

Universidad de Costa Rica  
Facultad de Ingeniería  
Escuela de Ingeniería Civil

Determinación del esfuerzo cortante crítico para la iniciación del transporte  
de sedimentos en canales con fondos de grava

Proyecto Final de Graduación

Que para obtener el grado de Licenciatura en Ingeniería Civil

Presenta:

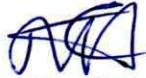
Bianca Oviedo Lorío

Director de Proyecto de Graduación:

Ing. Rafael Murillo Muñoz, Ph.D.

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio

## Hoja de aprobación



Ing. Rafael Murillo Muñoz, Ph.D.

Director



Ing. Gravin Mayorga Jiménez, M.Sc.

Asesor



Ing. Alberto Serrano Pacheco, Ph.D.

Asesor



Bianca Jeannette Oviedo Lorío

Autora

## Derechos de propiedad intelectual

Fecha: 2020, Octubre, 12

La suscrita, Bianca Oviedo Lorío, cédula 1-1448-0667, estudiante de la carrera de Licenciatura en Ingeniería Civil de la Universidad de Costa Rica, con número de carné A94587, manifiesta que es autora del Proyecto Final de Graduación Determinación del esfuerzo cortante crítico para la iniciación del transporte de sedimentos en canales con fondos de grava, bajo la Dirección del Ing. Rafael Murillo Muñoz, Ph.D., quien en consecuencia tiene derechos compartidos sobre los resultados de esta investigación.

Asimismo, hago traspaso de los derechos de utilización del presente trabajo a la Universidad de Costa Rica, para fines académicos: docencia, investigación, acción social y divulgación.

Nota: De acuerdo con la Ley de Derechos de Autor y Derechos Conexos N° 6683, Artículo 7 (versión actualizada el 02 de julio de 2001); **“no podrá suprimirse el nombre del autor en las publicaciones o reproducciones, ni hacer en ellas interpolaciones, sin una conveniente distinción entre el texto original y las modificaciones o adiciones editoriales”**. Además, el autor conserva el derecho moral sobre la obra, Artículo 13 de esta ley, por lo que es obligatorio citar la fuente de origen cuando se utilice información contenida en esta obra.

## Dedicatoria

A mis padres, modelos de perseverancia y superación.

## Agradecimientos

A los miembros de mi comité asesor, los ingenieros Gravin Mayorga Jiménez, Alberto Serrano Pacheco, y muy especialmente a mi director Rafael Murillo Muñoz, por su apoyo y guía durante el desarrollo de este proyecto.

A mis compañeros y amigos, quienes han sido parte de mi proceso de formación durante estos años, a quienes admiro y de quienes he aprendido muchísimo.

A mis hermanos, por todo su apoyo y paciencia.



UNIVERSIDAD DE  
COSTA RICA

EIC Escuela de  
Ingeniería Civil

25 de setiembre de 2020  
**IC-1096-2020**

**Estudiante**

**Bianca Oviedo Lorío**

Escuela de Ingeniería Civil  
Universidad de Costa Rica

Estimada estudiante:

Según el artículo 39 del Reglamento General de los Trabajos Finales De Graduación en grado para la Universidad de Costa Rica (Aprobado en sesión 2713-17, 04/08/1980), la Escuela de Ingeniería Civil se complace en otorgarle la aprobación con distinción de su Trabajo Final de Graduación titulado "*Determinación del esfuerzo cortante crítico para la iniciación del transporte de sedimentos en canales con fondos de grava.*"

Por este motivo le manifestamos nuestras más sinceras felicitaciones por su dedicación y empeño.

Atentamente,

FLOR DE  
MARIA  
MUÑOZ  
UMAÑA  
(FIRMA)

Firmado  
digitalmente por  
FLOR DE MARIA  
MUÑOZ UMAÑA  
(FIRMA)  
Fecha: 2020.09.29  
18:45:53 -06'00'

Ing. Flor Muñoz Umaña, M.Sc.  
Directora  
Escuela de Ingeniería Civil

# Índice

Capítulo 1. Introducción .....	1
1.1. Justificación .....	1
1.1.1. Problema específico.....	1
1.1.2. Importancia.....	2
1.1.3. Antecedentes.....	3
1.2. Objetivos .....	4
1.2.1. Objetivo general.....	4
1.2.2. Objetivos específicos .....	4
1.3. Hipótesis.....	5
1.4. Delimitación del problema.....	5
1.4.1. Alcances.....	5
1.4.2. Limitaciones.....	6
1.5. Metodología .....	6
1.5.1. Investigación teórica y selección del material granular .....	8
1.5.2. Preparación del material granular.....	8
1.5.3. Fase experimental .....	8
1.5.4. Cálculo del esfuerzo cortante crítico y análisis de resultados .....	9
1.5.5. Fase final.....	10
Capítulo 2. Marco teórico.....	11
2.1. Propiedades físicas de los sedimentos.....	11
2.1.1. Tipos de roca.....	11
2.1.1. Tamaño.....	11
2.1.2. Gravedad específica.....	13
2.1.3. Distribución de tamaño .....	13
2.1.4. Forma .....	14

2.2.	Umbral del movimiento .....	16
2.3.	Distribución de velocidad en flujo uniforme a canal abierto .....	26
2.4.	Incertidumbre en las mediciones .....	33
2.4.1.	Definición del mensurando .....	34
2.4.2.	Función de medición .....	34
2.4.3.	Identificación de las fuentes de incertidumbre .....	34
2.4.4.	Cuantificación y reducción .....	35
2.4.5.	Determinación de la incertidumbre estándar combinada .....	38
2.4.6.	Incertidumbre expandida .....	39
Capítulo 3.	Selección del material .....	44
Capítulo 4.	Descripción de las pruebas experimentales .....	50
4.1.	Colocación del sedimento en el fondo del canal.....	50
4.2.	Secciones de medición y observación.....	51
4.3.	Determinación del perfil de velocidades cerca del fondo.....	52
Capítulo 5.	Resultados.....	54
5.1.	Caracterización de los materiales.....	54
5.1.1.	Análisis granulométrico .....	54
5.1.2.	Determinación de la densidad relativa .....	57
5.1.3.	Forma del grano.....	57
5.2.	Estimación teórica de la iniciación del movimiento.....	60
5.2.1.	Estimación con el ajuste de la curva de Shields (1936).....	60
5.2.2.	Estimación con el ajuste de las curvas de Yalin y Karahan (1979).....	64
5.3.	Condiciones de flujo observadas para el transporte incipiente del sedimento.....	66
5.4.	Características mecánicas del flujo de agua .....	75
5.5.	Comparación de valores experimentales con los obtenidos por diferentes autores .	80
5.6.	Análisis de incertidumbre asociada al esfuerzo cortante crítico.....	89

5.6.1.	Identificación y cuantificación de las fuentes de incertidumbre .....	89
5.6.2.	Incertidumbre estándar combinada .....	98
5.6.3.	Incertidumbre expandida .....	101
5.7.	Análisis de incertidumbre asociada al parámetro de movilidad de Shields.....	103
5.7.1.	Identificación y cuantificación de las fuentes de incertidumbre .....	103
5.7.2.	Incertidumbre estándar combinada .....	105
5.7.3.	Incertidumbre expandida .....	108
5.8.	Análisis de incertidumbre asociada a la velocidad de corte .....	110
5.8.1.	Identificación y cuantificación de las fuentes de incertidumbre .....	110
5.8.2.	Incertidumbre estándar combinada .....	112
5.8.3.	Incertidumbre expandida .....	115
5.9.	Análisis de incertidumbre asociada al número de Reynolds granular .....	117
5.9.1.	Identificación y cuantificación de las fuentes de incertidumbre .....	117
5.9.2.	Incertidumbre estándar combinada .....	119
5.9.3.	Incertidumbre expandida .....	122
Capítulo 6.	Medición de perfiles de velocidad.....	124
6.1.	Perfiles de velocidad y esfuerzo cortante durante el transporte incipiente del material de diámetro 4,00 mm .....	127
6.2.	Perfiles de velocidad y esfuerzo cortante durante el transporte incipiente del material de diámetro 4,75 mm .....	135
6.3.	Perfiles de velocidad y esfuerzo cortante durante el transporte incipiente del material de diámetro 6,30 mm .....	142
Capítulo 7.	Conclusiones y recomendaciones .....	151
7.1.	Conclusiones .....	151
7.2.	Recomendaciones .....	154
Bibliografía.....		156
Apéndices .....		160

Apéndice A. Cálculos para la selección de los tamaños de partícula a utilizar.....	160
Apéndice B. Granulometría y densidad de los materiales preseleccionados .....	167
Apéndice C. Estimación de las condiciones necesarias para generar el transporte incipiente del material seleccionado .....	170
Apéndice D. Parámetros medidos en las pruebas de iniciación del movimiento .....	173
Apéndice E. Datos de los perfiles de velocidad promedio y esfuerzo cortante de pruebas de iniciación del movimiento .....	176
Anexo único. Formulación IAPWS-95 de las propiedades termodinámicas de la sustancia agua ordinaria para uso general y científico.....	195

## Índice de Figuras

Figura 1. Esquema de metodología aplicada en la determinación del esfuerzo cortante crítico para la iniciación del transporte de sedimentos en canales con fondos de grava .....	7
Figura 2. Definición del diagrama modificado de Zingg .....	15
Figura 3. Diagrama de clasificación de forma de Sneed y Folk (1958).....	15
Figura 4. Fuerzas actuando en una partícula de material granular .....	17
Figura 5. Esquema de definición de ángulo de reposo.....	18
Figura 6. Diagrama de Shields para la iniciación del movimiento .....	20
Figura 7. Umbral de movimiento del sedimento para ríos de la Cuenca del Río Grande de Térraba, comparado con el diagrama de Shields (1936).....	22
Figura 8. Curva de Shields de transporte incipiente ( $\tau^*$ vs $D^*$ ).....	23
Figura 9. Diagrama de iniciación del transporte de sedimentos de Yalin y Karahan (1979) ...	24
Figura 10. Curva de Yalin y Karahan de transporte incipiente ( $\tau^*$ vs $D^*$ ).....	25
Figura 11. Parámetro de Shields en canales de alta rugosidad .....	26
Figura 12. Variación de la velocidad de flujo y esfuerzo cortante en un canal abierto .....	28
Figura 13. Valores de constante de von Karman obtenidos de varias investigaciones .....	29
Figura 14. Formación de la capa límite en una frontera lisa .....	30
Figura 15. Variación de $Bs$ con respecto al número de Reynolds de rugosidad $Rerug$ .....	33
Figura 16. Diagrama de causa y efecto para la determinación de la densidad del aire .....	35
Figura 17. Fondo del canal de laboratorio cubierto con grava para pruebas de iniciación del transporte.....	51
Figura 18. Esquema de configuración de las partículas de grava colocadas en el fondo del canal .....	51
Figura 19. Medición de velocidad de flujo durante el transporte incipiente del sedimento ....	52
Figura 20. Esquema del rango de muestreo del perfilador de velocidades Vectrino Profiler ..	53
Figura 21. Material granular utilizado como sedimento en pruebas de laboratorio.....	54
Figura 22. Curva granulométrica del material a utilizar .....	56
Figura 23. Clasificación de la forma del material según el diagrama modificado de Zingg (2008) .....	58
Figura 24. Clasificación de forma mediante el diagrama de Sneed y Folk (1958).....	59
Figura 25. Comparación de las condiciones que generan el transporte incipiente de los granos .....	71

Figura 26. Variación del parámetro adimensional de Shields con el número de Reynolds granular .....	79
Figura 27. Parámetro de Shields contra número de Reynolds granular sobre diagrama de Shields (1936) .....	82
Figura 28. Esfuerzo cortante crítico contra número de Reynolds granular sobre diagrama de Yalin y Karahan (1979) .....	83
Figura 29. Comparación de valores de esfuerzo cortante crítico observados experimentalmente contra los estimados de acuerdo con los resultados de Shields y los de Yalin y Karahan .....	87
Figura 30. Comparación de datos obtenidos en esta investigación con los recopilados por Aguirre, Olivero y Moncada (2000) .....	88
Figura 31. Diagrama de Ishikawa para la determinación de la incertidumbre asociada a la estimación del esfuerzo cortante crítico .....	89
Figura 32. Diagrama de Ishikawa para la determinación de la incertidumbre asociada a la estimación del parámetro adimensional de movilidad .....	104
Figura 33. Diagrama de Ishikawa para la determinación de la incertidumbre asociada a la estimación de la velocidad de corte .....	111
Figura 34. Diagrama de Ishikawa para la determinación de la incertidumbre asociada a la estimación del número de Reynolds granular .....	117
Figura 35. Esquema de efectos de viscosidad producidos en las paredes de vidrio del canal .....	127
Figura 36. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas arriba del canal .....	129
Figura 37. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas abajo del canal .....	130
Figura 38. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas arriba del canal .....	131
Figura 39. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas abajo del canal .....	132

Figura 40. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas abajo del canal .....	133
Figura 41. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,6% en la sección aguas abajo del canal .....	134
Figura 42. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas arriba del canal .....	136
Figura 43. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas abajo del canal .....	137
Figura 44. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas arriba del canal .....	138
Figura 45. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas abajo del canal .....	139
Figura 46. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas arriba del canal .....	140
Figura 47. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas abajo del canal .....	141
Figura 48. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas abajo del canal .....	143
Figura 49. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas arriba del canal .....	144

Figura 50. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas abajo del canal .....	145
Figura 51. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas arriba del canal .....	146
Figura 52. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas abajo del canal .....	147
Figura 53. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,6% en la sección aguas arriba del canal .....	148
Figura 54. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,6% en la sección aguas abajo del canal .....	149
Figura 55. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,8% en la sección aguas arriba del canal .....	150
Figura B - 1. Curva granulométrica de material gris .....	167
Figura B - 2. Curva granulométrica de material rojo.....	168
Figura B - 3. Curva granulométrica de material blanco .....	169

## Índice de Cuadros

Cuadro 1. Escala de tamaños del sedimento .....	12
Cuadro 2. Factores de cobertura para una distribución normal de la incertidumbre .....	37
Cuadro 3. Resumen de valores incluidos en el análisis de diámetros que podrían utilizarse ..	46
Cuadro 4. Tamaño de partícula y gravedad específica de posibles materiales granulares a utilizar en pruebas de transporte incipiente .....	47
Cuadro 5. Resumen de los ensayos de granulometría y gravedad específica de los materiales preseleccionados .....	48
Cuadro 6. Condiciones de flujo y tamaño de grano con posible generación de transporte incipiente del material seleccionado .....	49
Cuadro 7. Análisis granulométrico del material .....	55
Cuadro 8. Características granulométricas del material utilizado .....	56
Cuadro 9. Resultados de los ensayos para la determinación de densidades relativas y absorción del material de fondo .....	57
Cuadro 10. Porcentaje de partícula de cada clase de Zingg según el diámetro de material...	58
Cuadro 11. Porcentaje de partícula de cada clase de Sneed y Folk según el diámetro de material .....	59
Cuadro 12. Estimación de características mecánicas críticas para los tres tamaños de partícula, según el ajuste de García Flores de los resultados de Shields .....	61
Cuadro 13. Estimación de condiciones de flujo para la iniciación del transporte en partículas de 4,00 mm según el ajuste de García Flores de los resultados de Shields .....	63
Cuadro 14. Estimación de condiciones de flujo para la iniciación del transporte en partículas de 4,75 mm según el ajuste de García Flores de los resultados de Shields .....	64
Cuadro 15. Estimación de condiciones de flujo para la iniciación del transporte en partículas de 6,30 mm según el ajuste de García Flores de los resultados de Shields .....	64
Cuadro 16. Estimación de características mecánicas críticas para los tres tamaños de partícula, según el ajuste de García Flores de los resultados de Yalin y Karahan .....	65
Cuadro 17. Estimación de condiciones de flujo para la iniciación del transporte en partículas de 4,00 mm según el ajuste de García Flores de los resultados de Yalin y Karahan .....	65
Cuadro 18. Estimación de condiciones de flujo para la iniciación del transporte en partículas de 4,75 mm según el ajuste de García Flores de los resultados de Yalin y Karahan .....	66

Cuadro 19. Estimación de condiciones de flujo para la iniciación del transporte en partículas de 6,30 mm según el ajuste de García Flores de los resultados de Yalin y Karahan .....	66
Cuadro 20. Condiciones de flujo que provocan la iniciación del transporte del sedimento de diámetro 4,00 mm en la sección aguas arriba del canal de laboratorio .....	67
Cuadro 21. Condiciones de flujo que provocan la iniciación del transporte del sedimento de diámetro 4,00 mm en la sección aguas abajo del canal de laboratorio.....	68
Cuadro 22. Condiciones de flujo que provocan la iniciación del transporte del sedimento de diámetro 4,75 mm en la sección aguas arriba del canal de laboratorio .....	68
Cuadro 23. Condiciones de flujo que provocan la iniciación del transporte del sedimento de diámetro 4,75 mm en la sección aguas abajo del canal de laboratorio.....	69
Cuadro 24. Condiciones de flujo que provocan la iniciación del transporte del sedimento de diámetro 6,30 mm en la sección aguas arriba del canal de laboratorio .....	69
Cuadro 25. Condiciones de flujo que provocan la iniciación del transporte del sedimento de diámetro 6,30 mm en la sección aguas abajo del canal de laboratorio.....	70
Cuadro 26. Comparación de resultados de caudal, tirante y radio hidráulico en el sedimento de 4,00 mm.....	73
Cuadro 27. Comparación de resultados de caudal, tirante y radio hidráulico en el sedimento de 4,75 mm.....	74
Cuadro 28. Comparación de resultados de caudal, tirante y radio hidráulico en el sedimento de 6,30 mm.....	75
Cuadro 29. Características del flujo en condición de transporte incipiente del sedimento de diámetro 4,00 mm .....	76
Cuadro 30. Características del flujo en condición de transporte incipiente del sedimento de diámetro 4,75 mm .....	77
Cuadro 31. Características del flujo en condición de transporte incipiente del sedimento de diámetro 6,30 mm .....	78
Cuadro 32. Valores promedio de parámetros mecánicos del flujo por tamaño de partícula...	79
Cuadro 33. Características de los sedimentos utilizados en la investigación de Shields (1939) y en esta investigación.....	81
Cuadro 34. Comparación de resultados experimentales con estimados de características mecánicas del flujo para granos de 4,00 mm de diámetro.....	84

