigación enfocadas en el diseño estructural.

Se revisó el informe final del Trabajo Final de Graduación considerando los aportes de los Ingenieros que integraron el comité asesor con la finalidad de realizar las debidas correcciones, para así, realizar la presentación pública.

CAPÍTULO 2. DETERMINACIÓN DE FACTORES DEPENDIENTES DEL TIEMPO PARA CARGA SOSTENIDA A LARGO PLAZO, A PARTIR, DE LA LOSA OBSERVADA EN SITIO, PARA EL MÉTODO DEL ACI 318-19 Y EL MÉTODO DEL ACI 435R-95

En este capítulo se obtuvieron factores dependientes del tiempo para carga sostenida a largo plazo, a partir, de la losa observada en sitio, para el método del ACI 318-19 y el método del ACI 435R-95, donde, acorde a lo visto en campo, se estableció que las losas de análisis no cumplían con las deflexiones permisibles de la sección 24.2.2. del ACI 318-19, a los 31 meses.

Para el desarrollo de este capítulo inicialmente se identificaron las características de la losa de análisis, luego, se identificó la dirección de distribución de las cargas aplicadas en la losa y, se realizó un modelo completo con la finalidad de recrear con bastante exactitud las condiciones en sitio que experimentaba la losa.

Seguidamente, se aproximó la demanda que recibía la losa con la finalidad de calcular las deflexiones, donde, para la determinación de las deflexiones adicionales a largo plazo, se despejaron los factores dependientes del tiempo para carga sostenida a largo plazo, a partir de, una igualdad de expresiones.

2.1. Descripción de insumos necesarios para el análisis de la losa

2.1.1. Descripción de la losa

Las características de la losa utilizada para el cálculo de los factores dependientes del tiempo para carga sostenida a largo plazo, se derivaron, a partir de una losa observada en campo que presentó levantamiento de acabados de piso contrario a lo esperado según su diseño.

Los parámetros necesarios se muestran en la sección 1.1.1. del presente Proyecto de Graduación y, se determinaron a partir de planos provistos por la Ingeniera de la empresa que

colaboró con el desarrollo del Proyecto de Graduación [Anónimo, 2022] y, de Códigos pertinentes.

La losa presentó levantamiento de pisos alrededor de 19 meses después de colada y consistió en una losa de 4,8 m de ancho por 7,8 m de largo y 14 cm de espesor, con una densidad de concreto de 2400 kg/m^3 , una resistencia a la compresión a los 28 días de concreto de 210 kg/cm^2 y una carga temporal de diseño de 200 kg/m^2 acorde al Código Sísmico de Costa Rica 2010: Revisión 2014 (CSCR-2010 rev.14). Por lo que para efectos del Proyecto de Graduación se le denominó losa 4,80 x 7,80 o losa vista en campo.

Para el curado del concreto de la losa se utilizó apuntalamiento y, en la teoría, se curó durante 7 días una vez colada, donde, el número de niveles apuntalados y reapuntalados podía ser de $N = 4$ o de $N = 5$.

En la Figura 25 se puede apreciar la losa vista en campo, donde, las zonas perimetrales con un Hatch de líneas diagonales perimetral más grueso corresponden a las zonas donde existie continuidad a lo largo del entrepiso y las zonas con un Hatch de líneas diagonales perimetral delgado son zonas con "huecos" en el entrepiso. La losa se encontraba apoyada sobre muros de concreto de 12 cm de espesor a lo largo de todo el perímetro, a excepción, de las zonas donde se aprecian franjas negras, que corresponden a vigas apoyadas sobre los muros perimetrales.

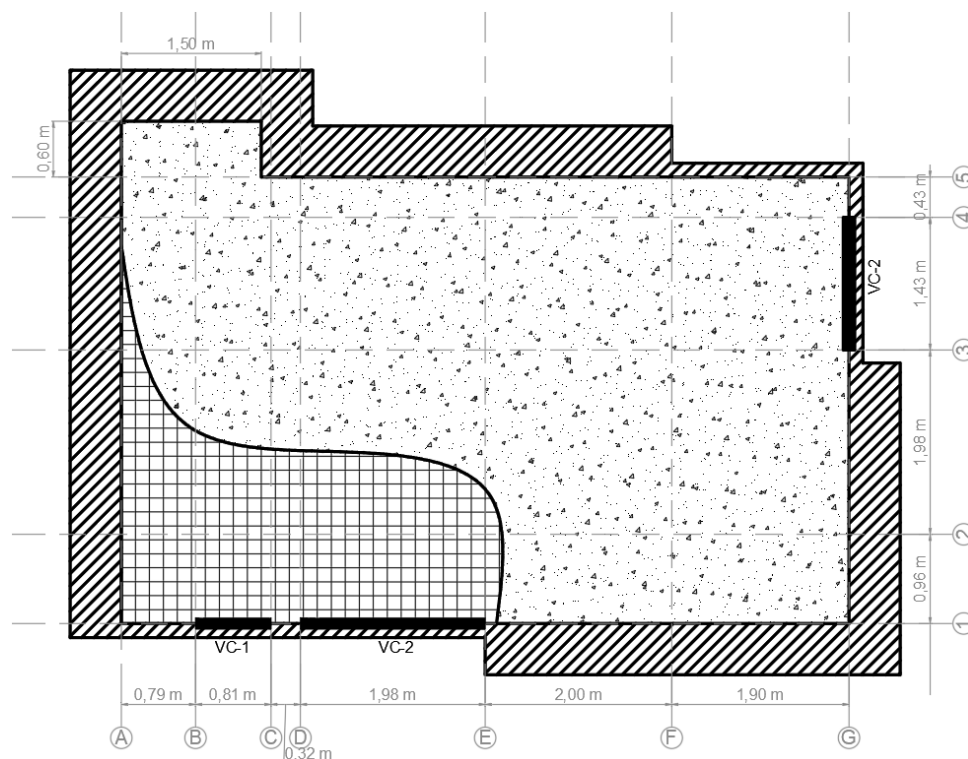


Figura 25. Vista en planta de losa vista en campo con restricciones a los lados

La losa observada en sitio de la Figura 25 presentó dos tipologías de vigas de apoyo. Las tipologías se obtuvieron a partir de planos provistos por la Ingeniera de la empresa que colaboró con el desarrollo del Proyecto de Graduación y, se muestran en el Cuadro 11.

Cuadro 11. Tipologías de vigas

VIGA	PERALTE (cm)	ANCHO (cm)	RESISTENCIA DEL CONCRETO A LOS 28 DÍAS [f'_c] (kg/cm ²)
VC-1	182	12	210
VC-2	62	12	210

Además, la losa tuvo un recubrimiento de 2,5 cm y poseyó bastones inferiores y superiores, en donde aplicara, acorde a la demanda de momentos positivos o negativos. Los bastones fueron de varilla #3 a cada 25 cm, grado 60 (4 200 kg/cm²), elaborados según la norma ASTM A 706, y el refuerzo continuo fueron dos mallas electrosoldadas de 5,72 mm de

diámetro, una en cada cara, a cada 15 cm, grado 70 (4 900 kg/cm²), de alambre corrugado que cumplía con la norma ASTM A-497M (Figura 26 y Figura 27).

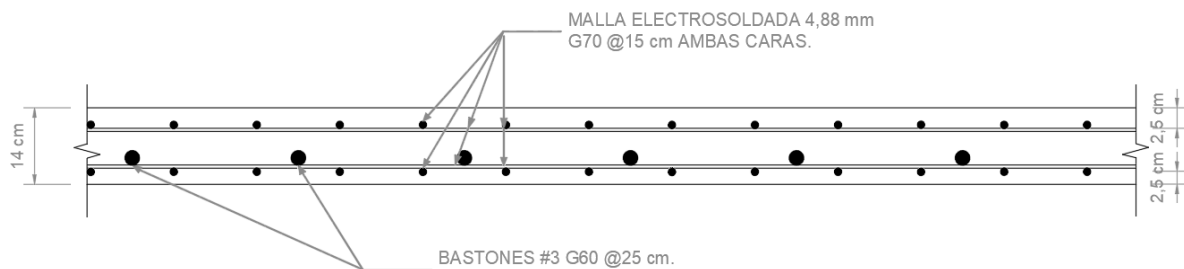


Figura 26. Sección transversal del eje transversal de la losa vista en campo (bastones para momentos positivos)

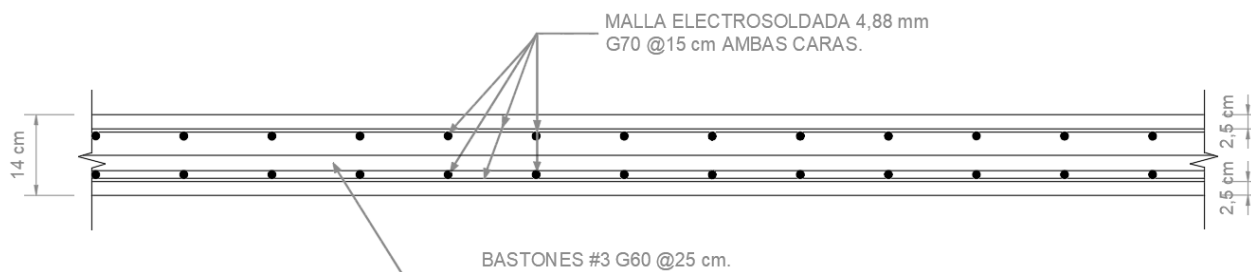


Figura 27. Sección transversal del eje longitudinal de la losa vista en campo (bastones para momentos positivos)

Los ejes de la losa, vista en campo, se pueden apreciar en la Figura 28.

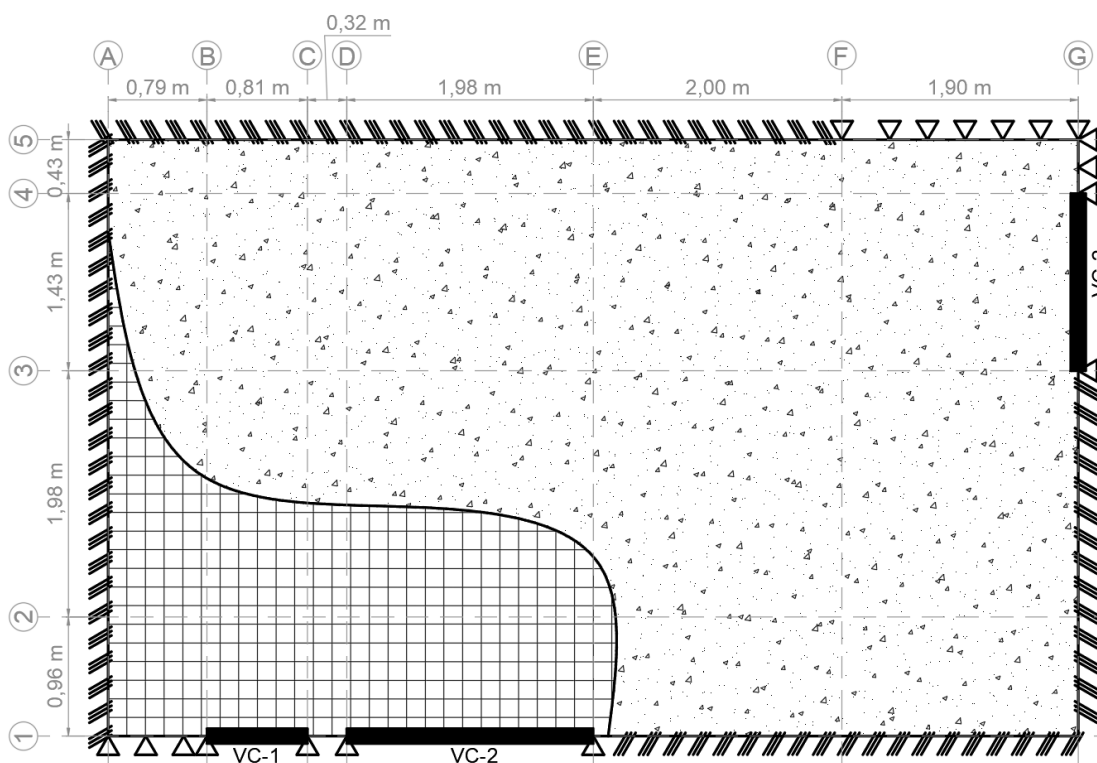


Figura 28. Ejes de la losa vista en campo

La distancia entre ejes fue relevante debido a que se utilizó para delimitar la ubicación y la longitud de las condiciones de frontera del modelo de la losa, donde, en el Cuadro 12 se pueden apreciar los ejes y las distancias entre ejes de la losa simplificada vista en campo.

Cuadro 12. Distancias entre ejes de losa vista en campo

COORDENADAS	EJES	DISTANCIA (m)
x	A-B	0,79
	B-C	0,81
	C-D	0,32
	D-E	1,98
	E-F	2,00
	F-G	1,91
y	1-2	0,96

COORDENADAS	EJES	DISTANCIA (m)
	2-3	1,98
	3-4	1,42
	4-5	0,43

Además, acorde a lo expuesto en el presente Proyecto de Graduación, en la sección 1.3.1.5., la relación entre el lado largo y el lado corto de la losa vista en campo correspondió a 1,62, por lo que trabajó en dos direcciones.

2.1.2. Modelo completo

Con la finalidad de recrear con bastante exactitud las condiciones en sitio que experimentaba la losa vista en campo y, obtener una referencia para validar el uso de modelos simplificados en el CAPÍTULO 4, como el apreciado en la Figura 32, se realizó un modelo completo que consideró las condiciones; de frontera mediante el modelado de las vigas y muros y, de la irregularidad de la losa vista en campo (Figura 25), donde, el modelo permitió el análisis de deflexiones de la losa y, la obtención de factores a largo plazo coherentes con las deflexiones apreciadas en campo de la losa.

En la Figura 29 se puede apreciar el modelo completo que consiste en un nivel de la mitad de la planta de una torre de apartamentos, que contiene la losa vista en campo. Cabe mencionar que se modela únicamente la mitad de la planta que contiene la losa vista en campo debido a que la planta es simétrica. Los planos verticales rojos que se aprecian en la Figura 29 representan los muros que conectan con el entrepiso, donde, los apoyos simples verdes en los nudos que no conectan con el entrepiso modelado de los muros, recrean, la rigidez de los entrepisos superiores e inferiores, con los que conectan los muros.

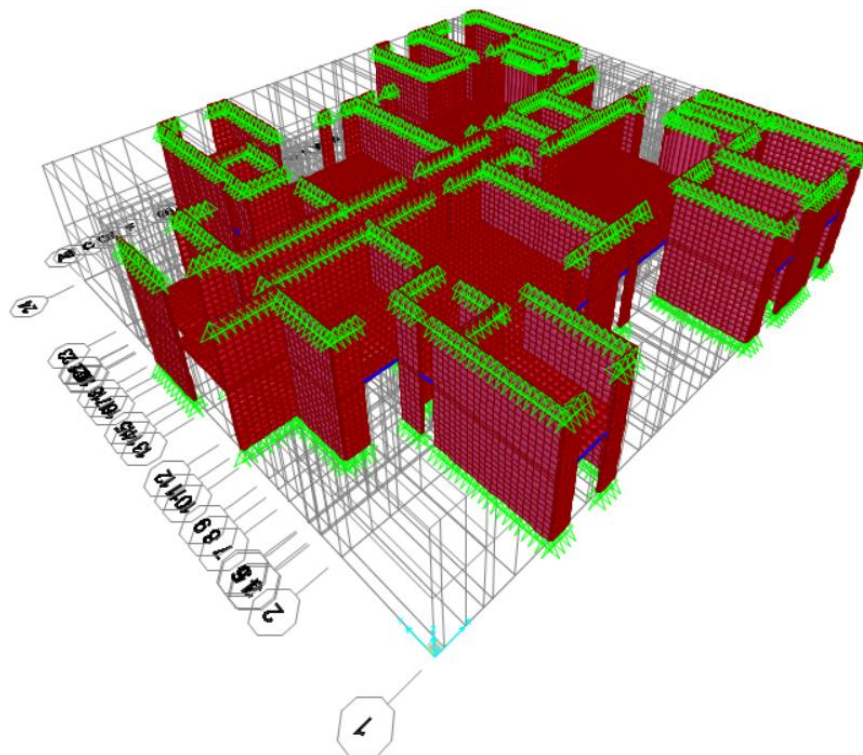


Figura 29. Modelo de estructura completo

Para el modelado se utilizaron distintas herramientas del software SAP2000, donde el proceso consistió en establecer ejes, propiedades de materiales, secciones transversales y soportes.

Con respecto al modelo de la Figura 29, acorde a lo visto en la sección 1.3.2. del presente Proyecto de Graduación, se determinó que, la diferencia en los resultados para los elementos de diferentes tamaños de elementos finitos fue despreciable, por lo que se pudo asegurar que el modelo contaba con una malla lo suficientemente fina en áreas de concentración de esfuerzos como para considerar los resultados como precisos.

2.2. Determinación de demanda en losa para cálculo de deflexiones

En esta sección se obtuvieron las cargas máximas durante la construcción y las cargas de servicio que soportaba la losa por metro cuadrado (m^2), así como las demandas de momento necesarias que permitieron calcular las deflexiones mediante el método del ACI 318-19 y el del ACI 435R-95.

2.2.1. Determinación de cargas por metro cuadrado (m²)

2.2.1.1. Cargas constructivas (ACI 435R-95)

La carga máxima durante la construcción se obtuvo como se explicó en la sección 1.3.1.6. del presente Proyecto de Graduación, utilizando el procedimiento descrito en el capítulo 4 del ACI 435R-95 y corresponde a 873,12 kg/m² para un $N = 4$ y a 861,12 kg/m² para un $N = 5$.

Para este caso, la carga máxima durante la construcción para la losa vista en campo dependía del valor de los números de niveles apuntalados y reapuntalados [N]. Entonces, con la finalidad de determinar la influencia en los resultados obtenidos de la cantidad de niveles apuntalados y reapuntalados, se aplicó el método para un mismo modelo considerando una cantidad de niveles apuntalados y reapuntalados de cuatro y, de cinco. Los valores de [N] se obtuvieron a partir de la Figura 6 y de la Figura 7, donde, se determinó que para un colado de entrepiso en seis secciones $N = 4$ y que, para un colado de entrepiso en cuatro secciones $N = 5$.

Asimismo, como se mencionó en la sección 1.3.2. del presente Proyecto de Graduación, el capítulo 4 del ACI 435R-95 recomienda una carga temporal constructiva de 240 kg/m² para el cálculo de las cargas máximas durante la construcción.

2.2.1.2. Cargas de servicio (ACI 318-19)

Para el cálculo de las cargas de servicio, el cálculo del peso de las losas por metro cuadrado (m²) y, para la obtención de la carga permanente adicional y de la carga permanente total de las losas, se utilizó la información de la sección 1.3.2. del presente Proyecto de Graduación, donde se utilizaron los valores de las cargas que se aprecian en el Cuadro 3. Las cargas electromecánicas se tomaron como 5 kg/m² conservadoramente, debido a que es un valor utilizado en la práctica profesional y, la densidad del concreto fue de 2400 kg/m³.

La losa se diseñó para una carga temporal de 200 kg/m² recomendada por el CSCR 2010-14 y una carga permanente adicional de 55 kg/m², resultando en una carga permanente por peso propio [CP] de 336 kg/m² y en una carga permanente total [CPT] de 391 kg/m².

2.2.2. Determinación de los momentos de demanda

Las demandas de momento en la losa se obtuvieron mediante el método de elementos finitos del software SAP2000 explicado en la sección 1.3.3. del presente Proyecto de Graduación.

En el Cuadro 13 se puede apreciar las demandas de momento en una franja con 1 m de ancho a lo largo del eje transversal central de la losa vista en campo para la máxima carga durante la construcción, para un nivel de apuntalamiento y desapuntalamiento de $N = 4$ y de $N = 5$ respectivamente.

Cuadro 13. Demanda de momento en franja de 1 m de ancho a lo largo del eje transversal central para losa vista en campo para la máxima carga durante la construcción

LOSA	DEMANDA DE MOMENTO EN EJE TRANSVERSAL (kg-m/m)		
	MOMENTO POSITIVO EN EJE EN ZONA CENTRAL	MOMENTO NEGATIVO EN EJE A-A	MOMENTO NEGATIVO EN EJE G-G
4,80 x 7,80 (N=4)	1 054,70	1 863,90	1 893,51
4,80 x 7,80 (N=5)	1 040,21	1 838,28	1 867,48

En el Cuadro 13 se puede apreciar que la demanda de momento se obtuvo para los máximos momentos negativos en los extremos del eje transversal central de la losa y, para el máximo momento positivo en el centro del eje transversal central de la losa.

En el Cuadro 14, Cuadro 15 y Cuadro 16 se puede apreciar la demanda de momentos negativos y positivos obtenida en una franja con 1 m de ancho a lo largo del eje transversal central para cargas de servicio.

Cuadro 14. Demanda de momento positivo en zona central de una franja central en el eje transversal de losa de 1 m de ancho para cargas de servicio

LOSA	DEMANDA DE MOMENTO EN EJE TRANSVERSAL (kg-m/m)		
	CARGA PERMANENTE TOTAL + 100 % CARGA TEMPORAL	CARGA PERMANENTE TOTAL	CARGA PERMANENTE TOTAL + 15% DE CARGA TEMPORAL
4,80 x 7,80	593,65	392,73	422,87

Cuadro 15. Demanda de momento positivo en eje G-G de una franja central en el eje transversal de losa de 1 m de ancho para cargas de servicio

LOSA	DEMANDA DE MOMENTO EN EJE G-G (kg-m/m)		
	CARGA PERMANENTE TOTAL + 100 % CARGA TEMPORAL	CARGA PERMANENTE TOTAL	CARGA PERMANENTE TOTAL + 15% DE CARGA TEMPORAL
4,80 x 7,80	1 539,70	894,15	1 097,61

Cuadro 16. Demanda de momento positivo en eje A-A de una franja central en el eje transversal de losa de 1 m de ancho para cargas de servicio

LOSA	DEMANDA DE MOMENTO EN EJE A-A (kg-m/m)		
	CARGA PERMANENTE TOTAL + 100 % CARGA TEMPORAL	CARGA PERMANENTE TOTAL	CARGA PERMANENTE TOTAL + 15% DE CARGA TEMPORAL
4,80 x 7,80	1 254,10	829,97	893,59

En el Cuadro 14, Cuadro 15 y Cuadro 16, se puede apreciar que la demanda de momento se obtuvo para los máximos momentos negativos en los extremos de una franja paralela al eje transversal en el centro de la losa y, para el máximo momento positivo en el centro de una franja paralela al eje transversal en el centro de la losa.

2.3. Determinación de factores dependientes del tiempo para carga sostenida a largo plazo

En la presente sección se obtuvieron multiplicadores a largo plazo coherentes con las deflexiones observadas en campo de la losa a partir de la obtención de las deflexiones inmediatas, adicionales a largo plazo y las partes que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales, mediante los métodos expuestos en la sección 1.3.2.2.2. del presente Trabajo de Graduación, que se basa, en el capítulo 4 del ACI 435R-95 y en el capítulo 24 del ACI 318-19.

Las partes de las deflexiones que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales a los 31 meses se igualaron a los límites de deflexiones permisibles de la sección 24.2.2. del ACI 318-19, los cuales, se muestran en el Cuadro 7 de la sección 1.3.2.2.2. del presente Proyecto de Graduación.

2.3.1. Determinación de momento de agrietamiento

Inicialmente se debían de obtener las deflexiones inmediatas, para lo cual, se determinó el momento de agrietamiento.

Se calculó un módulo de ruptura (f_r) de 15,36 kg/cm² a partir de la ecuación propuesta por el ACI 435R-95 en su capítulo 4 (ecuación (20) del presente Proyecto de Graduación) y, se calculó la distancia desde el eje neutro a la fibra más alejada [y], la inercia gruesa [I_g], el momento de agrietamiento [M_{cr}] y 2/3 del momento de agrietamiento, cuyos valores resultaron ser 7 cm, 22 866,67 cm⁴, 501,79 kg-m y 334,52 kg-m, respectivamente.

2.3.2. Determinación de inercia efectiva

En el Cuadro 17 y en el Cuadro 18, se muestran los momentos de demanda que rigieron en la determinación de las inercias efectivas de la losa, donde los valores del Cuadro 17 consideraron un nivel de apuntalamiento y desapuntalamiento de $N = 4$ y de $N = 5$ respectivamente.

Cuadro 17. Momentos de demandas para determinar las inercias efectivas de la losa vista en campo bajo las máximas cargas durante la construcción

LOSA	MOMENTO DE DEMANDA (kg-m/m) MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN
4,80 x 7,80 (N=4)	1 893,51
4,80 x 7,80 (N=5)	1 867,48

Cuadro 18. Momentos de demandas para determinar las inercias efectivas de la losa vista en campo bajo cargas de servicio

LOSA	MOMENTO DE DEMANDA (kg-m/m)		
	PERMANENTE TOTAL	PERMANENTE TOTAL + 100 % TEMPORAL	PERMANENTE TOTAL + 15 % DE TEMPORAL
4,80 x 7,80	1 539,70	894,15	1 097,61

En el Cuadro 19 y en el Cuadro 20 se muestran las inercias efectivas de la losa, donde los valores del Cuadro 19 consideraron un nivel de apuntalamiento y desapuntalamiento de $N = 4$ y de $N = 5$ respectivamente.

Cuadro 19. Inercias efectivas de la losa vista en campo bajo las máximas cargas durante la construcción

LOSA	INERCIA EFECTIVA (cm⁴) MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN
4,80 x 7,80 (N=4)	3 157,44
4,80 x 7,80 (N=5)	3 162,04

Cuadro 20. Inercias efectivas de la losa vista en campo bajo cargas de servicio

LOSA	INERCIA EFECTIVA (cm ⁴)		
	PERMANENTE TOTAL	PERMANENTE TOTAL + 100 % TEMPORAL	PERMANENTE TOTAL + 15 % DE TEMPORAL
4,80 x 7,80 x 0,14	5 031,39	3 508,27	4 439,86

A partir del Cuadro 19 y del Cuadro 20 se pudo apreciar que las inercias efectivas obtenidas considerando las máximas cargas durante la construcción son menores que las obtenidas considerando cargas de servicio, lo cual, se debe principalmente a que las cargas máximas durante la construcción son considerablemente mayores que las cargas de servicio.

En el Cuadro 21 y en el Cuadro 22 se muestran las relaciones de las inercias efectivas con respecto a las inercias gruesas de la losa, donde los valores del Cuadro 21 consideraron un nivel de apuntalamiento y desapuntalamiento de $N = 4$ y de $N = 5$ respectivamente.

Cuadro 21. Relación de inercias efectivas con respecto a inercias gruesas de la losa vista en campo bajo las máximas cargas durante la construcción

LOSA	I_e/I_g MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN
4,80 x 7,80 (N=4)	0,14
4,80 x 7,80 (N=5)	0,14

Cuadro 22. Relación de inercias efectivas con respecto a inercias gruesas de la losa vista en campo bajo cargas de servicio

LOSA	I_e/I_g		
	PERMANENTE TOTAL	PERMANENTE TOTAL + 100% TEMPORAL	PERMANENTE TOTAL + 15 % DE TEMPORAL
4,80 x 7,80	0,22	0,15	0,19

2.3.3. Determinación de deflexiones inmediatas

Las deflexiones inmediatas se calcularon a partir del método de elementos finitos explicado en la sección 1.3.3. del presente Proyecto de Graduación.

En el Cuadro 23 se muestra un resumen de deflexiones inmediatas para la losa vista en campo, debidas a las cargas máximas durante la construcción.

Cuadro 23. Deflexiones inmediatas de la losa vista en campo bajo las máximas cargas durante la construcción

LOSA	DEFLEXIONES (mm)			
	MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN	100% TEMPORAL	PERMANENTE TOTAL + 15 % DE TEMPORAL	85 % DE TEMPORAL
4,80 x 7,80 (N=4)	9,73	2,23	4,69	1,89
4,80 x 7,80 (N=5)	9,59	2,23	4,69	1,89

Las deflexiones inmediatas debidas a la carga máxima durante la construcción obtenidas que consideraron una cantidad de niveles apuntalados y reapuntalados de $N = 4$, resultaron ser mayores a las obtenidas a partir de considerar que se tenía una cantidad de niveles apuntalados y reapuntalados de $N = 5$, con dos cifras significativas. Entonces, se determinó que la cantidad de niveles apuntalados y reapuntalados de $N = 4$ se podía utilizar para el cálculo de deflexiones, ya que, permitiría obtener valores de deflexiones mayores y, que, para obtener los valores de los factores dependientes del tiempo a largo plazo, se iba a aplicar el caso en que la cantidad de niveles apuntalados y reapuntalados es de $N = 5$, debido a que, permitiría obtener valores de factores dependientes del tiempo a largo plazo mayores (caso crítico).

En el Cuadro 24 se muestra un resumen de deflexiones inmediatas para la losa vista en campo, debidas a las cargas de servicio.

Cuadro 24. Deflexiones inmediatas de la losa vista en campo bajo cargas de servicio

LOSA	DEFLEXIONES (mm)				
	PERMANENTE TOTAL	PERMANENTE TOTAL + TEMPORAL	100% TEMPORAL	PERMANENTE TOTAL + 15 % DE TEMPORAL	85 % DE TEMPORAL
4,80 x 7,80	3,48	6,38	2,9	4,04	2,46

En la sección 1.3.2.2. del presente Proyecto de Graduación, se menciona que según el ACI Committee 435 (2000), el procedimiento utilizado para el cálculo de deflexiones en losas en dos direcciones expuesto por el ACI 345R-95 devuelve resultados donde se obtiene una deflexión por carga viva menor y una deflexión por carga permanente mayor con respecto al procedimiento expuesto en el ACI 318-19, lo cual, concordó con las deflexiones apreciadas en el Cuadro 23 y en el Cuadro 24.

2.3.4. Obtención de factores a largo plazo requeridos para que se presente levantamiento de acabados en losas a los 31 meses

Se calculó el ξ que se utilizó para el método de cálculo de deflexiones del ACI 318-19 y el $\lambda_{\Delta t}$ que se utilizó para el método de cálculo de deflexiones del ACI 435R-95. Se consideró que las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de elementos no estructurales, de la losa vista en campo, en un periodo de 31 meses, coincidían con los límites de deflexiones permisibles, obtenidos a partir del Cuadro 7 del presente Trabajo de Graduación, que se encuentra en la sección 24.2.2. del ACI 318-19, para losas ligadas a elementos no estructurales, susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes, conforme a lo observado en campo. Se obtuvo un factor dependiente del tiempo a largo plazo para carga sostenida de $\xi = 4,21$ para el método del ACI 318-19 y, un multiplicador a largo plazo de carga sostenida de $\lambda_{\Delta t} = 3,62$ para el método del ACI 435R-95.

Inicialmente se obtuvo el límite de deflexiones permisibles a los 31 meses, para la losa vista en campo, mediante el Cuadro 7 del presente Trabajo de Graduación, para losas ligadas a elementos no estructurales, susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes y, resultó ser de 10,00 mm.

Luego, se obtuvieron expresiones que se igualaron a los 10,00 mm, a partir de las cuales, se despejaron los multiplicadores dependientes del tiempo a largo plazo, que variaron dependiendo del método utilizado, para el cálculo de deflexiones adicionales a largo plazo.

Se determinó que el multiplicador a largo plazo de carga sostenida más exacto en comparación con valores teóricos expuestos por distintos autores en el capítulo 4 del ACI 345R-95 (Cuadro 4 del presente Proyecto de Graduación) correspondió al factor propuesto para el método del ACI 345R-95, debido a que, el máximo factor dependiente del tiempo teórico corresponde al propuesto por Sbarounis en 1984 de $\lambda_{\Delta t} = 4$ y, el factor obtenido para el método del ACI 318-19 de $\xi_t = 4,21$ sobrepasa dicho valor.

2.3.4.1. Método del ACI 318-19

Para obtener el factor multiplicador a largo plazo, para el método del ACI 318-19, considerando las observaciones en campo, se obtuvo la Figura 30 que corresponde a una aproximación de la curva de la Figura 24.2.4.1 del ACI 318-19, apreciada en la Figura 16 del presente Trabajo de Graduación.

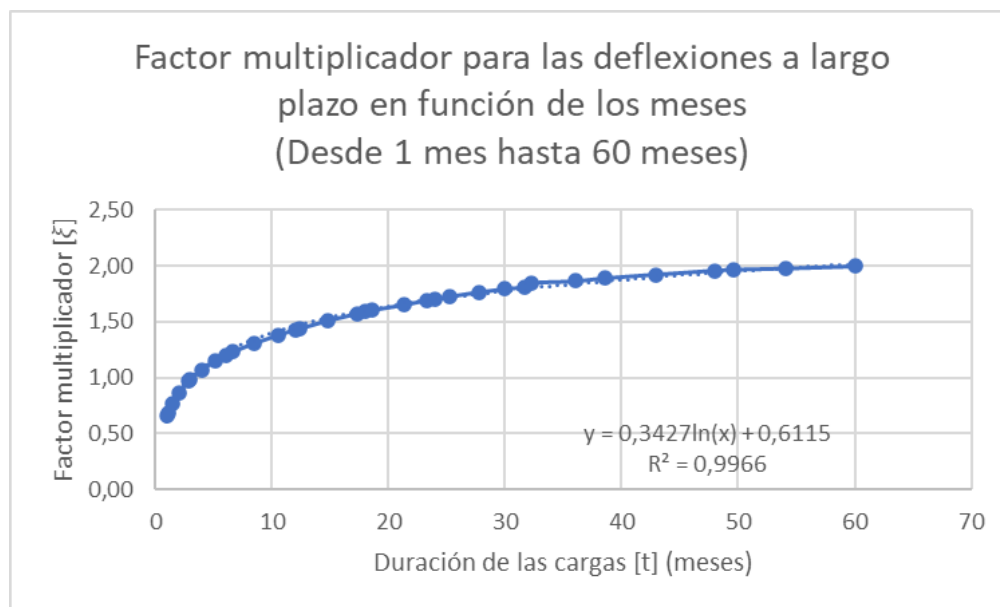


Figura 30. Recta de mejor ajuste con variación de factor multiplicador para las deflexiones a largo plazo con respecto al tiempo con $\xi=2$ a los 60 meses (derivada a partir del ACI 318-19)

En la Figura 30 se puede apreciar que la recta de mejor ajuste cumplió los criterios empíricos, expuestos en la sección 1.3.4. del presente Proyecto de Graduación, que mencionan que el coeficiente de correlación debe de ser mayor que 0,8, y que, la raíz del coeficiente de correlación debe de ser mayor que 0,64, por lo que, debido al valor de $R^2=0,9966$, se consideró que existe una buena correlación entre los datos de la gráfica de la Figura 30 con respecto a los de la Figura 16. Asimismo, la Figura 30 presenta una expresión que permitió obtener un aproximado de los multiplicadores a largo plazo de carga sostenida para lapsos menores o iguales a 60 meses para $\xi=2,00$ a los 60 meses según el ACI 318-19:

$$\xi = 0,3427 \cdot LN(t) + 0,6115 \quad (44)$$

donde:

ξ = factor dependiente del tiempo para carga sostenida,

t = duración de las cargas (meses).

Se obtuvo el coeficiente λ_{Δ} para 31 meses y, el coeficiente $\lambda_{\Delta ne}$ para 2 meses a partir de la ecuación (30) del presente Proyecto de Graduación, donde $\lambda_{\Delta} = 1,69$ y $\lambda_{\Delta ne} = 0,80$.

Luego, se obtuvo la deflexión adicional a largo plazo δ_{FL} a partir de la ecuación (27) del presente Proyecto de Graduación, que consistió en, restarle al producto entre las

deflexiones inmediatas producidas por carga permanente total + 15 % de temporal y , el coeficiente λ_{Δ} , el producto entre, las deflexiones inmediatas producidas por carga permanente total + 15 % de temporal y , el coeficiente $\lambda_{\Delta ne}$, donde $\delta_{FL} = 3,60 \text{ mm}$.

Se despejó un factor \forall propuesto a partir de igualar la ecuación (17) a 10 mm. El factor \forall , es el factor necesario por el que se debe de multiplicar el ξ a largo plazo (60 meses) (ecuación (44)) obtenido a partir de la curva de la Figura 24.2.4.1 del ACI 318-19 (Figura 16 del presente Trabajo de Graduación) para obtener una expresión de ξ que permitiera obtener una deflexión de 10 mm a los 31 meses de haber colado la losa vista en campo, donde $\forall = 2,09$.

Entonces, se multiplicó la ecuación (44) por \forall para obtener una expresión que permitiera obtener 10 mm de deflexión a los 31 meses de haber colado el modelo estudiado, donde $\xi = 4,21$ a largo plazo, acorde a las deflexiones apreciadas en campo:

$$\xi = 0,7162 \cdot LN(t) + 1,2780 \quad (45)$$

Y, la gráfica de esta expresión se puede apreciar en la Figura 31.

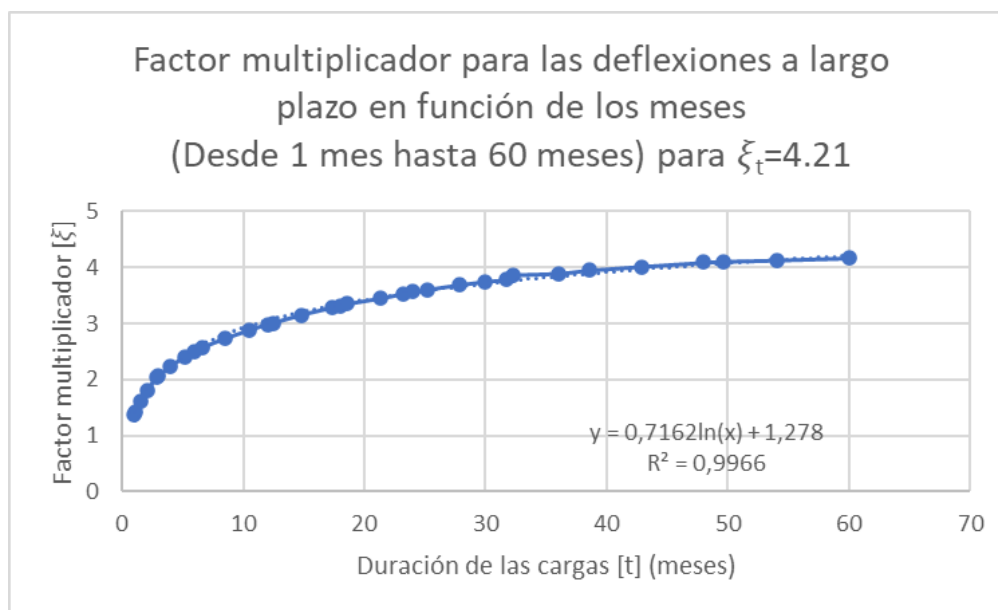


Figura 31. Recta de mejor ajuste con variación de factor multiplicador para las deflexiones a largo plazo con respecto al tiempo con $\xi = 4,21$ a los 60 meses (derivada a partir del ACI 318-19)

Existió una buena correlación entre los datos de la gráfica de la Figura 31 con respecto a los de la Figura 16 debido a que el coeficiente de correlación $R^2 = 0,9966$ es mayor que 0,8, y a que la raíz del coeficiente de correlación es mayor que 0,64, acorde a lo expuesto en la sección 1.3.4. del presente Proyecto de Graduación.

2.3.4.2. Método del ACI 435R-95

Como se mencionó anteriormente, el cálculo del $\lambda_{\Delta t}$ a largo plazo que permite obtener una deflexión de 10 mm a los 31 meses de haber colado la losa, se realizó a partir, de un modelo de la losa vista en campo con un número de niveles apuntalados y reapuntalados de $N = 5$.

Inicialmente, se obtuvo el coeficiente λ_{Δ} para 31 meses y, el coeficiente $\lambda_{\Delta ne}$ para 2 meses a partir de la ecuación (35) del presente Proyecto de Graduación, donde $\lambda_{\Delta} = 2,15$ y $\lambda_{\Delta ne} = 0,96$.

Luego, se obtuvo la deflexión adicional a largo plazo δ_{FL} a partir de la ecuación (27) del presente Proyecto de Graduación, que consistió en restarle al producto entre las deflexiones inmediatas producidas por carga permanente total + 15 % de temporal y, el coeficiente λ_{Δ} , el producto entre, las deflexiones inmediatas producidas por carga permanente total + 15 % de temporal y, el coeficiente $\lambda_{\Delta ne}$, donde $\delta_{FL} = 5,58 \text{ mm}$.

Se despejó un factor \forall propuesto a partir de igualar la ecuación (17) a 10 mm. El factor \forall , es el factor necesario por el que se debía de multiplicar el $\lambda_{\Delta t}$ a largo plazo (60 meses), para obtener un valor de $\lambda_{\Delta t}$ a largo plazo que permitiera obtener una deflexión de 10 mm a los 31 meses de haber colado la losa vista en campo, donde $\forall = 1,45$.

Entonces, $\lambda_{\Delta t}$ a largo plazo (60 meses) que permitió obtener una deflexión de 10 mm a los 31 meses acorde a lo visto en campo, se obtuvo multiplicado, el multiplicador a largo plazo (60 meses) propuesto por el ACI 435R-95 $\lambda_{\Delta t} = 2,5$, por $\forall = 1,45$ y, resultó ser de $\lambda_{\Delta t} = 3,62$.

CAPÍTULO 3. DETERMINACIÓN DE METODOLOGÍA DE CÁLCULO DE DEFLEXIONES QUE PERMITE OBTENER DEFLEXIONES LO MÁS EXACTAS, CON RESPECTO, A LO VISTO EN CAMPO

En esta sección se procedió a calcular las deflexiones adicionales a largo plazo y las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales para verificar cuál método de cálculo de deflexiones, si el del ACI 318-19 o si el del ACI 435R-95, devolvía un valor de la parte de la deflexión total que ocurre después de la

unión de los elementos no estructurales, lo más cercano posible, al límite de deflexiones permisibles a los 31 meses de 10 mm, obtenido a partir de la losa vista en campo.

Además, se calcularon las deflexiones a partir de multiplicadores de carga sostenida a largo plazo propuestos por distintos autores, con la finalidad de, verificar que las deflexiones obtenidas utilizando los multiplicadores de carga sostenida a largo plazo obtenidos en la sección 2.3.4. del presente Proyecto de Graduación, permitirían, obtener deflexiones que se encuentren dentro del orden de magnitud de las deflexiones obtenidas mediante multiplicadores de carga sostenida a largo plazo teóricos.

Asimismo, se calcularon las deflexiones utilizando una cantidad de niveles apuntalados y reapuntalados de $N = 4$ y $N = 5$, con la finalidad de, identificar el impacto en las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales.

La obtención de deflexiones se realizó mediante la teoría de la sección 1.3.2.2.2. del presente Trabajo de Graduación, donde, se utilizaron parámetros recomendados por distintos autores, así como parámetros propuestos en el presente Proyecto, que permitieron obtener resultados similares a los apreciados en campo.

3.1. Deflexiones adicionales a largo plazo

En el Cuadro 25 se aprecian las deflexiones adicionales a largo plazo, producto del efecto combinado del flujo plástico y de la retracción de fraguado después de la unión de los elementos no estructurales (δ_{FL}) para la carga máxima durante la construcción, considerando un multiplicador a largo plazo de carga sostenida recomendado por el ACI 435R-95 de $\lambda_{\Delta t} = 2,5$, y, uno propuesto de $\lambda_{\Delta t} = 3,62$, para el modelo de la losa vista en campo con un número de niveles apuntalados y reapuntalados de $N = 4$ y de $N = 5$, respectivamente.

Cuadro 25. Deflexiones a largo plazo de la losa vista en campo bajo máximas cargas durante la construcción

LOSA	DEFLEXIONES A LARGO PLAZO (mm)	
	FACTOR DE ACI 435R-95	FACTOR PROPUESTO
4,80 x 7,80 (N=4)	7,23	10,47
4,80 x 7,80 (N=5)	7,23	10,47

En el Cuadro 26 se aprecian las deflexiones adicionales a largo plazo para 31 meses, producto del efecto combinado del flujo plástico y de la retracción de fraguado después de la unión de los elementos no estructurales (δ_{FL}) para la carga máxima durante la construcción, considerando un multiplicador a largo plazo de carga sostenida propuesto de $\lambda_{\Delta t} = 3,62$, para el modelo de la losa vista en campo con un número de niveles apuntalados y reapuntalados de $N = 4$.

Cuadro 26. Deflexiones a largo plazo (31 meses) de la losa vista en campo bajo máximas cargas durante la construcción

LOSA	DEFLEXIONES A LARGO PLAZO (mm)
	FACTOR PROPUESTO
4,80 x 7,80 (N=4)	7,47

En el Cuadro 27 se muestran las deflexiones adicionales a largo plazo, producto del efecto combinado del flujo plástico y de la retracción de fraguado después de la unión de los elementos no estructurales [δ_{FL}] para cargas de servicio, considerando un factor dependiente del tiempo para carga sostenida recomendado por el ACI 318-19 de $\xi = 2$, uno recomendado por el ACI 435R-95 de $\xi = 2,5$, uno recomendado por Nilson, H. A. & Darwin, D. (2001) de $\xi = 3$ y, uno propuesto de $\xi = 4,21$, para el modelo completo de la losa vista en campo.

Cuadro 27. Deflexiones a largo plazo de la losa vista en campo bajo cargas de servicio

LOSA	DEFLEXIONES A LARGO PLAZO (mm)			
	FACTOR DE ACI 318-19	FACTOR DE ACI 435R-95	FACTOR DE NILSON, H. A. & DARWIN, D. (2001)	FACTOR PROPUESTO
4,80 x 7,80	4,31	5,41	6,52	9,30

En el Cuadro 28 se muestran las deflexiones adicionales a largo plazo (31 meses), producto del efecto combinado del flujo plástico y de la retracción de fraguado después de la unión de los elementos no estructurales [δ_{FL}] para cargas de servicio, considerando un factor

dependiente del tiempo para carga sostenida propuesto de $\xi = 4,21$, para el modelo completo de la losa vista en campo.

Cuadro 28. Deflexiones a largo plazo (31 meses) de la losa vista en campo bajo cargas de servicio

LOSA	DEFLEXIONES A LARGO PLAZO (mm)
	FACTOR PROPUESTO
4,80 x 7,80	7,48

Al analizar los factores del Cuadro 25 y del Cuadro 27, se aprecia que los factores obtenidos en la sección 2.3.4. del presente Proyecto de graduación devolvieron deflexiones adicionales a largo plazo con órdenes de magnitud similares a las que devolvieron los factores teóricos, por lo que se consideran adecuados.

3.2. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales

En el Cuadro 29 se muestran las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales, a largo plazo, de la losa vista en campo, calculadas, mediante el método del ACI 435R-95, donde los valores del Cuadro 29 consideraron un nivel de apuntalamiento y desapuntalamiento de $N = 4$ y $N = 5$ respectivamente.

Cuadro 29. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales de la losa vista en campo bajo máximas cargas durante la construcción

LOSA	DEFLEXIÓN TOTAL QUE OCURRE DESPUÉS DE LA UNIÓN DE LOS ELEMENTOS NO ESTRUCTURALES (mm)	
	FACTOR DE ACI 435R-95	FACTOR PROPUESTO
4,80 x 7,80 (N=4)	9,12	12,36
4,80 x 7,80 (N=5)	9,12	12,36

La deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales obtenida considerando una cantidad de niveles apuntalados y reapuntalados de $N = 4$, resultó ser igual, a la obtenida a partir de considerar que se tenía una cantidad de niveles apuntalados

y reapuntalados de $N = 5$, con dos cifras significativas. Entonces, se determinó que la cantidad de niveles apuntalados y reapuntalados no posee un impacto considerable en las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales.

En el Cuadro 30 se muestran las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales, a 31 meses, de la losa vista en campo, calculadas, mediante el método del ACI 435R-95, donde, el valor del Cuadro 30 consideró un nivel de apuntalamiento y desapuntalamiento de $N = 4$.

Cuadro 30. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales, a los 31 meses, de la losa vista en campo bajo máximas cargas durante la construcción

LOSA	DEFLEXIÓN TOTAL QUE OCURRE DESPUÉS DE LA UNIÓN DE LOS ELEMENTOS NO ESTRUCTURALES (mm)
	FACTOR PROPUESTO
4,80 x 7,80 (N=4)	9,97

En el Cuadro 31 se muestran las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales, a largo plazo, de la losa vista en campo, calculadas, mediante el método del ACI 318-19.

Cuadro 31. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales de la losa vista en campo bajo cargas de servicio (modelo completo)

Losa	Deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales (mm)			
	Factor de ACI 318-19	Factor de ACI 435R-95	Factor de Nilson, H. A. & Darwin, D. (2001)	Factor propuesto
4,80 x 7,80	6,77	7,87	8,98	11,76

En el Cuadro 32 se muestran las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales, a 31 meses, de la losa vista en campo, calculadas, mediante el método del ACI 318-19.

Cuadro 32. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales, a los 31 meses, de la losa vista en campo bajo cargas de servicio (modelo completo)

Losa	Deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales (mm)
	Factor propuesto
4,80 x 7,80	9,94

A partir del Cuadro 30 y del Cuadro 32 se determinó que el método del ACI 435R-95 devolvió valores de deflexiones adicionales a largo plazo más cercanos a lo apreciado en campo, por lo que se decidió, utilizar este método para el cálculo de deflexiones de los Capítulos siguientes. Además, se aprecia que las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales de la losa vista en campo, obtenidas a los 31 meses de colada la losa, incumplen con el límite de deflexiones permisibles del ACI 318-19 de 10 mm, entonces, se verificó que los factores dependientes del tiempo a largo plazo para cargas sostenidas en el tiempo consistieron en $\lambda_{\Delta t} = 3,62$ para el método del ACI 345R-95 y en $\xi_t = 4,21$ para el método del ACI 318-19.

A partir del Cuadro 29 y del Cuadro 31, con respecto a las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales, a largo plazo, se determinó que el método del ACI 345R-95 devuelve resultados mayores que los del ACI 318-19, lo cual, se debe a que: las deflexiones debidas a las cargas permanentes son las que influyen más en la magnitud de las deflexiones adicionales a largo plazo y, las deflexiones obtenidas a partir del método del ACI 345R-95 consideran las inercias efectivas de las losas después de haber soportado las cargas máximas durante la construcción, debidas al apuntalamiento y desapuntalamiento de las losas en dos direcciones, en estructuras de varios niveles.

El ACI 435R-95, en su capítulo 4, como se menciona en la sección 1.3.2.2. del presente Trabajo de Graduación, propone utilizar un módulo de ruptura de $f_r = 1,06 \cdot \sqrt{f'_c}$ (menor al propuesto por el ACI 318-19) y un multiplicador a largo plazo de

carga sostenida de $\lambda_{\Delta t} = 2,5$ (mayor al propuesto por el ACI 318-19) en caso de que los esfuerzos de retención tiendan a tener un efecto significativo en el agrietamiento. Entonces, debido a que los valores de deflexiones del Cuadro 31 obtenidos utilizando el módulo de ruptura y el multiplicador a largo plazo de carga sostenida del ACI 435R-95, fueron más cercanos a los valores de deflexiones apreciados en campo, que los valores de deflexiones obtenidos utilizando el módulo de ruptura y el multiplicador a largo plazo de carga sostenida del ACI 318-19, se determinó que, los esfuerzos de retención de las losas de concreto reforzado en dos direcciones de entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, tienden a tener un efecto significativo en el agrietamiento y que, el valor de módulo de ruptura adecuado por utilizar para el análisis de deflexiones de este tipo de losas corresponde a $f_r = 1,06 \cdot \sqrt{f'_c}$.

Como se mencionó en la sección 1.3.2.2. del presente Proyecto de Graduación, si se utiliza un módulo de ruptura distinto a $7,5 \cdot \sqrt{f'_c}$ para el cálculo de la inercia efectiva, como es el caso del procedimiento utilizado en el presente Trabajo de Graduación, se debe de modificar el valor de $2/3$ de M_{cr} . Entonces, debido a que en el presente Trabajo de Graduación no se modificó dicho valor, esta condición puede ser causa de que los valores de deflexiones obtenidos puedan variar en alguna medida, con respecto a los reales.

Ninguno de los dos métodos explicados anteriormente sin modificar, devolvió deflexiones mayores al límite de deflexiones permisibles de 10 mm, por lo que fue necesario aplicar un factor de flujo plástico mayor para lograr ajustar las deformaciones obtenidas en ambos métodos con respecto al límite, lo cual, permitió reafirmar lo mencionado por Nilson, H. A. & Darwin, D. (2001) (sección 1.3.2.2. del presente Proyecto de Graduación), que comenta, que los valores recomendados por el ACI 318-19 subestiman las deflexiones dependientes del tiempo en losas que trabajan en dos direcciones. Entonces, a partir de estos resultados se pudo concluir que el efecto constructivo (considerado en la metodología ACI 345R-95) sí tiene inferencia en las deformaciones de las losas para sistemas tipo mixto muro losa construidos con formaleta autoportante.

Según la sección 1.3.2.2.2.1. del presente Proyecto de Graduación, el ACI 318-19, en la sección 24, señala que sistemas de piso construidos en sitio diseñados de acuerdo con el procedimiento descrito en esa sección, en general, han tenido un comportamiento adecuado bajo condiciones típicas de servicio y, menciona ciertas excepciones donde no se ha visto un comportamiento adecuado, sin embargo, la situación analizada en el presente Trabajo de

Graduación no ha presentado un comportamiento adecuado bajo condiciones típicas de servicio y, no se enlista dentro de las excepciones mencionadas por el ACI 318-19.

CAPÍTULO 4. DETERMINACIÓN DE DEFLEXIONES DE LOSAS, CON DIMENSIONES USUALES EN LA PRÁCTICA CONSTRUCTIVA, MEDIANTE EL MÉTODO DE CÁLCULO DE DEFLEXIONES QUE PERMITE OBTENER DEFLEXIONES LO MÁS EXACTAS CON RESPECTO A LO VISTO EN CAMPO

En este capítulo se obtuvieron deflexiones de losas con las mismas propiedades de los materiales de la losa observada en campo descrita en la sección 2.1. del presente Proyecto de Graduación y, con dimensiones usuales apreciadas en campo (ancho (m) x largo (m)): 3,50x3,50; 3,50x5,25; 3,50x7,00; 4,50x4,50; 4,50x6,75; 4,50x9,00; 5,50x5,50; 5,50x8,25 y, 5,50x11,00. La obtención de las deflexiones se realizó con el propósito de analizar la influencia de las dimensiones.

La teoría para el cálculo de deflexiones utilizada correspondió a la descrita en la sección 1.3.2.2.2. del Proyecto, utilizando factores a largo plazo para carga sostenida expuestos en la sección 1.3.2.2.2.2. del marco teórico y en el CAPÍTULO 2.

En este capítulo sólo se obtuvieron las deflexiones a partir del método del ACI 435R-95, debido, a que como se demostró en el CAPÍTULO 3 del presente Proyecto de Graduación, el método del ACI 435R-95 devolvió resultados más cercanos a lo apreciado en campo.

Para el desarrollo de este capítulo inicialmente se identificaron las características de las losas, luego, se identificó la dirección de distribución de las cargas aplicadas en la losa y, se realizaron modelos simplificados de las losas.

Seguidamente, se determinó la demanda que recibe la losa con la finalidad de calcular las deflexiones, donde, se calcularon las deflexiones inmediatas, deflexiones adicionales a largo plazo y partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de elementos no estructurales.

4.1. Descripción de insumos necesarios para el análisis de las losas

4.1.1. Descripción de las losas

Las propiedades y distribución de los materiales y, las características del proceso constructivo de las losas de análisis se derivaron a partir de la losa observada en campo que presentó levantamiento de acabados de piso contrario a lo esperado según su diseño. Entonces, dichas características fueron las mismas que las que se aprecian en la sección 2.1. del presente Proyecto de Graduación.

Como se mencionó anteriormente, las losas por analizar en este capítulo tenían dimensiones distintas a la de la losa vista en campo, donde el espesor sí continuó siendo el mismo, 14 cm, pero el largo y ancho varió, por lo que, en el Cuadro 33 se muestran las dimensiones de las nueve losas de análisis propuestas, donde su nombre corresponde a la relación entre el ancho y largo de las losas (ancho (m) x largo (m)).

Cuadro 33. Dimensiones de losas

LOSA (ANCHO (m) X LARGO (m))	ANCHO (m)	LARGO (m)
3,50 x 3,50	3,50	3,50
3,50 x 5,25	3,50	5,25
3,50 x 7,00	3,50	7,00
4,50 x 4,50	4,50	4,50
4,50 x 6,75	4,50	6,75
4,50 x 9,00	4,50	9,00
5,50 x 5,50	5,50	5,50
5,50 x 8,25	5,50	8,25
5,5 x 11,00	5,5	11,00

Asimismo, la cantidad de acero de bastones por metro lineal de las losas varió con respecto a la de la losa vista en campo, donde, se obtuvo, a partir de la teoría del ACI 318-19 explicada en la sección 1.3.2.1. del presente Trabajo de Graduación, considerando los requisitos de acero mínimo de la ecuación (8) y, a partir de una regla de tres, donde, las relaciones demanda/capacidad a flexión de las losas propuestas simplificadas, se hicieron coincidir con la relación demanda/capacidad a flexión de la losa vista en campo. Al realizar dicho procedimiento, la cantidad de acero en cada losa varió únicamente en función de las dimensiones de cada losa. El cálculo de demanda de las losas se obtuvo a partir de herramientas del software SAP2000 mediante el método de elemento finito.

En el Cuadro 34 se muestra la relación demanda/capacidad de las losas de análisis. Se utilizaron momentos de demanda redistribuidos en franjas de 2 metros.

Cuadro 34. Relación demanda/capacidad de modelos

LOSA	DEMANDA (kg-m)	CAPACIDAD (kg-m)	RELACIÓN DEMANDA/CAPACIDAD
3,50 x 3,50	220,06	1 067,00	0,21
3,50 x 5,25	346,13	1 193,76	0,29
3,50 x 7,00	466,04	1 067,00	0,44
4,50 x 4,50	405,44	1 067,00	0,38
4,50 x 6,75	515,54	1 067,00	0,52
4,50 x 9,00	1 682,65	1 617,47	1,04
5,50 x 5,50	387,84	1 067,00	0,36
5,50 x 8,25	2 217,98	2 131,71	1,04
5,5 x 11,00	2 712,87	2 606,37	1,04

Todas las losas poseían 1,27 cm²/m de malla electrosoldada por metro lineal y un resumen de la cantidad de acero de bastones por metro lineal de las losas analizadas se muestra en el Cuadro 35.

Cuadro 35. Resumen de configuración de acero de losas

LOSA	CANTIDAD DE ACERO DE BASTONES POR METRO LINEAL (cm²/m)
3,50 x 3,50	1,25
3,50 x 5,25	1,61
3,50 x 7,00	1,25
4,50 x 4,50	1,25
4,50 x 6,75	1,25
4,50 x 9,00	2,84
5,50 x 5,50	1,25
5,50 x 8,25	4,38
5,5 x 11,00	5,86

Las magnitudes entre ejes de cada losa, con respecto, a los ejes de la losa vista en campo de la Figura 28, se obtuvieron manteniendo las proporciones de la losa vista en campo para distintas dimensiones y, se muestran en el Cuadro 36. La distancia entre ejes es relevante debido a que se utiliza para delimitar la ubicación y la longitud de las condiciones de frontera del modelo de las losas.

Cuadro 36. Distancia entre ejes de losas

Coordenadas	Ejes	Losas								
		3,50 x 3,50	3,50 x 5,25	3,50 x 7,00	4,50 x 4,50	4,50 x 6,75	4,50 x 9,00	5,50 x 5,50	5,50 x 8,25	5,5 x 11,00
x	A-B	0,36	0,53	0,71	0,46	0,69	0,92	0,56	0,84	1,12
	B-C	0,36	0,54	0,73	0,47	0,70	0,93	0,57	0,86	1,14
	C-D	0,14	0,21	0,28	0,18	0,27	0,36	0,22	0,33	0,45
	D-E	0,89	1,33	1,78	1,14	1,71	2,29	1,40	2,10	2,79
	E-F	0,90	1,35	1,80	1,15	1,73	2,31	1,41	2,12	2,82
	F-G	0,85	1,28	1,70	1,10	1,64	2,19	1,34	2,01	2,68
y	1-2	0,70	0,70	0,70	0,90	0,90	0,90	1,10	1,10	1,10
	2-3	1,45	1,45	1,45	1,86	1,86	1,86	2,27	2,27	2,27
	3-4	1,04	1,04	1,04	1,34	1,34	1,34	1,63	1,63	1,63
	4-5	0,32	0,32	0,32	0,41	0,41	0,41	0,5	0,5	0,5

Finalmente, se utilizó un número de niveles apuntalados y reapuntalados de $N = 4$.

4.1.2 Dirección de distribución de cargas aplicadas en las losas

La dirección de distribución de cargas aplicadas en las losas se obtuvo igual que en la sección 2.1.1. del presente Proyecto.

En Cuadro 37 se observa la relación entre el lado largo y el lado corto de todas las losas y se aclara si trabajan en una o en dos direcciones.

Cuadro 37. Dirección en la que trabajan las losas

LOSA	RAZÓN DEL LADO LARGO AL LADO CORTO	COMPORTAMIENTO DE LA LOSA
3,50 x 3,50	1,00	dos
3,50 x 5,25	1,50	dos
3,50 x 7,00	2,00	una
4,50 x 4,50	1,00	dos
4,50 x 6,75	1,50	dos
4,50 x 9,00	2,00	una
5,50 x 5,50	1,00	dos
5,50 x 8,25	1,50	dos
5,5 x 11,00	2,00	una

4.1.3. Modelo simplificado

El modelo simplificado correspondió a la simplificación del modelo completo a uno que presentó apoyos simples con vigas en las zonas del perímetro de la losa donde existía discontinuidad y, empotramientos en las zonas donde existía continuidad (Figura 25).

El propósito de este modelo consistió en simplificar la complejidad del modelo completo con la finalidad de analizar las losas de una manera más sencilla, utilizando el modelo simplificado.

En la Figura 32 se puede apreciar el modelo simplificado de la losa observada en campo, donde se muestran las tipologías de las vigas modeladas. Las líneas diagonales representan apoyos fijos y los triángulos apoyos simples.