Cuadro 35. Comparación de resultados experimentales con estimados de características mecánicas del flujo para granos de 4,75 mm de diámetro .....	85
Cuadro 36. Comparación de resultados experimentales con estimados de características mecánicas del flujo para granos de 6,30 mm de diámetro .....	86
Cuadro 37. Densidad promedio y desviación estándar asociada por tipo de prueba .....	92
Cuadro 38. Incertidumbres asociadas a la densidad del agua .....	93
Cuadro 39. Coeficientes de sensibilidad de ancho del canal y tirante, e incertidumbre estándar combinada asociados al radio hidráulico para un tamaño de partícula de 4,00 mm .....	95
Cuadro 40. Coeficientes de sensibilidad de ancho del canal y tirante, e incertidumbre estándar combinada asociados al radio hidráulico para un tamaño de partícula de 4,75 mm .....	96
Cuadro 41. Coeficientes de sensibilidad de ancho del canal y tirante, e incertidumbre estándar combinada asociados al radio hidráulico para un tamaño de partícula de 6,30 mm .....	97
Cuadro 42. Incertidumbre estándar combinada asociada al esfuerzo cortante crítico del material de diámetro 4,00 mm .....	99
Cuadro 43. Incertidumbre estándar combinada asociada al esfuerzo cortante crítico del material de diámetro 4,75 mm .....	100
Cuadro 44. Incertidumbre estándar combinada asociada al esfuerzo cortante crítico del material de diámetro 6,30 mm .....	101
Cuadro 45. Reporte del esfuerzo cortante crítico y su respectiva incertidumbre expandida con una probabilidad de cobertura de 95,45% ( $k=1,65$ ) .....	102
Cuadro 46. Incertidumbre estándar combinada asociada al parámetro de Shields del material de diámetro 4,00 mm .....	106
Cuadro 47. Incertidumbre estándar combinada asociada al parámetro de Shields del material de diámetro 4,75 mm .....	107
Cuadro 48. Incertidumbre estándar combinada asociada al parámetro de Shields del material de diámetro 6,30 mm .....	108
Cuadro 49. Reporte del parámetro de Shields y su respectiva incertidumbre expandida con una probabilidad de cobertura de 95,45% ( $k=1,65$ )* .....	110
Cuadro 50. Incertidumbre estándar combinada asociada a la velocidad de corte del material de diámetro 4,00 mm .....	113
Cuadro 51. Incertidumbre estándar combinada asociada a la velocidad de corte del material de diámetro 4,75 mm .....	114

Cuadro 52. Incertidumbre estándar combinada asociada a la velocidad de corte del material de diámetro 6,30 mm .....	115
Cuadro 53. Reporte de velocidad de corte y su respectiva incertidumbre expandida con una probabilidad de cobertura de 95,45% ( $k=1,65$ ) .....	116
Cuadro 54. Viscosidad cinemática promedio y desviación estándar asociada por tipo de prueba .....	118
Cuadro 55. Incertidumbres asociadas a la viscosidad cinemática del agua .....	119
Cuadro 56. Incertidumbre estándar combinada asociada al número de Reynolds granular del material de diámetro 4,00 mm .....	120
Cuadro 57. Incertidumbre estándar combinada asociada al número de Reynolds granular del material de diámetro 4,75 mm .....	121
Cuadro 58. Incertidumbre estándar combinada asociada al número de Reynolds granular del material de diámetro 6,30 mm .....	122
Cuadro 59. Reporte del número de Reynolds granular y su respectiva incertidumbre expandida con una probabilidad de cobertura de 95,45% ( $k=1,65$ ) .....	123
Cuadro 60. Número de Reynolds basado en la longitud del canal para las pruebas de transporte incipiente .....	126
Cuadro 61. Espesor de la capa límite [m] generado en las paredes del canal para las pruebas de transporte incipiente .....	126
Cuadro 62. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas arriba del canal .....	129
Cuadro 63. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas abajo del canal .....	130
Cuadro 64. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas arriba del canal .....	131
Cuadro 65. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas abajo del canal .....	132
Cuadro 66. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas abajo del canal .....	133
Cuadro 67. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,6% en la sección aguas abajo del canal .....	134

Cuadro 68. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas arriba del canal .....	136
Cuadro 69. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas abajo del canal .....	137
Cuadro 70. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas arriba del canal .....	138
Cuadro 71. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas abajo del canal .....	139
Cuadro 72. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas arriba del canal .....	140
Cuadro 73. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas abajo del canal .....	141
Cuadro 74. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas abajo del canal .....	143
Cuadro 75. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas arriba del canal .....	144
Cuadro 76. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas abajo del canal .....	145
Cuadro 77. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas arriba del canal .....	146
Cuadro 78. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas abajo del canal .....	147
Cuadro 79. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,6% en la sección aguas arriba del canal .....	148
Cuadro 80. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,6% en la sección aguas abajo del canal .....	149
Cuadro 81. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,8% en la sección aguas arriba del canal .....	150
Cuadro A - 1. Determinación de valores según el criterio de Shields y <b><math>Gbs = 2,15</math></b> .....	160
Cuadro A - 2. Determinación de valores según el criterio de Shields y <b><math>Gbs = 2,65</math></b> .....	161
Cuadro A - 3. Determinación de valores según criterio de Gessler y <b><math>Gbs = 2,15</math></b> .....	162

Cuadro A - 4. Determinación de valores según criterio de Gessler y <b>Gbs = 2,65</b> .....	163
Cuadro A - 5. Determinación de valores según criterio de Neill y <b>Gbs = 2,15</b> .....	164
Cuadro A - 6. Determinación de valores según criterio de Neill y <b>Gbs = 2,65</b> .....	165
Cuadro B - 1. Análisis granulométrico del material gris.....	167
Cuadro B - 2. Determinación de densidades y absorción del material gris .....	167
Cuadro B - 3. Análisis granulométrico del material rojo .....	168
Cuadro B - 4. Determinación de densidades y absorción del material rojo.....	168
Cuadro B - 5. Análisis granulométrico del material blanco .....	169
Cuadro B - 6. Determinación de densidades y absorción del material blanco .....	169
Cuadro C - 1. Estimación de condiciones en transporte incipiente del material según el criterio de Shields, de acuerdo con la densidad relativa seca de la muestra combinada .....	170
Cuadro C - 2. Estimación de condiciones en transporte incipiente del material según el criterio de Gessler, de acuerdo con la densidad relativa seca de la muestra combinada.....	171
Cuadro C - 3. Estimación de condiciones en transporte incipiente del material según el criterio de Neill, de acuerdo con la densidad relativa seca de la muestra combinada .....	172
Cuadro D - 1. Pruebas de iniciación del movimiento con material de 4,00 mm de diámetro	173
Cuadro D - 2. Pruebas de iniciación del movimiento con material de 4,75 mm de diámetro	174
Cuadro D - 3. Pruebas de iniciación del movimiento con material de 6,30 mm de diámetro	175
Cuadro E - 1. Diámetro de partícula 4,00 mm, pendiente de fondo 0,0%, sección del canal aguas arriba.....	176
Cuadro E - 2. Diámetro de partícula 4,00 mm, pendiente de fondo 0,0%, sección del canal aguas abajo .....	177
Cuadro E - 3. Diámetro de partícula 4,00 mm, pendiente de fondo 0,2%, sección del canal aguas arriba.....	178
Cuadro E - 4. Diámetro de partícula 4,00 mm, pendiente de fondo 0,2%, sección del canal aguas abajo .....	179

Cuadro E - 5. Diámetro de partícula 4,00 mm, pendiente de fondo 0,4%, sección del canal aguas abajo .....	180
Cuadro E - 6. Diámetro de partícula 4,00 mm, pendiente de fondo 0,6%, sección del canal aguas abajo .....	180
Cuadro E - 7. Diámetro de partícula 4,75 mm, pendiente de fondo 0,0%, sección del canal aguas arriba.....	181
Cuadro E - 8. Diámetro de partícula 4,75 mm, pendiente de fondo 0,0%, sección del canal aguas abajo .....	182
Cuadro E - 9. Diámetro de partícula 4,75 mm, pendiente de fondo 0,2%, sección del canal aguas arriba.....	183
Cuadro E - 10. Diámetro de partícula 4,75 mm, pendiente de fondo 0,2%, sección del canal aguas abajo .....	184
Cuadro E - 11. Diámetro de partícula 4,75 mm, pendiente de fondo 0,4%, sección del canal aguas arriba.....	185
Cuadro E - 12. Diámetro de partícula 4,75 mm, pendiente de fondo 0,4%, sección del canal aguas abajo .....	186
Cuadro E - 13. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,0%, sección del canal aguas abajo .....	187
Cuadro E - 14. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,2%, sección del canal aguas arriba.....	188
Cuadro E - 15. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,2%, sección del canal aguas abajo .....	189
Cuadro E - 16. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,4%, sección del canal aguas arriba.....	190
Cuadro E - 17. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,4%, sección del canal aguas abajo .....	191
Cuadro E - 18. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,6%, sección del canal aguas arriba.....	192
Cuadro E - 19. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,6%, sección del canal aguas abajo .....	193
Cuadro E - 20. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,8%, sección del canal aguas arriba.....	194

## Nomenclatura

$a$	Dimensión mayor de una partícula de sedimento
$A$	Área transversal del fluido o área mojada
$a-$	Límite inferior del intervalo de variabilidad
$a+$	Límite superior del intervalo de variabilidad
$a_1$	Semintervalo de componente dominante 1
$a_2$	Semintervalo de componente dominante 2
$a_3$	Intervalo de base en distribución de probabilidad trapezoidal
$a_4$	Intervalo de cima en distribución de probabilidad trapezoidal
$b$	Eje intermedio de una partícula de sedimento
$B$	Ancho del canal [m]
$B_s$	Función empírica que depende de $Re_{rug}$
$c$	Eje menor de una partícula de sedimento
$C_c$	Coeficiente de curvatura
$C_D$	Coeficiente de arrastre
$C_u$	Coeficiente de uniformidad
$D$	Diámetro de la partícula
$D^*$	Diámetro adimensional de la partícula
$D_f$	Fuerza de arrastre
$D_g$	Tamaño geométrico
$D_{mc}$	Diámetro medio de la coraza
$D_x$	Diámetro para el cual el x% de las partículas son más finas
$f$	Función de medición
$f(\rho, T)$	Energía libre de Helmholtz
$F_g$	Fuerza producida por acción de la gravedad (peso de la partícula)
$F_{gn}$	Componente normal
$F_{gs}$	Peso sumergido
$F_{gt}$	Componente tangencial a la pendiente descendente
$F_r$	Fuerza de fricción
$F_r$	Número de Froude
$g$	Aceleración de la gravedad
$gdl$	Grados de libertad
$gdl_{ef}$	Grados de libertad efectivos
$G_{sum}$	Gravedad específica sumergida de la partícula
$h$	Tirante

$i$	Pendiente de la línea de energía
$k$	Factor de cobertura de la incertidumbre
$k_s$	Altura efectiva de rugosidad
$l$	Cantidad de observaciones para la estimación de incertidumbre
$L_f$	Fuerza de flotación generada por el fluido
$n$	Coefficiente de resistencia de Manning
$p$	Probabilidad de cobertura de la incertidumbre
$P$	Presión a la que se encuentra el agua
$Q$	Caudal
$\bar{q}$	Media de las observaciones
$q_i$	Observaciones del mensurando
$q_{\rho i}$	$i$ -ésima determinación de la densidad del agua
$R$	Radio hidráulico del canal
$Re^*$	Número de Reynolds granular
$Re^*_c$	Número de Reynolds granular en condición crítica
$Re_{rug}$	Número de Reynolds de rugosidad
$Re_x$	Número de Reynolds basado en la longitud del canal
$R_{GI}$	Constante específica del gas ideal
$s(q)$	Desviación estándar muestral de las observaciones $q$
$s(q_\rho)$	Desviación estándar muestral de los datos de densidad del agua
$SSS$	Condición de partícula saturada con superficie seca
$T$	Temperatura del agua
$T_c$	Temperatura crítica del agua
$u$	Velocidad en la dirección de flujo
$u(B)$	Incertidumbre estándar asociada al ancho del canal
$u(g)$	Incertidumbre estándar asociada a la aceleración de la gravedad
$u(h)$	Incertidumbre estándar asociada al tirante
$u(i)$	Incertidumbre estándar asociada a la pendiente de fondo del canal
$u(R)$	Incertidumbre estándar combinada asociada al radio hidráulico
$u(x_i)$	Incertidumbre estándar asociada al mensurando $x_i$
$U(x_i)$	Incertidumbre expandida asociada al mensurando $x_i$
$u(\rho)$	Incertidumbre estándar combinada asociada a la densidad del agua
$u(\tau_c)$	Incertidumbre estándar combinada del esfuerzo cortante crítico
$u^*$	Velocidad de corte
$u_c(x_i)$	Incertidumbre estándar combinada de la variable $x_i$
$u_{ec}(\rho)$	Incertidumbre estándar por ecuación asociada a la densidad del agua

$u_m$	Velocidad media de flujo
$u_R$	Contribución a la incertidumbre de términos no dominantes
$u_R(\tau_c)$	Contribución de los términos no dominantes a la incertidumbre de esfuerzo cortante crítico
$u_{rep}(\rho)$	Incertidumbre estándar por repetibilidad asociada a la densidad del agua
$v$	Velocidad del agua transversal al flujo
$Vol$	Volumen de la partícula
$w$	Velocidad del agua en la dirección vertical
$x_i$	Magnitudes influyentes en la medición de un mensurando
$y$	Mensurando
$z$	Coordenada en la dirección perpendicular al fondo del canal
$z_0$	Altura de la cama rugosa
$\beta$	Parámetro de borde
$\gamma$	Peso específico del agua
$\gamma_s$	Peso específico de la partícula
$\delta_{95}$	Relación entre densidad del agua y su densidad crítica
$\Delta u(x_i)$	Error máximo esperado de la estimación de una incertidumbre
$\delta$	Espesor de la capa límite
$\delta_v$	Altura de la subcapa viscosa
$\kappa$	Constante adimensional de von Karman
$\mu_c$	Coefficiente de fricción adimensional de Coulomb
$\nu$	Viscosidad cinemática del agua
$\nu_s$	Velocidad de caída
$\rho$	Densidad del agua
$\rho_c$	Densidad crítica del agua
$\rho_s$	Densidad de la partícula
$\sigma$	Desviación estándar poblacional
$\tau^*$	Parámetro adimensional de movilidad o parámetro de Shields
$\tau^*_c$	Parámetro adimensional de Shields en la condición crítica
$\tau_{95}$	Relación entre la temperatura del agua y su temperatura crítica
$\tau_b$	Esfuerzo cortante en el fondo
$\tau_c$	Esfuerzo cortante crítico
$\varphi$	Ángulo de reposo
$\varphi_g$	Desviación estándar geométrica
$\phi^o$	Parte de IAPWS-95 referente al gas ideal
$\phi^r$	Parte residual de IAPWS-95

Oviedo Lorío, Bianca Jeannette

Determinación del esfuerzo cortante crítico para la iniciación del transporte de sedimentos en canales con fondos de grava

Proyecto de Graduación – Ingeniería Civil – San José, C.R.:

B. J. Oviedo L., 2020

xxv, 159, [38]h; ils. Col. – 37 refs.

## Resumen

El transporte de sedimentos es un tema de alta relevancia debido a que puede llegar a condicionar tanto el diseño como el mantenimiento de ciertas obras hidráulicas. A pesar de que se han realizado múltiples investigaciones con respecto al tema, existe gran variabilidad en los resultados que se han obtenido, especialmente en cuanto a la determinación del esfuerzo cortante que provoca la iniciación del transporte en materiales gruesos, con tamaños a partir de las gravas.

En el presente trabajo se realizó la caracterización física de tres materiales de distinto tamaño uniforme y se llevaron a cabo ensayos de observación de la iniciación del transporte en los que se identificaron las condiciones de tirante, caudal y pendiente de fondo en el estado crítico. A partir de esto, se determinó el valor de esfuerzo cortante crítico, parámetro de Shields, velocidad de corte y número de Reynolds granular, los cuales se contrastaron contra resultados obtenidos por otros autores.

El material utilizado corresponde mayoritariamente a basaltos, con densidades relativas entre 2,37 y 2,39. Se trata de granos de forma compacta, angulosos y con bordes afilados. Se determinó que el esfuerzo cortante crítico de los tres diámetros ensayados varía entre 1,02 Pa y 4,01 Pa para pendientes de fondo entre 0,2% y 1,0%, mientras el número de Reynolds granular se encuentra entre 136 y 427. Estos resultados difieren de los resultados de Shields en 1936 y de Yalin y Karahan en 1979, sin embargo, se encontraron similitudes con los hallazgos de Aguirre, Olivero y Moncada (2000).

ESFUERZO CORTANTE CRÍTICO; TRANSPORTE DE SEDIMENTOS; TRANSPORTE INCIPIENTE, INICIACIÓN DEL TRANSPORTE, UMBRAL DE MOVIMIENTO.

Ing. Rafael Murillo Muñoz, Ph.D.

Escuela de Ingeniería Civil

## Capítulo 1. Introducción

### 1.1. Justificación

#### *1.1.1. Problema específico*

Las condiciones del flujo que provocan el transporte de material en el fondo de un canal deben ser consideradas al momento de realizar diseños de aquellas obras hidráulicas que se ven, de una u otra forma, afectadas por dicho movimiento o, en caso contrario, por el depósito del material. Por ejemplo, canales no revestidos, obras de toma de aguas, protecciones con enrocados, estimación del volumen muerto en embalses, entre muchos otros. De ahí la importancia de contar con formulaciones y datos certeros que permitan cuantificar el material que se transportará en un cierto tiempo. Para esto se deben conocer las condiciones que provocan la iniciación del movimiento de ese material, más específicamente, el esfuerzo cortante crítico.

En 1936 Albert Shields realizó una serie de pruebas para determinar el esfuerzo cortante crítico. A partir de ese momento, varios investigadores se dieron a la tarea de darle solidez o desmentir los resultados obtenidos. Sin embargo, el tema fue estudiado mayoritariamente en canales de materiales con diámetros promedio menores a los 2 mm (arcillas, limos y arenas). En muchos de los ríos de Costa Rica, debido a la cercanía del sistema montañoso con las costas, el material que conforma el cauce posee diámetros que se encuentran en el rango de las gravas, cantos y bloques, es decir, entre los 2 mm hasta diámetros mayores a los 256 mm (Álvarez, 2018).

El problema específico radica en que, al no contar con información suficiente para cauces conformados por este tipo de materiales, los diseñadores de obras hidráulicas podrían estar utilizando información incorrecta. Es decir, información que surge de la investigación realizada a partir de materiales cuyas características físicas difieren de las que poseen los cauces del país.

Esto podría significar un valor erróneo del esfuerzo cortante crítico y, por lo tanto, que los patrones de arrastre de sedimentos investigados no representen el comportamiento real del movimiento de material en el lecho de los ríos de Costa Rica. Esta diferencia en comportamiento debe ser contemplada tanto en el análisis de cauces, como en diseños hidráulicos de infraestructura.