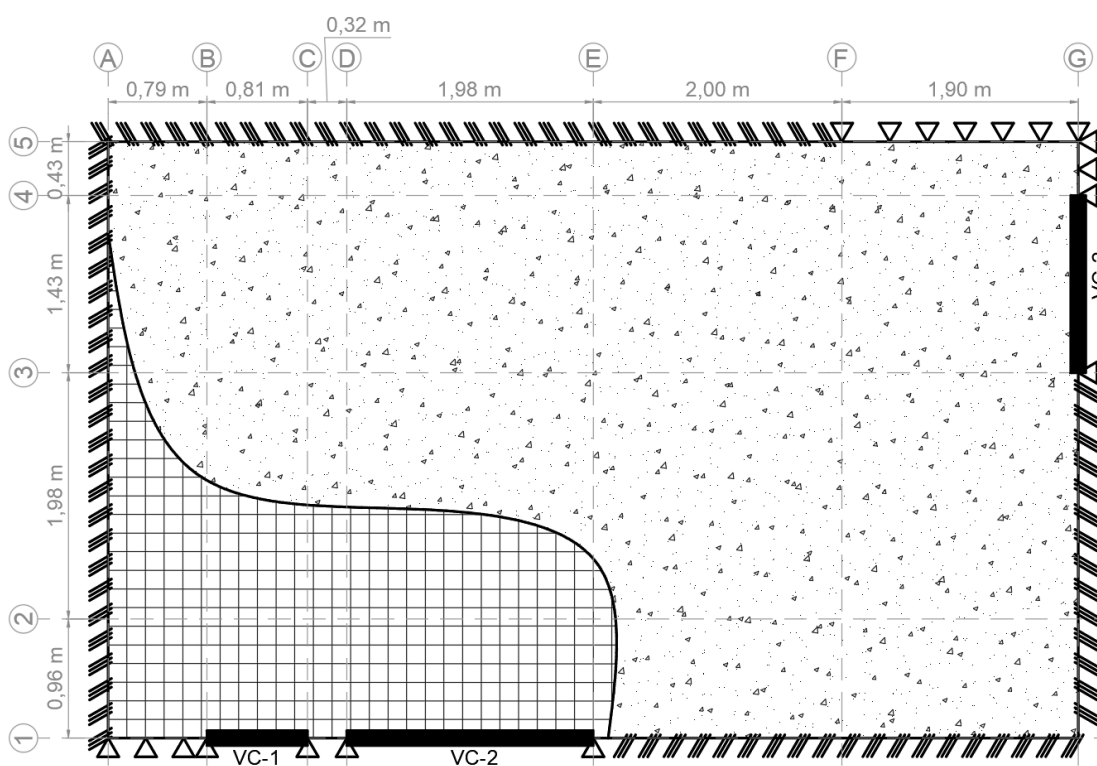


Figura 32. Vista en planta de losa vista en campo simplificada

Además, en la Figura 33 se puede apreciar el modelo simplificado de la losa vista en campo elaborado utilizando el software SAP2000.

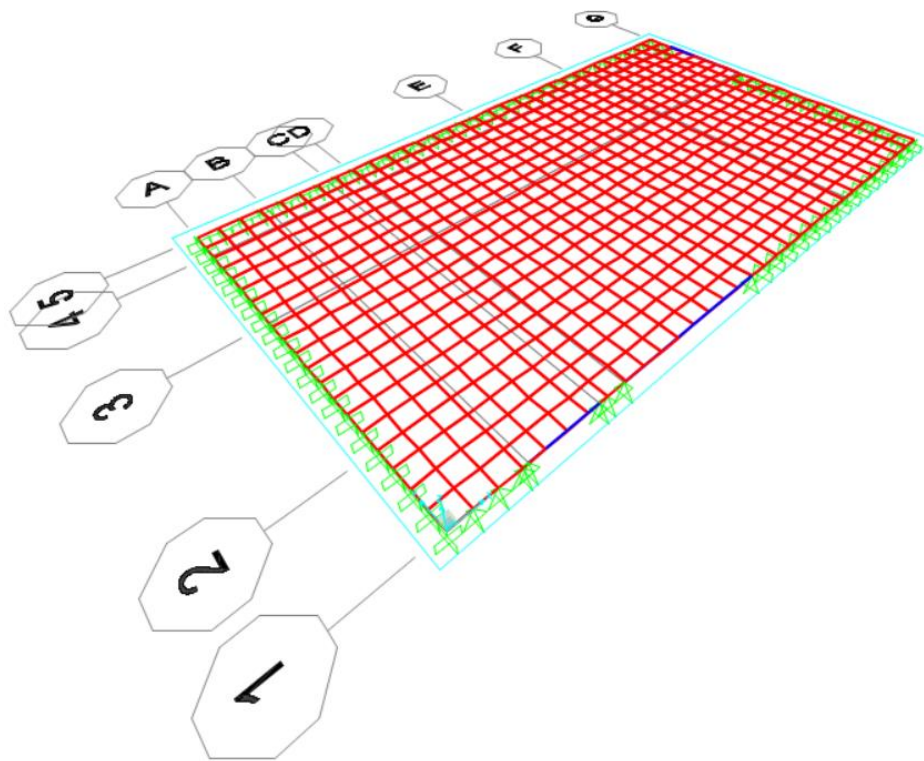


Figura 33. Modelo simplificado de la losa vista en campo elaborado en SAP2000

4.1.4 Justificación de modelo simplificado

Para justificar poder utilizar el modelo simplificado se utilizaron conceptos estadísticos explicados en la sección 1.3.4. del presente Trabajo de Graduación: inferencia estadística para dos muestras, prueba de significancia de correlación y cálculo de porcentajes de error.

Las pruebas estadísticas se realizaron para los valores de deflexiones inmediatos obtenidos en el centro de la losa a partir del modelo de SAP2000 simplificado de la losa vista en campo, con respecto a los valores de deflexiones inmediatos obtenidos en el centro de la losa a partir del modelo de SAP2000 completo de la losa vista en campo. Los valores de dichas deflexiones son los que se muestran en el Cuadro 38 y en el Cuadro 39, donde, las deflexiones del Cuadro 38 se obtuvieron mediante el método del ACI 435R-95 y las del Cuadro 39 mediante el método del ACI 318-19.

Asimismo, el porcentaje de error de las deflexiones inmediatas obtenidas a partir del modelo simplificado con respecto a las deflexiones inmediatas obtenidas a partir del modelo completo de la losa vista en campo, se pueden apreciar en el Cuadro 38 y, en el Cuadro 39.

Cuadro 38. Diferencias y porcentajes de error de deflexiones inmediatas para justificar el modelo de losa simplificado (método del ACI 435R-95)

Losa	Deflexiones (mm)			
	Máxima durante la construcción	100 % Temporal	Permanente total + 15% de temporal	85% de temporal
4,80 x 7,80 (modelo completo) (N=4)	9,73	2,23	4,69	1,89
4,80 x 7,80 (modelo simplificado) (N=4)	9,54	2,19	4,60	1,86
error (%)	1,95	1,79	1,92	1,59

Cuadro 39. Diferencias y porcentajes de error de deflexiones inmediatas para justificar el modelo de losa simplificado (método del ACI 318-19)

Modelo	Deformaciones (mm)				
	CPT	CPT+CT	100% CT	CPT+0.85-CT	0.15-CT
Completo	3,48	6,38	2,9	4,04	2,46
Simplificado	3,21	6,05	2,84	3,84	2,41
error (%)	7,76	5,17	2,07	4,95	2,03

La aplicación de los conceptos estadísticos permitió determinar que es posible considerar que los modelos simplificados elaborados con SAP2000 generaron deflexiones lo suficientemente cercanas a las que se obtendrían de modelos completos.

El análisis de inferencia estadística para dos muestras permitió determinar que no se pudo rechazar la hipótesis nula que supone que la media de las deflexiones del modelo simplificado es igual a la media de las deflexiones del modelo completo con una significancia

del 5 %, debido a que, el estadístico $T_0^* = 0,1228$ resultó ser menor al valor de la "t de Student" de $t = 2,4469$.

A partir de la prueba de significancia de correlación se estableció que existe correlación entre las deflexiones del modelo simplificado con respecto a las deflexiones del modelo completo con una significancia del 5 %.

Como se aprecia en el Cuadro 39, el mayor porcentaje de error obtenido al comparar las deflexiones del modelo simplificado, con respecto a las deflexiones del modelo completo, consistió en 7,76 % para la carga permanente total, el cual, se consideró dentro de los porcentajes de incertidumbre que maneja la ingeniería civil.

Finalmente, con respecto a los modelos simplificados elaborados en SAP2000, se determinó que, la diferencia en los resultados para los elementos de diferentes tamaños de elementos finitos era despreciable, por lo que se pudo asegurar que los modelos contaban con una malla lo suficientemente fina en áreas de concentración de esfuerzos como para considerar los resultados como precisos.

4.2. Determinación de demanda en losas

En esta sección se obtuvieron las cargas máximas durante la construcción y las cargas de servicio para las que se diseñaron las losas por metro cuadrado (m^2), así como las demandas de momento necesarias que permitieron calcular las deflexiones, a partir de la teoría de la sección 1.3.2.2.2. del presente Proyecto, utilizando el modelo simplificado de las losas.

4.2.1. Determinación de cargas por m^2

4.2.1.1. Cargas constructivas (ACI 435R-95)

La carga máxima durante la construcción de las losas resultó ser la misma que la de la losa vista en campo expuesta en la sección 2.2.1.1. del presente Trabajo de Graduación, debido a que, las losas tuvieron el mismo espesor, donde, para un número de niveles apuntalados y reapuntalados de $N = 4$, correspondió a $873,12 \text{ kg/m}^2$.

4.2.1.2. Cargas de servicio (ACI 318-19)

Las cargas de servicio para las que se diseñaron las losas fueron las mismas que la de la losa vista en campo, apreciadas en la sección 2.2.1.2. del presente Trabajo de Graduación, es decir una carga permanente por peso propio de 336 kg/m^2 y una carga permanente total de 391 kg/m^2 .

4.2.2. Determinación de los momentos de demanda

Las demandas de momento en las losas se obtuvieron mediante el método de elementos finitos del software SAP2000 explicado en la sección 1.3.3. del presente Proyecto de Graduación.

En el Cuadro 40 se puede apreciar las demandas de momento en una franja con 1 m de ancho a lo largo del eje transversal central de las losas para la máxima carga durante la construcción, para un nivel de apuntalamiento y desapuntalamiento de $N = 4$.

Cuadro 40. Demanda de momento en franja de 1 m de ancho a lo largo del eje transversal central para losas para la máxima carga durante la construcción

LOSA	DEMANDA DE MOMENTO EN EJE TRANSVERSAL (kg-m/m)		
	MOMENTO POSITIVO EN EJE EN ZONA CENTRAL	MOMENTO NEGATIVO EN EJE A-A	MOMENTO NEGATIVO EN EJE G-G
3,50 x 3,50	189,71	617,02	518,69
3,50 x 5,25	334,91	942,00	1 051,90
3,50 x 7,00	400,66	1 025,07	1 269,07
4,50 x 4,50	302,94	984,82	1037,16
4,50 x 6,75	534,45	1 483,68	1 200,63
4,50 x 9,00	828,96	1 348,06	2 304,80
5,50 x 5,50	447,08	1 184,18	1 075,78
5,50 x 8,25	791,12	2 375,68	3 104,15
5,5 x 11,00	950,53	2 124,43	3 725,10

4.3. Determinación de deflexiones

En la presente sección se calcularon las deflexiones inmediatas, adicionales a largo plazo y las partes que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales mediante la teoría expuesta en la sección 1.3.2.2. del presente Trabajo de Graduación, que se basa, en el capítulo 4 del ACI 435R-95 y, en el capítulo 24 del ACI 318-19.

4.3.1. Determinación de momento de agrietamiento

Inicialmente se debían de obtener las deflexiones inmediatas, para lo cual, se determinó el momento de agrietamiento.

Los valores obtenidos en esta sección son los mismos que los de la losa vista en campo en la sección 2.3.1. del presente Proyecto de Graduación: un módulo de ruptura $[f_r]$ de 15,36 kg/cm², una distancia desde el eje neutro a la fibra más alejada $[y]$ de 7 cm, una inercia gruesa $[I_g]$ de 22 866,67 cm⁴, un momento de agrietamiento $[M_{cr}]$ de 501,79 kg-m y 2/3 del momento de agrietamiento de 334,52 kg-m.

4.3.2. Determinación de inercia efectiva

En el Cuadro 41 se muestran los momentos de demanda que rigieron en la determinación de las inercias efectivas de la losa considerando un nivel de apuntalamiento y desapuntalamiento de $N = 4$.

Cuadro 41. Momentos de demandas para determinar las inercias efectivas de las losas bajo las máximas cargas durante la construcción

LOSA	MOMENTO DE DEMANDA (kg-m/m) MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN
3,50 x 3,50	617,02
3,50 x 5,25	1 051,9
3,50 x 7,00	1 269,07
4,50 x 4,50	1 037,16
4,50 x 6,75	1 483,68
4,50 x 9,00	2 304,8

LOSA	MOMENTO DE DEMANDA (kg-m/m) MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN
5,50 x 5,50	1 184,18
5,50 x 8,25	3 104,15
5,50 x 11,00	3 725,10

En el Cuadro 42 se muestran las inercias efectivas de las losas, donde los valores del Cuadro 42 consideraron un nivel de apuntalamiento y desapuntalamiento de $N = 4$.

Cuadro 42. Inercias efectivas de las losas bajo las máximas cargas durante la construcción

LOSA	INERCIA EFECTIVA (cm⁴) MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN
3,50 x 3,50	9 694,39
3,50 x 5,25	9 183,78
3,50 x 7,00	3 417,95
4,50 x 4,50	9 171,21
4,50 x 6,75	2 563,85
4,50 x 9,00	3 245,09
5,50 x 5,50	2 935,32
5,50 x 8,25	4 062,50
5,50 x 11,00	4 721,78

En el Cuadro 43 se muestran las relaciones de las inercias efectivas con respecto a las inercias gruesas de las losas, donde los valores del Cuadro 43 consideraron un nivel de apuntalamiento y desapuntalamiento de $N = 4$.

Cuadro 43. Relación de inercias efectivas con respecto a inercias gruesas de las losas bajo las máximas cargas durante la construcción

LOSA	I_e/I_g MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN
4,80 x 7,80	0,14
3,50 x 3,50	0,42
3,50 x 5,25	0,40
3,50 x 7,00	0,15
4,50 x 4,50	0,40
4,50 x 6,75	0,11
4,50 x 9,00	0,14
5,50 x 5,50	0,13
5,50 x 8,25	0,18
5,50 x 11,00	0,21

4.3.3. Determinación de deflexiones inmediatas

Las deflexiones inmediatas se calcularon a partir del método de elementos finitos explicado en la sección 1.3.3. del presente Proyecto de Graduación.

En el Cuadro 44 se muestra un resumen de deflexiones inmediatas para las losas, debidas a las cargas máximas durante la construcción.

Cuadro 44. Deflexiones inmediatas de las losas bajo las máximas cargas durante la construcción

LOSA	DEFLEXIONES (m)			
	MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN	100% TEMPORAL	PERMANENTE TOTAL + 15 % DE TEMPORAL	85 % DE TEMPORAL
3,50 x 3,50	0,68	0,16	0,33	0,13
3,50 x 5,25	1,33	0,30	0,64	0,26
3,50 x 7,00	3,42	0,78	1,65	0,66
4,50 x 4,50	1,88	0,43	0,91	0,37
4,50 x 6,75	7,15	1,64	3,45	1,39
4,50 x 9,00	9,50	2,18	4,58	1,85
5,50 x 5,50	6,56	1,50	3,16	1,28
5,50 x 8,25	12,90	2,95	6,22	2,51
5,50 x 11,00	17,00	3,90	8,20	3,31

4.3.4. Determinación de deflexiones adicionales a largo plazo

En el Cuadro 45 se aprecian las deflexiones adicionales a largo plazo producto del efecto combinado del flujo plástico y de la retracción de fraguado después de la unión de los elementos no estructurales (δ_{FL}), para la carga máxima durante la construcción, considerando un multiplicador a largo plazo de carga sostenida recomendado por el ACI 435R-95 de $\lambda_{\Delta t} = 2,5$, y, uno propuesto de $\lambda_{\Delta t} = 3,62$.

Cuadro 45. Deflexiones a largo plazo de las losas bajo máximas cargas durante la construcción

LOSA	DEFLEXIONES A LARGO PLAZO (mm)	
	FACTOR DE ACI 435R-95	FACTOR PROPUESTO
3,50 x 3,50	0,51	0,73
3,50 x 5,25	0,99	1,43
3,50 x 7,00	2,54	3,68
4,50 x 4,50	1,40	2,02
4,50 x 6,75	5,32	7,70
4,50 x 9,00	7,07	10,23
5,50 x 5,50	4,88	7,07
5,50 x 8,25	9,59	13,88
5,50 x 11,00	12,64	18,30

4.3.5. Determinación de las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales

En el Cuadro 46 se muestran las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales de las losas, donde los valores del Cuadro 46 consideraron un nivel de apuntalamiento y desapuntalamiento de $N = 4$.

Cuadro 46. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales de las losas bajo máximas cargas durante la construcción

LOSA	DEFLEXIÓN TOTAL QUE OCURRE DESPUÉS DE LA UNIÓN DE LOS ELEMENTOS NO ESTRUCTURALES (mm)	
	FACTOR DE ACI 435R-95	FACTOR PROPUESTO
3,50 x 3,50	0,64	0,86
3,50 x 5,25	1,25	1,69
3,50 x 7,00	3,20	4,34
4,50 x 4,50	1,76	2,39
4,50 x 6,75	6,71	9,09
4,50 x 9,00	8,92	12,08
5,50 x 5,50	6,16	8,34
5,50 x 8,25	12,10	16,40
5,50 x 11,00	15,95	21,62

A partir del Cuadro 46 se determinó que los especímenes con luces menores presentaron deflexiones menores, lo cual, se debió a que soportaban menos cargas que los especímenes con luces mayores, manteniendo las mismas propiedades de las secciones transversales.

CAPÍTULO 5. DETERMINACIÓN DE ESPESORES MÍNIMOS Y EXPRESIONES REPRESENTATIVAS PARA LA OBTENCIÓN DE ESPESORES MÍNIMOS, BASADAS EN NORMATIVA INTERNACIONAL, A PARTIR DEL CÁLCULO DE DEFLEXIONES CON EL MÉTODO DEL ACI 435R-95

En esta sección se procedió a aumentar o disminuir los espesores de 14 cm de las losas del Cuadro 33 de la sección 4.1.1. del presente Proyecto de Graduación progresivamente, utilizando modelos simplificados, hasta que cumplieran con los límites de deflexiones permisibles de acuerdo con la sección 24.2.2. del ACI 318-19 (Cuadro 7 de la sección 1.3.2.2.2. del presente Proyecto de Graduación), obteniendo así losas con las mismas dimensiones que las del Cuadro 33 pero espesores y configuraciones de acero distintos. Donde, para verificar si se cumplían los límites de deflexiones permisibles de acuerdo con la sección 24.2.2. del ACI 318-19 se realizó el mismo procedimiento que el del CAPÍTULO 4, para cada losa.

Al igual que en el CAPÍTULO 4, la teoría para el cálculo de deflexiones utilizada correspondió a la de la sección 1.3.2.2.2. del marco teórico y, sólo se obtuvieron deflexiones a partir del método del ACI 435R-95.

5.1. Descripción de losas

Las propiedades de las losas que no dependen del espesor de la losa fueron las mismas que las de la sección 4.1.1. del presente Proyecto de Graduación.

Las losas con los espesores que cumplen límites de deflexiones permisibles considerando los factores a largo plazo propuestos en el CAPÍTULO 2 con un nombre con simbología de (ancho (m) x largo (m) x espesor (cm)) y, sus respectivos espesores se pueden apreciar en el Cuadro 47.

Cuadro 47. Resumen de propiedades de losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19

LOSA	ESPELOR DE LOSA (cm)
3,50 x 3,50 x 8,00	8,00
3,50 x 5,25 x 11,00	11,00

LOSA	ESPEJOR DE LOSA (cm)
3,50 x 7,00 x 12,00	12,00
4,50 x 4,50 x 11,00	11,00
4,50 x 6,75 x 14,00	14,00
4,50 x 9,00 x 16,00	16,00
5,50 x 5,50 x 14,00	14,00
5,50 x 8,25 x 18,00	18,00
5,50 x 11,00 x 20,00	20,00

La cantidad de acero de bastones por metro lineal de cada losa, se obtuvo igual como en la sección 4.1.1.

En el Cuadro 48 se muestra la relación demanda/capacidad de las losas. Se utilizaron momentos de demanda redistribuidos en franjas de 2 metros.

Cuadro 48. Relación demanda/capacidad de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19

LOSA	DEMANDA (kg-m)	CAPACIDAD (kg-m)	RELACIÓN DEMANDA/CAPACIDAD
3,50 x 3,50 x 8,00	125,52	307,04	0,41
3,50 x 5,25 x 11,00	272,42	626,58	0,43
3,50 x 7,00 x 12,00	877,38	843,64	1,04
4,50 x 4,50 x 11,00	319,47	626,58	0,51
4,50 x 6,75 x 14,00	515,54	1 067,00	0,52
4,50 x 9,00 x 16,00	1 801,62	1 730,54	1,04
5,50 x 5,50 x 14,00	387,84	1 067,00	0,36
5,50 x 8,25 x 18,00	2 533,84	2 436,05	1,04

LOSA	DEMANDA (kg-m)	CAPACIDAD (kg-m)	RELACIÓN DEMANDA/CAPACIDAD
5,50 x 11,00 x 20,00	3 292,56	3 165,40	1,04

En el Cuadro 49 se muestra la cantidad de acero de bastones por metro lineal (cm^2/m) de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19, donde la cantidad de acero de mallas electrosoldadas por metro lineal de todas correspondió a $1,27 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Cuadro 49. Resumen de cantidad de acero en las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19

LOSA	CANTIDAD DE ACERO DE BASTONES POR METRO LINEAL (cm^2/m)
3,50 x 3,50 x 8,00	0,17
3,50 x 5,25 x 11,00	0,71
3,50 x 7,00 x 12,00	1,19
4,50 x 4,50 x 11,00	0,71
4,50 x 6,75 x 14,00	1,25
4,50 x 9,00 x 16,00	2,33
5,50 x 5,50 x 14,00	1,25
5,50 x 8,25 x 18,00	3,18
5,50 x 11,00 x 20,00	3,85

Finalmente, al igual que el CAPÍTULO 3, el número de niveles apuntalados y reapuntalados fue de $N = 4$.

5.2. Determinación de demanda en losas

5.2.1. Determinación de cargas por metro cuadrado (m²)

Las cargas por metro cuadrado (m²) de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19, se obtuvieron igual como en la sección 4.2.1.

5.2.1.1. Cargas constructivas (ACI 435R-95)

Las cargas máximas durante la construcción de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 se pueden apreciar en el Cuadro 50.

Cuadro 50. Cargas que perciben las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo cargas máximas durante la construcción

LOSAS	CARGA MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN (kg/m ²)
3,50 x 3,50 x 8,00	524,64
3,50 x 5,25 x 11,00; 4,50 x 4,50 x 11,00	698,88
3,50 x 7,00 x 12,00	756,96
4,50 x 6,75 x 14,00; 5,50 x 5,50 x 14,00	873,12
4,50 x 9,00 x 16,00	989,28
5,50 x 8,25 x 18,00	1 105,44
5,50 x 11,00 x 20,00	1 221,60

5.2.1.2. Cargas de servicio (ACI 318-19)

En el Cuadro 51 se aprecia la carga permanente debida a peso propio y, la carga permanente total que percibieron las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19.

Cuadro 51. Cargas de servicio consideradas en las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19

LOSA	CARGA PERMANENTE POR PESO PROPIO (kg/m²)	CARGA PERMANENTE TOTAL (kg/m²)
3,50 x 3,50 x 8,00	192,00	247,00
3,50 x 5,25 x 11,00; 4,50 x 4,50 x 11,00	264,00	319,00
3,50 x 7,00 x 12,00	288,00	343,00
4,50 x 6,75 x 14,00; 5,50 x 5,50 x 14,00	336,00	391,00
4,50 x 9,00 x 16,00	384,00	439,00
5,50 x 8,25 x 18,00	432,00	487,00
5,50 x 11,00 x 20,00	480,00	535,00

5.2.2. Determinación de los momentos de demanda

Los momentos de demanda necesarios para el cálculo de las deflexiones inmediatas de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19, se obtuvieron igual como en la sección 3.2.2. del presente Trabajo de Graduación.

En el Cuadro 52 se puede apreciar las demandas de momento en una franja con 1 m de ancho a lo largo del eje transversal central de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 para la máxima carga durante la construcción, para un nivel de apuntalamiento y desapuntalamiento de $N = 4$.

Cuadro 52. Demanda de momento en franja de 1 m de ancho a lo largo del eje transversal central para losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 para la máxima carga durante la construcción

LOSA	DEMANDA DE MOMENTO EN EJE TRANSVERSAL (kg-m/m)		
	MOMENTO POSITIVO EN EJE EN ZONA CENTRAL	MOMENTO NEGATIVO EN EJE A-A	MOMENTO NEGATIVO EN EJE G-G
3,50 x 3,50 x 8,00	145,40	370,47	311,15
3,50 x 5,25 x 11,00	268,07	753,80	843,85
3,50 x 7,00 x 12,00	347,28	888,66	1 104,16
4,50 x 4,50 x 11,00	240,66	809,57	830,53
4,50 x 6,75 x 14,00	534,45	1 483,68	1 200,63
4,50 x 9,00 x 16,00	943,30	1 527,53	2 603,25
5,50 x 5,50 x 14,00	447,08	1 184,18	1 075,78
5,50 x 8,25 x 18,00	1 000,47	3 011,16	3 912,64
5,50 x 11,00 x 20,00	1 331,04	2 974,75	5 179,68

5.3. Determinación de deflexiones

Las deflexiones de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19, se obtuvieron igual como en el capítulo 4.3. del presente Trabajo de Graduación.

5.3.1. Determinación de momento de agrietamiento

El módulo de ruptura (f_r) correspondió a 15,36 kg/cm² para todas las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 y, en el Cuadro 53 se aprecia la distancia desde el eje neutro a la fibra más alejada, la inercia gruesa, el momento de agrietamiento y 2/3 del momento de agrietamiento de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19.

Cuadro 53. Parámetros de momentos de agrietamientos de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19

LOSA	y (cm)	I_g (cm⁴)	M_{cr} (kg-m)	$\frac{2}{3} \cdot M_{cr}$ (kg-m)
3,50 x 3,50 x 8,00	4,00	4 266,67	163,85	109,23
3,50 x 5,25 x 11,00; 4,50 x 4,50 x 11,00	5,50	11 091,67	309,78	206,52
3,50 x 7,00 x 12,00	6,00	14 400,00	368,66	245,78
4,50 x 6,75 x 14,00; 5,50 x 5,50 x 14,00	7,00	22 866,67	501,79	334,52
4,50 x 9,00 x 16,00	8,00	34 133,33	655,40	436,93
5,50 x 8,25 x 18,00	9,00	48 600,00	829,49	552,99
5,50 x 11,00 x 20,00	10,00	66 666,67	1 024,06	682,70

5.3.2. Determinación de inercias efectivas

En el Cuadro 54 se muestran los momentos de demanda que rigieron en la determinación de las inercias efectivas de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19.

Cuadro 54. Momentos de demandas para determinar las inercias efectivas de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo las máximas cargas durante la construcción

LOSA	MOMENTO DE DEMANDA (kg-m/m) MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN
3,50 x 3,50 x 8,00	370,47
3,50 x 5,25 x 11,00	843,85
3,50 x 7,00 x 12,00	1 104,16
4,50 x 4,50 x 11,00	830,53
4,50 x 6,75 x 14,00	1 483,68
4,50 x 9,00 x 16,00	2 603,25
5,50 x 5,50 x 14,00	1 184,18
5,50 x 8,25 x 18,00	3 912,64
5,50 x 11,00 x 20,00	5 179,68

En el Cuadro 55 se muestran las inercias efectivas de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19.

Cuadro 55. Inercias efectivas de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo las máximas cargas durante la construcción

LOSA	INERCIA EFECTIVA (cm⁴) MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN
3,50 x 3,50 x 8,00	501,13
3,50 x 5,25 x 11,00	1 289,43
3,50 x 7,00 x 12,00	1 748,64

LOSA	INERCIA EFECTIVA (cm⁴) MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN
4,50 x 4,50 x 11,00	1 553,45
4,50 x 6,75 x 14,00	2 563,85
4,50 x 9,00 x 16,00	4 406,52
5,50 x 5,50 x 14,00	2 935,32
5,50 x 8,25 x 18,00	7 321,02
5,50 x 11,00 x 20,00	10 674,66

En el Cuadro 56 se muestran las relaciones de las inercias efectivas con respecto a las inercias gruesas de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19.

Cuadro 56. Relación de inercias efectivas con respecto a inercias gruesas de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo las máximas cargas durante la construcción

LOSA	I_e/I_g MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN
3,50 x 3,50 x 8,00	0,12
3,50 x 5,25 x 11,00	0,12
3,50 x 7,00 x 12,00	0,12
4,50 x 4,50 x 11,00	0,14
4,50 x 6,75 x 14,00	0,11
4,50 x 9,00 x 16,00	0,13
5,50 x 5,50 x 14,00	0,13
5,50 x 8,25 x 18,00	0,15
5,50 x 11,00 x 20,00	0,16

5.3.3. Determinación de deflexiones inmediatas

En el Cuadro 57 se muestra un resumen de deflexiones inmediatas para cada losa que cumple límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19.

Cuadro 57. Deflexiones inmediatas de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo las máximas cargas durante la construcción

LOSA	DEFLEXIONES (mm)			
	MÁXIMA DURANTE LA CONSTRUCCIÓN	100% TEMPORAL	PERMANENTE TOTAL + 15 % DE TEMPORAL	85 % DE TEMPORAL
3,50 x 3,50 x 8,00	4,12	1,57	2,17	1,33
3,50 x 5,25 x 11,00	4,31	1,23	2,15	1,05
3,50 x 7,00 x 12,00	5,25	1,39	2,59	1,18
4,50 x 4,50 x 11,00	5,29	1,51	2,64	1,29
4,50 x 6,75 x 14,00	7,15	1,64	3,45	1,39
4,50 x 9,00 x 16,00	7,60	1,54	3,60	1,31
5,50 x 5,50 x 14,00	6,56	1,50	3,16	1,28
5,50 x 8,25 x 18,00	8,34	1,51	3,90	1,28
5,50 x 11,00 x 20,00	9,56	1,56	4,42	1,33

5.3.4. Determinación de deflexiones adicionales a largo plazo

En el Cuadro 58 se aprecian las deflexiones adicionales a largo plazo producto del efecto combinado del flujo plástico y de la retracción de fraguado después de la unión de los elementos no estructurales (δ_{FL}) para la carga máxima durante la construcción, considerando un multiplicador a largo plazo de carga sostenida recomendado por el ACI 435R-95 de $\lambda_{\Delta t} = 2,5$, y, uno propuesto de $\lambda_{\Delta t} = 3,62$.

Cuadro 58. Deflexiones a largo plazo de losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo máximas cargas durante la construcción

LOSA	DEFLEXIONES A LARGO PLAZO (mm)	
	FACTOR DE ACI 435R-95	FACTOR PROPUESTO
3,50 x 3,50 x 8,00	3,35	4,85
3,50 x 5,25 x 11,00	3,32	4,81
3,50 x 7,00 x 12,00	3,99	5,78
4,50 x 4,50 x 11,00	4,07	5,90
4,50 x 6,75 x 14,00	5,32	7,70
4,50 x 9,00 x 16,00	5,56	8,05
5,50 x 5,50 x 14,00	4,88	7,07
5,50 x 8,25 x 18,00	6,01	8,71
5,50 x 11,00 x 20,00	6,82	9,87

5.3.5. Determinación de partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales

En el Cuadro 59 se muestran las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales de las losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19.

Cuadro 59. Partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales de losas que cumplen límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 bajo máximas cargas durante la construcción

LOSA	DEFLEXIÓN TOTAL QUE OCURRE DESPUÉS DE LA UNIÓN DE LOS ELEMENTOS NO ESTRUCTURALES (mm)	
	FACTOR DE ACI 435R-95	FACTOR PROPUESTO
3,50 x 3,50 x 8,00	4,69	6,19
3,50 x 5,25 x 11,00	4,37	5,86
3,50 x 7,00 x 12,00	5,17	6,96
4,50 x 4,50 x 11,00	5,36	7,19
4,50 x 6,75 x 14,00	6,71	9,09
4,50 x 9,00 x 16,00	6,86	9,35
5,50 x 5,50 x 14,00	6,16	8,34
5,50 x 8,25 x 18,00	7,29	9,99
5,50 x 11,00 x 20,00	8,15	11,20

A partir del Cuadro 59 y del Cuadro 46 se observa que a pesar de que, al aumentar los espesores de los especímenes, se aumentaron las cargas que soportan los mismos, las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales se vieron disminuidas. La disminución de deflexiones al aumentar el espesor de los especímenes se debió principalmente al cambio de las propiedades de las secciones transversales, tales como la inercia gruesa y, la inercia de agrietamiento, lo cual, aumenta la rigidez de los elementos.

5.3.5. Determinación de límites de deflexiones permisibles

Los límites de deflexiones permisibles se obtuvieron a partir de la sección 24.2.2. del ACI 318-19 (Cuadro 7 de la sección 1.3.2.2.2. del presente Proyecto de Graduación).

En el Cuadro 60 se muestran las deflexiones permisibles para las losas, obtenidas a partir del ACI 318-19.

Cuadro 60. Deflexiones permisibles de losas (ACI 318-19)

LOSA	LÍMITE DE DEFLEXIÓN PARA ENTREPISO QUE SOPORTA ELEMENTOS NO ESTRUCTURALES SUSCEPTIBLES DE SUFRIR DAÑOS DEBIDO A DEFLEXIONES GRANDES (mm) (ACI 318-19)
3,50 x 3,50; 3,50 x 5,25; 3,50 x 7,00	7,29
4,50 x 4,50; 4,50 x 6,75; 4,50 x 9,00	9,38
5,50 x 5,50; 5,50 x 8,25; 5,50 x 11,00	11,46

5.4. Espesores mínimos obtenidos

En el Cuadro 61 se pueden apreciar los espesores mínimos obtenidos para cada losa mediante el cálculo de deflexiones.

Cuadro 61. Espesores mínimos obtenidos mediante el cálculo de deflexiones

LOSA	ESPESORES MÍNIMOS (cm)
3,50 x 3,50	8,00
3,50 x 5,25	11,00
3,50 x 7,00	12,00
4,50 x 4,50	11,00
4,50 x 6,75	14,00
4,50 x 9,00	16,00

LOSA	ESPEORES MÍNIMOS (cm)
5,50 x 5,50	14,00
5,50 x 8,25	18,00
5,50 x 11,00	20,00

5.5. Cálculo de expresiones para determinar espesores mínimos considerando deflexiones

A partir del Cuadro 61 se determinó una expresión similar a la propuesta por el SMIE, donde, se dividió el perímetro de la losa entre una constante con la finalidad de obtener el espesor mínimo. Para ello, se despejó la constante por la cual se dividió el perímetro de cada losa de análisis, necesaria para obtener los espesores mínimos propuestos en el presente Proyecto de Graduación. Cabe resaltar que la expresión a utilizar consistió en la que poseyó un menor denominador.

Entonces, la expresión propuesta utilizada para aproximar el espesor mínimo de losas en dos direcciones que cumplen con condiciones de servicio para los factores de deformaciones a largo plazo propuestos, sujetos a las condiciones expuestas con anterioridad, se muestra a continuación:

$$t_{\min} = \frac{\text{Perímetro}}{152} \quad (46)$$

donde *Perímetro* se refiere al perímetro de la losa en cm.

Cabe mencionar que la ecuación anterior posee un alcance limitado y queda a criterio del diseñador si su uso aplica o no, en su caso específico. Esta ecuación depende de las propiedades de las losas que para este caso son las mencionadas en la sección 4.1. del presente Trabajo de Graduación, además del método constructivo y de las cargas de servicio usuales expuestos en el CAPÍTULO 1.

A partir del Cuadro 61 se determinó una expresión similar a la propuesta por el ACI 318-19, donde, se dividió la luz libre en dirección larga de la losa entre una constante con la finalidad de obtener el espesor mínimo. Para ello, se despejó la constante por la cual se dividió

la luz libre en dirección larga de cada losa de análisis, necesaria para obtener los espesores mínimos propuestos en el presente Proyecto de Graduación. Cabe resaltar que la expresión a utilizar consistió en la que poseyó un menor denominador.

Entonces, la expresión propuesta utilizada para aproximar el espesor mínimo de losas en dos direcciones que cumplen con condiciones de servicio para los factores de deformaciones a largo plazo propuestos, sujetos a las condiciones expuestas con anterioridad, se muestra a continuación:

$$t_{\min} = \frac{l_n}{39,29} \quad (47)$$

donde:

l_n = luz libre en la dirección larga, medida entre caras de los apoyos (cm).

Cabe mencionar que la ecuación anterior posee un alcance limitado y queda a criterio del diseñador si su uso aplica o no, en su caso específico. Esta ecuación depende de las propiedades de las losas que para este caso son las mencionadas en la sección 4.1. del presente Trabajo de Graduación, además del método constructivo y de las cargas de servicio usuales expuestos en el CAPÍTULO 1.

En el Cuadro 62 se puede apreciar una comparación entre los datos del Cuadro 61 y los espesores mínimos aproximados mediante las expresiones.

Cuadro 62. Comparación de espesores mínimos obtenidos mediante el cálculo de deflexiones obtenidos a partir de una expresión y a partir de un modelo

LOSA	ESPESORES MÍNIMOS (cm)		
	PROPUESTOS CONSIDERANDO DEFLEXIONES MEDIANTE MODELO DE SAP2000	PROPUESTOS CONSIDERANDO DEFLEXIONES MEDIANTE EXPRESIÓN SIMILAR A LA DEL SMIE(46)	PROPUESTOS CONSIDERANDO DEFLEXIONES MEDIANTE EXPRESIÓN SIMILAR A LA DEL ACI 318-19(47)
3,50 x 3,50	8,00	9,21	8,91
3,50 x 5,25	11,00	11,51	13,36

LOSA	ESPEORES MÍNIMOS (cm)		
	PROPUESTOS CONSIDERANDO DEFLEXIONES MEDIANTE MODELO DE SAP2000	PROPUESTOS CONSIDERANDO DEFLEXIONES MEDIANTE EXPRESIÓN SIMILAR A LA DEL SMIE(46)	PROPUESTOS CONSIDERANDO DEFLEXIONES MEDIANTE EXPRESIÓN SIMILAR A LA DEL ACI 318-19(47)
3,50 x 7,00	12,00	13,82	17,82
4,50 x 4,50	11,00	11,84	11,45
4,50 x 6,75	14,00	14,80	17,18
4,50 x 9,00	16,00	17,76	22,91
5,50 x 5,50	14,00	14,47	14,00
5,50 x 8,25	18,00	18,09	21,00
5,50 x 11,00	20,00	21,71	28,00

Estos espesores mínimos se obtuvieron a partir de la premisa de que las deflexiones de las losas deben de cumplir los límites de deflexiones permisibles del ACI 318-19 y, se aplican a losas de concreto reforzado en dos direcciones de entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, donde, es responsabilidad del diseñador verificar que las losas cumplan con requisitos de diseño y de condiciones de servicio.

CAPÍTULO 6. DETERMINACIÓN DE ESPESORES MÍNIMOS A PARTIR DEL ACI 318-19 y DE LA NORMATIVA DE LA SMIE (2004), PARA EL DISEÑO DE LOSAS SIN CÁLCULO DE DEFLEXIONES

En esta sección se determinó un estimado del espesor mínimo necesario de las losas según los códigos internacionales vigentes.

En el Cuadro 63 se pueden apreciar los espesores mínimos de losas obtenidos según el ACI 318-19 y la SMIE de acuerdo con la sección 1.3.2.2.1. del presente Trabajo de Graduación.

Cuadro 63. Espesores mínimos de losas sin cálculo de deflexiones

LOSA	ESPESORES MÍNIMOS (cm)	
	ACI 318-19	SMIE
3,50 x 3,50	11,18	6,59
3,50 x 5,25	16,77	8,24
3,50 x 7,00	22,35	9,89
4,50 x 4,50	14,37	8,47
4,50 x 6,75	21,56	10,59
4,50 x 9,00	28,74	12,71
5,50 x 5,50	17,56	10,36
5,50 x 8,25	26,35	12,95
5,5 x 11,00	35,13	15,54

CAPÍTULO 7. DETERMINACIÓN DE LA VALIDEZ DE LA NORMATIVA DEL ACI 318-19 Y DE LA SMIE (2004) Y, DE LAS EXPRESIONES OBTENIDAS, QUE PERMITEN CALCULAR LOS ESPESORES MÍNIMOS DE LAS LOSAS ESTUDIADAS, MEDIANTE SU COMPARACIÓN CON LOS ESPESORES MÍNIMOS OBTENIDOS A PARTIR DEL CÁLCULO DE DEFLEXIONES

En esta sección se procedió a comparar los espesores mínimos obtenidos a partir del CAPÍTULO 5 y, a partir del CAPÍTULO 6.

En el Cuadro 64 se puede apreciar una comparación entre los espesores mínimos obtenidos a lo largo del presente Trabajo de Graduación.

Cuadro 64. Tabla comparativa de espesores mínimos obtenidos a partir del CAPÍTULO 5 y del CAPÍTULO 6

LOSA	ESPESORES MÍNIMOS (cm)				
	PROPUESTOS CONSIDERANDO DEFLEXIONES	SMIE	PROPUESTOS MEDIANTE EXPRESIÓN (46)	ACI 318-19	PROPUESTOS MEDIANTE EXPRESIÓN (47)
3,50 x 3,50	8,00	6,59	9,21	11,18	8,91
3,50 x 5,25	11,00	8,24	11,51	16,77	13,36
3,50 x 7,00	12,00	9,89	13,82	22,35	17,82
4,50 x 4,50	11,00	8,47	11,84	14,37	11,45

LOSA	ESPEORES MÍNIMOS (cm)				
	PROPUESTOS CONSIDERANDO DEFLEXIONES	SMIE	PROPUESTOS MEDIANTE EXPRESIÓN (46)	ACI 318- 19	PROPUESTOS MEDIANTE EXPRESIÓN (47)
4,50 x 6,75	14,00	10,59	14,80	21,56	17,18
4,50 x 9,00	16,00	12,71	17,76	28,74	22,91
5,50 x 5,50	14,00	10,36	14,47	17,56	14,00
5,50 x 8,25	18,00	12,95	18,09	26,35	21,00
5,5 x 11,00	20,00	15,54	21,71	35,13	28,00

Al comparar los espesores mínimos obtenidos por medio de un análisis de elemento finito, los obtenidos mediante las expresiones (46) y (47), que aproximan los espesores mínimos obtenidos a partir del modelo de elementos finitos y, los obtenidos mediante métodos propuestos por la SMIE y en el ACI 318-19 sin cálculo de deflexiones (Cuadro 64), se determinó que las expresiones que permiten aproximar espesores mínimos propuestas en el presente Trabajo de Graduación, permiten obtener valores menores que los valores obtenidos mediante la Tabla 8.3.1.1 del ACI 318-19 y, mayores que los obtenidos mediante el SMIE. Además, los espesores mínimos devueltos por la expresión (46), fueron menores que los devueltos por la expresión (47) para luces libres de las losas en la dirección larga [l_n], mayores a 5,50 m.

A partir de Cuadro 64 se logró determinar que la Tabla 8.3.1.1 del ACI 318-19 que se muestra en el Cuadro 6 devuelve valores de espesores mínimos conservadores que cumplen con condiciones de servicio y, se pueden utilizar con confianza, mientras que los valores obtenidos a partir del método de SMIE no son confiables para losas de concreto reforzado que

trabajan en dos direcciones de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes.

CAPÍTULO 8. MODIFICACIONES A LOS PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO DE DEFLEXIONES DE LOSAS

A continuación, se indica las modificaciones a los procedimientos para el cálculo de deflexiones del ACI 318-19 y del ACI 435R-95 según los resultados de esta investigación, de forma tal que dicho método sea aplicable a losas reforzadas en dos direcciones de entresijos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes. Las modificaciones se resaltan en negrita.

8.1. Método del ACI 318-19

1. Determinar las dimensiones, propiedades y distribución de los materiales de la losa y, las cargas de servicio que soporta.

2. Determinar las demandas de momento para cargas de servicio (Carga permanente total + 15 % de carga temporal (CPT + 15 % · CT), Carga permanente total + Carga temporal [CPT+CT] y Carga permanente total [CPT]) en una franja de 1 m de ancho a lo largo del eje central transversal, en el centro y en los extremos de la franja.

3. Obtener el promedio de la inercia efectiva a partir de los valores en las regiones de los momentos positivos y negativos para la franja central en la dirección corta de la losa para cargas de servicio (Carga permanente total + 15 % de carga temporal (CPT + 15 % · CT), Carga permanente total + Carga temporal [CPT+CT] y Carga permanente total [CPT]). Los valores de inercias efectivas se obtienen: con la ecuación (22) si 2/3 del momento de agrietamiento [M_{cr}] es mayor que la demanda máxima en donde se evalúa la inercia efectiva y, con la ecuación (23) si 2/3 del momento de agrietamiento [M_{cr}] es menor que la demanda máxima en donde se evalúa la inercia efectiva.

El momento de agrietamiento se calcula a partir de la ecuación (18), **el módulo de ruptura se calcula a partir de la ecuación propuesta por el ACI 435R-95 (20)** y, la distancia desde el eje neutro hasta la fibra más alejada se calcula mediante la ecuación (21).

El momento de inercia de la sección transformada agrietada se obtiene mediante la expresión (24), donde la razón de módulos se obtiene mediante la ecuación (25), el módulo de elasticidad del concreto se obtiene a partir de la ecuación (14) y, la distancia desde el eje neutro a la fibra extrema en compresión de la sección agrietada se obtiene mediante el despeje de la expresión (26).

4. Se calculan las deflexiones inmediatas para cargas de servicio (Carga permanente total + 15 % de carga temporal (CPT + 15 % · CT), Carga permanente total + Carga temporal [CPT+CT] y Carga permanente total [CPT]), utilizando las inercias efectivas obtenidas, mediante el método del elemento finito, donde se puede utilizar un software como SAP2000 de apoyo.

5. Se calculan las deflexiones inmediatas para cargas de servicio (Carga temporal [CT] y 85 % de carga temporal [85 % · CT]) a partir de las ecuaciones (28) y (29), respectivamente.

6. Se calculan las deflexiones adicionales a largo plazo para las cargas de servicio a partir de la ecuación (27) donde, el multiplicador a largo plazo de carga sostenida [$\lambda_{\Delta t}$] y el multiplicador a largo plazo de carga sostenida en un lapso de tiempo desde que se quitan los puntales hasta la unión de los elementos no estructurales [$\lambda_{\Delta ne}$], se obtienen a partir de la ecuación (30).

Los factores dependientes del tiempo para carga sostenida se calculan a partir de la ecuación (45) para un ξ a los 60 meses de $\xi = 4,21$, mientras que la densidad de acero en compresión [ρ'] se obtiene a partir de la ecuación (31).

7. Se calcula la parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales [δ_{TOT}], a partir de la ecuación (17).

8. Se calcula el límite de deflexiones permisibles a partir del Cuadro 7, obtenido de la sección 24.2.2. del ACI 318-19.

9. Se compara la parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales [δ_{TOT}] con el límite de deflexiones permisibles, para decidir si se cumple con condiciones de servicio.

8.2. Método del ACI 435R-95

1. Determinar las dimensiones, propiedades y distribución de los materiales de la losa y, las cargas de servicio que soporta.

2. Determinar las demandas de momento para la máxima carga durante la construcción $[w_c]$ obtenida a partir de la ecuación (3) en una franja de 1 m de ancho a lo largo del eje central transversal, en el centro y en los extremos de la franja.

3. Obtener el promedio de la inercia efectiva, a partir de los valores en las regiones de los momentos positivos y negativos para la franja central en la dirección corta de la losa para la máxima carga durante la construcción $[w_c]$. El valor de inercia efectiva se obtiene: con la ecuación (22) si $2/3$ del momento de agrietamiento $[M_{cr}]$ es mayor que la demanda máxima en donde se evalúa la inercia efectiva y, con la ecuación (23) si $2/3$ del momento de agrietamiento $[M_{cr}]$ es menor que la demanda máxima en donde se evalúa la inercia efectiva.

El momento de agrietamiento se calcula a partir de la ecuación (18), el módulo de ruptura se calcula a partir de la ecuación propuesta por el ACI 435R-95 (20) y, la distancia desde el eje neutro hasta la fibra más alejada se calcula mediante la ecuación (21).

El momento de inercia de la sección transformada agrietada se obtiene mediante la expresión (24), donde la razón de módulos se obtiene mediante la ecuación (25), el módulo de elasticidad del concreto se obtiene a partir de la ecuación (14) y, la distancia desde el eje neutro a la fibra extrema en compresión de la sección agrietada se obtiene mediante el despeje de la expresión (26).

4. Se calcula la deflexión inmediata para la máxima carga durante la construcción $[w_c]$, utilizando la inercia efectiva obtenida, mediante el método del elemento finito, donde se puede utilizar un software como SAP2000 de apoyo.

5. Se calculan las deflexiones inmediatas para cargas de servicio (Carga temporal [CT], Carga permanente total + 15 % de carga temporal $[CPT + 15 \% \cdot CT]$ y 85 % de carga temporal $[85 \% \cdot CT]$), a partir de las ecuaciones (32), (33) y (34), respectivamente.

6. Se calculan las deflexiones adicionales a largo plazo para las cargas de servicio a partir de la ecuación (27) donde, el multiplicador a largo plazo de carga sostenida $[\lambda_{\Delta t}]$ y el multiplicador a largo plazo de carga sostenida en un lapso de tiempo desde que se quitan los puntales hasta la unión de los elementos no estructurales $[\lambda_{\Delta t_{ne}}]$, se obtienen a partir de la

ecuación (35) **utilizando un multiplicador a largo plazo de carga sostenida $[\lambda_{\Delta t}]$ de $\lambda_{\Delta t} = 3,62$.**

7. Se calcula la parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales $[\delta_{TOT}]$, a partir de la ecuación (17).

8. Se calcula el límite de deflexiones permisibles a partir del Cuadro 7, obtenido de la sección 24.2.2. del ACI 318-19.

9. Se compara la parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales $[\delta_{TOT}]$ con el límite de deflexiones permisibles, para decidir si se cumple con condiciones de servicio.

CAPÍTULO 9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

9.1. Conclusiones

A continuación, se muestran las conclusiones obtenidas en este Proyecto de Graduación, donde el principal objetivo consistía en ajustar las metodologías de cálculo de deflexiones en losas de concreto reforzado considerando agrietamiento por contracción en entresijos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, mediante la comparación de deflexiones obtenidas a partir de métodos de normativa internacional con respecto a deflexiones observadas en sitio, con la finalidad de que las deflexiones obtenidas teóricamente se semejaran a las observadas en sitio.

A partir de una visita de campo y entrevistas con una empresa constructora se identificó un caso típico de estructuras tipo mixto muro losa construidas bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, donde, se presentó levantamiento de pisos en varios de los apartamentos en zonas con losas de 7,5 x 4,7 m de claro y 14 cm de espesor, aproximadamente 19 meses luego de coladas las losas.

Del análisis del proceso constructivo se logró determinar que dicha losa presentó cargas de apuntalamiento y reapuntalamiento de 4 a 5 niveles. Además, se determinó que la variable de la cantidad de niveles apuntalados y reapuntalados durante la construcción de una losa reforzada en dos direcciones, utilizada en la expresión del método del ACI 345R-95 que permite obtener la carga máxima durante la construcción que percibe la losa, no posee un impacto considerable en las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los

elementos no estructurales. Sin embargo, entre menor sea el valor de la cantidad de niveles apuntalados y reapuntalados, mayores son los valores de las deflexiones inmediatas.

Al seguir el proceso de diseño ante cargas de servicio del ACI 318-19 para las losas de 7,5 x 4,7 m y 14 cm de espesor, y utilizando un modelo de elemento finito completo, se obtuvieron deformaciones menores a las máximas admisibles indicadas en dicha normativa, lo que indica que el desempeño de dicha losa debería ser suficientemente adecuado para evitar el levantamiento del piso, lo cual, se contrapone a lo visto en sitio.

Al seguir el proceso de diseño ante cargas de servicio del ACI 435R-95 para las losas de 7,5 x 4,7 m y 14 cm de espesor, y utilizando un modelo de elemento finito completo, se obtienen deformaciones mayores a las obtenidas mediante el método del ACI 318-19, pero menores a las máximas admisibles indicadas en el ACI 318-19, lo que indica que el desempeño de dicha losa, aun considerando el efecto adverso de las cargas constructivas, debería ser suficientemente adecuado para evitar el levantamiento del piso, lo cual, se contrapone a lo visto en sitio.

Por lo tanto, se propone un valor de modificación de las deformaciones a largo plazo ajustado de $\xi_t = 4,21$ para ACI 318-19 y de $\lambda_{\Delta t} = 3,62$ para ACI 435R-95, con el fin de que los resultados obtenidos por ambas metodologías correspondan con el valor máximo admisible a los 19 meses de haberse construido la losa, donde, las modificaciones a los procedimientos de cálculo de deflexiones de losas se aprecian en el CAPÍTULO 8.

El método para cálculo de deflexiones en edificios tipo mixto muro losa bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, mediante el que se obtienen los mejores resultados a las deflexiones esperadas en sitio, correspondió al método del ACI 345R-95 con un $f_r = 1,06 \cdot \sqrt{f'_c}$, por lo cual, se concluye que, los esfuerzos de retención de las losas de concreto reforzado en dos direcciones de entrepisos de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, tienden a tener un efecto significativo en el agrietamiento.

Por otra parte, se comprobó que la losa de modelo completo presentó deformaciones que no exceden en un 7,78% la diferencia de deformaciones obtenidas mediante un modelo simplificado de tipo rectangular y de un solo vano, con respecto a las deformaciones del modelo completo.

A pesar de que existen estudios a nivel nacional que determinaron ecuaciones para el cálculo del módulo de elasticidad en concretos costarricenses, dichas ecuaciones no se utilizaron en el presente Proyecto y, se optó, por utilizar la ecuación propuesta por el ACI 318-19 (ecuación (14) del presente Proyecto de Graduación), lo que provoca, según el marco teórico, deflexiones que varían más, que en el caso de que se hubieran obtenido los valores mediante ensayos de laboratorio, con respecto al valor de deflexiones real.

Los espesores mínimos que permiten que las losas cumplan con deflexiones permisibles del ACI 318-19 son menores que los espesores mínimos obtenidos a partir de la Tabla 8.3.1.1 del ACI 318-19, pero, mayores que los obtenidos a partir del SMIE, por lo que se determina que los espesores mínimos obtenidos a partir de la Tabla 8.3.1.1 del ACI 318-19 permiten obtener losas que cumplen condiciones de servicio y de resistencia con holgura, mientras que el método del SMIE no devuelve espesores mínimos confiables para losas de concreto reforzado que trabajan en dos direcciones de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes.

El ACI 318-19, en la sección 24, señala que sistemas de piso construidos en sitio diseñados de acuerdo con el procedimiento descrito en esa sección, en general, han tenido un comportamiento adecuado bajo condiciones típicas de servicio y, menciona ciertas excepciones donde no se ha visto un comportamiento adecuado, sin embargo, la situación analizada en el presente Trabajo de Graduación no ha presentado un comportamiento adecuado bajo condiciones típicas de servicio y, no se enlista dentro de las excepciones mencionadas por el ACI 318-19.

A pesar de que el método de cálculo de deflexiones propuesto por el ACI 318-19 proporciona un procedimiento aproximado práctico y fácil de usar en el diseño para el control de deflexiones, no proporciona predicciones precisas de deflexión y depende de muchos factores, por lo cual, no se debe de confiar indebidamente en el mismo.

9.2. Recomendaciones

Con base en los resultados obtenidos en el Proyecto, se pueden realizar una serie de recomendaciones importantes para un adecuado análisis y uso de los resultados obtenidos.

1. Realizar ensayos de laboratorio que permitan obtener expresiones para aproximar el módulo de ruptura de losas de concreto reforzado que trabajan en dos direcciones de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes.
2. Realizar ensayos de laboratorio que permitan obtener la variación de las deflexiones en función del tiempo de losas de concreto reforzado que trabajan en dos direcciones de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, con la finalidad de validar los resultados obtenidos a partir de teoría.
3. Analizar losas de concreto reforzado que trabajan en dos direcciones de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, con valores de módulos de elasticidad de concreto costarricense, con la finalidad de analizar la influencia de la variación del valor del módulo de elasticidad, con respecto a la ecuación propuesta por el ACI 318-19 (ecuación (14) del presente Proyecto de Graduación).
4. Utilizar cualquiera de las siguientes expresiones, que se obtienen a partir de rangos de anchos y largos de losas, considerando que depende de la configuración, del f_y del acero a flexión y compresión de las losas y, de las dimensiones de la losa, donde, es responsabilidad del diseñador verificar que las losas cumplan con requisitos de diseño y con requisitos de condiciones de servicio, como aproximación para calcular el espesor mínimo de losas de concreto reforzado que trabajan en dos direcciones de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes:

$$t_{\min} = \frac{\text{Perímetro}}{152}$$

$$t_{\min} = \frac{l_n}{39,29}$$

5. En caso de que se requiera aproximar el espesor de losas de concreto reforzado que trabajan en dos direcciones de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes, mediante normativa internacional, durante el diseño, sin calcular deflexiones: calcular los espesores mínimos de las losas a partir

de la Tabla 8.3.1.1 del ACI 318-19, donde se obtienen losas con espesores que cumplen condiciones de servicio y de resistencia con holgura y no utilizar las expresiones propuestas por la SMIE (2004).

6. Utilizar el estándar mencionado a lo largo del ACI 209R-92 para la determinación experimental de los parámetros de respuesta necesarios para el cálculo de deflexiones, en caso de que se requiera una predicción precisa de la respuesta estructural de servicio. Esto debido a que probar materiales reales bajo condiciones ambientales y de carga similares a las esperadas en el campo produce los mejores resultados (ACI Committee 209, 2008).
7. Extender el número de casos analizados con el fin de verificar que las expresiones obtenidas en esta investigación son extrapolables a los análisis realizados.
8. Utilizar las metodologías expuestas en el CAPÍTULO 8 para el cálculo de deflexiones de losas de concreto reforzado que trabajan en dos direcciones de edificios tipo mixto muro losa construidos bajo el método constructivo de formaletas auto portantes.
9. El uso de los factores de modificación y de espesores mínimos no garantiza que los pisos no se vayan a levantar, pues dicho fenómeno puede estar relacionado con las siguientes variables no consideradas en esta investigación: adherencia mortero-concreto, adherencia piso-mortero, modulo de elasticidad del mortero y pisos, etc. Por lo tanto, su uso debe ser referencial. El trabajo realizado busca dar una posible respuesta al problema actual, pero esta no se ha comprobado aún.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

American Concrete Institute (ACI). (2019). Requisitos de reglamento para concreto estructural (ACI 318-19). Michigan: ACI.

American Concrete Institute Committee 209 (ACI Committee 209). (2008). Prediction of Creep, Shrinkage, and Temperature Effects in Concrete Structures: ACI 209R-92. Michigan: ACI.

American Concrete Institute Committee 435 (ACI Committee 435). (2000). Control of Deflection in Concrete Structures (ACI 435R-95). Michigan: ACI.

Anónimo (Comunicación personal, Mayo 6, 2022).

Anónimo (Comunicación personal, Mayo 25, 2022).

- Anónimo. (2022). Planos estructurales, Lugar. [Correo electrónico].
- Anónimo (Comunicación personal, Marzo 8, 2023).
- Aragón, M. S. (2004). Determinación del módulo de elasticidad de concretos normales y de alto desempeño en Costa Rica. Proyecto de graduación para optar por el grado de licenciatura en Ingeniería Civil, Escuela de Ingeniería Civil, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
- Ariza, M.J. (s.f.). Teoría de medidas. Materiales Industriales. Universidad de Almería.
- Bischoff, P. (2005). Revaluation of Deflection Prediction for Concrete Beams Reinforced with Steel and Fiber Reinforced Polymer Bars. *Journal of Structural Engineering*, 131(5), 752-767.
- Branson, D. (1965). Instantaneous and Time-Dependent Deflections on Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams. *Alabama Highway Department State*, 7(1), 1-78.
- Colegio Federado de Ingenieros y Arquitectos de Costa Rica (CFIA). (2014). Código Sísmico de Costa Rica 2010: Revisión 2014 (CSCR-2010 rev.14). Cartago: Tecnológica de Costa Rica.
- Concari, S. B. (2000). El Modelado y la Resolución de Problemas: Ejes para la Enseñanza de la Física para Ingenieros. Proyecto de Investigación, Departamento de Física, Universidad Nacional del Litoral. Extraído el 27 de marzo, 2023, de <https://www.unrc.edu.ar/publicar/cde/05/Concari.htm>
- Cortez, L. X. & Sotomayor, G. M. (2007). Aplicación del Método de Elementos Finitos y Programas Computacionales en el diseño estructural de un galpón para el Taller de la empresa PROCOPET S.A. Proyecto de graduación para optar por el grado de licenciatura en Ingeniería Mecánica, Escuela de Ingeniería, Escuela Politécnica Nacional. Extraído el 07 de octubre, 2022, de <https://bibdigital.epn.edu.ec/bitstream/15000/330/1/CD-0756.pdf>
- CSI Spain. (2021). SAP2000. Extraído el 09 de diciembre, 2021, de <https://www.csiespana.com/software/2/sap2000>
- Darwin, D., Dolan, W. Ch., & Nilson, H. A. (2016). Design of Concrete Structures. (15ava ed.). Nueva York: Mc Graw Hill.