Se pretende, entonces, determinar las condiciones de flujo que provocan el transporte incipiente de sedimentos a partir de pruebas de laboratorio, utilizando grava como material de fondo de un canal, con el fin de establecer valores de esfuerzo cortante crítico asociados a diferentes tamaños de partícula.

### *1.1.2. Importancia*

El principal aporte de este Trabajo Final de Graduación consiste en la generación de información, mediante experimentación y medición de parámetros, que permita asociar valores de esfuerzo cortante crítico en el lecho de un canal con diferentes tamaños de partícula en el rango de las gravas.

Esta información podría ser utilizada para verificar si los valores de esfuerzo cortante crítico obtenidos por Shields y otros investigadores pueden ser confiablemente utilizados en el análisis del transporte de sedimentos en cauces cuyo fondo se conforme de materiales con características similares a los que se estudian en este proyecto.

Es, además, una herramienta para la elaboración de diseños adecuados evitando el sobredimensionamiento de infraestructura hidráulica o, en caso contrario, el diseño de obras cuya función se vea reducida debido a una aproximación deficiente del caudal sólido que ingresa al sistema, lo cual traería repercusiones en los costos de construcción y mantenimiento. Un análisis adecuado que refleje las condiciones reales a las que estará sometida una estructura, facilita la planificación de labores de mantenimiento y la estimación de costos asociados a estas actividades, por ejemplo, el establecimiento de la frecuencia con la que se deben realizar limpiezas o sustituciones de algunos elementos retenedores de sedimentos, entre otros.

Por otra parte, se debe tener en consideración el impacto social y económico que representa el daño o falla de estructuras hidráulicas sometidas a fenómenos de transporte de sedimentos, asociadas a actividades de producción en una zona, como sistemas de riego para cultivos y actividades ganaderas, o proyectos de generación de energía, por lo que se debe tener conocimiento de los esfuerzos que ocasionan el traslado de material desde los ríos y otros canales hasta estas obras.

Aunado a esto, los sedimentos de cauces naturales o artificiales son generadores potenciales de desastres debidos a obstrucciones del flujo normal del agua, como inundaciones o erosión de las márgenes y lecho, lo que trae implicaciones ambientales, sociales y económicas para el

país. Además, se puede producir contaminación de fuentes de agua para consumo humano o uso agrícola por exceso de minerales, o por acumulación de materia orgánica en descomposición que queda atrapada en los depósitos de material aluvial.

Todo lo anterior refleja la importancia de contar con datos reales del esfuerzo cortante crítico, y el hecho de que la experimentación se realice en laboratorio permite tener control de ciertos parámetros que rigen el comportamiento del flujo de agua, lo que enriquece el análisis de los resultados que se obtuvieron.

### *1.1.3. Antecedentes*

La determinación de valores de esfuerzo cortante crítico ha sido tema de estudio de muchos científicos alrededor del mundo. A partir de 1936, se le da un enfoque distinto al que se tenía previamente, cuando el ingeniero estadounidense Albert Shields consideró las fuerzas que actúan sobre una partícula en el fondo de un canal, para generar un diagrama de iniciación del movimiento. Este diagrama relaciona de forma indirecta el diámetro y la densidad del material del fondo de un canal con el esfuerzo cortante que se genera en las partículas justo en el momento en que éstas empiezan a trasladarse. Su modelo toma en consideración, además, la pendiente del fondo del canal, la velocidad media del flujo, la velocidad que se produce cerca del fondo y la viscosidad del fluido (García y Maza, 1997).

A partir de los resultados obtenidos por Shields, varios investigadores han realizado sus aportes a la materia, en busca de definir un modelo que permita predecir el valor de esfuerzo cortante que provoca la iniciación del transporte de las partículas del fondo del cauce. Según Álvarez (2018), se pueden mencionar Neill (1969), Yalin y Karahan (1979), García y Maza (1986), Parker (2005), entre otros.

Según García y Maza (1997), los experimentos realizados por Yalin y Karahan en 1979 arrojaron resultados distintos a los de Shields. Estos investigadores concluyeron que, para fondos hidrodinámicamente rugosos, el valor de esfuerzo cortante crítico era menor que el que Albert Shields había encontrado. Dado que estos resultados surgieron de la realización de más pruebas que las elaboradas por Shields, se recomienda su uso en el análisis del movimiento del material de fondo de canales.

En nuestro país, se han realizado modelos e investigaciones mayoritariamente con el fin de predecir la cantidad de sedimentos que se producirán y transportarán a lo largo de una longitud

definida en un cauce. Sin embargo, la determinación de cuáles son las condiciones del flujo que provocan ese transporte no ha sido tan detallada.

En 2018, la ingeniera Lucrecia Álvarez realizó un proyecto de investigación del movimiento incipiente del sedimento de fondo en cinco tramos de ríos pertenecientes a la cuenca del Río Grande de Térraba. El proyecto fue desarrollado como tesis para optar por el título de Maestría Académica en Hidrología de la Universidad de Costa Rica.

Álvarez se enfocó en el estudio de materiales cuyas granulometrías van desde las gravas hasta los bloques, característicos de los ríos en Costa Rica. Realizó pruebas y mediciones en campo que le permitieron identificar las condiciones que provocaron el transporte de determinadas partículas, previamente identificadas y marcadas. Con esto, definió los valores de esfuerzo cortante crítico asociados a diferentes diámetros característicos.

Los resultados obtenidos por Álvarez son similares a los que podrían predecirse haciendo uso del diagrama de Shields. Sin embargo, las diferencias encontradas mediante esta comparación y la falta de documentación reciente sobre el tema incitan a generar nueva investigación en este campo, de manera que pueda contarse con una base de datos densa que permita la determinación del esfuerzo cortante crítico asociado a diferentes tamaños de partícula a partir de gravas.

## 1.2. Objetivos

### *1.2.1. Objetivo general*

Establecer el valor de esfuerzo cortante crítico para el transporte incipiente en el lecho de grava de un canal a partir de experimentación y análisis utilizando al menos tres diámetros de partícula.

### *1.2.2. Objetivos específicos*

- a) Caracterizar físicamente diferentes materiales granulares en el rango de las gravas, mediante la realización de pruebas estandarizadas en laboratorio.
- b) Determinar las condiciones de flujo que producen el transporte incipiente del material granular uniforme en el fondo de un canal para tres diferentes tamaños de partícula.
- c) Determinar el esfuerzo cortante crítico que se genera en las partículas del fondo del canal en cada una de las pruebas realizadas.

- d) Comparar los datos de esfuerzo cortante crítico obtenidos, con otros valores experimentales de teorías existentes.

### 1.3. Hipótesis

Se plantea la hipótesis de que el transporte incipiente para materiales de granulometría uniforme con diámetro característico entre 2 mm y 12 mm se representa con valores del parámetro de movilidad  $\tau_*$  distintos a 0,06, lo que difiere del planteamiento de Shields.

### 1.4. Delimitación del problema

De acuerdo con la información brindada anteriormente, puede notarse que las investigaciones relacionadas con este tema presentan variabilidad en sus resultados y sus respectivos rangos de aplicación son restringidos. Por lo tanto, es necesario definir los alcances y limitaciones del proyecto.

#### *1.4.1. Alcances*

Con el fin de establecer los valores de esfuerzo cortante que provocan la condición de transporte incipiente en gravas, se utilizaron materiales que generaron números de Reynolds granular  $Re_*$  cercanos o superiores a 200. Para ello se escogieron tres tamaños de partícula distintos, seleccionados a partir de análisis y de la utilización de tamices para agregados.

El material fue caracterizado mediante pruebas estandarizadas bajo las normas ASTM correspondientes a los métodos de ensayo para la determinación de la densidad relativa y absorción del agregado grueso, y análisis granulométrico por tamices de los agregados. Para esto fue necesario hacer uso de las instalaciones del Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales de la Universidad de Costa Rica (LanammeUCR). Por otra parte, la caracterización de la forma de los granos se realizó de acuerdo con los métodos del diagrama modificado de Zingg (2008) y de Sneed y Folk (1958).

Se ejecutaron pruebas utilizando el canal de fondo fijo y pendiente variable que posee la Escuela de Ingeniería Civil en el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Costa Rica. Se determinó el valor de esfuerzo cortante en el instante en que ocurre el transporte incipiente de las partículas y se realizaron mediciones de velocidad para caracterizar el flujo cerca del lecho.

#### *1.4.2. Limitaciones*

Una de las limitantes que presenta este proyecto de investigación, se relaciona con la elección del material para la realización de las pruebas, pues su escogencia dependió de la oferta del mercado de materiales granulares y de las condiciones de operación del canal de laboratorio utilizado, el cual genera un caudal máximo de  $0,031 \text{ m}^3/\text{s}$ . Por lo tanto, se seleccionaron granos cuya condición de transporte incipiente pudo alcanzarse con caudales menores al mencionado.

Por otra parte, el tiempo representa una limitación en el número de pruebas que se ejecutaron, debido a la gran cantidad de datos que cada una de ellas arroja y que debieron ser procesados y analizados.

#### 1.5. Metodología

El proyecto se desarrolló en cinco etapas, las cuales se muestran esquemáticamente en la Figura 1.

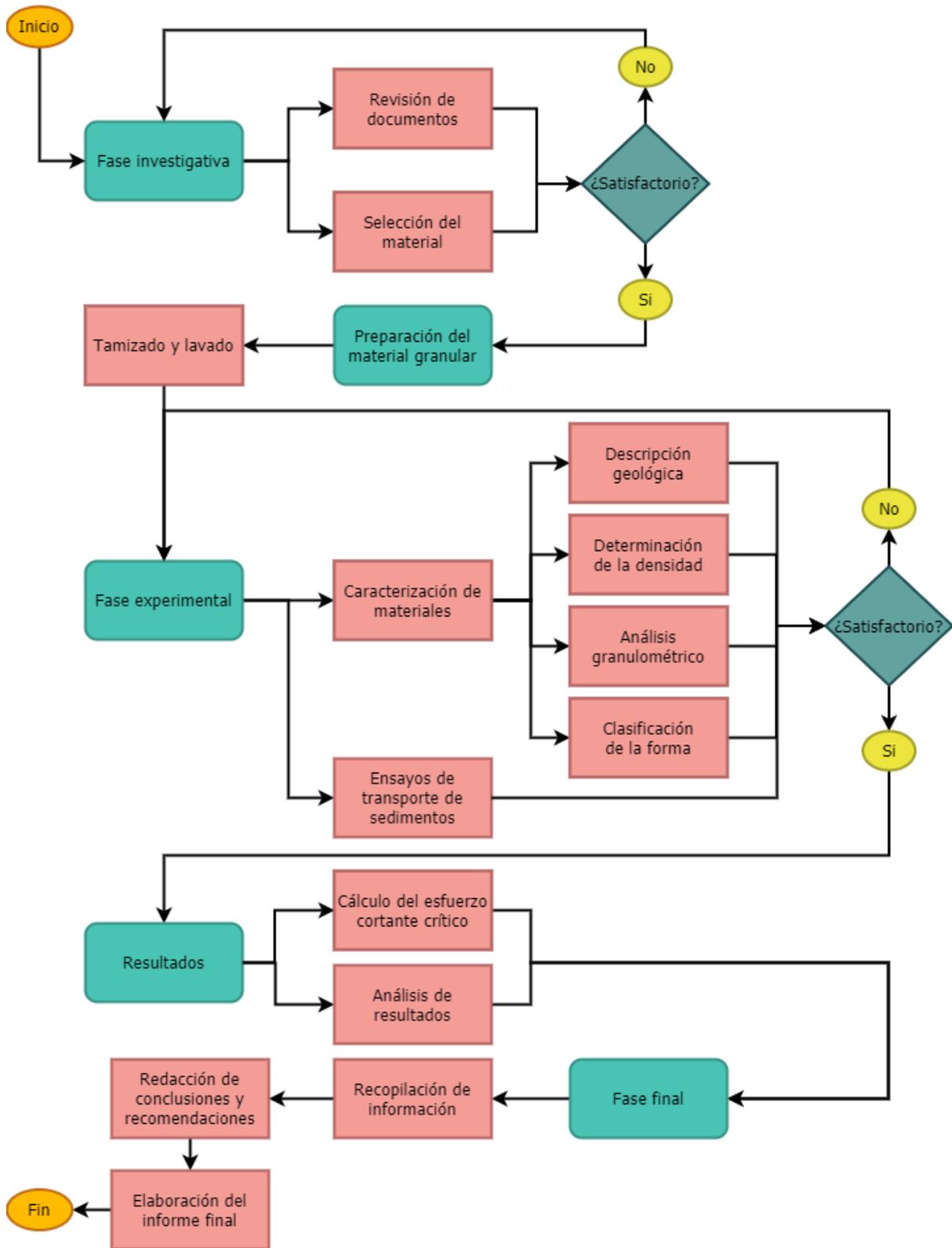


Figura 1. Esquema de metodología aplicada en la determinación del esfuerzo cortante crítico para la iniciación del transporte de sedimentos en canales con fondos de grava

### *1.5.1. Investigación teórica y selección del material granular*

Inicialmente, se realizó una revisión de documentos tales como normas, artículos científicos, trabajos finales de graduación, entre otros; con el fin de generar una base de conocimiento sobre las consideraciones teóricas que se han tomado para la realización de las diferentes pruebas, tanto en laboratorio como en campo, acerca del transporte incipiente de sedimentos. Posteriormente, se aplicó parte del conocimiento adquirido para realizar una selección preliminar de tres materiales, los cuales fueron sometidos a ensayos para determinar su densidad y granulometría. A partir de esto, se eligieron los tamaños de partícula y el material que se utilizó en las etapas siguientes de la investigación, y se definió el rango de pendientes de fondo con que se ejecutaron las pruebas en la fase experimental.

### *1.5.2. Preparación del material granular*

En esta sección del proceso, se separó el material seleccionado en los diferentes tamaños de partícula elegidos en la etapa anterior, para esto, se utilizaron tamices de tamaños estándar según la norma ASTM E11. Además, fue necesario remover partículas finas mediante el lavado con agua del material disgregado.

### *1.5.3. Fase experimental*

La tercera etapa se divide en dos secciones, las cuales consisten en la caracterización física de los materiales elegidos en la fase previa, y en la realización de pruebas de laboratorio para el transporte incipiente de los sedimentos.

#### *1.5.3.1. Caracterización de los materiales*

Los ensayos para caracterizar los materiales de fondo utilizados son los siguientes:

##### a) Análisis granulométrico

La identificación de la distribución de tamaños del material a utilizar para las pruebas de umbral de movimiento se realizó de acuerdo con el procedimiento descrito en la norma ASTM C136-14, análisis granulométrico por tamices de los agregados fino y grueso.

##### b) Determinación de la densidad

Debido a que el material posee únicamente partículas gruesas, se empleó el método de ensayo estándar para la determinación de la densidad relativa y absorción del agregado grueso (ASTM

C127-15), tanto para la muestra que contenía todos los diámetros de partícula, como para los diferentes tamaños, una vez separados.

#### c) Forma del material

Se utilizó el diagrama de Sneed y Folk (1958), así como el modificado de Zingg (2008) para clasificar la forma del material en compacta, disco, barra o cuchilla.

#### *1.5.3.2. Experimentación para condiciones de transporte incipiente*

Esta etapa estuvo enfocada en la realización de pruebas en un canal de laboratorio con capacidad de generar un caudal máximo de 0,031 m<sup>3</sup>/s, y cuya pendiente puede variarse desde -2,5% hasta 2,5%.

Los ensayos consistieron en cambiar las condiciones del flujo variando parámetros como la pendiente y el caudal, con el fin de modificar el estado de esfuerzo de los granos. Se colocó una cama de material granular de tamaño uniforme en el fondo del canal, con espesor aproximado entre 14 mm y 26 mm.

Para cada ensayo se tomaron en cuenta tres diferentes tamaños de partícula y se realizaron mediciones cerca del lecho con el perfilador de velocidad Vectrino Profiler de la marca Nortek, capaz de medir el perfil en tres dimensiones a una resolución de 1 mm en una altura de 30 mm. Además, posee una frecuencia de muestreo de hasta 100 Hz.

#### *1.5.4. Cálculo del esfuerzo cortante crítico y análisis de resultados*

Esta etapa del proyecto consistió en el procesamiento de los datos obtenidos en las fases previas con el objetivo de cuantificar los esfuerzos generados sobre el lecho de grava para cada material utilizado.

Se determinó el esfuerzo cortante crítico  $\tau_c$ , calculado como el esfuerzo cortante generado en el fondo del canal bajo las condiciones de transporte incipiente, para cada uno de los ensayos realizados en laboratorio, considerando el peso específico del agua, el radio hidráulico y la pendiente de fondo del canal. Seguidamente, se realizó el cálculo del parámetro adimensional de movilidad  $\tau_*$ , velocidad de corte  $u_*$  y del número de Reynolds granular  $Re_*$  a partir de las observaciones realizadas. Una vez obtenidos estos valores, se realizó una comparación entre la información generada mediante experimentación y la encontrada por diferentes investigadores a partir del año 1936.

Posteriormente, se analizaron las diferentes fuentes de incertidumbre asociadas a los parámetros calculados, con el fin de reportar estos valores con un alto nivel de confianza, así como identificar aquellas variables que aportan mayor incertidumbre en la obtención de los datos.

Las mediciones de velocidad cerca del lecho permitieron realizar un análisis cualitativo de la forma de los perfiles en la dirección longitudinal, así como caracterizar el flujo durante la condición de iniciación del transporte de las partículas.

#### *1.5.5. Fase final*

Finalmente, se recopiló toda la información generada a lo largo de la investigación a fin de redactar las conclusiones del proyecto, proporcionar las recomendaciones pertinentes y elaborar el informe final.

## Capítulo 2. Marco teórico

### 2.1. Propiedades físicas de los sedimentos

La dinámica de sedimentos en el fondo de un canal depende tanto de las características del flujo como de las propiedades de los granos que lo componen. De acuerdo con Vanoni (2006), la propiedad más importante de la partícula es su tamaño, sin embargo, para obtener resultados más precisos, es necesario conocer otras propiedades tales como la forma y el peso específico.

Por otra parte, una descripción geológica provee solidez a la caracterización de un material granular.

#### *2.1.1. Tipos de roca*

En Costa Rica, al ser un territorio joven y debido a su proceso de formación geológica, se encuentran mayoritariamente rocas ígneas, formadas a partir del enfriamiento del magma. Este enfriamiento puede darse dentro de la corteza terrestre, dando origen a rocas ígneas intrusivas como el granito y el gabro; o bien, al entrar en contacto con la atmósfera o el océano, originando rocas ígneas volcánicas o extrusivas como el basalto, riolita u obsidiana (Red Sismológica Nacional, 2019).