- Edward, L. W. (2002). Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures: A Physical Approach with Emphasis on Earthquake Engineering. (3ra ed.). California, Estados Unidos: Computers and Structures, Inc.
- Fundación para la educación y el desarrollo (FUNDEXTENSUS) & Morrison Ingenieros. (s.f.). Manual SAP2000 v23. Extraído el 05 de octubre, 2022, de <https://www.csicertifications.us/Manuals/Manual%20de%20SAP2000%20v23.pdf>
- Hidalgo, L. D. (2020). Tema 03: Historia y Filosofía de los códigos Sísmicos. IC-0951: Conceptos Básicos de Ingeniería Estructural. Universidad de Costa Rica.
- La casa de la lámpara. (s.f). Lámpara colgante con peso WINCH marrón. Extraído el 29 de agosto, 2022, de <https://www.lacasadelalampara.com/tienda-lamparas/lampara-colgante-con-peso-winch-marron/>
- Liu, K. Y. (2018). Equilibrio de cuerpos rígidos. IC-0401: Mecánica I. Universidad de Costa Rica.
- Martínez, T. J. (2016). Distribución «T» de Student. Extraído el 31 de marzo, 2023, de <https://estadisticaeninvestigacion.wordpress.com/unidad-1/>
- Mora, V. M. (2015). Fórmulas y tablas estadísticas. (1era ed.) San José, Costa Rica: Editorial UCR.
- Mosallam, K. H. & Chen, W. F. (1992). Design considerations for formwork in multistorey concrete buildings. *Construction & Building Materials*. 6(1), 23-30.
- Navas, C. A. (2020). Manual de Concreto. IC-0801: Concreto Reforzado. Universidad de Costa Rica.
- Nilson, H. A. & Darwin, D. (2001). Diseño de Estructuras de Concreto. (12ava ed.). Colombia, Bogotá: Mc Graw Hill.
- Porras, V. J. (2020). Completado de datos con correlación. IC-0808: Hidrología. Universidad de Costa Rica.
- Productos de Concreto (PC). (2018). Manual Técnico. (16ava ed.). Costa Rica: Grupo Cerca de Costa Rica S.A.
- Real Academia Española (RAE). (2022). Diccionario de la lengua española. Extraído el 31 de marzo, 2023 del sitio Web de la Real Academia Española: <https://dle.rae.es/modelo>
- Rodriguez, O.J., Ferrera, M.L. & Núñez, A. (1991). Inferencia estadística, niveles de precisión y diseño muestral. *Revista Española de Investigaciones Sociológicas*, 54(91), 139-162.

- Sánchez, E. F. (s.f.). La forma de integrar el error en la ciencia. Extraído el 31 de marzo, 2023, de <https://www.ts.ucr.ac.cr/binarios/congresos/nac/cl/cic/cic-03-sb-19.pdf>
- Scanlon, A. & Bischoff, P. (2008). Shrinkage Restraint and Loading History Effects on Deflections of Flexural Members. *ACI Structural Journal*, 105(4), 498-506.
- Serrano, G. M. & Pérez, R, D. (2010). Análisis de Sensibilidad para Estimar Módulo de Elasticidad Estático del Concreto. *Concreto y cemento. Investigación y desarrollo*,2(1)., 17-30. Extraído el 2 de abril, 2023, de <https://www.scielo.org.mx/pdf/ccid/v2n1/v2n1a2.pdf>
- Schluter Systems. (2023). Schluter®-DITRA & DITRA-XL: Uncoupling and waterproofing membrane. Extraído el 3 de abril, 2023, de https://www.schluter.com/schluter-us/en_US/Membranes/Uncoupling-%28DITRA%29/Schluter%C2%AE-DITRA-%26-DITRA-XL/p/DITRA
- Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural (SMIE). (2004). Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto. Mexico: Gaceta Oficial del Distrito Federal. Extraído el 23 de septiembre, 2021, de <http://www3.contraloriadf.gob.mx/prontuario/resources/normatividad/69247.pdf>
- Standards Australia Committee BD-002. (2001). Australian Standard Concrete Structures: AS 3600—2001. Sídney, Australia: SAI Global. Extraído el 05 de junio, 2021, de [https://www.saiglobal.com/PDFTemp/Previews/OSH/as/as3000/3600/3600-2001\(+A2\).pdf](https://www.saiglobal.com/PDFTemp/Previews/OSH/as/as3000/3600/3600-2001(+A2).pdf)
- Trejos, V. Julian (Comunicación personal, Abril 16, 2022).
- Trejos, V. Julian (Comunicación personal, Marzo 23, 2023).
- Trejos, V. Julian. (2023). Sistema Desacoplamiento Pisos. [Correo electrónico].
- Valverde, G. G. (2019). Pruebas de Hipótesis para Una Muestra. IC-0516: Probabilidad y Estadística Aplicada. Universidad de Costa Rica.
- Valverde, G. G. (2019). Inferencia Estadística para Dos Muestras. IC-0516: Probabilidad y Estadística Aplicada. Universidad de Costa Rica.

ANEXOS

Anexo 1. Valores críticos Distribución t de Student

Cuadro 65. Valores críticos Distribución t de Student

γ	$t_{0,600}$	$t_{0,700}$	$t_{0,750}$	$t_{0,800}$	$t_{0,900}$	$t_{0,950}$	$t_{0,975}$	$t_{0,990}$	$t_{0,995}$
1	0,3249	0,7265	1,000	1,3764	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567
2	0,2887	0,6172	0,8165	1,0607	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248
3	0,2767	0,5844	0,7649	0,9785	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409
4	0,2707	0,5686	0,7407	0,9410	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041
5	0,2672	0,5594	0,7267	0,9195	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321
6	0,2648	0,5534	0,7176	0,9057	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074
7	0,2632	0,5491	0,7111	0,8960	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995
8	0,2619	0,5459	0,7064	0,8889	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554
9	0,2610	0,5435	0,7027	0,8834	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498
10	0,2602	0,5415	0,6998	0,8791	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693
11	0,2596	0,5399	0,6974	0,8755	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058
12	0,2590	0,5386	0,6955	0,8726	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545
13	0,2586	0,5375	0,6938	0,8702	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123
14	0,2582	0,5366	0,6924	0,8681	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768
15	0,2579	0,5357	0,6912	0,8662	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467
16	0,2576	0,5350	0,6901	0,8647	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208
17	0,2573	0,5344	0,6892	0,8633	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982
18	0,2571	0,5338	0,6884	0,8620	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784
19	0,2569	0,5333	0,6876	0,8610	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609

γ	$t_{0,600}$	$t_{0,700}$	$t_{0,750}$	$t_{0,800}$	$t_{0,900}$	$t_{0,950}$	$t_{0,975}$	$t_{0,990}$	$t_{0,995}$
20	0,2567	0,5329	0,6870	0,8600	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453
21	0,2566	0,5325	0,6864	0,8591	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314
22	0,2564	0,5321	0,6858	0,8583	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188
23	0,2563	0,5317	0,6853	0,8575	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073
24	0,2562	0,5314	0,6848	0,8569	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969
25	0,2561	0,5312	0,6844	0,8562	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874
26	0,2560	0,5309	0,6840	0,8557	1,3160	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787
27	0,2559	0,5306	0,6837	0,8551	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707
28	0,2558	0,5304	0,6834	0,8546	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633
29	0,2557	0,5302	0,6830	0,8542	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564
30	0,2556	0,5300	0,6828	0,8538	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500
35	0,2553	0,5292	0,6816	0,8520	1,3062	1,6896	2,0301	2,4377	2,7238
40	0,2550	0,5286	0,6807	0,8507	1,3031	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045
60	0,2545	0,5272	0,6786	0,8477	1,2958	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603
80	0,2542	0,5265	0,6776	0,8461	1,2922	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387
100	0,2540	0,5261	0,6770	0,8452	1,2901	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259
∞	0,2534	0,5244	0,6745	0,8417	1,2816	1,6450	1,9602	2,3267	2,5763

Fuente: (Mora, V.M., 2015, p.65)

APÉNDICES

Apéndice A. Pasos para el modelado de la losa vista en campo

A continuación, se describen los pasos para el modelado de la losa vista en campo simplificada:

1. Se crean los ejes: Click derecho en la pantalla→Edit Grid Data...→Modify/Show System (Figura A1).

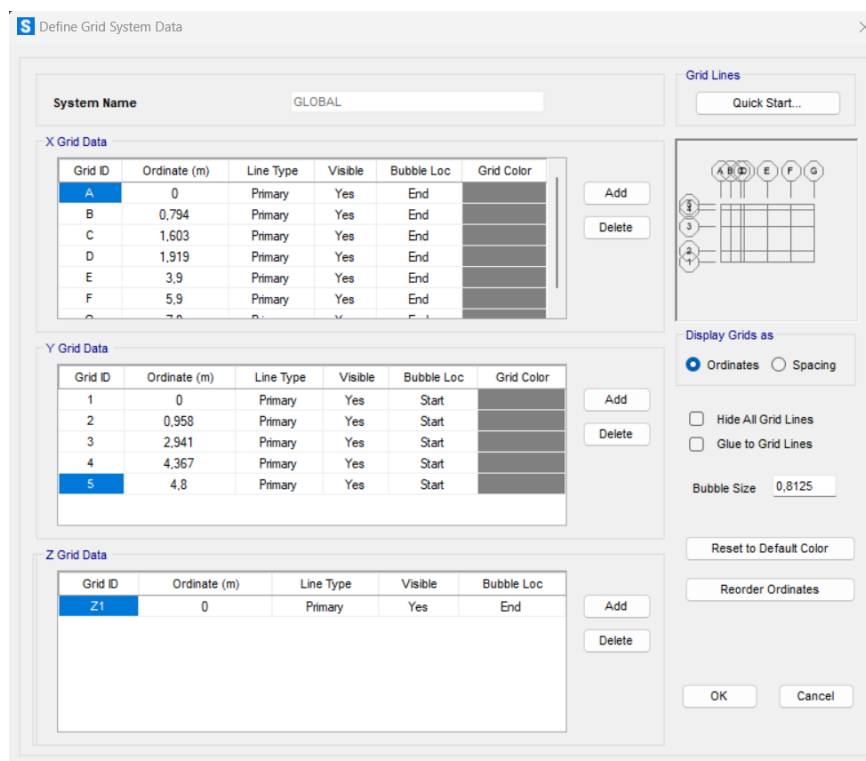


Figura A1. Definición de ejes de losa vista en campo

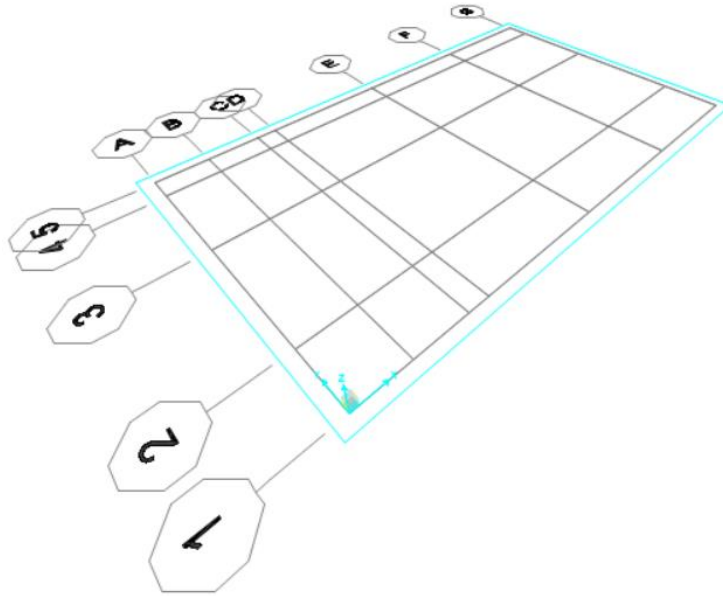


Figura A2. Ejes de losa vista en campo

2. Se define el material de la losa en la pestaña: Define→Materials (Figura A3).

Material Property Data

General Data

Material Name and Display Color: Concreto 210

Material Type: Concrete

Material Grade: f_c 210 kg/cm²

Material Notes: Modify/Show Notes...

Weight and Mass

Weight per Unit Volume: 2400

Mass per Unit Volume: 244,7319

Units

Kgf, m, C

Isotropic Property Data

Modulus Of Elasticity, E: 2,188E+09

Poisson, U: 0,2

Coefficient Of Thermal Expansion, A: 9,900E-06

Shear Modulus, G: 9,117E+08

Other Properties For Concrete Materials

Specified Concrete Compressive Strength, f_c: 2109208,9

Expected Concrete Compressive Strength: 2109208,9

Lightweight Concrete

Shear Strength Reduction Factor: []

Switch To Advanced Property Display

OK Cancel

Figura A3. Definición del material de la losa en SAP2000

3. Se crea una sección tipo área en la pestaña: Section Properties→Area Sections→Add New Section... (Figura A4 y Figura A5).

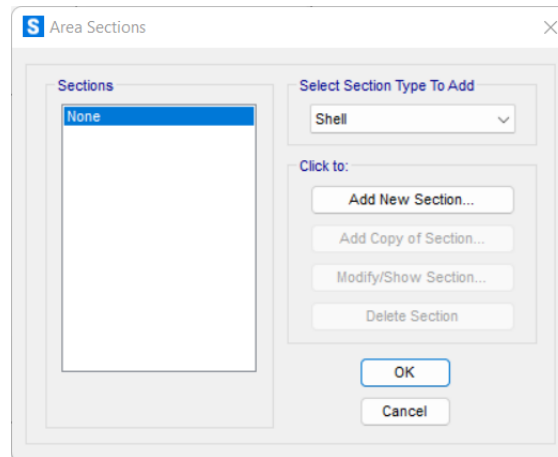


Figura A4. Ventana para la creación de una nueva sección de área en SAP2000

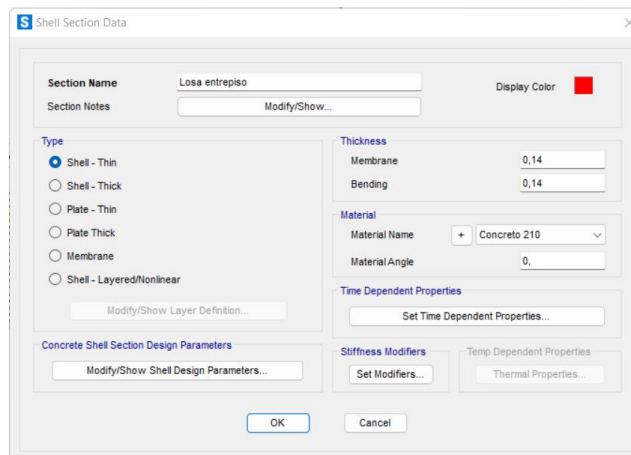


Figura A5. Ventana para la introducción de los parámetros de la sección de área en SAP2000

4. Se modela la losa mediante la pestaña Draw→Draw Rectangular Area (Figura A6).

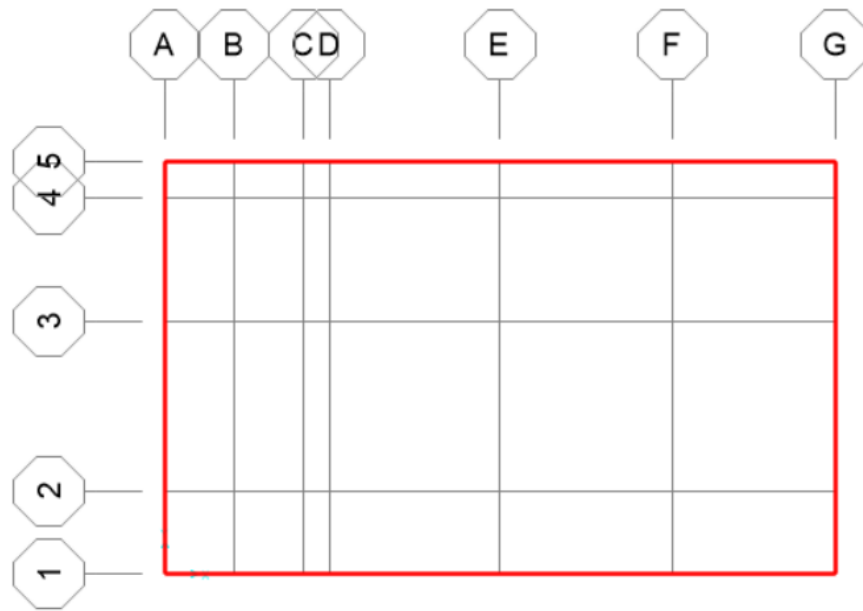


Figura A6. Losa vista en campo modelada

5. Se crean las secciones transversales de las vigas: Define→Section Properties→Frame Sections→Add New Property... (Figura A7).

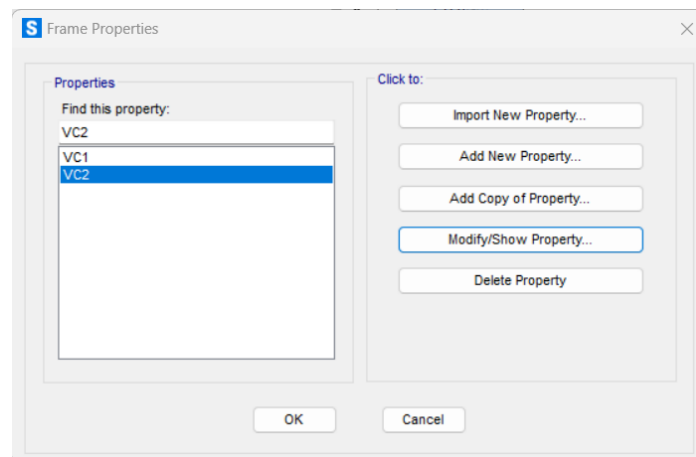


Figura A7. Definición de secciones de vigas

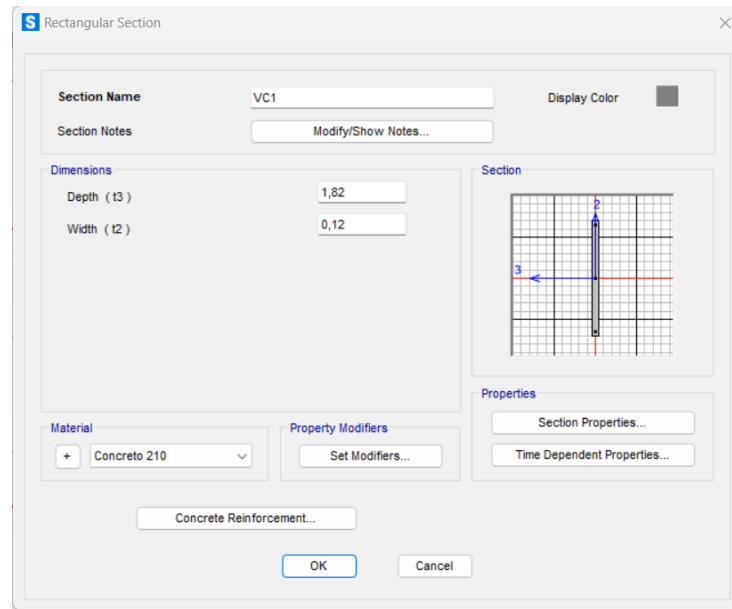


Figura A8. Definición de viga VC1

6. Se modelan las vigas: Draw→Draw Frame/Cable/Tendon.

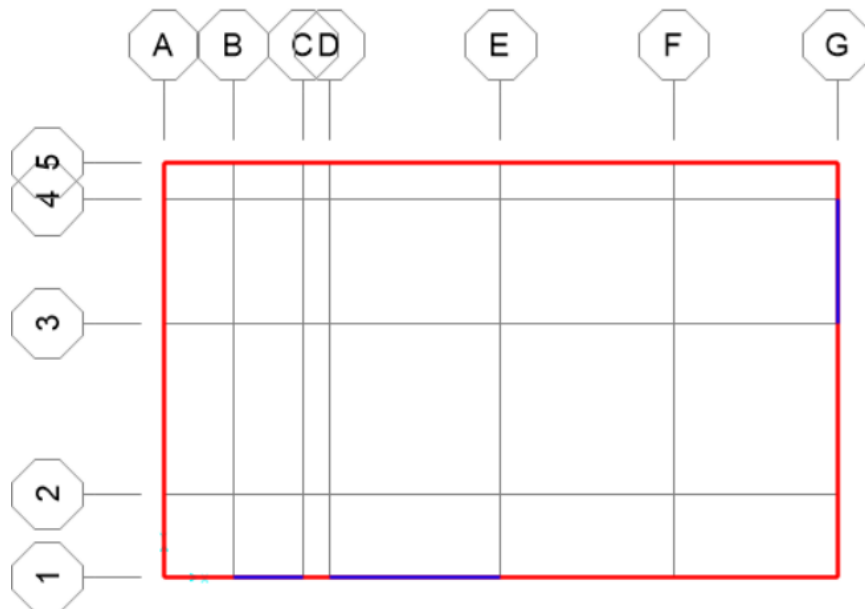


Figura A9. Modelado de vigas

7. Se definen las cargas en la pestaña Define→Load Patterns... (Figura A10).

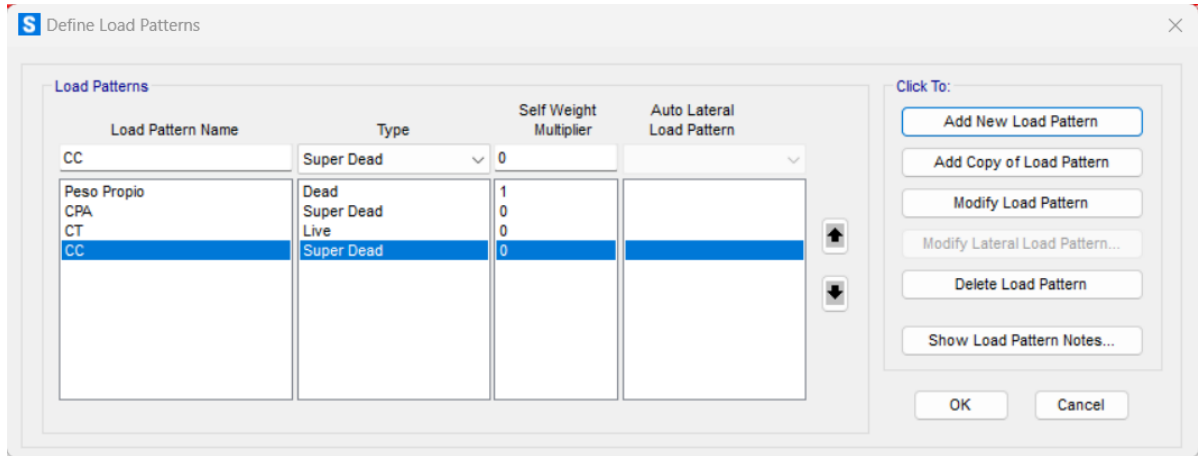


Figura A10. Definición de patrones de carga

8. Se asignan las cargas por m^2 con la pestaña Assign→Area Loads→Uniform (Shell)... (Figura A11). En la Figura A12 se puede apreciar un esquema de la losa hasta el momento.

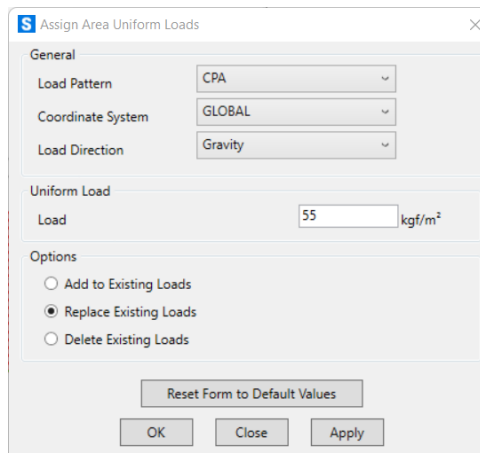


Figura A11. Asignación de cargas en SAP2000

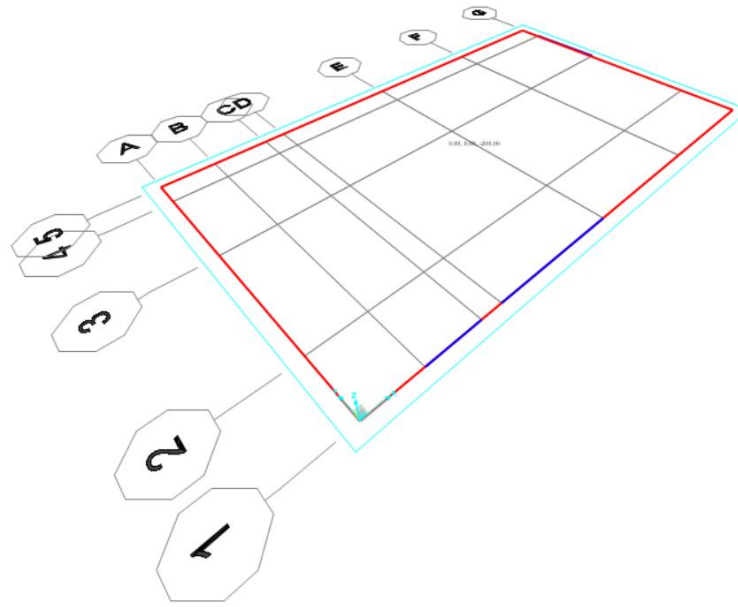


Figura A12. Esquema de losa en SAP2000

9. Se edita el área de la losa mediante la pestaña Edit→Edit Areas→Divide Areas. Los momentos y deformaciones que devuelve el programa se obtienen en los nodos, donde, a pesar de que el software devuelve los resultados promediados, los promedia a partir de los resultados obtenidos en los nodos. Cuando existen bastantes nodos y cuando los esfuerzos entre secciones infinitesimales son similares, se obtienen resultados más exactos, por lo que existe una distribución de esfuerzos relativamente continua entre nodos de la losa (Figura A13 y Figura A14).

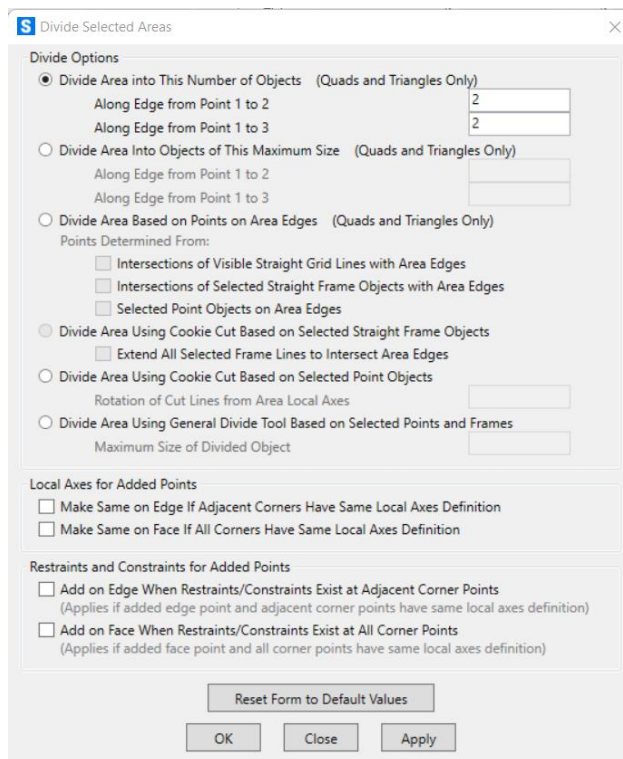


Figura A13. Ventana para división de área de la losa en SAP2000



Figura A14. Área de losa vista en campo dividida en SAP2000

En la Figura A15 se aprecian momentos que actúan en el eje transversal de la losa para una malla gruesa y para una malla fina respectivamente. El software promedia los resultados en Display→Show Forces/Stresses→Shells...→Stress Averaging en medio de los nodos. En la práctica profesional se inspeccionan los esfuerzos sin promediar con la finalidad de determinar si existe suficiente continuidad de esfuerzos entre los nodos, se puede apreciar que en la imagen a) de la Figura A15 la continuidad de esfuerzos entre nodos es poca en comparación con la de la imagen b).

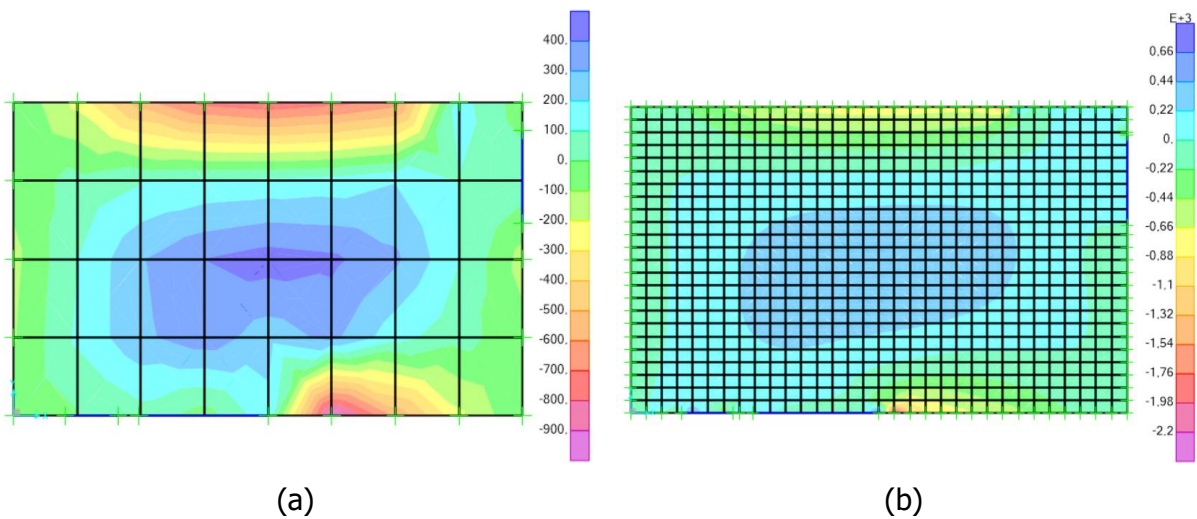


Figura A15. Losa con malla gruesa y malla fina respectivamente

10. Se añaden los apoyos en la pestaña Assign→Joint→Restrains (Figura A16). En la Figura A17 se puede apreciar un esquema de la losa con los apoyos.

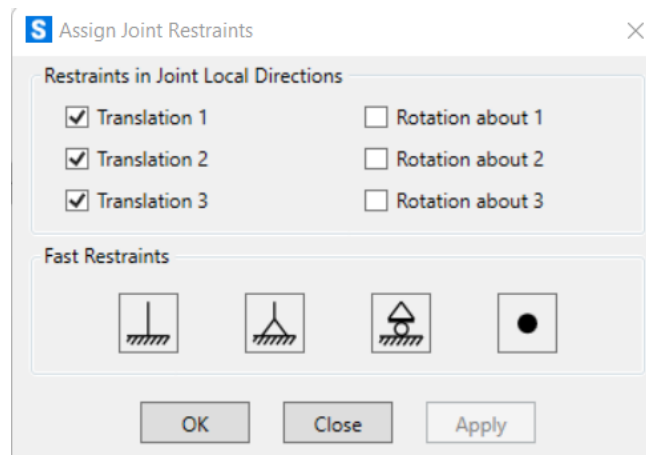


Figura A16. Definición de apoyos en SAP2000

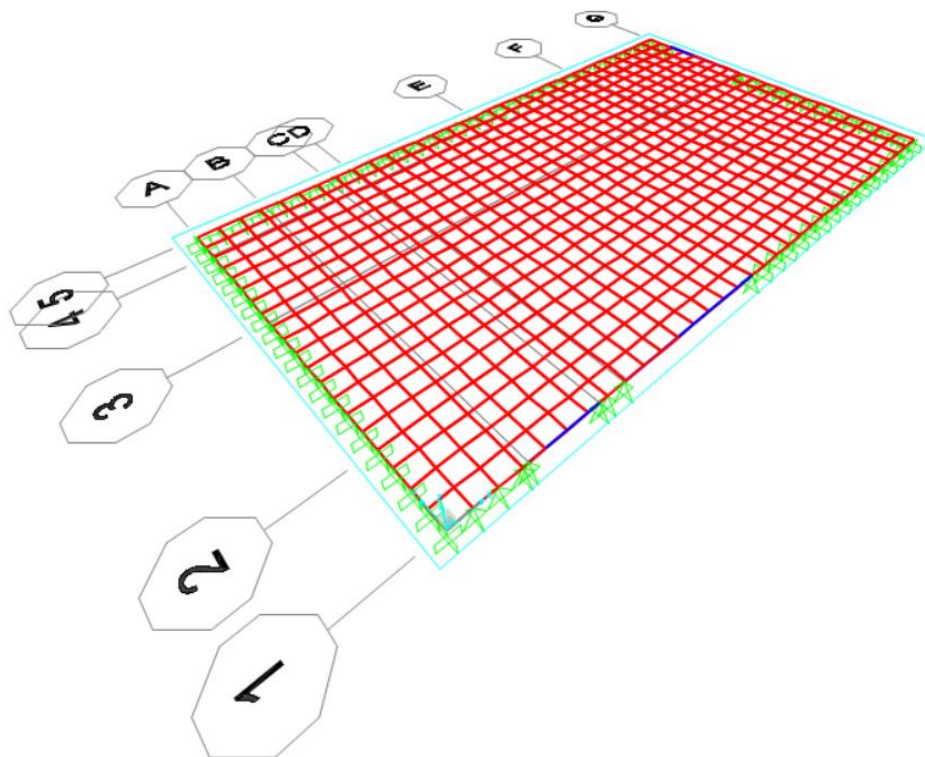


Figura A17. Esquema de losa con apoyos

Apéndice B. Memoria de cálculo de obtención de demanda última y capacidad nominal de losa vista en campo

Apéndice B.1. Cálculo de demanda última

Se introducen las combinaciones de carga obtenidas a partir de las ecuaciones (9) y (10) del CSCR 2010 rev.14 (2014) en el modelo elaborado en SAP2000 como se menciona en el Apéndice A.

S Load Combination Data

Load Combination Name (User-Generated) CU1

Notes

Load Combination Type Linear Add

Options

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
CPA	Linear Static		1,4
CPA	Linear Static		1,4
Peso Propio	Linear Static		1,4

Figura B1. Definición de CU1 en la losa vista en campo

S Load Combination Data

Load Combination Name (User-Generated) CU2

Notes

Load Combination Type Linear Add

Options

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
CPA	Linear Static		1,2
CPA	Linear Static		1,2
CT	Linear Static		1,6
Peso Propio	Linear Static		1,2

Figura B2. Definición de CU2 en la losa vista en campo

Se corre el modelo y se obtiene la demanda a flexión última en la losa vista en campo mediante la pestaña Display→Show Forces/Stresses→Shells.... En la Figura B3 se puede apreciar el mapa de momentos que trabajan en el eje transversal de la losa.

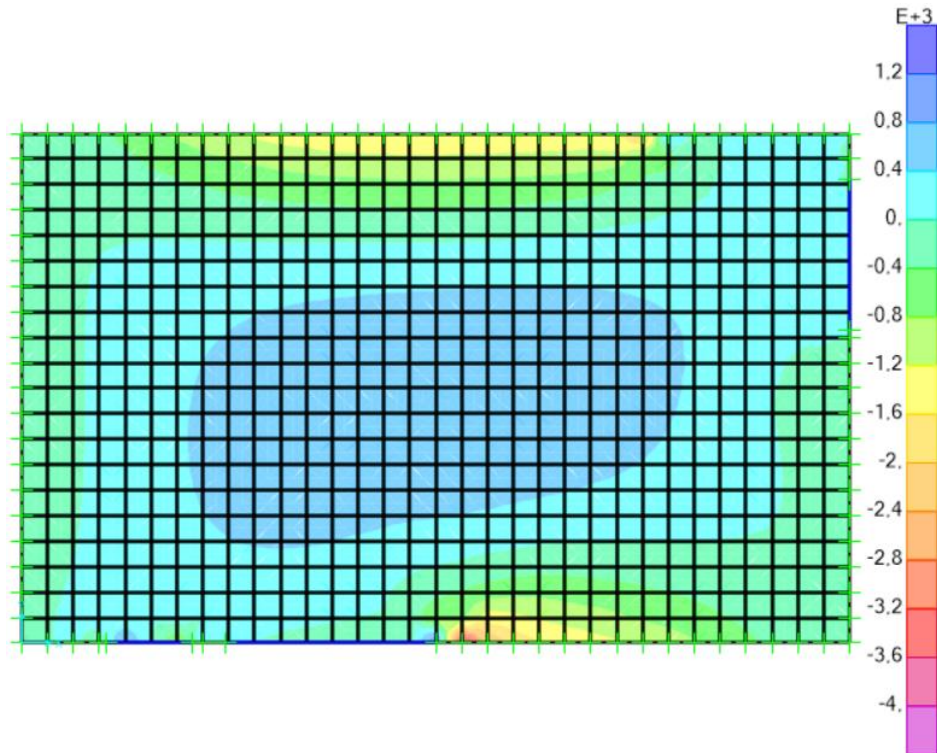


Figura B3. Mapa de momentos a flexión en la losa vista en campo para CU2

A partir de la Figura B3 se determina que la combinación de carga a flexión que rige es la CU2 que devuelve un momento con redistribución de momentos en una franja de 2 m de 1 678,91 kg-m/m.

Apéndice B.2 Cálculo de capacidad nominal

Primeramente, se obtiene el área del acero a flexión mediante la ecuación (7) como sigue:

- Acero de malla:

$$A_{s1} = \frac{100 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} \cdot 0,19 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = 1,27 \text{ cm}^2$$

- Acero de bastones:

$$A_{s2} = \frac{100 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} \cdot 0,71 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = 2,84 \text{ cm}^2$$

Luego, se calcula la distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del acero en tensión [d]:

- Acero de malla:

$$d_1 = 14 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - \frac{0,49 \text{ cm}}{2}$$

$$d_1 = 11,26 \text{ cm}$$

- Acero de bastones:

$$d_2 = 14 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - 2 \cdot 0,49 \text{ cm} - \frac{0,95 \text{ cm}}{2}$$

$$d_2 = 10,04 \text{ cm}$$

Entonces " d " se obtiene como sigue:

$$d = \frac{(11,26 \text{ cm} \cdot 1,27 \text{ cm}^2 + 10,04 \text{ cm} \cdot 2,84 \text{ cm}^2)}{(1,27 \text{ cm}^2 + 2,84 \text{ cm}^2)}$$

$$d = 10,42 \text{ cm}$$

Se obtiene " a " a partir de la ecuación (6):

$$a = \frac{(1,27 \text{ cm}^2 \cdot 4 \text{ 900 kg/cm}^2 + 2,84 \text{ cm}^2 \cdot 4 \text{ 200 kg/cm}^2)}{(0,85 \cdot 210 \text{ kg/cm}^2 \cdot 100 \text{ cm})}$$

$$a = 1,02 \text{ cm}$$

Se obtiene el momento nominal [M_n] mediante la ecuación (5):

$$M_n = (1,27 \text{ cm}^2 \cdot 4 \text{ 900 kg/cm}^2 + 2,84 \text{ cm}^2 \cdot 4 \text{ 200 kg/cm}^2) \cdot \left(10,42 \text{ cm} - \frac{1,02 \text{ cm}}{2}\right)$$

$$M_n = 1 \text{ 798,76 kg} - \text{m/m}$$

Según la ecuación (4) se disminuye " M_n " por el factor de reducción:

$$0,9 \cdot M_n = 0,9 \cdot 1 \text{ 798,76 kg} - \text{m}$$

$$0,9 \cdot M_n = 1 \text{ 618,89 kg} - \text{m/m}$$

Apéndice B.3 Relación demanda/capacidad

Se obtiene la relación demanda/capacidad como sigue:

$$\frac{M_u}{0,9 \cdot M_n} = \frac{1\,678,91 \text{ kg} - m}{1\,618,89 \text{ kg} - m}$$

$$\frac{M_u}{0,9 \cdot M_n} = 1,04$$

Apéndice C. Memoria de cálculo de aproximación de acero para losa 4,80 m x 7,80 m x 15 cm

Se sabe que la relación entre demanda y capacidad debe de ser igual a 1,04. Además, se conoce que el M_u para la losa 4,80 m x 7,80 m x 15 cm para la combinación de cargas 2 del CSCR 2010 rev.14 (2014) en una franja de 2,00 m en el sentido corto corresponde a 1 738,60 kg-m/m.

Se calcula el "d" de la losa 4,80 m x 7,80 m x 15 cm, suponiendo que la cantidad del acero de los bastones es la misma a la de la losa vista en campo como sigue:

- Acero de malla:

$$d_1 = 15 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - \frac{0,49 \text{ cm}}{2}$$

$$d_1 = 12,26 \text{ cm}$$

- Acero de bastones:

$$d_2 = 15 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - 2 \cdot 0,49 \text{ cm} - \frac{0,95 \text{ cm}}{2}$$

$$d_2 = 11,04 \text{ cm}$$

Entonces "d" se obtiene como sigue:

$$d = \frac{(12,26 \text{ cm} \cdot 1,27 \text{ cm}^2 + 11,04 \text{ cm} \cdot 2,84 \text{ cm}^2)}{(1,27 \text{ cm}^2 + 2,84 \text{ cm}^2)}$$

$$d = 11,42 \text{ cm}$$

Se procede a despejar el acero necesario para tener la misma capacidad que la losa vista en campo a partir de la igualdad de la demanda sobre la ecuación (5) con respecto a la relación de 1,04 como sigue:

$$1.04 = \frac{1\,738,60 \text{ kg} - \text{m}}{0,9 \cdot (6\,223 \text{ kg} + A_{s2} \cdot 4\,200 \text{ kg/cm}^2) \cdot \left(11,42 \text{ cm} - \frac{(6\,223 \text{ kg} + A_{s2} \cdot 4\,200 \text{ kg/cm}^2)}{1\,7850 \text{ kg/cm}} \right)}$$

$$A_{s2} = 2,56 \text{ cm}^2$$

Se determina cuál es el "d" que corresponde a esta cantidad de acero con la finalidad de recalcular la cantidad de acero necesaria:

$$d = \frac{(12,26 \text{ cm} \cdot 1,27 \text{ cm}^2 + 11,04 \text{ cm} \cdot 2,56 \text{ cm}^2)}{(1,27 \text{ cm}^2 + 2,56 \text{ cm}^2)}$$

$$d = 11,44 \text{ cm}$$

Se vuelve a despejar el acero necesario para tener la misma capacidad que la losa vista en campo a partir de la igualdad de la demanda sobre la ecuación (5) con respecto a la relación de 1,04, utilizando el "d" nuevo como sigue:

$$1,04 = \frac{1\,738,60 \text{ kg} - \text{m}}{0,9 \cdot (6\,223 \text{ kg} + A_{s2} \cdot 4\,200 \text{ kg/cm}^2) \cdot \left(11,44 \text{ cm} - \frac{(6\,223 \text{ kg} + A_{s2} \cdot 4\,200 \text{ kg/cm}^2)}{1\,7850 \text{ kg/cm}} \right)}$$

$$A_{s2} = 2,55 \text{ cm}^2$$

Se obtiene "a" a partir de la ecuación (6):

$$a = \frac{(1,27 \text{ cm}^2 \cdot 4\,900 \text{ kg/cm}^2 + 2,55 \text{ cm}^2 \cdot 4\,200 \text{ kg/cm}^2)}{(0,85 \cdot 210 \text{ kg/cm}^2 \cdot 100 \text{ cm})} = 0,95 \text{ cm}$$

Entonces, la capacidad de la losa 4,80 m x 7,80 m x 15 cm se obtiene mediante la ecuación (5) como sigue:

$$M_n = (1,27 \text{ cm}^2 \cdot 4\,900 \text{ kg/cm}^2 + 2,55 \text{ cm}^2 \cdot 4\,200 \text{ kg/cm}^2) \cdot \left(11,44 \text{ cm} - \frac{0,95 \text{ cm}}{2} \right)$$

$$M_n = 1\,856,70 \text{ kg} - \text{m/m}$$

Según la ecuación (4) se disminuye M_n por el factor de reducción:

$$0,9 \cdot M_n = 0,9 \cdot 1\,856,70 \text{ kg} - m$$

$$0,9 \cdot M_n = 1\,671,03 \text{ kg} - m/m$$

Entonces, la relación demanda/capacidad se obtiene como sigue:

$$\frac{1\,738,60 \text{ kg} - m/m}{1\,671,03 \text{ kg} - m/m} = 1,04$$

Se verifica acero mínimo mediante la ecuación (8) como sigue:

$$A_g = 100 \text{ cm} \cdot 14 \text{ cm}$$

$$A_g = 1400 \text{ cm}^2$$

$$A_{smín} = 0,018 \cdot 1400 \text{ cm}^2$$

$$A_{smín} = 2,52 \text{ cm}^2$$

Entonces, se aprecia que se cumple con requisitos de acero mínimo.

Apéndice D. Memoria de cálculo de obtención de dirección en la que distribuye las cargas la losa vista en campo

Se obtiene la razón del lado largo al lado corto de la losa a partir de la ecuación (1):

$$\frac{l}{a} = \frac{7,80 \text{ m}}{4,80 \text{ m}}$$

$$\frac{l}{a} = 1,62 \leq 2$$

A partir del resultado anterior se determina que la relación entre el lado largo y el lado corto de la losa es menor o igual a 2, por ende, la losa trabaja en dos direcciones.

Apéndice E. Memoria de cálculo de determinación de cargas por m^2 que actúan sobre la losa vista en campo

Primeramente, se debe de calcular la carga permanente de la losa mediante la ecuación (2) como sigue:

$$CP_{losa} = 0,14 m \cdot 2400 kg/m^3$$

$$CP_{losa} = 336 kg/m^2$$

Apéndice E.1 Cargas constructivas

Se obtiene la carga máxima durante la construcción mediante la ecuación (3) como sigue:

$$w = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 2 \cdot 336 kg/m^2 + \frac{240 kg/m^2}{4}$$

$$w = 873,12 kg/m^2$$

Apéndice E.2 Cargas de servicio

Las cargas que soporta la losa 1: carga permanente adicional (CPA) y carga permanente total (CPT) son las que se aprecian a continuación:

$$CPA = 50 kg/m^2 + 5 kg/m^2 = 55 kg/m^2$$

$$CPT = 336 kg/m^2 + 55 kg/m^2 = 391 kg/m^2$$

La carga permanente adicional se obtiene a partir del Cuadro 3.

Apéndice F. Pasos para la determinación de demandas de servicio necesarias para la obtención de deflexiones de la losa vista en campo

A continuación, se desglosan los pasos para la obtención de la demanda de momento para cargas de servicio a partir del modelo elaborado en SAP2000 para la losa vista en campo como se menciona en el Apéndice A.

1. Se definen las combinaciones de carga de servicio requeridas en la pestaña Define→Load Combinations... (Figura F1).

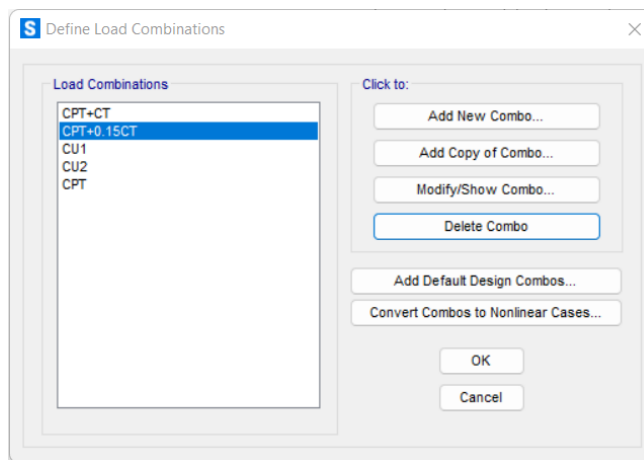


Figura F1. Definición de combinaciones de carga en SAP2000

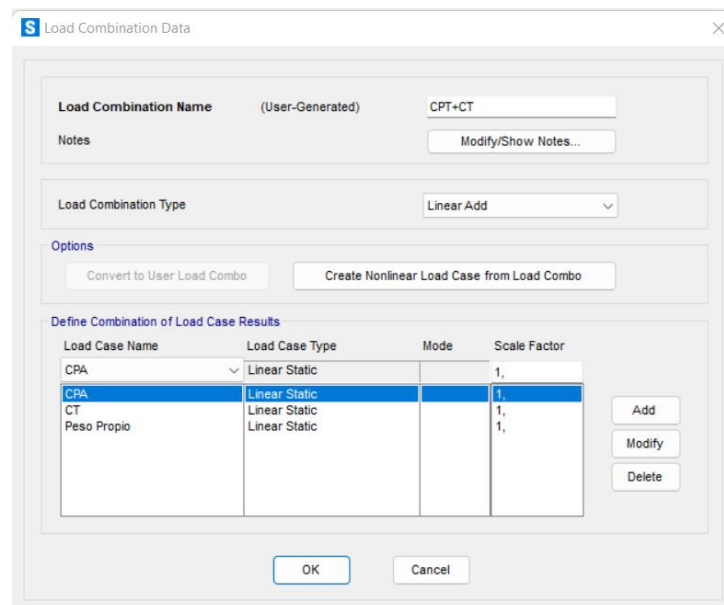


Figura F2. Definición de carga de servicio CPT+CT en la losa vista en campo

The dialog box 'Load Combination Data' is shown with the following configuration:

- Load Combination Name:** (User-Generated) CPT+0.15CT
- Notes:** Modify/Show Notes...
- Load Combination Type:** Linear Add
- Options:** Convert to User Load Combo, Create Nonlinear Load Case from Load Combo
- Define Combination of Load Case Results:**

Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
CPA	Linear Static		1,
CT	Linear Static		0,15
Peso Propio	Linear Static		1,

Figura F3. Definición de carga de servicio CPT+0.15·CT en la losa vista en campo

The dialog box 'Load Combination Data' is shown with the following configuration:

- Load Combination Name:** (User-Generated) CPT
- Notes:** Modify/Show Notes...
- Load Combination Type:** Linear Add
- Options:** Convert to User Load Combo, Create Nonlinear Load Case from Load Combo
- Define Combination of Load Case Results:**

Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
CPA	Linear Static		1,
CPA	Linear Static		1,
Peso Propio	Linear Static		1,

Figura F4. Definición de carga de servicio CPT en la losa vista en campo

- Se obtiene la demanda de momento en el eje transversal para cada combinación de carga relevante mediante la pestaña Display→Show Forces/Stresses→Shells... (Figura F5).

Para el caso de la demanda de momento en el eje transversal se generan esfuerzos en la cara transversal al eje transversal. El software se refiere a esta demanda como M22, y, devuelve un mapa de momentos por metro lineal de la dimensión

longitudinal de la losa y, el diagrama de momentos se desarrolla en el eje transversal.

En la Figura F6 se puede apreciar el mapa de momentos por metro lineal en el eje transversal que devuelve el software para la carga permanente total más la carga temporal, y, en la Figura F7 se puede apreciar un corte con el diagrama de momentos en el eje longitudinal para la carga permanente total.

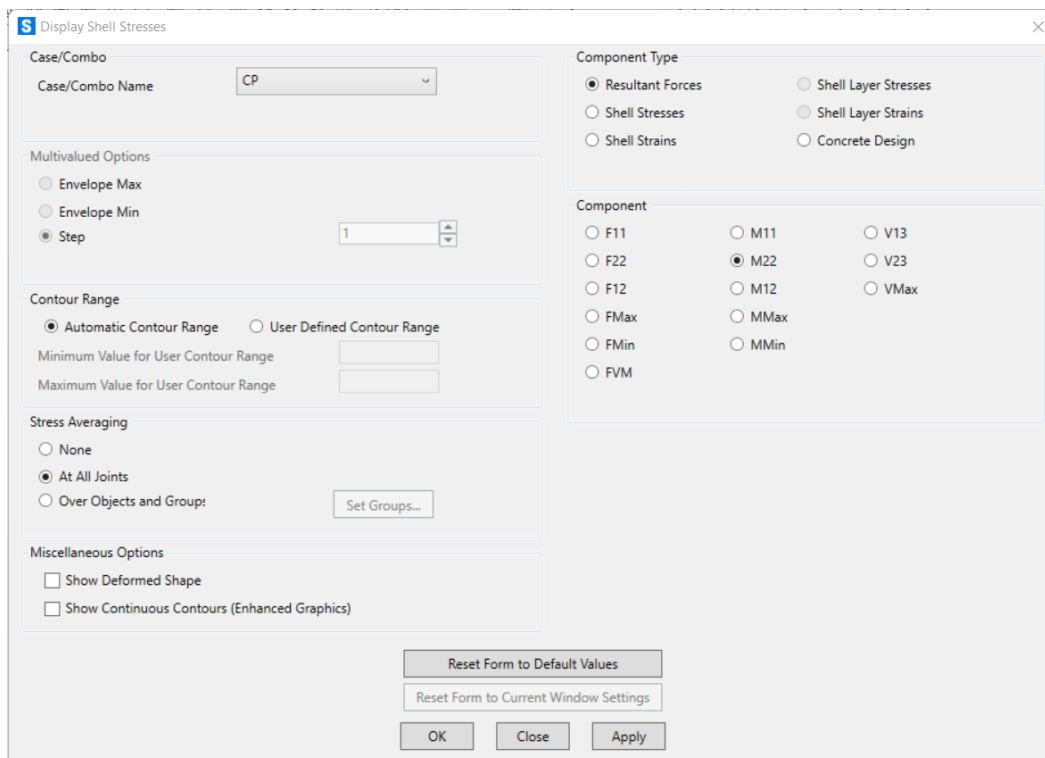


Figura F5. Ventana para mostrar mapas de momentos del modelo

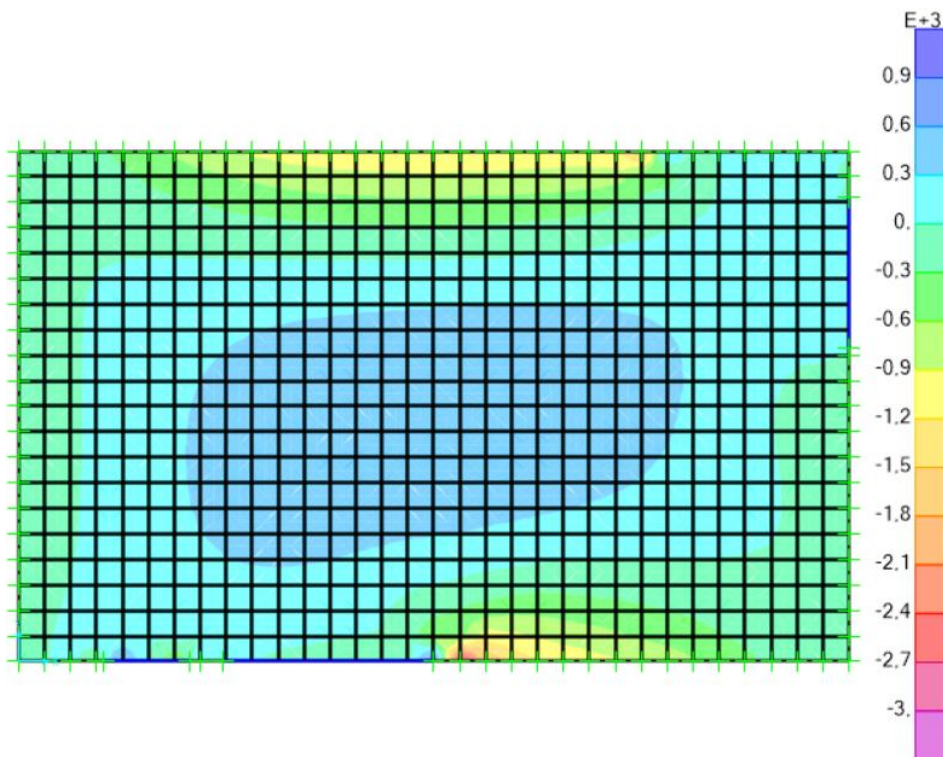


Figura F7. Mapa de momentos longitudinales en la losa vista en campo para CP + CT

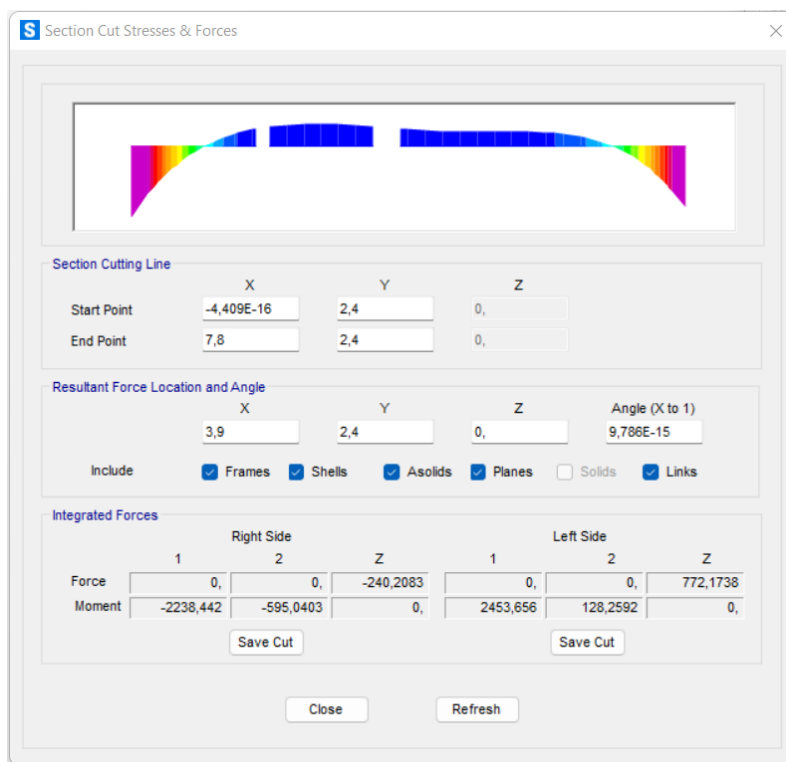


Figura F8. Diagrama de momentos longitudinales en el centro de la losa vista en campo para CP

Apéndice G. Memoria de cálculo de determinación de deflexiones de losa vista en campo

Apéndice G.1 Determinación de momento de agrietamiento

Se calcula el módulo de ruptura del concreto mediante la ecuación (20), donde, según el Cuadro 5, el concreto posee una densidad normal y $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$ a los 28 días.

$$f_r = 1,06 \cdot \sqrt{210 \text{ kg/cm}^2}$$

$$f_r = 15,36 \text{ kg/cm}^2$$

Se obtiene el eje neutro elástico de la sección transversal mediante la ecuación (21):

$$y_t = \frac{14 \text{ cm}}{2}$$

$$y_t = 7 \text{ cm}$$

Se calcula la inercia gruesa con la ecuación (22) con la finalidad de determinar si se debe de considerar la inercia efectiva o no:

$$I_g = \frac{100 \text{ cm} \cdot 14 \text{ cm}^3}{12}$$

$$I_g = 22 \ 866,67 \text{ cm}^4$$

Se calcula el momento de agrietamiento a los 28 días mediante la ecuación (18):

$$M_{cr} = 15,36 \text{ kg/cm}^2 \cdot \frac{22 \ 866,67 \text{ cm}^4}{7 \text{ cm}}$$

$$M_{cr} = 501,76 \text{ kg} - \text{m/m}$$

Se calcula 2/3 del M_{cr} :

$$\frac{2}{3} \cdot M_{cr} = \frac{2}{3} \cdot 501,76 \text{ kg} - \text{m}$$

$$\frac{2}{3} \cdot M_{cr} = 334,51 \text{ kg} - \text{m/m}$$

Apéndice G.2 Determinación de deflexiones inmediatas

- Método del ACI 435R-95

Se muestra la obtención de las deflexiones inmediatas de la losa vista en campo simplificada con $N=4$.

- Carga máxima durante la construcción

Se compara la demanda con el límite del momento de agrietamiento:

$$M_a > \frac{2}{3} \cdot M_{cr}$$

$$2\,367,30 \text{ kg} - m > 334,51 \text{ kg} - m$$

Se procede a calcular la sección transformada agrietada como sigue:

Se obtienen las cantidades de acero en una franja de 1 m de ancho de losa mediante la ecuación (7):

- Acero a tensión de malla electrosoldada

$$A_{s1} = \frac{100 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} \cdot 0,19 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = 1,27 \text{ cm}^2$$

- Acero a tensión de bastones

$$A_{s2} = \frac{100 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} \cdot 0,71 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = 2,84 \text{ cm}^2$$

- Acero a compresión de malla electrosoldada

$$A'_s = \frac{100 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} \cdot 0,19 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = 1,27 \text{ cm}^2$$

Se calcula la distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del acero en tensión [d]:

- Acero a tensión de malla electrosoldada

$$d_1 = 14 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - \frac{0,49 \text{ cm}}{2}$$

$$d_1 = 11,26 \text{ cm}$$

- Acero a tensión de bastones

$$d_2 = 14 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - 2 \cdot 0,49 \text{ cm} - \frac{0,95 \text{ cm}}{2}$$

$$d_2 = 10,04 \text{ cm}$$

- Acero a compresión de malla electrosoldada

$$d' = 14 \text{ cm} - 11,26 \text{ cm}$$

$$d' = 2,74 \text{ cm}$$

Entonces " d " se obtiene como sigue:

$$d = \frac{11,26 \text{ cm} \cdot 1,27 \text{ cm}^2 + 10,04 \text{ cm} \cdot 2,84 \text{ cm}^2}{1,27 \text{ cm}^2 + 2,84 \text{ cm}^2}$$

$$d = 10,42 \text{ cm}$$

Se calcula el módulo de elasticidad del concreto mediante la ecuación (14):

$$E_c = 15\,100 \cdot \sqrt{210 \text{ kg/cm}^2}$$

$$E_c = 218\,819,79 \text{ kg/cm}^2$$

La razón de módulos se calcula mediante la ecuación (25):

$$n = \frac{2\,100\,000 \text{ kg/cm}^2}{218\,819,79 \text{ kg/cm}^2}$$

$$n = 9,6$$

La distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el eje neutro de la sección agrietada se obtiene a partir del despeje de la ecuación (26) como sigue:

$$\begin{aligned}
 kd \cdot 100 \text{ cm} \cdot \frac{kd}{2} + 8,6 \cdot 1,27 \text{ cm}^2 \cdot (kd - 2,74 \text{ cm}) &= \\
 = 9,6 \cdot (1,27 \text{ cm}^2 \cdot (11,26 \text{ cm} - kd) + 2,84 \text{ cm}^2 \cdot (10,04 \text{ cm} - kd)) & \\
 50 \cdot kd^2 + 56,38 \cdot kd - 440,94 &= 0 \\
 kd &= 2,46 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

El momento de inercia de la sección transformada agrietada se obtiene mediante la ecuación (24):

$$\begin{aligned}
 I_{cr} &= \frac{100 \text{ cm} \cdot (2,46 \text{ cm})^3}{3} + 8,6 \cdot 1,27 \text{ cm}^2 \cdot (2,46 \text{ cm} - 2,74 \text{ cm})^2 + \\
 + 9,6 \cdot (1,27 \text{ cm}^2 \cdot (11,26 \text{ cm} - 2,46 \text{ cm})^2 + 2,84 \text{ cm}^2 \cdot (10,04 \text{ cm} - 2,46 \text{ cm})^2) & \\
 I_{cr} &= 3\,007,73 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

Se obtiene el momento de inercia de la sección transformada agrietada mediante el uso de la ecuación (23).