Las rocas basálticas tienden a ser más pesadas que la mayoría de las rocas que componen la corteza terrestre, por lo que son relativamente comunes en los ríos de áreas sometidas a vulcanismo en la historia geológica reciente (García, 2008).

De acuerdo con García (2008), los minerales más frecuentes en los lechos de los ríos y en entornos costeros corresponden al cuarzo y a feldespatos, debido a sus propiedades mecánicas altamente resistentes, por lo que pueden viajar grandes distancias, o permanecer durante un tiempo muy prolongado en un solo sitio, sin experimentar alteraciones físicas o químicas, manteniendo su integridad.

#### *2.1.1. Tamaño*

La distribución de la velocidad de flujo, así como la capacidad de transporte de sedimentos en un canal, se ve afectada por la rugosidad del fondo, y ésta a su vez depende del tamaño de las partículas del sedimento (García, 2008). Debido a la gran amplitud de tamaños que se presentan en los materiales de lecho, no tiene sentido considerar en detalle las propiedades

de partículas de forma individual, sino que es conveniente agrupar los sedimentos en diferentes clases de tamaño (Vanoni, 2006), como se muestra en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Escala de tamaños del sedimento

Nombre de la clase	Rango de tamaño		Aberturas aproximadas de malla de tamiz por pulgada
	Milímetros	Micrones	
Bloques muy grandes	4 096 - 2 048		
Bloques grandes	2 048 - 1 024		
Bloques medianos	1 024 - 512		
Bloques pequeños	512 - 256		
Cantos grandes	256 - 128		
Cantos pequeños	128 - 64		
Grava muy gruesa	64 - 32		
Grava gruesa	32 - 16		
Grava mediana	16 - 8		
Grava fina	8 - 4		5
Grava muy fina	4 - 2		10
Arena muy gruesa	2,000 - 1,000	2 000 - 1 000	18
Arena gruesa	1,000 - 0,500	1 000 - 500	35
Arena mediana	0,500 - 0,250	500 - 250	60
Arena fina	0,250 - 0,125	250 - 125	120
Arena muy fina	0,125 - 0,062	125 - 62	230
Limo grueso	0,062 - 0,031	62 - 31	
Limo medio	0,031 - 0,016	31 - 16	
Limo fino	0,016 - 0,008	16 - 8	
Limo muy fino	0,008 - 0,004	8 - 4	
Arcilla gruesa	0,004 - 0,002	4 - 2	
Arcilla mediana	0,002 - 0,001	2 - 1	
Arcilla fina	0,0010 - 0,0005	1 - 0,5	
Arcilla muy fina	0,0005 - 0,00024	0,5 - 0,24	

Fuente: adaptado de Vanoni, 2006

Es común utilizar el milímetro (mm) o el micrómetro ( $\mu\text{m}$ ), como unidades de medida del diámetro característico o tamaño de las partículas. Según García (2008), la forma más usual de determinar el tamaño del grano de un sedimento entre 0,0625 mm y 16 mm es mediante el uso de tamices. Cada tamiz tiene una malla cuadrada, cuyo lado (abertura) corresponde al diámetro de la esfera más grande que pasaría a través de la malla.

### 2.1.2. Gravedad específica

La gravedad específica de un material es la relación entre su densidad  $\rho_s$  y la densidad del agua  $\rho$ , o bien la relación entre pesos específicos del sedimento  $\gamma_s$  y del agua  $\gamma$ . Vanoni (2006) explica que, a medida que un material se vuelve más fino debido a la abrasión o a la intemperie, tiende a perder algunos minerales menos estables que envejecen más rápidamente y se disuelven, por lo que su gravedad específica puede variar con respecto a la de la roca madre.

### 2.1.3. Distribución de tamaño

Una manera apropiada de caracterizar una muestra de sedimentos es a través de un análisis granulométrico. Éste consiste en determinar la distribución de tamaño de partículas de acuerdo con su peso. Según García (2008), la distribución de tamaños puede ser utilizada para extraer algunas estadísticas sobre el sedimento en cuestión, por ejemplo, si  $x$  denota un porcentaje, entonces la connotación  $D_x$  representa el tamaño de partícula para el cual un  $x\%$  del peso de la muestra se compone de granos más finos. Así el  $D_{50}$  representa el tamaño medio de la muestra, es decir, el tamaño para el cual el 50% del material es más fino; y el  $D_{90}$ , comúnmente utilizado en la determinación de la altura de rugosidad del lecho de un cauce, indica el diámetro para el cual el 90% de la muestra en peso consiste en granos más finos.

Para una mayor definición de la granulometría, se utilizan el coeficiente de uniformidad  $C_u$  y el coeficiente de curvatura  $C_c$  como muestran las ecuaciones ( 1 ) y ( 2 ) a continuación.

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}} \quad ( 1 )$$

$$C_c = \frac{D_{30}^2}{D_{10}D_{60}} \quad ( 2 )$$

De acuerdo con Crespo (2004), se considera un material bien graduado si se cumple la condición de que el coeficiente de uniformidad sea mayor a 4 para gravas, y mayor a 6 para arenas, y que el coeficiente de curvatura esté comprendido entre 1 y 3. Cuando el coeficiente de uniformidad es menor a los valores indicados, significa que el sedimento es muy uniforme en el diámetro de sus partículas.

Otros parámetros usualmente utilizados en la caracterización de un sedimento son la desviación estándar geométrica  $\phi_g$  y el tamaño geométrico  $D_g$ . Si los logaritmos de los tamaños de grano

están normalmente distribuidos, es decir, si la distribución es logarítmica normal,  $\varphi_g$  y  $D_g$  pueden obtenerse fácilmente mediante las siguientes ecuaciones (Vanoni, 2006).

$$\varphi_g = \sqrt{\frac{D_{84,1}}{D_{15,9}}} \quad (3)$$

$$D_g[\text{mm}] = \sqrt{D_{84,1} \cdot D_{15,9}} \quad (4)$$

Donde

$D_{84,1}[\text{mm}]$  = Tamaño para el cual el 84,1% del material en peso es más fino [mm].

$D_{15,9}[\text{mm}]$  = Tamaño para el cual el 15,9% del material en peso es más fino [mm].

Un material perfectamente uniforme posee  $\varphi_g = 1$ . Según García (2008), si una mezcla de sedimentos presenta  $\varphi_g < 1,3$  se puede denominar bien clasificada y puede tratarse como un material uniforme. Si  $\varphi_g > 1,6$ , se puede decir que el material está mal clasificado.

#### 2.1.4. Forma

El esquema de Zingg (1935) es una de muchas maneras de clasificar un material de acuerdo con su forma (García, 2008). Para aplicar el método, se miden tres longitudes de una partícula, siendo éstos el eje mayor  $a$ , el eje intermedio  $b$  y el eje menor  $c$ . Si estos tres son iguales, la forma del grano se aproxima a una esfera. Si  $a$  y  $b$  son similares y  $c$  es mucho más pequeño, el grano tiene forma de disco. Si  $b$  y  $c$  son similares, pero  $a$  es mucho mayor, se trata de una partícula con forma de varilla. Finalmente, si  $c$  es mucho más pequeño que  $b$ , que a su vez es mucho más pequeño que  $a$ , la forma resultante debe ser similar a una hoja o cuchilla. La Figura 2 muestra una modificación presentada por García (2008) del diagrama de clasificación de Zingg de 1935 y se ilustra cada una de las categorías explicadas.

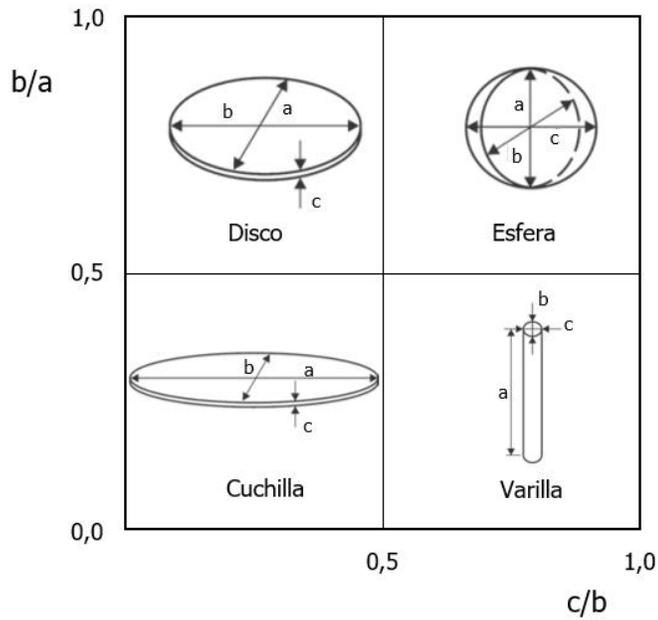


Figura 2. Definición del diagrama modificado de Zingg  
Fuente: adaptado de García, 2008

Por otra parte, Sneed y Folk (1958), presentaron una clasificación más amplia que incluye diez categorías, a las cuales se les nombra por sus siglas en inglés, como se muestra a continuación, en la Figura 3.

- Compacta (C)
- Compacta – disco (CP)
- Compacta – cuchilla (CB)
- Compacta – elongada (CE)
- Disco (P)
- Cuchilla (B)
- Elongada (E)
- Disco muy laminar (VP)
- Cuchilla plana (VB)
- Muy elongada (VE)

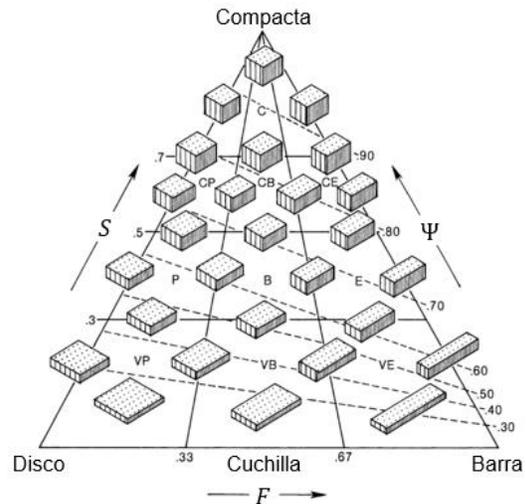


Figura 3. Diagrama de clasificación de forma de Sneed y Folk (1958)  
Fuente: adaptado de Pye y Tsoar, 1990

Si se comparan ambos métodos de clasificación de la forma de los granos, se encuentra que la forma compacta de Sneed y Folk es la clase análoga a la forma de esfera de Zingg; y las

formas disco muy laminar, cuchilla plana y muy elongada de Sneed y Folk, son análogas a disco, cuchilla y varilla, respectivamente, de la clasificación de Zingg. Mientras que el resto de las formas son clases intermedias.

## 2.2. Umbral del movimiento

Un cauce conformado por material granular por el cual circula una corriente de agua verá en algún momento desplazada una partícula por la fuerza que ejerce el fluido sobre el lecho. Saber en qué condiciones ocurre esto es el problema del umbral del movimiento (Martín, 2003).

Cuando los esfuerzos cortantes debidos a la fuerza de arrastre que se genera por el escurrimiento del agua igualan a los esfuerzos generados por la fuerza de fricción entre las partículas granulares, se produce una condición límite entre la sedimentación y el movimiento de los granos. Se genera lo que se conoce como esfuerzo cortante crítico, y su determinación ha sido motivo de análisis durante muchos años.

Con el fin de comprender este fenómeno, se puede realizar un análisis simplificado de las fuerzas que actúan sobre una partícula del fondo del cauce. El peso del agua ejerce una fuerza tangencial por unidad de área llamada esfuerzo cortante en el fondo, dada por

$$\tau_b [Pa] = \gamma \cdot R \cdot i \quad (5)$$

Donde

$\gamma$  = peso específico del agua [ N/m<sup>3</sup>]

$i$  = pendiente de la línea de energía [m/m]

$R$  = radio hidráulico del canal [m]

Para un canal rectangular, se tiene que

$$R[m] = \frac{B \cdot h}{B + 2h} \quad (6)$$

Donde

$B$  = ancho del canal [m]

$h$  = tirante [m]

Además, el peso específico del agua puede definirse como sigue

$$\gamma [N/m^3] = \rho \cdot g \quad (7)$$

En aplicaciones prácticas, es necesario conocer el valor del esfuerzo cortante que se genera en el fondo del canal durante la iniciación del transporte, es decir, aquel valor de  $\tau_b$  para el que los granos están a punto de ser desplazados, y para el que un esfuerzo un poco mayor generará el transporte. Éste es el esfuerzo cortante crítico  $\tau_c$ . Dicho de otra manera, la condición de transporte incipiente se presenta cuando  $\tau_b = \tau_c$ .

En la Figura 4 se muestra un diagrama de las fuerzas que actúan sobre una partícula propensa al movimiento en el lecho de un canal de material granular, en donde  $L_f$  es la fuerza de flotación generada por el fluido (en este caso, agua) y  $F_g$ , la fuerza producida por acción de la gravedad (peso de la partícula).

El movimiento se produce por acción de la fuerza de arrastre  $D_f$ . Según Martín, (2003) la magnitud de ésta es proporcional al esfuerzo cortante que se genera en el fondo y al cuadrado del diámetro característico del grano ( $\tau_b \cdot D^2$ ).

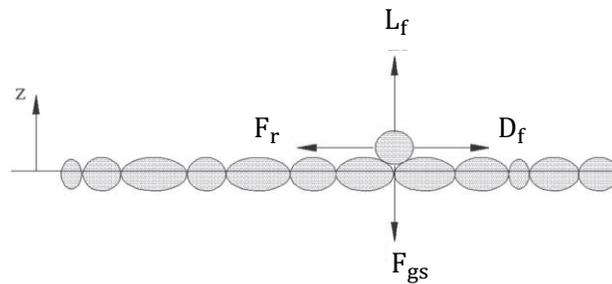


Figura 4. Fuerzas actuando en una partícula de material granular  
Fuente: García, 2008

La partícula genera una resistencia al movimiento dada por la fuerza de fricción  $F_r$ , la cual es proporcional al peso sumergido de la misma  $F_{gs}$

$$F_{gs} [N] = F_g - L_f = \gamma_s \cdot Vol - \gamma \cdot Vol$$

$$F_{gs} [N] = (\gamma_s - \gamma) \cdot Vol \quad (8)$$

Donde

$\gamma_s$  = peso específico de la partícula [N/m<sup>3</sup>]

$Vol$  = volumen de la partícula [m<sup>3</sup>], proporcional a  $D^3$

Si las fuerzas horizontales  $F_r$  y  $D_f$  tienen igual magnitud, no se produce movimiento. Mientras que si la fuerza de arrastre  $D_f$  supera la fuerza de fricción  $F_r$ , el grano se moverá en la dirección del flujo (hacia la derecha, según el esquema de la Figura 4).

Por otra parte, si los granos del fondo se ordenan formando crestas, existe un ángulo de pendiente máximo para el cual no se presentará deslizamiento de las partículas. Por encima de esta pendiente, el material cederá y las partículas se desplazarán hacia la base de la cresta. Este ángulo es conocido como ángulo de reposo, denotado por  $\varphi$ .

En la Figura 5 se observa un esquema de dicho concepto y se muestran las fuerzas que actúan sobre una partícula en la pendiente de la cresta de sedimento sumergida. En este análisis, se considera que el caudal es igual a cero, por lo que no se presenta una fuerza de arrastre  $D_f$ .

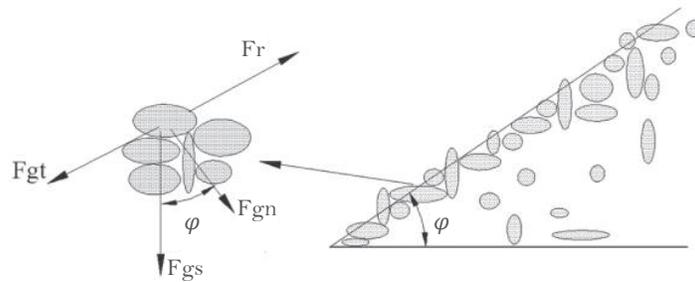


Figura 5. Esquema de definición de ángulo de reposo  
Fuente: adaptado de García, 2008

El peso sumergido o fuerza de gravedad sumergida ( $F_{gs}$ ) posee una componente tangencial a la pendiente descendente ( $F_{gt}$ ) y una componente normal ( $F_{gn}$ ). Por definición, la fuerza de fricción de Coulomb es la fuerza tangencial resistiva al movimiento de la partícula, proporcional a la fuerza normal  $F_{gn}$ . Por lo tanto,

$$F_{gt} [N] = (\gamma_s - \gamma) \cdot Vol \cdot \text{sen}(\varphi) \quad (9)$$

$$F_{gn} [N] = (\gamma_s - \gamma) \cdot Vol \cdot \text{cos}(\varphi) \quad (10)$$

$$F_r [N] = \mu_c \cdot F_{gn} \quad (11)$$

Donde

$\mu_c$  = coeficiente de fricción adimensional de Coulomb

La condición para el movimiento incipiente se da cuando la fuerza de gravedad impulsora se equilibra con la fuerza resistiva de Coulomb (García, 2008)

$$F_{gt} = F_r \quad (12)$$

De las cuatro ecuaciones anteriores, se deduce que

$$\mu_c = \tan(\varphi) \quad (13)$$

De acuerdo con García (2008), **pruebas empíricas realizadas indican que  $\varphi$  está cerca de  $30^\circ$**  para arena, y aumenta gradualmente hasta  $40^\circ$  para grava. Se debe tomar en cuenta que algunas propiedades físicas del material pueden generar ángulos de reposo mayores, por ejemplo, si se trata de un material anguloso en el que las partículas tenderán a trabarse resistiéndose aún más al desplazamiento.

Un análisis similar fue realizado por el ingeniero Albert Shields en 1936. Él investigó el tema de condición crítica de arrastre en materiales no cohesivos de granulometría uniforme y definió el parámetro adimensional de movilidad o parámetro de Shields  $\tau_*$ . Éste se refiere a la relación entre la fuerza promotora del movimiento y la fuerza estabilizadora (Martín, 2003), como se muestra a continuación,

$$\tau_* = \frac{\text{acción de arrastre (proporcional a } \tau_b \cdot D^2)}{\text{resistencia por fricción (proporcional a } (\gamma_s - \gamma) \cdot D^3)} \quad (14)$$

$$\tau_* = \frac{\tau_b}{(\gamma_s - \gamma) \cdot D}$$

Del análisis anterior se deduce que el transporte incipiente en el fondo de un canal depende tanto de las características del material de fondo que lo compone, como de las condiciones del flujo. Por lo tanto, la acción del agua sobre el lecho puede también representarse mediante una velocidad característica llamada velocidad de corte  $u_*$ , que se define como

$$u_* [m/s] = \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}} \quad (15)$$

Donde

$\rho$  = densidad del agua [ $kg/m^3$ ].

Según García (2008), el parámetro  $u_*$  y, por lo tanto  $\tau_b$ , provee una medida directa de la intensidad del flujo y de su capacidad de transportar las partículas de sedimento. Además,

dato que  $u_*$  es representativa de las condiciones de flujo cerca del fondo, es utilizada en la definición del número de Reynolds granular  $Re_*$ , como sigue

$$Re_* = \frac{u_* \cdot D}{\nu} \quad (16)$$

Donde

$\nu$  = viscosidad cinemática del agua [Pa·s]

El número de Reynolds granular también es adimensional. Shields encontró, mediante experimentación, una relación entre los parámetros  $\tau_*$  y  $Re_*$ , cuya representación gráfica se conoce como diagrama de Shields. Éste se muestra en la Figura 6.

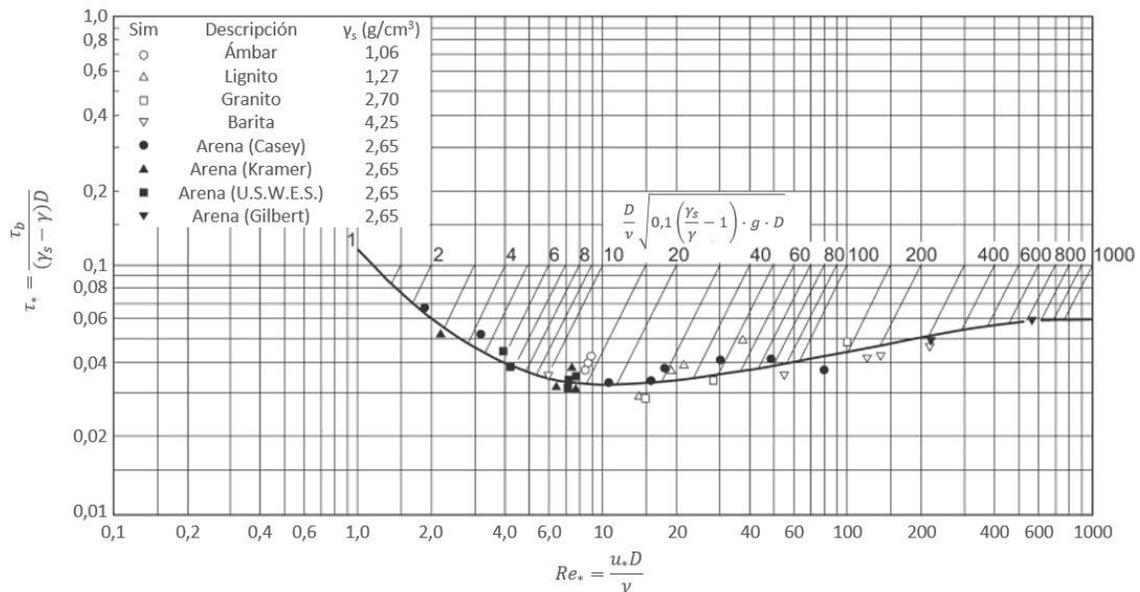


Figura 6. Diagrama de Shields para la iniciación del movimiento  
Fuente: adaptado de García, 2008

Por debajo de la curva existe reposo, mientras que los puntos por encima corresponden al movimiento desarrollado. Es decir, sobre la curva se da el transporte incipiente de los granos y ésta representa la relación entre el parámetro adimensional de Shields en la condición crítica  $\tau_{*c}$ , y el número de Reynolds granular también en condición crítica  $Re_{*c}$ . En general, el subíndice  $c$  en cualquier parámetro, hace referencia a los valores en la condición de iniciación del transporte de partículas.

García Flores, en 1986, presentó una ecuación que representa la curva de transporte incipiente hallada por Shields en 1936 (García y Maza, 1997). A continuación, se muestra

$$\tau_{*c} = \begin{cases} \frac{0,0907}{R_{*c}^{0,9481}} + 0,0835 \exp \left\{ - \left[ \frac{26,1583}{R_{*c}} \right]^{0,3340} \right\} & \text{si } 1,6543 < R_{*c} < 600 \\ 0,06 & \text{si } R_{*c} > 600 \end{cases} \quad (17)$$

En realidad, Shields no obtuvo una curva nítida como la representada en la Figura 6, sino una banda que refleja cierta dispersión en los datos (Martín, 2003). Aun así, sentó nuevas bases para el estudio de la iniciación del transporte de sedimentos. A partir de la publicación de los resultados de Shields, muchos investigadores se han dado a la tarea de verificar la curva, extenderla o modificarla (García y Maza, 1997).

Se puede observar, en la Figura 6, que la mayoría de los datos posee un número de Reynolds granular entre 2 y 200. Se nota también que, para números de Reynolds mayores a 600, la curva presenta un valor constante de  $\tau_* = 0,06$ . Las pruebas realizadas por otros investigadores, sin embargo, arrojaron valores menores para la condición  $Re_* > 600$ . Por ejemplo, Neill en 1968 encontró que el valor de  $\tau_*$  en esta parte de la curva debería ser 0,03, mientras que Gessler en 1971 sugirió un valor de 0,046 (García, 2008).

De acuerdo con García (2008), el valor de  $\tau_*$  para utilizar en diseño depende de cada caso particular. Así, si los granos que se mueven pueden ser remplazados por otros que viajan desde aguas arriba, cierto valor de movimiento puede ser tolerado, y por tanto la gráfica de Shields puede ser utilizada. Si por el contrario, las partículas no son sustituidas por otras, los valores de  $\tau_*$  de Shields son muy altos, por lo tanto deben ser divididos entre dos para propósitos de ingeniería.

En 2018, la ingeniera Lucrecia Álvarez investigó la iniciación del movimiento en cinco ríos de la Cuenca del Río Grande de Térraba en Costa Rica, determinando valores de  $\tau_*$  cercanos a los encontrados por Shields, al utilizar el diámetro característico del grano  $D_{50}$ . Sin embargo, como puede apreciarse en la Figura 7, la mayoría de esos valores se encuentran ligeramente por encima del valor de 0,06. Mientras que para el diámetro  $D_{84}$ ,  $\tau_*$  se aproxima a 0,03.

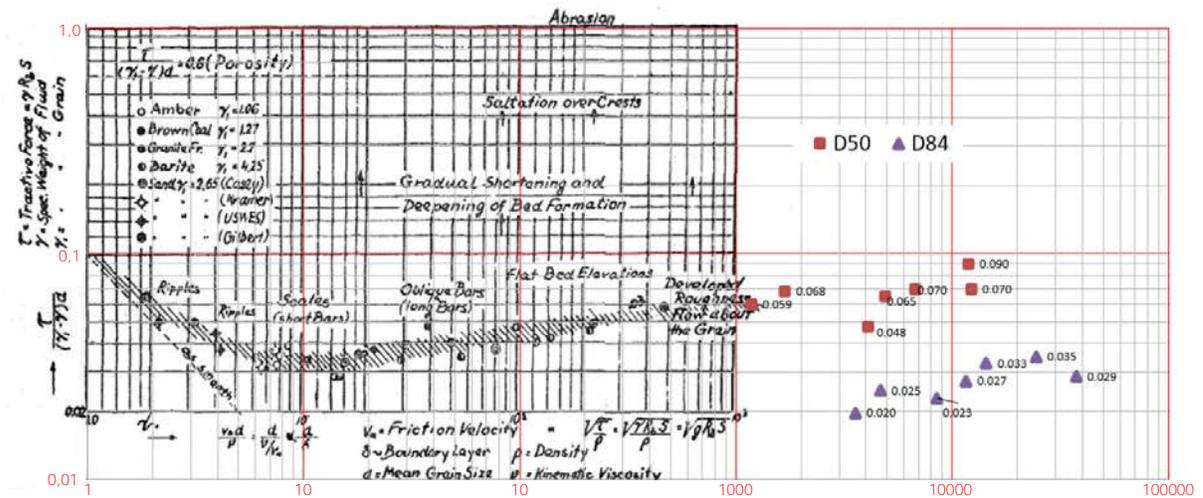


Figura 7. Umbral de movimiento del sedimento para ríos de la Cuenca del Río Grande de Térraba, comparado con el diagrama de Shields (1936)

Fuente: Álvarez, 2018

La curva planteada por Shields presenta el inconveniente de que, para ciertas aplicaciones donde se requiere conocer el esfuerzo cortante crítico  $\tau_c$ , la utilización de la gráfica es poco práctica, debido a que este parámetro se encuentra tanto en las ordenadas, en la definición de  $\tau_*$ , como en las abscisas en la definición de  $u_*$  en el número de Reynolds granular  $Re_*$ . García y Maza (1997) explican el procedimiento iterativo que se debe seguir si se utilizara la curva para esos propósitos:

- Suponer un valor de esfuerzo cortante crítico  $\tau_c$
- Evaluar  $\tau_c$  en la ecuación ( 15 ) para obtener la velocidad de corte crítica  $u_{*c}$
- Determinar el número de Reynolds granular asociado a  $u_{*c}$  mediante la ecuación ( 16 )
- Estimar el valor de  $\tau_{*c}$  en la gráfica
- Calcular  $\tau_c$  a través del despeje de la ecuación ( 14 ) como se muestra a continuación,

$$\tau_c [Pa] = \tau_{*c} \cdot (\gamma_s - \gamma) \cdot D \quad ( 18 )$$

- Si el valor de  $\tau_c$  calculado no coincide con el supuesto, se repite el procedimiento iniciando con el valor calculado, hasta que ambos coincidan.

Una relación directa entre el parámetro adimensional de Shields y el número de Reynolds granular, se presenta mediante el llamado diámetro adimensional de la partícula  $D^*$ , según la siguiente expresión

$$D^* = \left( \frac{Re_*}{\sqrt{\tau_*}} \right)^{2/3} \quad (19)$$

Donde

$$D^* = D \cdot \left[ \frac{(\gamma_s - \gamma)}{\gamma} \cdot \frac{g}{v^2} \right]^{1/3} \quad (20)$$

Si se grafican los datos de Shields como  $\tau_*$  vs  $D^*$ , se encuentra una relación explícita para la determinación del esfuerzo cortante crítico  $\tau_c$ , como se muestra en la Figura 8, debido a que este parámetro se encuentra únicamente en el eje de las ordenadas, con lo que la estimación del esfuerzo cortante crítico  $\tau_c$  a partir de los datos de Shields se vuelve muy simple.

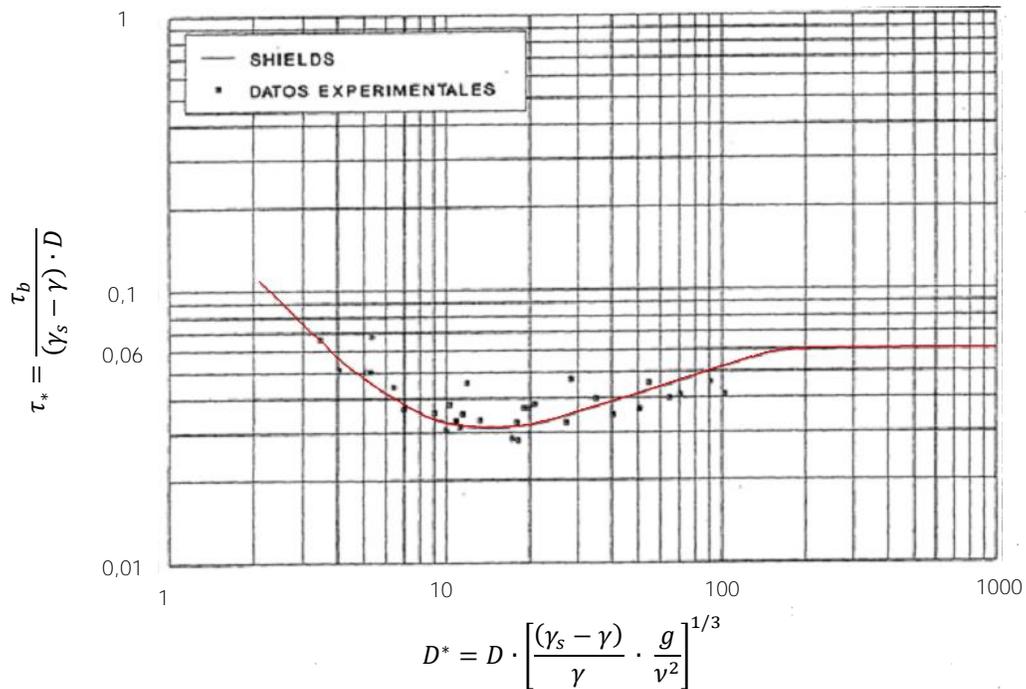


Figura 8. Curva de Shields de transporte incipiente ( $\tau_*$  vs  $D^*$ )  
Fuente: adaptado de García y Maza, 1997

García Flores, en 1986, presentó el siguiente ajuste para la curva anterior (García y Maza, 1997),

$$\tau_{*c} = \begin{cases} \frac{0,2061}{D_{*c}^{0,9690}} + 0,0947 \exp \left\{ - \left[ \frac{44,6685}{D_{*c}} \right]^{0,5170} \right\} & \text{si } 3,460007 < D_{*c} < 182,011861 \\ 0,06 & \text{si } D_{*c} \geq 182,011861 \end{cases} \quad (21)$$

Por otra parte, Yalin y Karahan (1979), a partir de la recopilación de gran cantidad de datos experimentales de otros investigadores, y utilizando glicerina en sus propios experimentos para aumentar el grosor de la subcapa viscosa (García, 2008), lograron observar el inicio del movimiento en condiciones de flujo laminar y turbulento, con lo que encontraron que el esfuerzo cortante crítico no se representa con la misma relación en ambos regímenes de flujo (García y Maza, 1997).

A partir de sus observaciones, presentaron el diagrama que se muestra en la Figura 9, donde se observa que, para números de Reynolds granular mayores a 70 (que corresponde a condiciones hidráulicamente rugosas),  $\tau_{*c}$  toma un valor de aproximadamente 0,045. Mientras que para valores de  $Re_*$  menores a 10, la relación entre  $\tau_{*c}$  y  $Re_*$  depende del régimen de flujo (García, 2008).

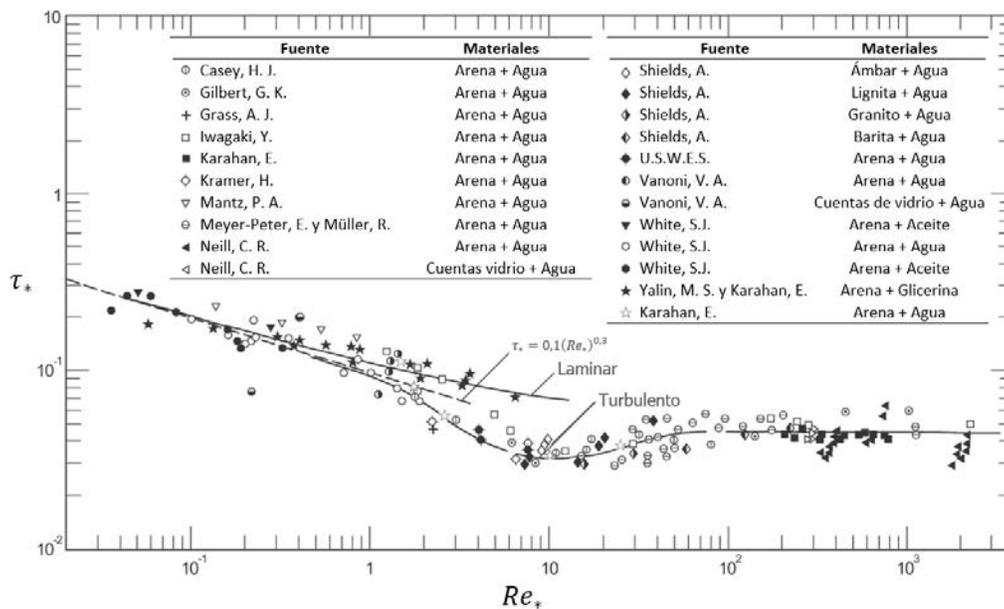


Figura 9. Diagrama de iniciación del transporte de sedimentos de Yalin y Karahan (1979)  
Fuente: adaptado de García, 2008

De la misma manera en que lo hizo para la curva de Shields, García Flores (1986) desarrolló una expresión de ajuste para cada una de las curvas de Yalin y Karahan.

Al utilizar el diámetro adimensional de la partícula  $D^*$  definido en la ecuación ( 20 ), en flujo turbulento, se tiene

$$\tau_{*c} = \left\{ \begin{array}{ll} 0,1371D_{*c}^{-0,3770} & \text{si } 0,10735 < D_{*c} \leq 2,0838 \\ \frac{0,1777}{D_{*c}^{0,7303}} + 0,0437 \exp \left\{ - \left[ \frac{31,9536}{D_{*c} + 10} \right]^{2,4531} \right\} & \text{si } 2,0838 < D_{*c} < 47,75233 \\ 0,045 & \text{si } D_{*c} \geq 47,75233 \end{array} \right\} \quad (22)$$

Mientras que en flujo laminar,

$$\tau_{*c} = \frac{0,1439}{D_{*c}^{0,3524}} + 0,0084 \exp \left\{ - \left[ \frac{5,6243}{D_{*c}} \right]^{9,2084} \right\} \quad \text{si } 0,21637 \leq D_{*c} \leq 11,25177 \quad (23)$$

La Figura 10 muestra la curva de Yalin y Karahan (1979) modificada para ser representada mediante el diámetro adimensional de partícula  $D^*$ .