- Momento negativo máximo 1

$$\begin{aligned}
 I_{e1-} &= \frac{3\,007,73 \text{ cm}^4}{1 - \left(\frac{334,51 \text{ kg} - m}{2\,367,30 \text{ kg} - m} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3\,007,73 \text{ cm}^4}{22\,866,67 \text{ cm}^4} \right)} \\
 I_{e1-} &= 3\,060,81 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

- Momento negativo máximo 2

$$\begin{aligned}
 I_{e2-} &= \frac{3\,007,73 \text{ cm}^4}{1 - \left(\frac{334,51 \text{ kg} - m}{1\,772,14 \text{ kg} - m} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3\,007,73 \text{ cm}^4}{22\,866,67 \text{ cm}^4} \right)} \\
 I_{e2-} &= 3\,103,77 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

- Momento positivo máximo

$$I_{e+} = \frac{3\,007,73 \text{ cm}^4}{1 - \left(\frac{334,51 \text{ kg} - m}{844,24 \text{ kg} - m}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3\,007,73 \text{ cm}^4}{22\,866,67 \text{ cm}^4}\right)}$$

$$I_{e+} = 3\,482,56 \text{ cm}^4$$

Entonces, la inercia efectiva promedio corresponde a:

$$I_e = \frac{3\,060,81 \text{ cm}^4 + 3\,482,56 \text{ cm}^4 + 3\,103,77 \text{ cm}^4}{3}$$

$$I_e = 3\,215,71 \text{ cm}^4$$

El software considera la inercia efectiva de la losa mediante la modificación de factores de rigidez a flexión en el eje x y en el eje y. Esto se realiza en la pestaña de Section Properties→Area Sections→Add New Section....

La relación entre I_e/I_g es:

$$\frac{I_e}{I_g} = \frac{3\,215,71 \text{ cm}^4}{22\,866,67 \text{ cm}^4}$$

$$\frac{I_e}{I_g} = 0,14$$

Entonces, el modificador de rigidez a flexión que se le asigna a la losa es de 0,14 para el m11 y el m22 (Figura G1).

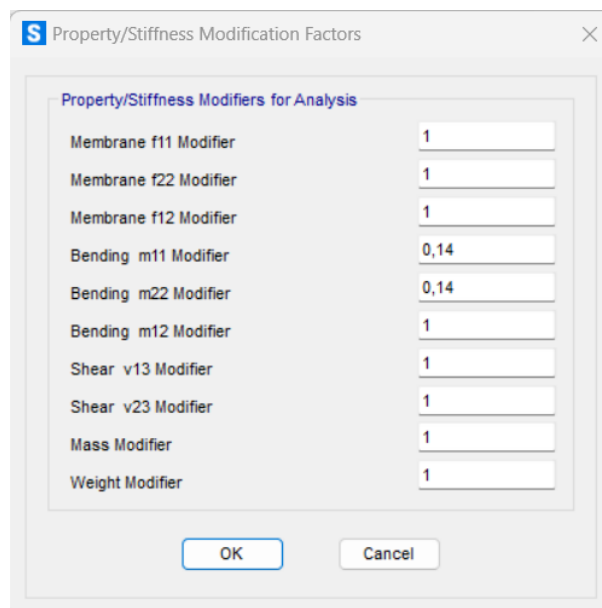


Figura G1. Definición de factores de modificación de rigidez para la carga máxima durante la construcción en SAP2000

Por lo tanto, la deflexión al centro transversal según el software corresponde a 9,54 mm (Figura G2).

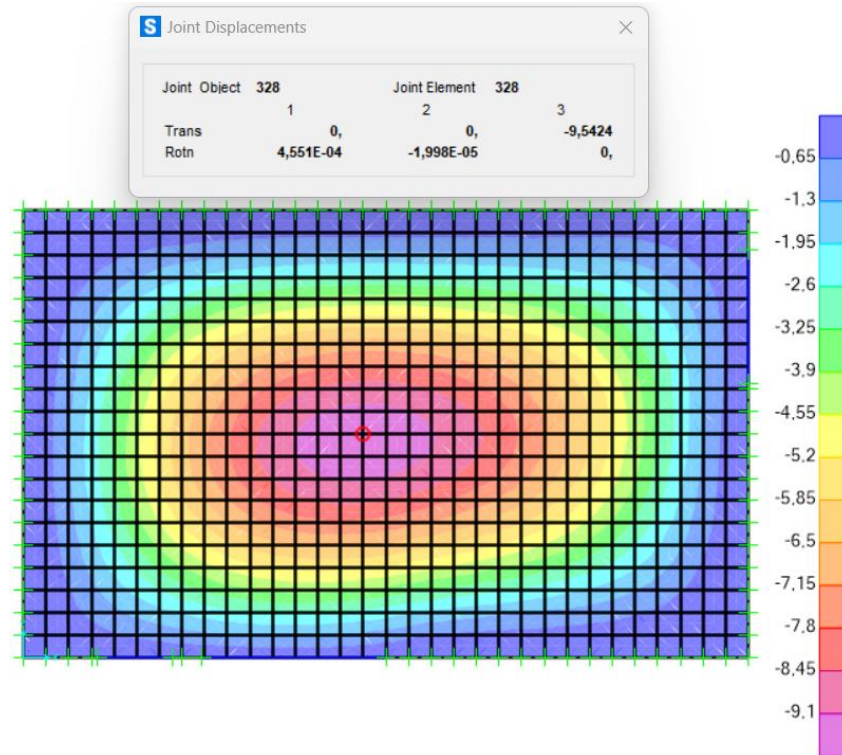


Figura G2. Mapa de deflexiones para carga máxima durante la construcción en eje transversal según SAP2000

- *Carga temporal*

Se obtienen las deflexiones por carga temporal a partir de la ecuación (32) como sigue:

$$\delta_{CT} = \frac{200 \text{ kg/m}^2}{873,12 \text{ kg/m}^2} \cdot 9,54 \text{ mm} \cdot \frac{218 \ 819,79 \text{ kg/cm}^2}{218 \ 819,79 \text{ kg/cm}^2}$$

$$\delta_{CT} = 2,19 \text{ mm}$$

- *Carga permanente total + 15% de carga temporal*

Se obtiene la deflexión debida a la carga sostenida en el momento de la unión de los elementos no estructurales mediante la ecuación (33) como sigue:

$$\delta_{CP+15\%CT} = \frac{421 \text{ kg/m}^2}{873,12 \text{ kg/m}^2} \cdot 9,54 \text{ mm} \cdot \frac{218 \ 819,79 \text{ kg/cm}^2}{218 \ 819,79 \text{ kg/cm}^2}$$

$$\delta_{CP+15\%CT} = 4,60 \text{ mm}$$

- *85% de carga temporal*

Se obtiene la deflexión debida al 85 % de la carga temporal mediante la ecuación (34) como sigue:

$$\delta_{85\% \cdot CT} = 0,85 \cdot 2,19 \text{ mm}$$

$$\delta_{85\% \cdot CT} = 1,86 \text{ mm}$$

- **Método del ACI-318**

Se muestra la obtención de las deflexiones inmediatas de la losa vista en campo simplificada.

- *Carga permanente total*

Se compara la demanda con el límite del momento de agrietamiento:

$$M_a > \frac{2}{3} \cdot M_{cr}$$

$$1\,060,13 \text{ kg} - m > 334,51 \text{ kg} - m$$

Se procede a calcular la sección transformada agrietada como sigue:

Se obtienen las cantidades de acero en una franja de 1 m de ancho de losa mediante la ecuación (7):

- Acero a tensión de malla electrosoldada

$$A_{s1} = \frac{100 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} \cdot 0,19 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = 1,27 \text{ cm}^2$$

- Acero a tensión de bastones

$$A_{s2} = \frac{100 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} \cdot 0,71 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = 2,84 \text{ cm}^2$$

- Acero a compresión de malla electrosoldada

$$A'_s = \frac{100 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} \cdot 0,19 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = 1,27 \text{ cm}^2$$

Se calcula la distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del acero en tensión [d]:

- Acero a tensión de malla electrosoldada

$$d_1 = 14 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - \frac{0,49 \text{ cm}}{2}$$

$$d_1 = 11,26 \text{ cm}$$

- Acero a tensión de bastones

$$d_2 = 14 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - 2 \cdot 0,49 \text{ cm} - \frac{0,95 \text{ cm}}{2}$$

$$d_2 = 10,04 \text{ cm}$$

- Acero a compresión de malla electrosoldada

$$d' = 14 \text{ cm} - 11,26 \text{ cm} = 2,74 \text{ cm}$$

Entonces " d " se obtiene como sigue:

$$d = \frac{11,26 \text{ cm} \cdot 1,27 \text{ cm}^2 + 10,04 \text{ cm} \cdot 2,84 \text{ cm}^2}{1,27 \text{ cm}^2 + 2,84 \text{ cm}^2}$$

$$d = 10,42 \text{ cm}$$

Se calcula el módulo de elasticidad del concreto mediante la ecuación (14):

$$E_c = 15\,100 \cdot \sqrt{210 \text{ kg/cm}^2}$$

$$E_c = 218\,819,79 \text{ kg/cm}^2$$

La razón de módulos se calcula mediante la ecuación (25):

$$n = \frac{2\,100\,000 \text{ kg/cm}^2}{218\,819,79 \text{ kg/cm}^2}$$

$$n = 9,6$$

La distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el eje neutro de la sección agrietada se obtiene a partir del despeje de la ecuación (26) como sigue:

$$\begin{aligned}
 kd \cdot 100 \text{ cm} \cdot \frac{kd}{2} + 8,6 \cdot 1,27 \text{ cm}^2 \cdot (kd - 2,74 \text{ cm}) &= \\
 = 9,6 \cdot (1,27 \text{ cm}^2 \cdot (11,26 \text{ cm} - kd) + 2,84 \text{ cm}^2 \cdot (10,04 \text{ cm} - kd)) & \\
 50 \cdot kd^2 + 50,38 \cdot kd - 440,94 &= 0 \\
 kd &= 2,51 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

El momento de inercia de la sección transformada agrietada se obtiene mediante la ecuación (24):

$$\begin{aligned}
 I_{cr} &= \frac{100 \text{ cm} \cdot (2,51 \text{ cm})^3}{3} + 8,6 \cdot 1,27 \text{ cm}^2 \cdot (2,51 \text{ cm} - 2,74 \text{ cm})^2 + \\
 &+ 9,6 \cdot (1,27 \text{ cm}^2 \cdot (11,26 \text{ cm} - 2,51 \text{ cm})^2 + 2,84 \text{ cm}^2 \cdot (10,04 \text{ cm} - 2,51 \text{ cm})^2) \\
 I_{cr} &= 3\,007,03 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

Se obtiene el momento de inercia de la sección transformada agrietada mediante el uso de la ecuación (23).

- Momento negativo máximo 1

$$\begin{aligned}
 I_{e1-} &= \frac{3\,007,03 \text{ cm}^4}{1 - \left(\frac{334,52 \text{ kg} - m}{1\,060,13 \text{ kg} - m} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3\,007,03 \text{ cm}^4}{22\,866,67 \text{ cm}^4} \right)} \\
 I_{e1-} &= 3\,291,68 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

- Momento negativo máximo 2

$$\begin{aligned}
 I_{e2-} &= \frac{3\,007,03 \text{ cm}^4}{1 - \left(\frac{334,52 \text{ kg} - m}{793,90 \text{ kg} - m} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3\,007,03 \text{ cm}^4}{22\,866,67 \text{ cm}^4} \right)} \\
 I_{e2-} &= 3\,555,24 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

- Momento positivo máximo

$$I_{e+} = \frac{3\,007,03 \text{ cm}^4}{1 - \left(\frac{334,52 \text{ kg} - m}{378,03 \text{ kg} - m}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3\,007,03 \text{ cm}^4}{22\,866,67 \text{ cm}^4}\right)}$$

$$I_{e+} = 9\,399,32 \text{ cm}^4$$

Entonces, la inercia efectiva promedio corresponde a:

$$I_e = \frac{3\,291,68 \text{ cm}^4 + 9\,399,32 \text{ cm}^4 + 3\,555,24 \text{ cm}^4}{3}$$

$$I_e = 5\,415,41 \text{ cm}^4$$

El software considera la inercia efectiva de la losa mediante la modificación de factores de rigidez a flexión en el eje x y en el eje y. Esto se realiza en la pestaña de Section Properties→Area Sections→Add New Section....

La relación entre I_e/I_g es:

$$\frac{I_e}{I_g} = \frac{5\,415,41 \text{ cm}^4}{22\,866,67 \text{ cm}^4}$$

$$\frac{I_e}{I_g} = 0,24$$

Entonces, el modificador de rigidez a flexión que se le asigna a la losa es de 0,24 para el m11 y el m22 (Figura G3).

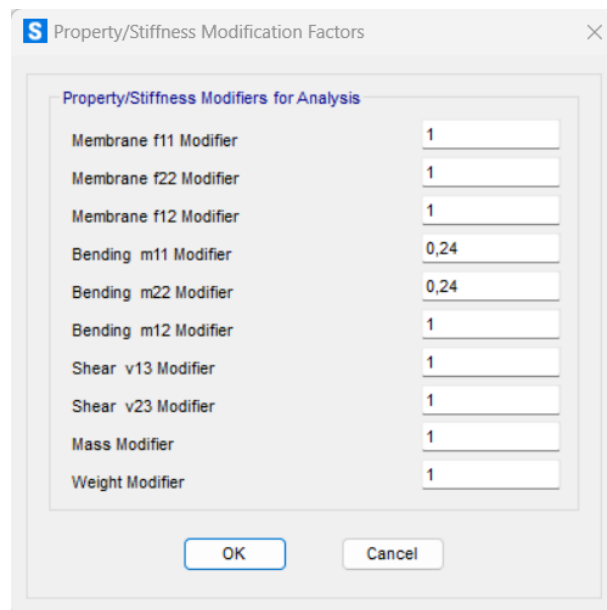


Figura G3. Definición de factores de modificación de rigidez para CPT en SAP2000

Por lo tanto, la deflexión al centro transversal según el software corresponde a 3,21 mm (Figura G4).

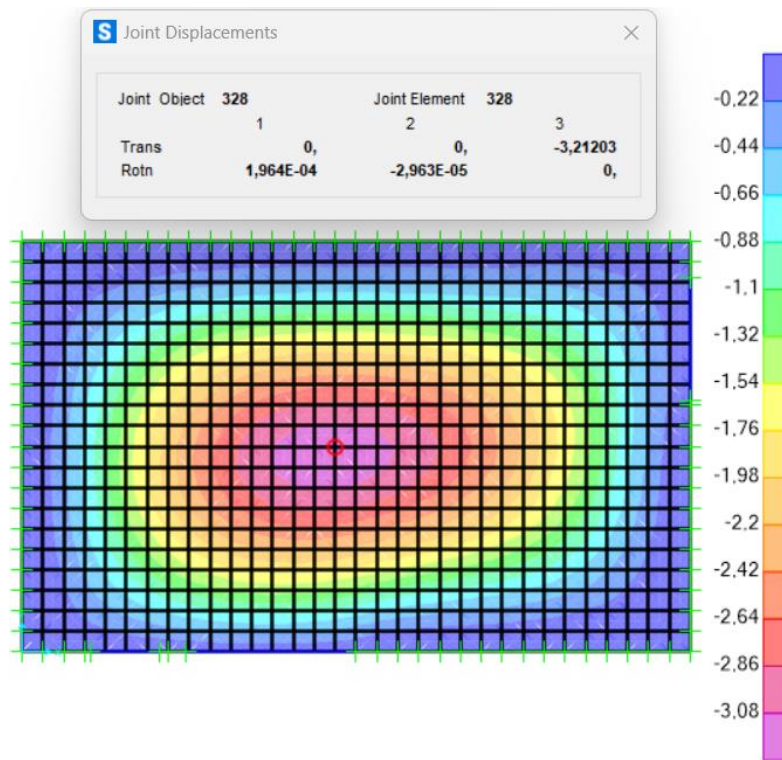


Figura G4. Mapa de deflexiones para carga permanente total en eje transversal según SAP2000

- *Carga permanente total+ carga temporal*

Se compara la demanda con el límite del momento de agrietamiento:

$$M_a > \frac{2}{3} \cdot M_{cr}$$

$$1\,602,41 \text{ kg} - m > 334,52 \text{ kg} - m$$

Se debe de calcular la inercia efectiva y los cálculos son iguales a los de la carga permanente total mediante el método del ACI 318-19 hasta antes del cálculo de la inercia efectiva.

Se obtiene el momento de inercia de la sección transformada agrietada mediante el uso de la ecuación (23).

- Momento negativo máximo 1

$$I_{e1-} = \frac{3\,007,03 \text{ cm}^4}{1 - \left(\frac{334,52 \text{ kg} - m}{1\,198,55 \text{ kg} - m}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3\,007,03 \text{ cm}^4}{22\,866,67 \text{ cm}^4}\right)}$$

$$I_{e1-} = 3\,225,23 \text{ cm}^4$$

- Momento negativo máximo 2

$$I_{e2-} = \frac{3\,007,03 \text{ cm}^4}{1 - \left(\frac{334,52 \text{ kg} - m}{1\,602,41 \text{ kg} - m}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3\,007,03 \text{ cm}^4}{22\,866,67 \text{ cm}^4}\right)}$$

$$I_{e2-} = 3\,125,32 \text{ cm}^4$$

- Momento positivo máximo

$$I_{e+} = \frac{3\,007,03 \text{ cm}^4}{1 - \left(\frac{334,52 \text{ kg} - m}{571,42 \text{ kg} - m}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3\,007,03 \text{ cm}^4}{22\,866,67 \text{ cm}^4}\right)}$$

$$I_{e3+} = 4\,281,37 \text{ cm}^4$$

Entonces, la inercia efectiva promedio corresponde a:

$$I_e = \frac{3\,225,23 \text{ cm}^4 + 4\,281,37 \text{ cm}^4 + 3\,125,32 \text{ cm}^4}{3}$$

$$I_e = 3\,543,97 \text{ cm}^4$$

La relación entre I_e/I_g es:

$$\frac{I_e}{I_g} = \frac{3\,543,97 \text{ cm}^4}{22\,866,67 \text{ cm}^4}$$

$$\frac{I_e}{I_g} = 0,16$$

Entonces, el modificador de rigidez a flexión que se le asigna a la losa es de 0,16 para m11 y m22 (Figura G5).

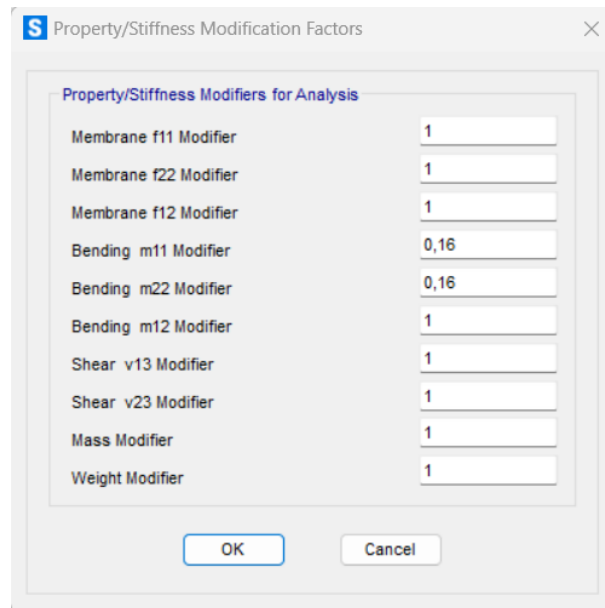


Figura G5. Definición de factores de modificación de rigidez para CPT+CT en SAP2000

Por lo tanto, la deflexión al centro transversal según el software corresponde a 6,05 mm (Figura G6).

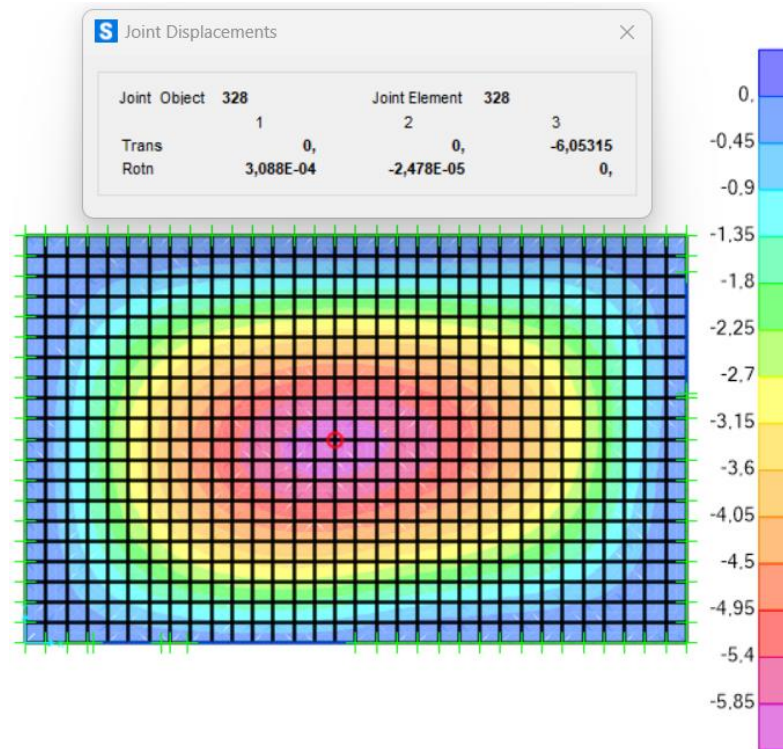


Figura G6. Mapa de deflexiones para carga permanente total + carga temporal en eje transversal según SAP2000

- *Carga temporal*

La carga temporal se obtiene como sigue:

$$\delta_{CT} = 6,05 \text{ mm} - 3,21 \text{ mm}$$

$$\delta_{CT} = 2,84 \text{ mm}$$

- *Carga permanente total + 15% de carga temporal*

Se compara la demanda con el límite del momento de agrietamiento:

$$M_a > \frac{2}{3} \cdot M_{cr}$$

$$1\ 141,47 \text{ kg} - \text{m} > 334,52 \text{ kg} - \text{m}$$

Se debe de calcular la inercia efectiva y los cálculos son iguales a los de la carga permanente total mediante el método del ACI 318-19 hasta antes del cálculo de la inercia efectiva.

Se obtiene el momento de inercia de la sección transformada agrietada mediante el uso de la ecuación (23).

- Momento negativo máximo 1

$$I_{e1-} = \frac{3\,007,03\text{ cm}^4}{1 - \left(\frac{334,52\text{ kg} - m}{853,79\text{ kg} - m}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3\,007,03\text{ cm}^4}{22\,866,67\text{ cm}^4}\right)}$$

$$I_{e1-} = 3\,469,62\text{ cm}^4$$

- Momento negativo máximo 2

$$I_{e2-} = \frac{3\,007,03\text{ cm}^4}{1 - \left(\frac{334,52\text{ kg} - m}{1\,141,47\text{ kg} - m}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3\,007,03\text{ cm}^4}{22\,866,67\text{ cm}^4}\right)}$$

$$I_{e2-} = 3\,249,40\text{ cm}^4$$

- Momento positivo máximo

$$I_{e+} = \frac{3\,007,03\text{ cm}^4}{1 - \left(\frac{334,52\text{ kg} - m}{407,04\text{ kg} - m}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3\,007,03\text{ cm}^4}{22\,866,67\text{ cm}^4}\right)}$$

$$I_{e+} = 7\,273,81\text{ cm}^4$$

Entonces, la inercia efectiva promedio corresponde a:

$$I_e = \frac{3\,469,62\text{ cm}^4 + 7\,273,81\text{ cm}^4 + 3\,249,40\text{ cm}^4}{3}$$

$$I_e = 4\,664,28\text{ cm}^4$$

La relación entre I_e/I_g es:

$$\frac{I_e}{I_g} = \frac{4\,664,28\text{ cm}^4}{22\,866,67\text{ cm}^4}$$

$$\frac{I_e}{I_g} = 0,20$$

Entonces, el modificador de rigidez a flexión que se le asigna a la losa es de 0,20 para m11 y m22 (Figura G7).

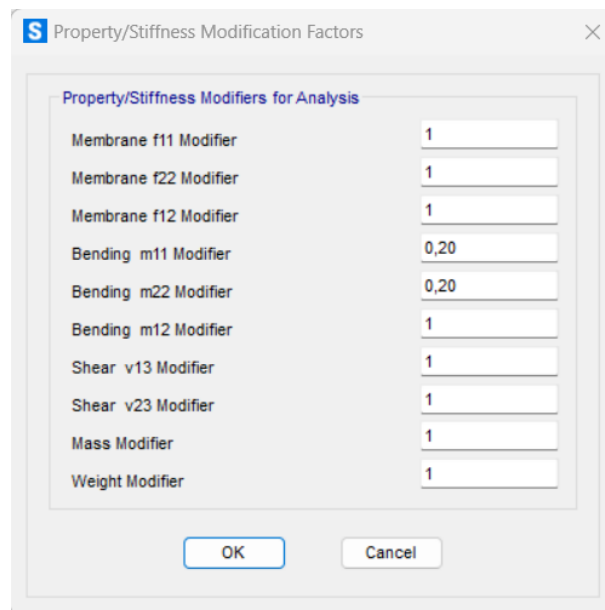


Figura G7. Definición de factores de modificación de rigidez para CPT+15%·CT en SAP2000

Por lo tanto, la deflexión al centro transversal según el software corresponde a 3,84 mm (Figura G8).

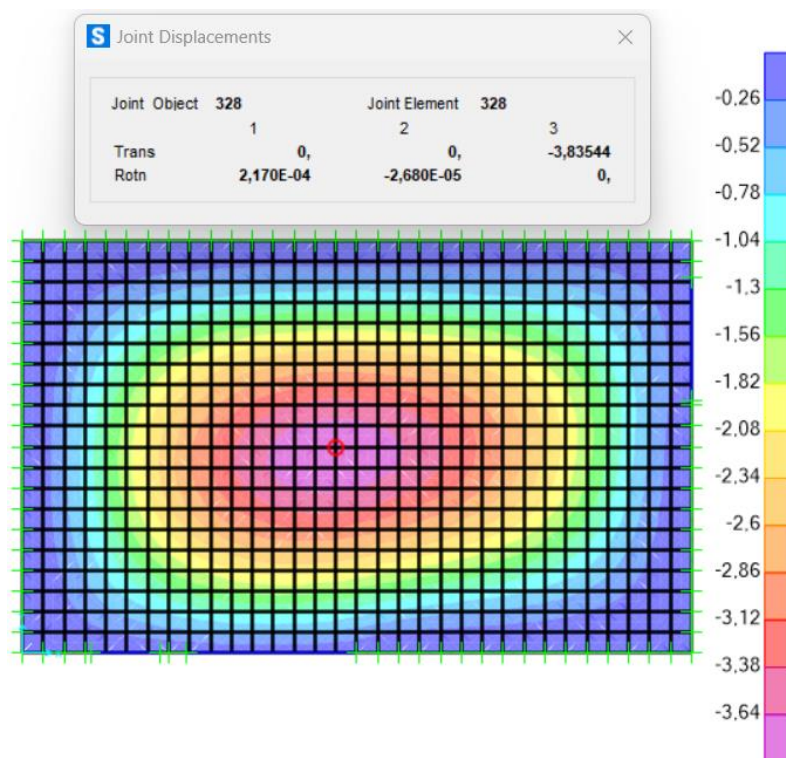


Figura G8. Mapa de deflexiones para carga permanente + carga temporal en eje transversal según SAP2000

- *85% de carga temporal*

La deflexión inmediata debido al 85% de la carga temporal se obtiene como sigue:

$$\delta_{85\%CT} = 0,85 \cdot 2,84 \text{ mm}$$

$$\delta_{85\%CT} = 2,41 \text{ mm}$$

Apéndice G.3 Determinación de ξ y $\lambda_{\Delta t}$ para análisis de deflexiones a largo plazo

Se sabe que las losas del modelo completo presentan levantamiento de acabados luego de 31 meses. Se procede a obtener el ξ y el $\lambda_{\Delta t}$ necesario para obtener las deflexiones máximas permitidas según el ACI 318-19 en ese periodo de tiempo para el método del ACI 435R-95 y para el método del ACI 318-19 a partir del modelo completo de la losa vista en campo.

Se obtiene la parte de la deflexión total máxima permitida a los 31 meses, que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales, mediante el Cuadro 7 para losas ligadas a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{4,80 \text{ m}}{480}$$

$$\delta_{m\acute{a}x} = 10,00 \text{ mm}$$

- **Método del ACI 435R-95**

A partir de la ecuación (35) se obtiene el valor del multiplicador a largo plazo de carga sostenida a los 31 meses (λ_{Δ}) como sigue:

$$\lambda_{\Delta} = \frac{(943 \text{ días})^{0.60}}{10 + (943 \text{ días})^{0.6}} \cdot 2,5$$

$$\lambda_{\Delta} = 2,15$$

Se obtiene $\lambda_{\Delta ne}$ a partir de la ecuación (35):

$$\lambda_{\Delta ne} = \frac{(56 \text{ días} - 35 \text{ días})^{0.60}}{10 + (56 \text{ días} - 35 \text{ días})^{0.6}} \cdot 2,5$$

$$\lambda_{\Delta ne} = 0,96$$

Se obtiene la deflexión adicional a largo plazo a partir de la ecuación (27):

$$\delta_{FL} = 2,15 \cdot 4,69 \text{ mm} - 0,96 \cdot 4,69 \text{ mm} = 5,58 \text{ mm}$$

Se despeja un factor \forall propuesto a partir de igualar la ecuación (17) a 10 mm para determinar el factor por el que se debe de multiplicar el $\lambda_{\Delta t}$ para obtener una deflexión de 10 mm en 31 meses en la losa vista en campo del modelo completo.

$$10,00 \text{ mm} = \forall \cdot 5,58 \text{ mm} + 1,89 \text{ mm}$$

$$\forall = 1,45$$

Entonces, $\lambda_{\Delta t}$ se obtiene multiplicado el original por 1,45:

$$\lambda_{\Delta t} = 2,5 \cdot 1,45$$

$$\lambda_{\Delta t} = 3,62$$

Se verifica que se obtiene una deflexión de 10 mm en 2 años y 7 meses con un $\lambda_{\Delta t}$ de 3,62:

Se obtiene el valor del multiplicador a largo plazo de carga sostenida a los 31 meses (λ_{Δ}) a partir de la ecuación (35):

$$\lambda_{\Delta} = \frac{(943 \text{ días})^{0.60}}{10 + (943 \text{ días})^{0.6}} \cdot 3,62$$

$$\lambda_{\Delta} = 3,11$$

Además, se obtiene $\lambda_{\Delta ne}$ a partir de la ecuación (35) como sigue:

$$\lambda_{\Delta ne} = \frac{(56 \text{ días} - 35 \text{ días})^{0.60}}{10 + (56 \text{ días} - 35 \text{ días})^{0.6}} \cdot 3,62$$

$$\lambda_{\Delta ne} = 1,39$$

Se obtiene la deflexión adicional a largo plazo a partir de la ecuación (27) como sigue:

$$\delta_{FL} = 3,11 \cdot 4,69 \text{ mm} - 1,39 \cdot 4,69 \text{ mm}$$

$$\delta_{FL} = 8,07 \text{ mm}$$

Se obtiene la deflexión a largo plazo en 31 meses a partir de la ecuación (17):

$$\delta_{TOT_{2 \text{ años y } 7 \text{ meses}}} = 8,07 \text{ mm} + 1,89 \text{ mm}$$

$$\delta_{TOT_{2 \text{ años y } 7 \text{ meses}}} = 9,96 \text{ mm}$$

Se obtiene la deflexión adicional a largo plazo a partir de la ecuación (27) como sigue:

$$\delta_{FL} = 3,62 \cdot 4,69 \text{ mm} - 1,39 \cdot 4,69 \text{ mm}$$

$$\delta_{FL} = 10,46 \text{ mm}$$

Se obtiene la parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales a partir de la ecuación (17):

$$\delta_{TOT} = 10,46 \text{ mm} + 1,89 \text{ mm}$$

$$\delta_{TOT} = 12,35 \text{ mm}$$

Se deduce que $\lambda_{\Delta t} = 3,62$.