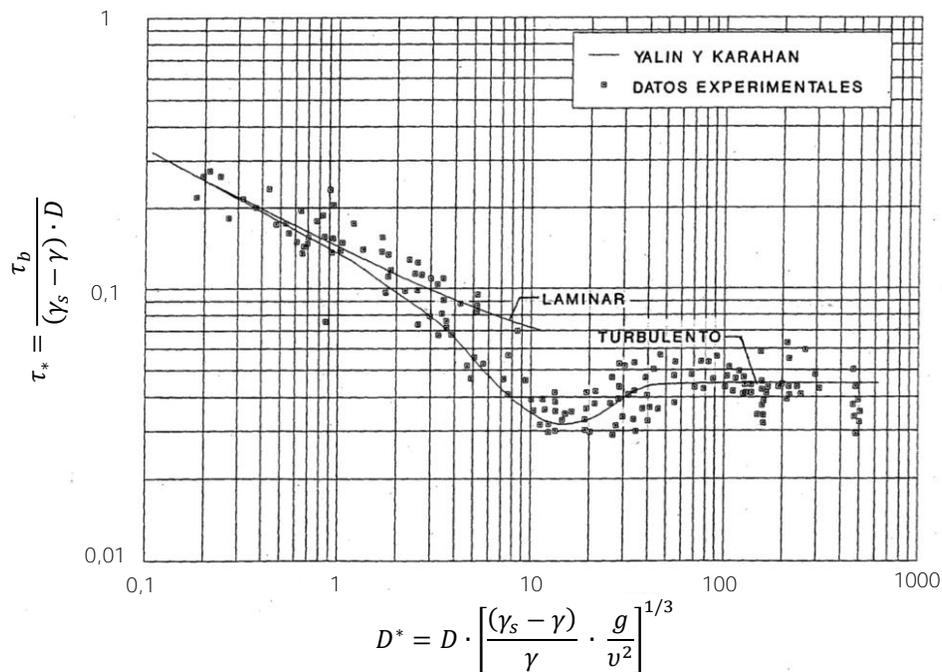


Figura 10. Curva de Yalin y Karahan de transporte incipiente ( $\tau_*$  vs  $D^*$ )  
Fuente: adaptado de García y Maza, 1997

Por otra parte, Aguirre, Olivero, y Moncada (2000) investigaron las condiciones críticas que provocan el transporte de sedimentos en cauces de alta pendiente en laboratorio. En su investigación presentaron un gráfico en el que se recopilan los datos obtenidos por varios autores para canales de alta rugosidad, con números de Reynolds granular entre 1000 y 20 000. El gráfico muestra los valores del parámetro adimensional de Shields y número de Reynolds granular para la condición de transporte crítica de cada ensayo (Figura 11).

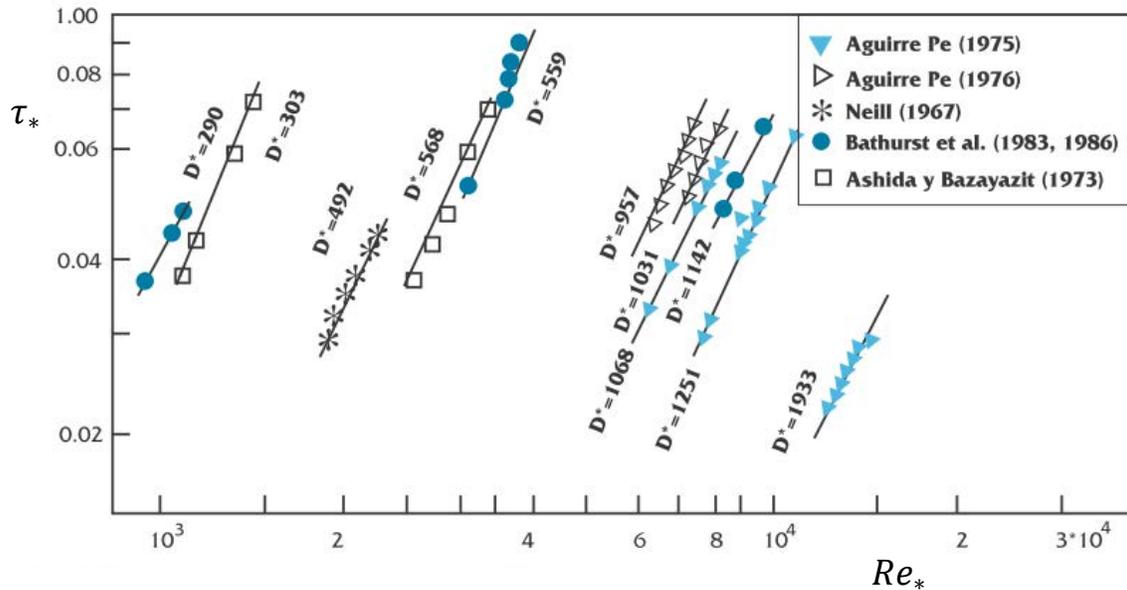


Figura 11. Parámetro de Shields en canales de alta rugosidad  
Fuente: adaptado de Aguirre, Olivero y Moncada, 2000

En la Figura 11 se nota una tendencia lineal creciente para cada diámetro adimensional de partícula, con rangos de parámetro de Shields entre 0,02 y 0,09. Es decir, los valores no presentan una tendencia hacia un valor constante.

Debido a las diferencias presentadas por los distintos investigadores del tema y la gran incertidumbre con que se debe trabajar, especialmente bajo las condiciones que producen números de Reynolds granular altos como se mostró anteriormente, surge la necesidad de generar investigación orientada a disminuir la imprecisión de la información existente.

### 2.3. Distribución de velocidad en flujo uniforme a canal abierto

La velocidad media de flujo  $u_m$  en un cauce corresponde a la relación del caudal  $Q$  y el área transversal del fluido  $A$ . En el caso de un canal rectangular, se tiene que

$$u_m[m/s] = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{B \cdot h} \quad (24)$$

Ésta puede aproximarse mediante la ecuación de Manning – Strickler, que se muestra a continuación, la cual es resultante de igualar la fuerza promotora del flujo y la fuerza resistiva producida por la rugosidad del fondo (Mott, 2006).

$$u_m[m/s] = \frac{1}{n} \cdot i^{1/2} \cdot R^{2/3} \quad (25)$$

Otra forma de representar la ecuación anterior es multiplicando por el área hidráulica del flujo, lo que resulta en la siguiente expresión para caudal en un canal rectangular

$$Q[m^3/s] = \frac{1}{n} \cdot B \cdot h \cdot i^{1/2} \cdot R^{2/3} \quad (26)$$

En ambas expresiones, el término  $n$  es representativo de la rugosidad de fondo, se conoce como coeficiente de resistencia de Manning, y depende de las condiciones del canal. De acuerdo con Martín (2003), se puede estimar  $n$  a partir de la ecuación que se muestra a continuación,

$$n[s/m^{1/3}] = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{D_{50}^{1/6}}{21} & \text{si } \frac{h}{D} > 50 \\ \frac{R^{1/6}}{\sqrt{8g}} \left[ 2 \log \left( \frac{h}{D_{84}} \right) + 1,4 \right]^{-1} & \text{si } \frac{h}{D} \leq 50 \end{array} \right\} \quad (27)$$

Donde

$g$  = aceleración de la gravedad [ $m/s^2$ ]

$D_{50}$  = Diámetro correspondiente al 50% de material pasando en la curva granulométrica [m]

$D_{84}$  = Diámetro correspondiente al 84% de material pasando en la curva granulométrica [m]

El término  $h/D$  de la ecuación ( 27 ) es un indicador de la condición de rugosidad del fondo del canal. Martín (2003) explica que para  $h/D \leq 50$ , se puede hablar de macrorrugosidad en el lecho y el cálculo de  $n$  debe diferenciarse para esta condición.

Según García (2008), el valor del esfuerzo cortante en un flujo uniforme y permanente varía linealmente en la dirección vertical de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\tau[Pa] = \tau_b \cdot \left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad (28)$$

Donde

$z$  = coordenada en la dirección perpendicular al fondo del canal [m]

$h$  = tirante [m]

La Figura 12 muestra esta variación lineal del esfuerzo cortante según la elevación.

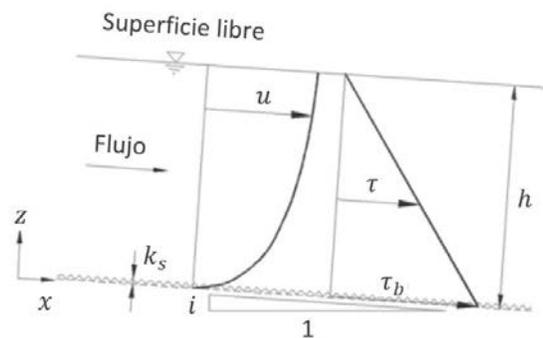


Figura 12. Variación de la velocidad de flujo y esfuerzo cortante en un canal abierto  
Fuente: adaptado de García, 2008

Por otro lado, la velocidad  $u$  en la dirección de flujo presenta un comportamiento logarítmico que, de acuerdo con García (2008), está bien establecido, tanto experimentalmente como a partir de argumentos dimensionales, se representa mediante la siguiente ecuación

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (29)$$

Donde

$\kappa$  = constante adimensional de von Karman

$z_0$  = altura de la cama rugosa [m]

La velocidad de flujo tiende a cero justo en la elevación  $z = z_0$ . La expresión mostrada en la ecuación (29) se conoce como Ley de la pared, y se aplica en una capa relativamente delgada cerca del fondo, donde la relación  $z/h$  es menor a 0,2.

Aunque el valor de la constante de von Karman  $\kappa$  se toma, generalmente, como 0,41, existen numerosas investigaciones en donde se han determinado valores para  $\kappa$  distintos, como se observa en la Figura 13, en la que Zanoun, Durst y Nagib (2003) recopilan los valores obtenidos por diferentes autores.

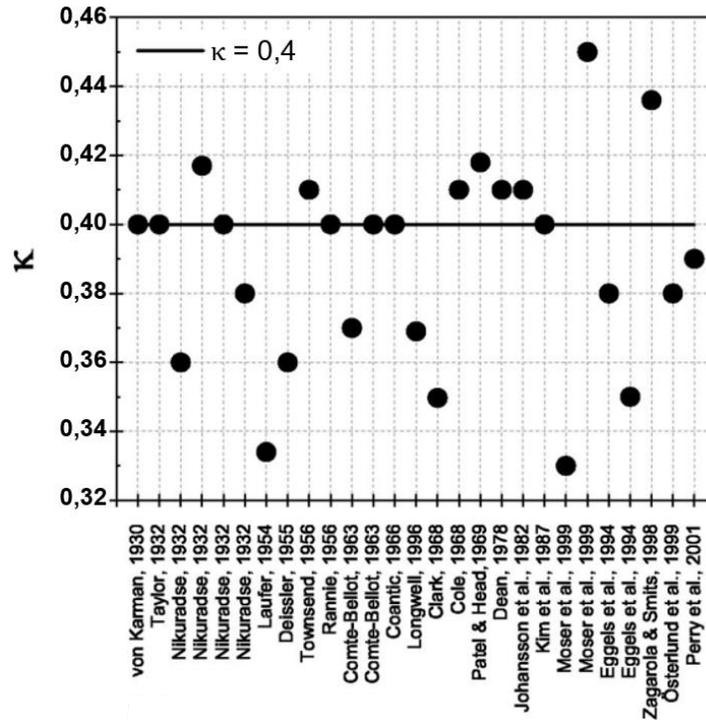


Figura 13. Valores de constante de von Karman obtenidos de varias investigaciones  
Fuente: adaptado de Zanoun, Durst y Nagib, 2003

La Figura 14 muestra el flujo en un canal abierto con una velocidad media  $u_m$ . La fuerza de fricción generada sobre la frontera sólida provoca que la velocidad de las partículas de fluido en contacto con dicha frontera sea cero, y se genera una región donde la velocidad del fluido es frenada por las fuerzas de viscosidad, esta zona se denomina capa límite y se representa mediante la letra  $\delta$ .

En el contorno de esta capa límite, la velocidad de flujo alcanza el valor de  $u = 0,99u_m$ , y fuera de la capa, el perfil de velocidad se encuentra completamente desarrollado, es decir  $u = u_m$ .

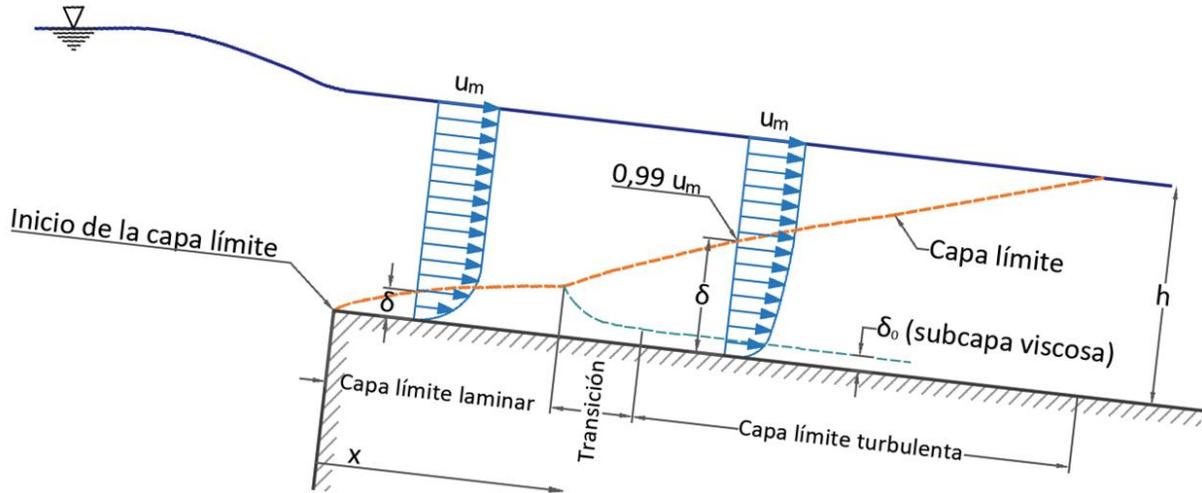


Figura 14. Formación de la capa límite en una frontera lisa  
Fuente: adaptado de Sotelo, 2002

En el estudio de la capa límite se emplea el concepto de número de Reynolds basado en la distancia longitudinal, definido a continuación,

$$Re_x = \frac{u_m \cdot x}{\nu} \quad (30)$$

Al inicio, el desarrollo de la capa límite es laminar y  $Re_x < 500\,000$ , luego pequeñas perturbaciones se intensifican en una zona de transición ( $500\,000 < Re_x < 1\,000\,000$ ), hasta que los efectos de inercia del fluido son mucho mayores a la acción amortiguadora de la viscosidad y el flujo se torna turbulento, donde  $Re_x > 1\,000\,000$ .

El espesor de la capa límite  $\delta$  depende de la distancia  $x$  desde el inicio de la frontera sólida. De acuerdo con Sotelo (2002), éste sigue la siguiente expresión en la zona laminar,

$$\delta[m] = \frac{5x}{Re_x} \quad (31)$$

Mientras que en la zona turbulenta,

$$\delta[m] = \frac{0,37x}{Re_x^{0,2}} \quad (32)$$

Cuando se presenta un flujo turbulento en un canal abierto con fondo liso, la turbulencia se suprime en una delgada capa cerca del lecho, conocida como subcapa viscosa, y el perfil de velocidad toma la forma de la siguiente ecuación (García, 2008)

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_* \cdot z}{\nu} \quad (33)$$

La altura de la subcapa viscosa  $\delta_v$  está dada por

$$\delta_v[m] = 11,6 \frac{\nu}{u_*} \quad (34)$$

A partir de  $z = \delta_v$ , inicia la región logarítmica, en donde el perfil de velocidad se define de acuerdo con la siguiente expresión, conocida como ley universal de velocidad de Prandtl – von Karman, para canales de fondo liso,

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{u_* \cdot z}{\nu}\right) + 5,5 \quad (35)$$

De las ecuaciones ( 29 ) y ( 35 ) se deduce que, para un flujo hidráulicamente suave, la elevación  $z_0$ , donde la velocidad del flujo tiende a 0 m/s, corresponde a

$$z_0[m] = \frac{\nu}{9u_*} \quad (36)$$

Ahora bien, en un canal con un flujo constante y cuyo fondo se encuentra cubierto por material granular, se puede caracterizar su rugosidad por medio del parámetro conocido como altura de rugosidad  $k_s$ , proporcional al tamaño medio de las partículas  $D$ . En el caso de canales con fondos de grava, varios autores, de forma independiente han determinado que  $k_s$  se aproxima a  $2D_{90}$ , como lo muestra Kaless (2017). El número de Reynolds de rugosidad es un parámetro comúnmente utilizado en fondos rugosos, y se define como sigue

$$Re_{rug} = \frac{u_* \cdot k_s}{\nu} \quad (37)$$

Si se toma  $k_s = 2D_{90}$ , entonces,  $Re_{rug} = 2Re_*$ .

En canales hidrodinámicamente rugosos (lo común en cauces naturales), el flujo tiene un comportamiento diferente al que se presenta en un fondo liso, pues la altura efectiva de rugosidad  $k_s$  es mayor a la altura de la subcapa viscosa  $\delta_v$ , es decir, los elementos rugosos sobresalen por encima de esa capa, y por lo tanto el perfil de velocidades se comporta de la siguiente manera en la región logarítmica,

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z}{k_s}\right) + B_s \quad (38)$$

Donde

$B_s$  = función empírica que depende de  $Re_{rug}$

En canales de fondo rugoso, se presentan tres tipos de comportamiento (Sotelo, 2002), los cuales se explican a continuación:

- a) Cuando  $Re_{rug} \leq 5$  (es decir,  $Re_* \leq 2,5$ , en fondos de grava con  $k_s = 2D_{90}$ ), el fondo rugoso se comporta de forma similar a un fondo liso y el coeficiente  $B_s$  sigue la ecuación

$$B_s = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln(Re_{rug}) + 5,5 \quad (39)$$

- b) Cuando  $5 < Re_{rug} \leq 70$  (o bien  $2,5 < Re_* \leq 35$  en fondos de grava), se comporta como hidráulicamente de transición, y  $B_s$  puede ser estimado con el siguiente ajuste empírico (García M, 2008),

$$B_s = 8,5 + [2,5 \ln(Re_{rug}) - 3] e^{-0,121 [\ln(Re_{rug})]^{2,42}} \quad (40)$$

- c) Cuando  $Re_{rug} > 70$  (o  $Re_* > 35$  en gravas), el fondo del canal se comporta como hidráulicamente rugoso y  $B_s$  adquiere un valor constante de aproximadamente 8,5, independiente de  $Re_{rug}$  y, por lo tanto, de la viscosidad del fluido.

La altura  $z_0$  para la cual la velocidad tiende a cero, se estima mediante la siguiente ecuación, para un flujo completamente rugoso

$$z_0[m] = \frac{k_s}{30} \quad (41)$$

A continuación, en la Figura 15, se muestra la gráfica de  $B_s(Re_{rug})$ .

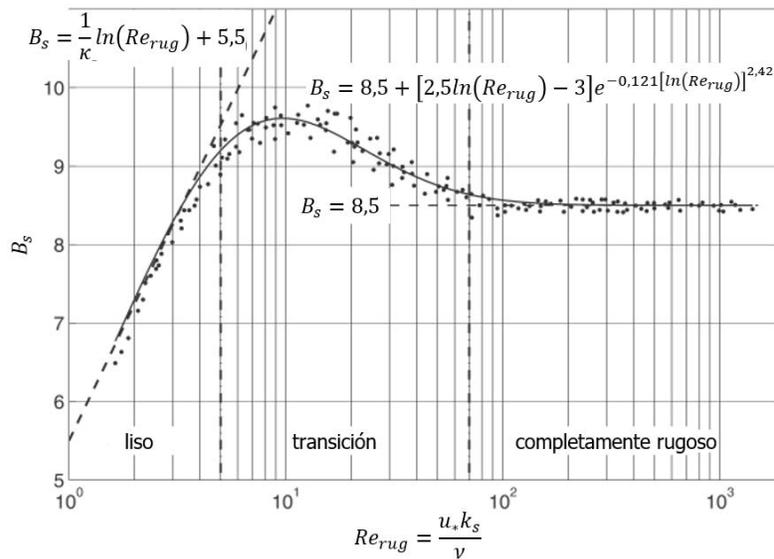


Figura 15. Variación de  $B_s$  con respecto al número de Reynolds de rugosidad  $Re_{rug}$   
Fuente: adaptado de García, 2008

De acuerdo con García (2008), la distribución logarítmica de velocidad debe entenderse como una primera aproximación al perfil de velocidad. De ninguna manera es exacto debido a efectos de estela cerca de la superficie libre. Además, si se presentan formas en el fondo también puede variar el comportamiento del flujo.

#### 2.4. Incertidumbre en las mediciones

Al momento de realizar una medición, debe tenerse en cuenta que el valor obtenido siempre presentará alguna dispersión debida a errores aleatorios o sistemáticos provenientes de diferentes fuentes. Es por esto, que el valor de la medición debe reportarse con la indicación del intervalo en el que éste puede variar.

El parámetro por medir se conoce como mensurando, y en muchas ocasiones, depende de otros parámetros, a los cuales se les llama magnitudes de influencia. Cada magnitud de influencia tendrá asociada su propia incertidumbre, la cual supondrá un aporte a la incertidumbre total del mensurando.

De acuerdo con Escamilla (2014), se ha alcanzado el consenso mundial para la evaluación y expresión de las incertidumbres en las mediciones, al aprobarse en 1986 la Guía BIPM-ISO para la expresión de las incertidumbres en las mediciones (conocida como GUM, por sus siglas

en inglés) (*Working Group 1 of the Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM/WG 1, 2008*), lo que permite dar significado a una gran variedad de resultados de medición, logrando que se interpreten apropiadamente en todo el mundo.

De acuerdo con Sanabria (s.f.) y, con base en lo indicado en la GUM, el proceso de estimación de la incertidumbre puede resumirse en los siguientes seis puntos:

#### *2.4.1. Definición del mensurando*

Se debe definir claramente el parámetro a medir, así como las condiciones en las que debe realizarse la medición. La incertidumbre asociada será menor cuanto más estricta sea la definición del mensurando, sin embargo, la medición será más laboriosa y costosa. Por lo tanto, la definición del mensurando debe estar acorde tanto al proceso de medición como a la incertidumbre que se requiere.

#### *2.4.2. Función de medición*

Con el fin de simplificar la situación o el fenómeno real, conservando sus características más relevantes, es necesario elaborar un modelo matemático que relacione todas las magnitudes influyentes en la medición ( $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ ). De esta manera, se obtiene la función de medición, la cual puede representarse de la siguiente forma,

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N) \quad (42)$$

#### *2.4.3. Identificación de las fuentes de incertidumbre*

De acuerdo con Schmid y Lazos (2000) las fuentes de incertidumbre provienen de los diversos factores involucrados en la medición, como, por ejemplo:

- Resultados en la calibración del instrumento
- Incertidumbre del patrón de referencia
- Repetibilidad de las lecturas
- Reproducibilidad de las mediciones por cambio de observadores, instrumentos u otros elementos
- Características del propio instrumento
- Variaciones de las condiciones ambientales
- La definición del propio mensurando
- El modelo particular de la medición

- Variaciones en las magnitudes de influencia

Una forma muy conveniente de presentar las fuentes de incertidumbre consiste en el diagrama de causa-efecto o diagrama de Ishikawa (Sanabria, s.f.), en el que muestra cómo se relaciona cada fuente y su influencia en la incertidumbre del resultado. La Figura 16 muestra, a manera de ejemplo, el diagrama de causa y efecto utilizado en la estimación de incertidumbre de la densidad del aire calculada a partir de mediciones en laboratorio, donde se observa el mensurando (densidad del aire), las magnitudes de influencia y sus respectivas fuentes de incertidumbre.

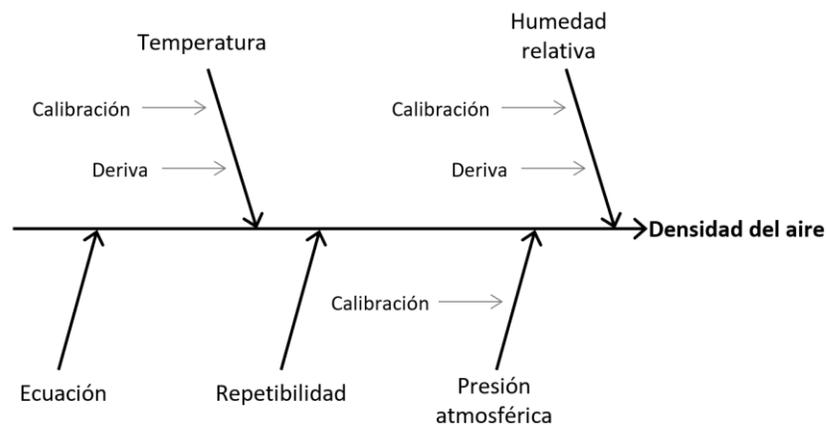


Figura 16. Diagrama de causa y efecto para la determinación de la densidad del aire  
Fuente: elaboración propia con datos de Sanabria (s.f.)

#### 2.4.4. Cuantificación y reducción

Se estiman los valores numéricos para cada una de las fuentes de incertidumbre identificadas previamente. La GUM agrupa las componentes de incertidumbre en las categorías A y B, con base en los métodos de evaluación empleados (Escamilla, 2014).

La evaluación tipo A de la incertidumbre se obtiene a partir del análisis estadístico de series de observaciones y de una función de densidad de probabilidad derivada de una distribución de frecuencia observada. El mejor estimado  $x_i$  del mensurando muchas veces es la media aritmética de los resultados obtenidos, es decir,

$$x_i = \bar{q} = \frac{\sum_{i=1}^l q_i}{l} \quad (43)$$

Donde

$\bar{q}$  = media de las mediciones observadas

$q_i$  = resultados de observaciones individuales realizadas

$l$  = cantidad de observaciones

La dispersión de los resultados se representa por su desviación estándar muestral, como sigue,

$$s(q) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^l (q_i - \bar{q})^2}{l - 1}} \quad (44)$$

Finalmente, la incertidumbre estándar asociada se aproxima a una distribución normal mediante la siguiente expresión,

$$u(x_i) = \frac{s(q)}{\sqrt{l}} \quad (45)$$

Por otra parte, según Escamilla (2014), la incertidumbre estándar tipo B evaluada para una estimación de un argumento  $x_i$  que no se obtuvo de observaciones repetidas, contempla juicios y criterios científicos basados en toda la información disponible sobre la variabilidad de  $x_i$ , la cual puede provenir de

- Datos de fuentes externas con incertidumbres declaradas.
- Datos de mediciones anteriores con otras incertidumbres (experimentos previos).
- Datos de los materiales e instrumentos de referencia.
- Experiencia con el conocimiento general de las características y el comportamiento y las propiedades de los materiales e instrumentos relevantes.
- Especificaciones de los fabricantes.
- Datos obtenidos de los certificados de calibración y otros tipos de certificados.
- Aproximaciones de los modelos matemáticos relacionados con el mensurando.
- Resolución de los instrumentos.

La cuantificación de una fuente de incertidumbre incluye la asignación de un valor y la determinación de la distribución a la cual se refiere a este valor (Sanabria, s.f.). Las distribuciones que aparecen frecuentemente son:

#### 2.4.4.1. Distribución normal

Esta distribución es usual cuando se tratan incertidumbres por trazabilidad, generalmente indicadas en los certificados de calibración. Es usual que estos certificados presenten la incertidumbre expandida  $U$  de una medición, por lo tanto, si se quiere conocer su incertidumbre estándar, es necesario dividir entre el factor de cobertura  $k$ , el cual debe encontrarse registrado en el mismo certificado.

$$u(x_i) = \frac{U}{k} \quad (46)$$

El factor de cobertura  $k$  refleja el nivel de confianza o la probabilidad de que el valor exacto de la medición se halle dentro del intervalo señalado por  $U$ . Generalmente, se presentan factores de cobertura entre 2 y 3 (JCGM/WG 1, 2008), los cuales se encuentran asociados a niveles de confianza como se muestra en el siguiente Cuadro.

Cuadro 2. Factores de cobertura para una distribución normal de la incertidumbre

Probabilidad de cobertura (%)	Factor de cobertura $k$
68,27	1,000
80,00	1,282
90,00	1,645
95,45	2,000
98,00	2,326
99,00	2,576
99,50	2,807
99,73	3,000
100,00	$\infty$

Fuente: Sanabria (s.f.)

#### 2.4.4.2. Distribución rectangular

En una probabilidad rectangular cada valor en un intervalo dado tiene la misma probabilidad, es decir, la función de densidad de probabilidad es constante en ese intervalo. Ejemplos típicos

son la resolución de un instrumento digital o la información técnica sobre tolerancias de un instrumento. Según Schmid y Lazos (2000), la incertidumbre relacionada con el número finito de cifras significativas de datos tomados de la literatura puede ser tratada con esta distribución, siempre y cuando no haya indicios de que la incertidumbre en realidad es mayor que la incertidumbre relacionada con la última cifra significativa. De acuerdo con Sanabria (s.f.), en general, cuando solamente se conocen los límites inferior ( $a_-$ ) y superior ( $a_+$ ) del intervalo de variabilidad de la magnitud de entrada, lo más conservador es suponer una distribución rectangular. Su incertidumbre estándar se calcula como se muestra a continuación,

$$u(x_i) = \frac{a_+ - a_-}{\sqrt{12}} \quad (47)$$

#### 2.4.4.3. Distribución triangular

Cuando se conocen los límites  $a_-$  y  $a_+$ , y se sabe que la probabilidad es alta en el medio del intervalo y se reduce hacia los límites, puede ser más adecuado basar la estimación de incertidumbre en una distribución triangular, de acuerdo con la siguiente expresión,

$$u(x_i) = \frac{a_+ - a_-}{\sqrt{24}} \quad (48)$$

#### 2.4.5. Determinación de la incertidumbre estándar combinada

En el caso en que todas las magnitudes de entrada sean independientes entre sí, se determina la incertidumbre estándar combinada mediante la suma geométrica del aporte  $u_i(\mathbf{y})$  de cada una de ellas,

$$u_c(\mathbf{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [u_i(\mathbf{y})]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[ u(x_i) \cdot \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2} \quad (49)$$

Donde

$N$  = número de magnitudes de entrada

$u(x_i)$  = incertidumbre estándar de la variable  $x_i$

$\frac{\partial f}{\partial x_i}$  = coeficiente de sensibilidad de la  $i$ -ésima magnitud de entrada

$f$  = función de medición definida en la ecuación (42)

Caso contrario, cuando existe cierta correlación entre las magnitudes de entrada, la incertidumbre estándar combinada debe calcularse mediante la siguiente ecuación (Schmid y Lazos, 2000),

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right]^2 + \sum_{i,j=1; i \neq j}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot u(x_i) \cdot u(x_j) \cdot r(x_i, x_j)} \quad (50)$$

Donde

$r(x_i, x_j)$  = factor de correlación entre las magnitudes de entrada  $x_i$  y  $x_j$ , y se determina como sigue

$$r(x_i, x_j) = \frac{\sum_m^k (x_i)_m \cdot (x_j)_m - \bar{x}_i \cdot \bar{x}_j}{s_{x_i} \cdot s_{x_j}} \quad (51)$$

Donde

$k$ . = cantidad de pares ordenados de la forma  $((x_i)_m, (x_j)_m)$

$\bar{x}_i$  = media de las magnitudes  $x_i$

$\bar{x}_j$  = media de las magnitudes  $x_j$

$s_{x_i}$  = desviación estándar muestral de  $x_i$

$s_{x_j}$  = desviación estándar muestral de  $x_j$

Un valor de  $r = 0$  indica independencia de  $x_i$  y  $x_j$ , mientras que los valores  $r = -1$  o  $r = 1$  indican una correlación total (Schmid y Lazos, 2000).

#### 2.4.6. Incertidumbre expandida

##### 2.4.6.1. Factor de cobertura y nivel de confianza

La incertidumbre estándar combinada representa un intervalo centrado en el mejor estimado del mensurando, en el que se tiene una probabilidad del 68%, aproximadamente, de que contenga el valor verdadero, bajo la suposición de que los valores del mensurado siguen una distribución normal (Schmid y Lazos, 2000).

Con el fin de ampliar la probabilidad de que el valor real se encuentre dentro del intervalo, este último se expande mediante el factor de cobertura  $k$ , obteniendo un nuevo intervalo conocido como incertidumbre expandida  $U$ , definida a continuación,

$$U = k \cdot u_c \quad ( 52 )$$

Como se indicó anteriormente, el factor de cobertura se encuentra asociado a una probabilidad de cobertura según se mostró en el Cuadro 2 para una distribución de probabilidad normal. En aplicaciones industriales se suele utilizar  $k = 2$  (Schmid y Lazos, 2000), sin embargo, este valor puede ser insuficiente cuando la incertidumbre combinada se basa en observaciones estadísticas con pocos grados de libertad (menos de 6), entonces, de acuerdo con Sanabria (s.f.), la elección de  $k$  depende del número de grados de libertad efectivos.

#### 2.4.6.2. Grados de libertad efectivos

Frecuentemente, las observaciones o valores del mensurando, siguen una distribución de probabilidad normal y, por lo tanto, su incertidumbre estándar combinada también, aún cuando ella resulte de la combinación de diferentes distribuciones no normales (Sanabria, s.f.). Sin embargo, el mejor estimado del mensurando (obtenido como la media aritmética de las observaciones) dividido entre su desviación estándar, sigue una distribución t-Student, caracterizada por los grados de libertad  $gdl$ .

En evaluaciones de incertidumbre tipo A, Sanabria (s.f.) expone algunos ejemplos para la determinación de los grados de libertad:

- La media de una serie de  $l$  observaciones posee  $gdl = l - 1$ .
- La repetibilidad de una medición, estimada por la desviación estándar experimental de  $l$  lecturas, tiene  $gdl = l - 1$ .
- Una regresión lineal de  $M$  puntos mediante una ecuación de  $m$  parámetros, tiene  $gdl = M - m$ .

En el caso de evaluaciones tipo B, la determinación de los grados de libertad implica el criterio de quien realice la estimación. Empleando la siguiente ecuación se aproximan los grados de libertad  $gdl_i$  asociados a la  $i$ -ésima variable de entrada  $x_i$ .

$$gdl_i \approx \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right]^{-2} \quad (53)$$

Donde

$\Delta u(x_i)$  = error máximo esperado de la incertidumbre

Así, por ejemplo, si se tiene el certificado de calibración de un equipo, brindado por un laboratorio competente, se podría esperar un error no mayor al 10% en la incertidumbre reportada, entonces  $\Delta u(x_i) = 0,10 u(x_i)$ .

Los grados de libertad efectivos se obtienen a partir de las contribuciones a la incertidumbre provenientes de todas las  $N$  variables de entrada, mediante la fórmula de Welch-Satterthwaite,

$$gdl_{ef} = \frac{[u_c(y)]^4}{\sum_{i=1}^N \frac{[u_i(y)]^4}{gdl_i}} \quad (54)$$

Cuando la incertidumbre estándar combinada se encuentra dominada por el aporte de una incertidumbre estándar con pocos grados de libertad, se utiliza el valor de la distribución t-Student asociado a una probabilidad de cobertura de 95,45% y a la cantidad de grados de libertad efectivos ( $t_{95,45;gdl_{ef}}$ ) determinados con la ecuación (54), en lugar de utilizar el factor de cobertura  $k$  de la distribución normal. Entonces la expresión para estimar la incertidumbre expandida es la siguiente,

$$U = t_{95,45;gdl_{ef}} \cdot u_c \quad (55)$$

Ahora bien, si se puede identificar un término dominante con una distribución rectangular, por ejemplo  $u_1(y)$ , y la incertidumbre estándar combinada  $u_c(y)$  puede escribirse como

$$u_c(y) = \sqrt{[u_1(y)]^2 + [u_R(y)]^2} \quad (56)$$

Donde  $u_R(y)$  denota las contribuciones a la incertidumbre estándar combinada de todos los términos no dominantes

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^N [u_i(y)]^2} = \sqrt{\sum_{i=2}^N \left[ u(x_i) \cdot \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2} \quad (57)$$

Y si se cumple la relación

$$\frac{u_R(y)}{u_c(y)} \leq 0,3 \quad (58)$$

Entonces, el factor de cobertura  $k$  se determina mediante la siguiente expresión,

$$k = p\sqrt{3} \quad (59)$$

Donde

$p$  = probabilidad de cobertura expresada como una fracción unitaria

Por otra parte, puede darse el caso en que dos componentes rectangulares tipo B sean predominantes. Por ejemplo, si  $u_1(y)$  y  $u_2(y)$  corresponden a los términos predominantes, éstos pueden combinarse en  $u_0(y)$ , y la incertidumbre estándar combinada se denota como

$$u_c(y) = \sqrt{[u_0(y)]^2 + [u_R(y)]^2} \quad (60)$$

Donde

$$u_0(y) = \sqrt{[u_1(y)]^2 + [u_2(y)]^2} \quad (61)$$

Y, en este caso, la contribución combinada de los demás términos, los no dominantes, es

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=3}^N [u_i(y)]^2} = \sqrt{\sum_{i=3}^N \left[ u(x_i) \cdot \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2} \quad (62)$$

Si las dos componentes dominantes poseen distribuciones rectangulares de valores con semi-intervalos  $a_1$  y  $a_2$ , la distribución resultante de su convolución es una distribución trapezoidal simétrica con intervalos  $a_3$  (de la base) y  $a_4$  (de la cima) dados por

$$a_3 = a_1 + a_2 \quad (63)$$

$$a_4 = |a_1 - a_2| \quad (64)$$

El factor de cobertura  $k$  depende del parámetro de borde  $\beta$

$$\beta = \frac{a_4}{a_3} \quad (65)$$

$$k = \begin{cases} \left[ \frac{1 + \beta^2}{6} \right]^{-1/2} \cdot \frac{p(1 + \beta)}{2}, & \text{si } \beta > \frac{p}{2-p} \\ \left[ \frac{1 + \beta^2}{6} \right]^{-1/2} \cdot [1 - \sqrt{(1-p)(1-\beta^2)}], & \text{si } \beta \leq \frac{p}{2-p} \end{cases} \quad (66)$$

Sin importar qué distribución de probabilidad siga, la incertidumbre expandida debe reportarse con dos cifras significativas, e indicar el factor de cobertura empleado en su determinación.