- **Método del ACI 318-19**

Se obtiene la ecuación (44) a partir de la herramienta Excel, donde se crea la Figura 30 utilizando la Figura 16 como referencia.

Asimismo, se verifica la correlación para validar el uso de la ecuación. Se analizan los valores de ξ obtenidos a partir de la Figura 30 y, los obtenidos a partir de la Figura 16. Dichos valores se pueden apreciar en el Cuadro G1.

Cuadro G1. Valores de ξ obtenidos a partir del ACI 318-19 y, obtenidos a partir de ecuación propuesta

ξ DE ACI 318-19	ξ DE ECUACIÓN PROPUESTA PARA $\xi = 2$ A LOS 60 MESES
0,66	0,61
0,68	0,64
0,77	0,75
0,87	0,86
0,97	0,97
0,99	0,99
1,07	1,09
1,15	1,18
1,20	1,23
1,23	1,26
1,31	1,34
1,38	1,42
1,43	1,46
1,44	1,48
1,51	1,54
1,57	1,59
1,59	1,60
1,60	1,61
1,65	1,66
1,69	1,69
1,71	1,70
1,72	1,72
1,77	1,75
1,79	1,78
1,81	1,80
1,85	1,80
1,86	1,84
1,89	1,86
1,92	1,90
1,96	1,94
1,97	1,95
1,98	1,98
1,99	2,01

Asimismo, se determina la correlación entre los datos, donde, debido a que el coeficiente de correlación resulta ser mayor a 0,8 y, la raíz del coeficiente de correlación es mayor a 0,64 se determina que hay suficiente correlación.

Se obtiene el factor dependiente del tiempo para una carga sostenida de 31 meses (ξ) a partir de la ecuación (44) como sigue:

$$\xi = 0,3427 \cdot LN(31 \text{ meses}) + 0,6115$$

$$\xi = 1,79$$

Se obtiene el factor dependiente del tiempo para una carga sostenida de 2 meses [ξ], para el momento cuando se unen los elementos no estructurales, a partir de la ecuación (44):

$$\xi = 0,3427 \cdot LN(2 \text{ meses}) + 0,6115$$

$$\xi = 0,85$$

Se obtiene la densidad del acero en compresión a partir de la ecuación (31):

$$\rho' = \frac{\frac{100 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} \cdot 0,19 \text{ cm}^2}{100 \text{ cm} \cdot 10,42 \text{ cm}}$$

$$\rho' = 0,0012$$

Se obtiene el coeficiente λ_{Δ} para 31 meses a partir de la ecuación (30):

$$\lambda_{\Delta} = \frac{1,79}{1 + 50 \cdot 0,0012}$$

$$\lambda_{\Delta} = 1,69$$

Se obtiene el coeficiente $\lambda_{\Delta ne}$ para 2 meses a partir de la ecuación (30):

$$\lambda_{\Delta ne} = \frac{0,85}{1 + 50 \cdot 0,0012}$$

$$\lambda_{\Delta ne} = 0,80$$

Se obtiene la deflexión adicional a largo plazo a partir de la ecuación (27):

$$\delta_{FL} = 1,69 \cdot 4,04 \text{ mm} - 0,8 \cdot 4,04 \text{ mm}$$

$$\delta_{FL} = 3,60 \text{ mm}$$

Se despeja un factor \forall propuesto, a partir de la ecuación (17), para determinar una curva equivalente a la de la expresión (44) que corresponde a una deflexión de 10 mm en 31 meses para la losa vista en campo del modelo completo:

$$10,00 \text{ mm} = \forall \cdot 3,60 \text{ mm} + 2,46 \text{ mm}$$

$$\forall = 2,09$$

Se multiplica la ecuación (44) por \forall para obtener una expresión que permita obtener 10 mm de deflexión en 31 meses en el modelo estudiado:

$$\xi = 2,09 \cdot (0,3427 \cdot LN(t) + 0,6115)$$

Se puede reescribir la ecuación como sigue:

$$\xi = 0,7162 \cdot LN(t) + 1,2780$$

También, se obtiene la recta de mejor ajuste para el factor multiplicador para las deflexiones a largo plazo en función de los meses desde 1 mes hasta 60 meses para $\xi=4,21$ a los 60 meses utilizando Excel, al multiplicar cada valor de la primera columna del Cuadro G1 por 2,09. La gráfica obtenida a partir de Excel se aprecia en la Figura 31 y, los datos a partir de los cuales se obtiene dicha gráfica se aprecian en la segunda columna del Cuadro G2.

Cuadro G2. Valores de ξ obtenidos a partir del ACI 318-19 y, obtenidos a partir de ecuación propuesta para $\xi=4,21$ a los 60 meses

ξ DE ACI 318-19	ξ DE ECUACIÓN PROPUESTA PARA $\xi = 4,21$ A LOS 60 MESES
0,66	1,38
0,68	1,42
0,77	1,61
0,87	1,81
0,97	2,04
0,99	2,06
1,07	2,24
1,15	2,41
1,20	2,51
1,23	2,57
1,31	2,73
1,38	2,88
1,43	2,99
1,44	3,01
1,51	3,16
1,57	3,29
1,59	3,32
1,60	3,35
1,65	3,45
1,69	3,54
1,71	3,57
1,72	3,60
1,77	3,69
1,79	3,75
1,81	3,79
1,85	3,86
1,86	3,89
1,89	3,95

ξ DE ACI 318-19	ξ DE ECUACIÓN PROPUESTA PARA $\xi = 4,21$ A LOS 60 MESES
1,92	4,02
1,96	4,09
1,97	4,11
1,98	4,13
1,99	4,17

Se verifica que la ecuación (45) permite obtener una deflexión de 10 mm a los 31 meses a continuación:

Se obtiene el factor dependiente del tiempo para una carga sostenida de 31 meses (ξ) a partir de la ecuación (45):

$$\xi = 0,7162 \cdot LN(31 \text{ meses}) + 1,2780$$

$$\xi = 3,74$$

Se obtiene el factor dependiente del tiempo para una carga sostenida de 2 meses (ξ), para el momento cuando se colocan los acabados de piso, a partir de la ecuación (45):

$$\xi = 0,7162 \cdot LN(2 \text{ meses}) + 1,2780$$

$$\xi = 1,77$$

Se obtiene el coeficiente λ_{Δ} para 31 meses a partir de la ecuación (30):

$$\lambda_{\Delta} = \frac{3,74}{1 + 50 \cdot 0,0012}$$

$$\lambda_{\Delta} = 3,53$$

Se obtiene el coeficiente $\lambda_{\Delta ne}$ para 2 meses a partir de la ecuación (30):

$$\lambda_{\Delta ne} = \frac{1,77}{1 + 50 \cdot 0,0012}$$

$$\lambda_{\Delta ne} = 1,67$$

Se obtiene la deflexión adicional a largo plazo a partir de la ecuación (27):

$$\delta_{FL} = 3,53 \cdot 4,04 \text{ mm} - 1,67 \cdot 4,04 \text{ mm}$$

$$\delta_{FL} = 7,51 \text{ mm}$$

Se obtiene el factor dependiente del tiempo para una carga sostenida de 60 meses [ξ] a partir de la ecuación (45):

$$\xi = 0,7162 \cdot LN(60 \text{ meses}) + 1,0090$$

$$\xi = 4,21$$

Se obtiene el coeficiente $\lambda_{\Delta t}$ para 60 meses a partir de la ecuación (30):

$$\lambda_{\Delta t} = \frac{4,21}{1 + 50 \cdot 0,0012}$$

$$\lambda_{\Delta t} = 3,97$$

Se obtiene la deflexión adicional a largo plazo a partir de la ecuación (27):

$$\delta_{FL} = 3,97 \cdot 4,04 \text{ mm} - 1,67 \cdot 4,04 \text{ mm}$$

$$\delta_{FL} = 9,29 \text{ mm}$$

Se obtiene la parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales a partir de la ecuación (17):

$$\delta_{TOT} = 9,29 \text{ mm} + 2,46 \text{ mm}$$

$$\delta_{TOT} = 11,75 \text{ mm}$$

Se deduce que $\xi_t = 4,21$.

Apéndice G.4 Determinación de deflexiones adicionales a largo plazo

Se obtiene la densidad del acero en compresión a partir de la ecuación (31):

$$\rho' = \frac{\frac{100 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} \cdot 0,19 \text{ cm}^2}{100 \text{ cm} \cdot 10,42 \text{ cm}}$$

$$\rho' = 0,0012$$

- **Método del ACI 435R-95**
- *Factor a largo plazo recomendando por el ACI 435R-95*

Se obtiene el multiplicador a largo plazo de carga sostenida para el lapso antes de que unan los elementos no estructurales ($\lambda_{\Delta ne}$) a partir de la ecuación (35) como sigue:

$$\lambda_{\Delta ne} = \frac{(56 \text{ días} - 35 \text{ días})^{0,60}}{10 + (56 \text{ días} - 35 \text{ días})^{0,6}} \cdot 2,5$$

$$\lambda_{\Delta ne} = 0,96$$

Se obtiene la deflexión adicional a largo plazo a partir de la ecuación (27):

$$\delta_{FL} = 2,5 \cdot 4,60 \text{ mm} - 0,96 \cdot 4,60 \text{ mm}$$

$$\delta_{FL} = 7,08 \text{ mm}$$

- *Factor a largo plazo propuesto*

Se obtiene el multiplicador a largo plazo de carga sostenida para el lapso antes de que unan los elementos no estructurales ($\lambda_{\Delta ne}$) a partir de la ecuación (35) como sigue:

$$\lambda_{\Delta ne} = \frac{(56 \text{ días} - 35 \text{ días})^{0.60}}{10 + (56 \text{ días} - 35 \text{ días})^{0.6}} \cdot 3,62$$

$$\lambda_{\Delta ne} = 1,39$$

Se obtiene la deflexión adicional a largo plazo a partir de la ecuación (27):

$$\delta_{FL} = 3,62 \cdot 4,60 \text{ mm} - 1,39 \cdot 4,60 \text{ mm}$$

$$\delta_{FL} = 10,26 \text{ mm}$$

- **Método del ACI 318-19**

- *Factor a largo plazo recomendando por el ACI 318-19*

Se obtiene el coeficiente $\lambda_{\Delta t}$ utilizando un factor dependiente del tiempo para carga sostenida a largo plazo (más de 60 meses) propuesto por el ACI 318-19 de $\xi = 2$ a partir de la ecuación (30):

$$\lambda_{\Delta t} = \frac{2}{1 + 50 \cdot 0,0012}$$

$$\lambda_{\Delta t} = 1,87$$

Se obtiene el factor dependiente del tiempo para carga sostenida de 2 meses a partir de la Figura 16 y corresponde a 0,86.

Se obtiene el multiplicador a largo plazo de carga sostenida para el lapso antes de que unan los elementos no estructurales ($\lambda_{\Delta ne}$) de 2 meses a partir de la ecuación (30):

$$\lambda_{\Delta ne} = \frac{0,87}{1 + 50 \cdot 0,0012}$$

$$\lambda_{\Delta ne} = 0,82$$

Se obtiene la deflexión adicional a largo plazo a partir de la ecuación (27):

$$\delta_{FL} = 2 \cdot 3,84 \text{ mm} - 0,82 \cdot 3,84 \text{ mm}$$

$$\delta_{FL} = 4,53 \text{ mm}$$

- *Factor a largo plazo recomendando por el ACI 435R-95*

Se obtiene el coeficiente $\lambda_{\Delta t}$ utilizando un factor dependiente del tiempo para carga sostenida a largo plazo (más de 60 meses) propuesto por el ACI 435R-95 de $\xi = 2,5$ a partir de la ecuación (30):

$$\lambda_{\Delta t} = \frac{2,5}{1 + 50 \cdot 0,0012}$$

$$\lambda_{\Delta t} = 2,36$$

El factor dependiente del tiempo para carga sostenida de 2 meses para una función con un factor dependiente del tiempo para carga sostenida a largo plazo (más de 60 meses) de $\xi = 2$ corresponde a 0,86. Para obtener el factor dependiente del tiempo para carga sostenida de 2 meses para una función con un factor dependiente del tiempo para carga sostenida a largo plazo (más de 60 meses) de $\xi = 2,5$, se multiplica el ξ de 2 por un factor de 1,25 como sigue:

$$\xi = 1,25 \cdot 0,86$$

$$\xi = 1,08$$

Se obtiene el multiplicador a largo plazo de carga sostenida para el lapso antes de que instalen los elementos no estructurales ($\lambda_{\Delta ne}$) de 2 meses a partir de la ecuación (30):

$$\lambda_{\Delta ne} = \frac{1,08}{1 + 50 \cdot 0,0012}$$

$$\lambda_{\Delta ne} = 1,02$$

Se obtiene la deflexión adicional a largo plazo a partir de la ecuación (27):

$$\delta_{FL} = 2,5 \cdot 3,84 \text{ mm} - 1,02 \cdot 3,84 \text{ mm}$$

$$\delta_{FL} = 5,68 \text{ mm}$$

- *Factor a largo plazo recomendando por Nilson, H. A. & Darwin, D. (2001)*

Se obtiene el coeficiente $\lambda_{\Delta t}$ utilizando un factor dependiente del tiempo para carga sostenida a largo plazo (más de 60 meses) propuesto por el ACI 435R-95 de $\xi = 3$ a partir de la ecuación (30):

$$\lambda_{\Delta t} = \frac{3}{1 + 50 \cdot 0,0012}$$

$$\lambda_{\Delta t} = 2,83$$

El factor dependiente del tiempo para carga sostenida de 2 meses para una función con un factor dependiente del tiempo para carga sostenida a largo plazo (más de 60 meses) de $\xi = 2$ corresponde a 0,86. Para obtener el factor dependiente del tiempo para carga sostenida de 2 meses para una función con un factor dependiente del tiempo para carga sostenida a largo plazo (más de 60 meses) de $\xi = 2,5$, se multiplica el ξ de 2 por un factor de 1,5 como sigue:

$$\xi = 1,5 \cdot 0,86$$

$$\xi = 1,29$$

Se obtiene el multiplicador a largo plazo de carga sostenida para el lapso antes de que instalen los elementos no estructurales ($\lambda_{\Delta ne}$) de 2 meses a partir de la ecuación (30):

$$\lambda_{\Delta ne} = \frac{1,29}{1 + 50 \cdot 0,0012}$$

$$\lambda_{\Delta ne} = 1,22$$

Se obtiene la deflexión a largo plazo adicional a partir de la ecuación (27):

$$\delta_{FL} = 3 \cdot 3,84 \text{ mm} - 1,22 \cdot 3,84 \text{ mm}$$

$$\delta_{FL} = 6,84 \text{ mm}$$

- *Factor a largo plazo propuesto*

Se obtiene el coeficiente $\lambda_{\Delta t}$ utilizando un factor dependiente del tiempo para carga sostenida a largo plazo (más de 60 meses) propuesto por el ACI 435R-95 en el presente Trabajo de Graduación de $\xi = 4,21$ a partir de la ecuación (30):

$$\lambda_{\Delta t} = \frac{4,21}{1 + 50 \cdot 0,0012}$$

$$\lambda_{\Delta t} = 3,97$$

El factor dependiente del tiempo para carga sostenida de 2 meses se obtiene a partir de la ecuación (45):

$$\xi = 0,7162 \cdot LN(2) + 1,2780$$

$$\xi = 1,77$$

Se obtiene el multiplicador a largo plazo de carga sostenida para el lapso antes de que instalen los elementos no estructurales ($\lambda_{\Delta ne}$) de 2 meses a partir de la ecuación (30):

$$\lambda_{\Delta ne} = \frac{1,77}{1 + 50 \cdot 0,0012}$$

$$\lambda_{\Delta ne} = 1,67$$

Se obtiene la deflexión a largo plazo adicional a partir de la ecuación (27):

$$\delta_{FL} = 3,97 \cdot 3,84 \text{ mm} - 1,67 \cdot 3,84 \text{ mm}$$

$$\delta_{FL} = 8,83 \text{ mm}$$

Apéndice G.5 Determinación de la parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales

El límite de la parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales se obtiene a partir de la relación para losas ligadas a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes del Cuadro 7:

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{4,80 \text{ m}}{480}$$

$$\delta_{m\acute{a}x} = 10,00 \text{ mm}$$

Las partes de las deflexiones totales que ocurren después de la unión de los elementos no estructurales de la losa vista en campo se obtienen mediante la ecuación (17). Su obtención se muestra en las siguientes secciones para el método del ACI 435R-95 y, para el método del ACI 318-19 para distintos factores a largo plazo respectivamente.

- **Método del ACI 435R-95**
- *Factor a largo plazo recomendando por el ACI 435R-95*

$$\delta_{TOT} = 7,08 \text{ mm} + 1,86 \text{ mm}$$

$$\delta_{TOT} = 8,94 \text{ mm}$$

- *Factor a largo plazo propuesto*

$$\delta_{TOT} = 10,26 \text{ mm} + 1,86 \text{ mm}$$

$$\delta_{TOT} = 12,12 \text{ mm}$$

- **Método del ACI 318-19**

- *Factor a largo plazo recomendando por el ACI 318-19*

$$\delta_{TOT} = 4,53 \text{ mm} + 2,41 \text{ mm}$$

$$\delta_{TOT} = 6,94 \text{ mm}$$

- *Factor a largo plazo recomendando por el ACI 435R-95*

$$\delta_{TOT} = 5,68 \text{ mm} + 2,41 \text{ mm}$$

$$\delta_{TOT} = 8,09 \text{ mm}$$

- *Factor a largo plazo recomendando por Nilson, H. A. & Darwin, D. (2001)*

$$\delta_{TOT} = 6,84 \text{ mm} + 2,41 \text{ mm}$$

$$\delta_{TOT} = 9,25 \text{ mm}$$

- *Factor a largo plazo propuesto*

$$\delta_{TOT} = 9,75 \text{ mm} + 2,41 \text{ mm}$$

$$\delta_{TOT} = 12,16 \text{ mm}$$

Apéndice H. Memoria de cálculo de determinación de espesor mínimo de losa vista en campo

El espesor mínimo de la losa vista en campo se obtiene a partir de los métodos descritos en la sección 1.3.2.2.1. del presente Trabajo de Graduación.

- Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural [SMIE] (2004): Según este método, primeramente, se debe de disponer con el valor de f_s (ecuación (16)):

$$f_s = 0,6 \cdot 4 \text{ 900 kg/cm}^2$$

$$f_s = 2 \text{ 940 kg/cm}^2$$

Además, del valor de w , que corresponde a 255 kg/m²

Este método permite no calcular las deflexiones si se cuenta con un $f_s \leq 2 \text{ 520 kg/cm}^2$ y un $w \leq 380 \text{ kg/m}^2$ si el peralte efectivo es mayor o igual que:

$$\begin{aligned} & \frac{\text{perímetro tablero con lados aumentados 25 \%}}{250} = \\ & = \frac{2 \cdot 7,8 \text{ m} + 2 \cdot 7,8 \text{ m} \cdot 25 \% + 2 \cdot 4,8 \text{ m} + 2 \cdot 4,8 \text{ m} \cdot 25 \%}{250} \\ & \frac{\text{perímetro tablero con lados aumentados 25 \%}}{250} = 12,60 \text{ cm} \end{aligned}$$

Sin embargo, como $f_s > 2\,520\text{ kg/cm}^2$ y, $w > 380\text{ kg/cm}^2$, el peralte efectivo mínimo se obtendrá multiplicando los valores obtenidos anteriormente por $0,032 \cdot \sqrt[4]{f_s \cdot w}$.

$$0,032 \cdot \sqrt[4]{f_s \cdot w} = 0,032 \cdot \sqrt[4]{2\,940\text{ kg/cm}^2 \cdot 255\text{ kg/m}^2}$$

$$0,032 \cdot \sqrt[4]{f_s \cdot w} = 0,94$$

Entonces, el peralte efectivo mínimo se obtiene como sigue:

$$t_{\min} = 0,94 \cdot 12,60\text{ cm}$$

$$t_{\min} = 11,84\text{ cm}$$

- ACI 318-19: Se obtienen los espesores mínimos a partir del Cuadro 6 para una losa sin ábacos, paneles exteriores con vigas de borde y paneles interiores como sigue: Para el f_y de $4\,200\text{ kg/cm}^2$ de los bastones, el espesor mínimo corresponde al siguiente:

$$t_{\min 1} = \frac{7,8\text{ m}}{33}$$

$$t_{\min 1} = 23,6\text{ cm}$$

Para un f_y de $5\,500\text{ kg/cm}^2$, el espesor mínimo corresponde al siguiente:

$$t_{\min 2} = \frac{7,8\text{ m}}{30}$$

$$t_{\min 2} = 26\text{ cm}$$

Para el f_y de $4\,900\text{ kg/cm}^2$ de la malla electrosoldada se obtiene el espesor mínimo a partir de interpolación como sigue:

$$\frac{5\,500\text{ kg/cm}^2 - 4\,200\text{ kg/cm}^2}{26\text{ cm} - 23,6\text{ cm}} = \frac{4\,900\text{ kg/cm}^2 - 4\,200\text{ kg/cm}^2}{t_{\min} - 23,6\text{ cm}}$$

$$t_{\min} = 24,9\text{ cm}$$

El espesor mínimo de la losa utilizando este método corresponde a 25 cm.

Apéndice I. Memoria de cálculo de verificación de viabilidad de modelo simplificado

Las deflexiones por analizar para los modelos son las que se obtienen directamente a partir de los modelos. Las primeras corresponden a las cargas máximas durante la construcción y, se pueden apreciar en el Cuadro 38; las segundas corresponden a la carga permanente, carga permanente + carga temporal y carga permanente + 15 % de carga temporal y, se pueden apreciar en el Cuadro 39.

Cada modelo tiene cuatro datos de deflexiones. Las medias y varianzas se obtienen utilizando la calculadora. La media de las deflexiones de la losa del modelo completo es $\mu_1 = 5,91 \text{ mm}$ y la varianza corresponde a $s^2_1 = 8,07 \text{ mm}^2$, mientras que la media de las deflexiones de la losa simplificada es $\mu_2 = 5,66 \text{ mm}$ y la varianza corresponde a $s^2_2 = 8,17 \text{ mm}^2$.

Se establece la hipótesis nula mediante la ecuación (36):

$$H_0: 3,5 \text{ mm} = 2,3 \text{ mm}$$

Se establece la hipótesis alternativa a partir de la ecuación (37):

$$H_0: 3,5 \text{ mm} \neq 2,3 \text{ mm}$$

Se obtiene el estimador combinado de las varianzas a partir de la ecuación (38):

$$s^2_p = \frac{(4 - 1) \cdot 8,07 \text{ mm}^2 + (4 - 1) \cdot 8,17 \text{ mm}^2}{4 + 4 - 2}$$

$$s^2_p = 8,12 \text{ mm}^2$$

Se obtiene el estadístico $[T_0^*]$ a partir de la ecuación (39):

$$T_0^* = \frac{5,91 \text{ mm} - 5,66 \text{ mm}}{\sqrt{8,12 \text{ mm}^2 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)}}$$

$$T_0^* = 0,1228$$

Se obtienen los grados de libertad mediante la ecuación (40):

$$\gamma = \frac{\left(\frac{8,07 \text{ mm}^2}{4} + \frac{8,17 \text{ mm}^2}{4}\right)^2}{\frac{\left(\frac{8,07 \text{ mm}^2}{4}\right)^2}{4-1} + \frac{\left(\frac{8,17 \text{ mm}^2}{4}\right)^2}{4-1}}$$

$$\gamma = 6,00$$

Entonces, el número de grados de libertad es de 6.

Se obtiene que la "t de Student" corresponde a $t=2,4469$ a partir del Cuadro 65 para 6 grados de libertad y, para una significancia de 5 %.

Entonces, no existe suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula debido a que el estadístico $[T_0^*]$ es menor al valor de la "t de Student" con un nivel de significancia de 95 %.

Asimismo, se determina la correlación entre los datos. El coeficiente de correlación se obtiene a partir de Excel y es de 0,9998 y, el tamaño del registro común de las series es de 4. Se calcula el estadístico $[t_c]$ a partir de la ecuación (41):

$$t_c = \frac{0,9998 \cdot \sqrt{4 - 2}}{\sqrt{1 - 0,9998^2}}$$

$$t_c = 70,70$$

Se calculan los de grados de libertad [G.L.] a partir de la ecuación (42):

$$G.L. = 4 - 2$$

$$G.L. = 2$$

Entonces, el número de grados de libertad es de 2.

Se obtiene que la "t de Student" corresponde a $t=4,3027$ a partir del Cuadro 65 para 2 grados de libertad y, para una significancia de 5 %.

Debido a que el estadístico $[t_c]$ es mayor a la "t de Student" $[t]$ la correlación es significativa con un 5% de significancia.

Además, el coeficiente de correlación resulta ser mayor a 0,8 y, la raíz del coeficiente de correlación es mayor a 0,64.

Finalmente, se procede a acotar la incertidumbre de la magnitud de las deflexiones del modelo simplificado con respecto a las del modelo completo utilizando la ecuación (43).

Para las cargas permanentes:

$$\varepsilon_r = \frac{|3,48 \text{ mm} - 3,21 \text{ mm}|}{3,48 \text{ mm}} \cdot 100 \%$$

$$\varepsilon_r = 7,76 \%$$

Para las cargas permanentes + cargas temporales:

$$\varepsilon_r = \frac{|6,38 \text{ mm} - 6,05 \text{ mm}|}{6,38 \text{ mm}} \cdot 100 \%$$

$$\varepsilon_r = 5,17 \%$$

Para las cargas permanentes + 15% de cargas temporales:

$$\varepsilon_r = \frac{|4,04 \text{ mm} - 3,84 \text{ mm}|}{4,04 \text{ mm}} \cdot 100 \%$$

$$\varepsilon_r = 4,95 \%$$

Para las cargas máximas durante la construcción:

$$\varepsilon_r = \frac{|9,73 \text{ mm} - 9,54 \text{ mm}|}{9,73 \text{ mm}} \cdot 100 \%$$

$$\varepsilon_r = 1,95 \%$$

Apéndice J. Memoria de cálculo de obtención de expresión que aproxima el espesor mínimo similar a la de la SMIE.

A partir del Cuadro 64 se determina una expresión similar a la propuesta por el SMIE, donde, se divide el perímetro de la losa entre una constante para obtener el espesor mínimo, con la finalidad de comparar los resultados a partir de dicha expresión.

Entonces, se despeja la constante por la cual se divide el perímetro de cada losa de análisis, necesaria para obtener los espesores mínimos propuestos en el presente Proyecto de Graduación como sigue:

- *Losa 3,50 x 3,50*

$$\frac{2 \cdot 3,50 \text{ m} + 2 \cdot 3,50 \text{ m}}{x} = 8,00 \text{ cm}$$

$$x = 175,00$$

- *Losa 3,50 x 5,25*

$$\frac{2 \cdot 3,50 \text{ m} + 2 \cdot 5,25 \text{ m}}{x} = 11,00 \text{ cm}$$

$$x = 159,09$$

- *Losa 3,50 x 7,00*

$$\frac{2 \cdot 3,50 \text{ m} + 2 \cdot 7,00 \text{ m}}{x} = 12,00 \text{ cm}$$

$$x = 175,00$$

- *Losa 4,50 x 4,50*

$$\frac{2 \cdot 4,50 \text{ m} + 2 \cdot 4,50 \text{ m}}{x} = 11,00 \text{ cm}$$

$$x = 163,64$$

- *Losa 4,50 x 6,75*

$$\frac{2 \cdot 4,50 \text{ m} + 2 \cdot 6,75 \text{ m}}{x} = 14,00 \text{ cm}$$

$$x = 160,71$$

- Losa 4,50 x 9,00

$$\frac{2 \cdot 4,50 \text{ m} + 2 \cdot 9,00 \text{ m}}{x} = 16,00 \text{ cm}$$

$$x = 168,75$$

- Losa 5,50 x 5,50

$$\frac{2 \cdot 5,50 \text{ m} + 2 \cdot 5,50 \text{ m}}{x} = 14,00 \text{ cm}$$

$$x = 157,14$$

- Losa 5,50 x 8,25

$$\frac{2 \cdot 5,50 \text{ m} + 2 \cdot 8,25 \text{ m}}{x} = 18,00 \text{ cm}$$

$$x = 152,78$$

- Losa 5,50 x 11,00

$$\frac{2 \cdot 5,50 \text{ m} + 2 \cdot 11,00 \text{ m}}{x} = 20,00 \text{ cm}$$

$$x = 165,00$$

Se aprecia que el valor del denominador más conservador corresponde a 152,78 para las losas 5,50 x 8,25.

Entonces la expresión obtenida para aproximar el espesor corresponde a la siguiente:

$$t_{min} = \frac{\text{Perímetro}}{152}$$

Apéndice K. Memoria de cálculo de obtención de expresión que aproxima el espesor mínimo similar a la del ACI 318-19.

A partir del Cuadro 64 se determina una expresión similar a la propuesta por el ACI 318-19, donde, se divide la luz libre en dirección larga de la losa entre una constante para obtener el espesor mínimo, con la finalidad de comparar los resultados a partir de dicha expresión.

Entonces, se despeja la constante por la cual se divide la luz libre en dirección larga de cada losa de análisis, necesaria para obtener los espesores mínimos propuestos en el presente Proyecto de Graduación como sigue:

- *Losa 3,50 x 3,50*

$$\frac{3,50 \text{ m}}{x} = 8,00 \text{ cm}$$

$$x = 43,75$$

- *Losa 3,50 x 5,25*

$$\frac{5,25 \text{ m}}{x} = 11,00 \text{ cm}$$

$$x = 47,73$$

- *Losa 3,50 x 7,00*

$$\frac{7,00 \text{ m}}{x} = 12,00 \text{ cm}$$

$$x = 58,33$$

- *Losa 4,50 x 4,50*

$$\frac{2 \cdot 4,50 \text{ m} + 2 \cdot 4,50 \text{ m}}{x} = 11,00 \text{ cm}$$

$$x = 40,91$$

- *Losa 4,50 x 6,75*

$$\frac{6,75 \text{ m}}{x} = 14,00 \text{ cm}$$

$$x = 48,21$$

- *Losa 4,50 x 9,00*

$$\frac{9,00 \text{ m}}{x} = 16,00 \text{ cm}$$

$$x = 56,25$$

- *Losa 5,50 x 5,50*

$$\frac{5,50 \text{ m}}{x} = 14,00 \text{ cm}$$

$$x = 39,29$$

- *Losa 5,50 x 8,25*

$$\frac{8,25 \text{ m}}{x} = 18,00 \text{ cm}$$

$$x = 45,83$$

- Losa 5,50 x 11,00

$$\frac{11,00 \text{ m}}{x} = 20,00 \text{ cm}$$
$$x = 55,50$$

Se aprecia que el valor del denominador más conservador corresponde a 39,29 para las losas 5,50 x 5,50.

Entonces la expresión obtenida para aproximar el espesor corresponde a la siguiente:

$$t_{min} = \frac{l_n}{39,29}$$