### Capítulo 3. Selección del material

Con el fin de seleccionar el material granular a utilizarse para las pruebas de transporte incipiente, se dividió esta etapa del proceso en tres fases: rango de diámetros a utilizar, selección del material con mayor porcentaje de partículas de diámetro que puede utilizarse y verificación de resultados con datos de laboratorio.

El análisis de diámetros que pueden utilizarse se realizó asignando un valor constante del parámetro de Shields  $\tau_*$ , como punto de partida para determinar el rango de diámetros que se manejarán, y que podrían presentar transporte incipiente bajo las condiciones de caudal y pendiente que permite el equipo de laboratorio.

Se eligieron siete diámetros de partícula entre dos y ocho milímetros, de acuerdo con las aberturas de los tamices disponibles en el laboratorio de agregados del LanammeUCR. Con cada uno de estos diámetros, se calculó el esfuerzo cortante en el fondo  $\tau_b$  a partir de la Ecuación ( 14 ) y asumiendo un peso específico del material granular, por ejemplo 21 092 N/m<sup>3</sup> (densidad relativa de 2,15). A continuación, se muestra el ejemplo de cálculo para un diámetro de 4 mm, que corresponde a la abertura de tamiz ASTM N° 5.

$$\tau_b = \tau_* \cdot (\gamma_s - \gamma) \cdot D \quad ( 67 )$$
$$\tau_b = 0,06(21\,092\, N/m^3 - 9\,810\, N/m^3)(4,00 \times 10^{-3}\, m) = 2,71\, Pa$$

Se debe aclarar que, al tratarse de una aproximación inicial para definir el rango de tamaños que podría utilizarse, se considera el peso específico del agua  $\gamma$  igual a 9 810 N/m<sup>3</sup>, valor que corresponde a la condición de temperatura del agua de 4 °C, a una presión de 101 325 Pa, y aceleración de la gravedad de 9,81 m/s<sup>2</sup>. Sin embargo, para cálculos posteriores, se determinan valores más exactos de estos parámetros.

El radio hidráulico  $R$  se determinó por medio de la ecuación ( 5 ), como se muestra a continuación para una pendiente del fondo del canal de 0,5%.

$$R = \frac{\tau_b}{\gamma i} = \frac{3,2\, N/m^2}{(9\,810\, N/m^3) \times (0,005\, m/m)} = 0,055\, m \quad ( 68 )$$

Con el resultado anterior, puede obtenerse el valor del tirante  $h$ , despejando de la definición de radio hidráulico  $R$  para un canal rectangular, presentada en la ecuación ( 33 ), como se muestra a continuación,

$$h = \frac{B \cdot R}{B - 2R} = \frac{(0,309 \text{ m})(0,065 \text{ m})}{(0,309 \text{ m}) - 2(0,065 \text{ m})} = 0,087 \text{ m} \quad ( 69 )$$

El coeficiente de resistencia de Manning  $n$  depende del parámetro  $\frac{h}{D}$ , como se indicó en la ecuación ( 27 )

$$\frac{h}{D} = \frac{0,087 \text{ m}}{4,00 \times 10^{-3} \text{ m}} = 21,84 < 50 \quad ( 70 )$$

En este caso, se está asumiendo un único tamaño de partícula  $D$ , por lo que  $D_{50} = D_{84} = D$ , por lo tanto,

$$n = \frac{R^{1/6}}{\sqrt{8g}} \left[ 2 \log \left( \frac{h}{D_{84}} \right) + 1,4 \right]^{-1} \quad ( 71 )$$

$$n = \frac{(0,055 \text{ m})^{1/6}}{\sqrt{8(9,81 \text{ m/m}^2)}} \left[ 2 \log \left( \frac{0,087 \text{ m}}{4,00 \times 10^{-3} \text{ m}} \right) + 1,4 \right]^{-1} = 0,017 \text{ s/m}^{1/3}$$

Ahora, a partir de la ecuación de Manning ( 26 ), se determina el caudal  $Q$  necesario para satisfacer los cálculos anteriores.

$$Q = B \cdot h \cdot \frac{1}{n} \cdot R^{2/3} \cdot i^{1/2} = (0,309 \text{ m})(0,087 \text{ m}) \frac{1}{0,017} (0,055 \text{ m})^{2/3} (0,005 \text{ m/m})^{1/2} \quad ( 72 )$$

$$= 0,016 \text{ m}^3/\text{s}$$

También se calcula la velocidad cerca del fondo, como se definió en la Ecuación ( 15 ) y, finalmente, el número de Reynolds granular, con la Ecuación ( 16 ). A continuación, se muestran ambos cálculos

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}} = \sqrt{\frac{2,71 \text{ N/m}^2}{1000 \text{ kg/m}^3}} = 0,052 \text{ m/s} \quad ( 73 )$$

$$Re_* = \frac{u_* \cdot D}{\nu} = \frac{(0,052 \text{ m/s})(4,00 \times 10^{-3} \text{ m})}{10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 208 \quad (74)$$

Debido a los requerimientos del perfilador de velocidad que se utilizará, se busca que el tirante del agua sea al menos de 8,5 cm, además, el máximo caudal que genera el equipo de laboratorio es de 0,031 m<sup>3</sup>/s. Éstos fueron los criterios que permitieron seleccionar y descartar posibles tamaños del material.

Debe resaltarse que la secuencia de cálculo mostrada anteriormente se siguió para siete posibles diámetros a utilizar y se consideraron cinco pendientes de fondo del canal, ya que el equipo de laboratorio permite variar este parámetro hasta un máximo de 2,5%. Además, se tomaron en cuenta los valores del parámetro de movilidad  $\tau_*$  para el transporte incipiente encontrados tanto por Shields (1936), como por Gessler (1970) y por Neill (1968), y se consideraron dos valores de gravedad específica: 2,15 y 2,65. En el siguiente cuadro se muestran todos los valores utilizados para cada uno de estos parámetros. Los resultados de los cálculos se muestran en el Apéndice A.

Cuadro 3. Resumen de valores incluidos en el análisis de diámetros que podrían utilizarse

Valores de $\tau_*$ según cada investigador		Diámetro del grano según abertura de tamiz	
Investigador	Valor de $\tau_*$	Tamiz	Diámetro
Shields	0,060	No 10	2,36
Gessler	0,046	No 8	3,35
Neill	0,030	No 6	4,00
		No 5	4,75
		No 4	6,30
		1/4	8,00
		5/16	9,00

Pendientes de fondo incluidas en el análisis		Densidades relativas incluidas en el análisis	
Pendiente de fondo (%)		Densidad relativa	Peso específico (N/m <sup>3</sup> )
0,5		2,15	21 092
1,0		2,65	25 997
1,5			
2,0			
2,5			

Se determinaron los siguientes rangos de diámetro de partícula para ser utilizados en las pruebas de transporte incipiente:

Cuadro 4. Tamaño de partícula y gravedad específica de posibles materiales granulares a utilizar en pruebas de transporte incipiente

Rango de diámetro (mm)	Retenido en tamiz ASTM	Gravedad específica
3,35 - 4,00	Nº 6	2,65
4,00 - 4,75	Nº 5	2,15 y 2,65
4,75 - 6,30	Nº 4	2,15 y 2,65
6,30 - 8,00	1/4	2,15 y 2,65
8,00 - 9,00	5/16	2,15 y 2,65
9,00 - 12,50	3/8	2,15 y 2,65

Una vez determinado el rango de tamaño de partícula que puede ser utilizado, se procedió a la compra de tres materiales granulares, los cuales se identificaron por su color en material blanco (caliza), material rojo (piroclastos) y material gris (basaltos). A cada uno de ellos se les realizó un ensayo de granulometría utilizando los tamaños de tamiz de acuerdo con el análisis anterior.

Seguidamente, se llevó a cabo el ensayo ASTM C127-15 para la determinación de la densidad relativa y absorción del agregado grueso, y el ASTM C128, densidad relativa y absorción del agregado fino. Los resultados de estos ensayos, para cada uno de los materiales preseleccionados, se muestran en el Apéndice B. A continuación, en el Cuadro 5, se presentan los datos relevantes para seleccionar el material, de acuerdo con el análisis granulométrico y las pruebas de densidad realizadas a los tres materiales.

Cuadro 5. Resumen de los ensayos de granulometría y gravedad específica de los materiales preseleccionados

Rango de diámetro (mm)	Tamiz ASTM	Masa retenida (%)		
		Gris	Rojo	Blanco
3,35 - 4,00	No 6	13,4	12,7	19,0
4,00 - 4,75	No 5	20,9	15,8	13,3
4,75 - 6,30	No 4	29,9	8,9	0,7
6,30 - 8,00	1/4	18,4	0,0	0,0
8,00 - 9,00	5/16	4,7	0,0	0,0
Densidad relativa seca		2,36	1,89	2,59
Peso específico (N/m <sup>3</sup> )		23 150	18 505	25 394

A partir de los resultados obtenidos, se decidió seleccionar el material granular de color gris, por ser el que presenta mayores porcentajes de partículas en los rangos de tamaños definidos previamente. Además, se realizaron nuevamente los cálculos de los parámetros como se mostró anteriormente en las Ecuaciones de ( 67 ) a ( 74 ), utilizando los valores de gravedad específica determinados en el laboratorio, y se corroboró que la mejor opción sería utilizar el material gris. Los resultados, se muestran en el Apéndice C.

En el Cuadro 6 se muestran los tamaños de partícula y las condiciones de flujo que producirían su transporte incipiente de acuerdo con el análisis previo.

Cuadro 6. Condiciones de flujo y tamaño de grano con posible generación de transporte incipiente del material seleccionado

Diámetro (mm)	Pendiente (%)	Tamiz ASTM	Retenido (%)	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Tirante (m)	Parámetro de Shields	Reynolds granular
3,35	0,5	No 8	9	0,016	0,085	0,060	173
4,00	0,5	No 6	13	0,024	0,114	0,060	226
4,00	0,5	No 6	13	0,012	0,075	0,046	63
4,75	0,5	No 5	21	0,018	0,098	0,046	82
6,30	1,0	No 4	30	0,017	0,078	0,060	446
6,30	0,5	No 4	30	0,012	0,078	0,030	101
8,00	1,0	1/4	18	0,029	0,114	0,060	638
8,00	1,0	1/4	18	0,015	0,075	0,046	178
8,00	0,5	1/4	18	0,020	0,114	0,030	144
9,00	1,0	5/16	5	0,019	0,089	0,046	213
9,00	0,5	5/16	5	0,027	0,142	0,030	172

Una vez elegido, se continuó con la compra de material gris suficiente para ejecutar los ensayos más adelante.

Se decidió utilizar los tamaños de partícula de 4,00 mm, 4,75 mm y 6,30 mm, de acuerdo con el análisis anterior, para lo cual fue necesario separar toda la muestra por medio del tamizado en el Laboratorio de Agregados y Concreto del LanammeUCR, y debió ser lavado para eliminar las partículas más finas.

## Capítulo 4. Descripción de las pruebas experimentales

Las pruebas de observación del transporte incipiente de partículas consisten en la determinación de las condiciones de flujo (caudal, tirante, pendiente y velocidad) que producen la iniciación del transporte de los granos.

A partir de los datos observados, es posible determinar las características mecánicas que permitirán realizar comparaciones con resultados obtenidos por diferentes autores, éstas son esfuerzo cortante crítico  $\tau_c$ , parámetro adimensional de movilidad (parámetro de Shields)  $\tau_*$ , velocidad de corte  $u_*$  y número de Reynolds granular  $Re_*$ .

Para realizar las pruebas, se coloca una cama de material de tamaño uniforme en el fondo del canal de laboratorio, con espesores entre 14 mm y 26 mm. Se fija una pendiente de fondo y se hace circular el agua con un caudal inicial bajo (de 0,004 m<sup>3</sup>/s), que se va incrementando poco a poco hasta observar vibración de las partículas. A partir de ese momento, se toman videos que permitirán analizar con mayor detenimiento el comportamiento de los granos sometidos a esfuerzos cortantes. Además, se registran los datos de pendiente, caudal y tirante. En aquellas pruebas en las que la altura del agua es suficiente para sumergir el perfilador de velocidades (tirante mayor a 4,5 cm), se toman registros de velocidad y temperatura del agua por medio de este aparato.

El caudal se sigue incrementando hasta observar el desprendimiento y transporte de algunas partículas. Con el fin de reducir la subjetividad en la determinación de la condición crítica, se realiza un conteo de los granos que se desprenden de un área definida en el fondo del canal, la cual consiste en 0,309 m de ancho y 0,400 m de largo.

Se determinó que la condición de transporte incipiente se da cuando se desprenden entre 10 y 20 partículas originalmente ubicadas en dicha área. Una vez que se ha alcanzado y superado esta condición, se reduce nuevamente el caudal para proceder a incrementar la pendiente de fondo en 0,2% e iniciar nuevamente el proceso.

### 4.1. Colocación del sedimento en el fondo del canal

El canal utilizado para llevar a cabo estas pruebas posee una longitud de 7,50 m, ancho de 0,309 m y alto de 0,450 m. Debido a la cantidad de material disponible, se decidió cubrir solamente 2,50 m de la longitud total con el material suelto a analizar. Con el fin de evitar posibles efectos por cambio de rugosidad entre el fondo de acero del canal y la cama de

material granular suelto, así como algún efecto de grada debido al espesor de la cama de grava, se colocaron dos láminas de acrílico que contienen material granular adherido con silicón de aproximadamente 1,25 m de longitud y ancho igual al del canal. Se ubicó una de ellas aguas arriba y otra aguas abajo de la sección cubierta por material suelto.

Con esta configuración, se cubren aproximadamente 5,00 m de la longitud del canal con material de grava. En la Figura 17 se aprecia parte del canal del laboratorio cubierto con grava previo al inicio de las pruebas.



Figura 17. Fondo del canal de laboratorio cubierto con grava para pruebas de iniciación del transporte

#### 4.2. Secciones de medición y observación

Las pruebas realizadas de observación de transporte incipiente se llevaron a cabo en dos secciones del canal del laboratorio, identificadas como sección aguas arriba y sección aguas abajo, como se muestra a continuación en el esquema de la Figura 18. Los datos de velocidad cerca del lecho se tomaron en el centro de cada una de esas secciones, a 3,49 m y 4,39 m desde el inicio del canal.

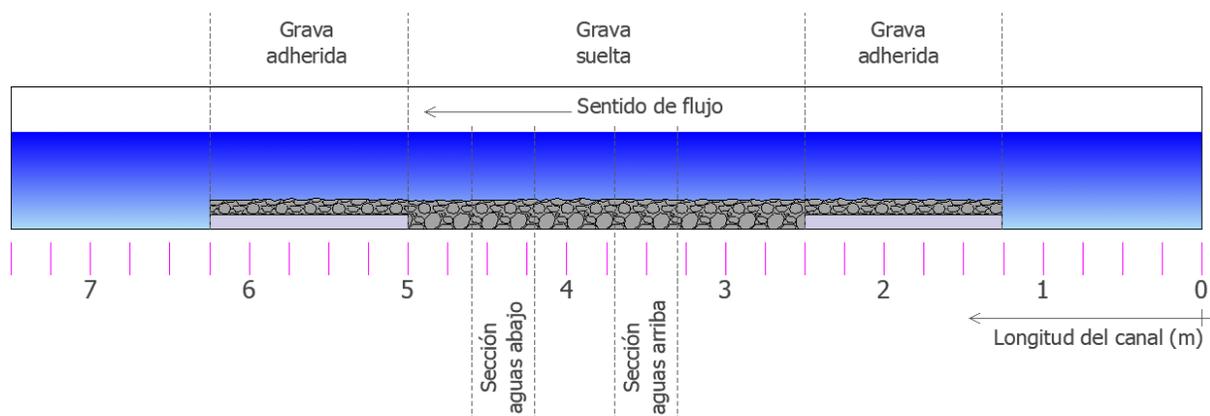


Figura 18. Esquema de configuración de las partículas de grava colocadas en el fondo del canal

A partir de la configuración mostrada en la Figura 18, y de acuerdo con el tamaño de partícula, se definen seis tipos de pruebas de transporte incipiente:

- Diámetro de 4,00 mm, sección aguas arriba
- Diámetro de 4,00 mm, sección aguas abajo
- Diámetro de 4,75 mm, sección aguas arriba
- Diámetro de 4,75 mm, sección aguas abajo
- Diámetro de 6,30 mm, sección aguas arriba
- Diámetro de 6,30 mm, sección aguas abajo

De ahora en adelante, en este documento, al mencionar los tipos o clases de prueba, se hace referencia a esta clasificación.

#### 4.3. Determinación del perfil de velocidades cerca del fondo

En la parte superior del canal de laboratorio, se instaló el perfilómetro de efecto Doppler Vectrino Profiler, de la marca Nortek, de manera que el rango de medición se encontrara cerca del fondo rugoso, como se aprecia en la Figura 19.

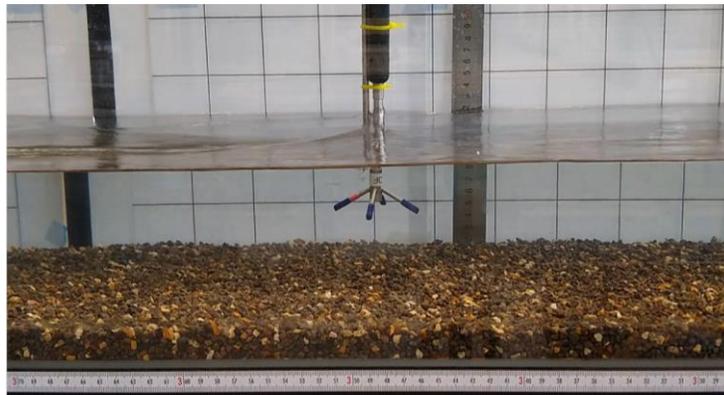


Figura 19. Medición de velocidad de flujo durante el transporte incipiente del sedimento

Éste es un perfilador capaz de muestrear datos de velocidad del flujo en tres direcciones, con una frecuencia de hasta 100 Hz y un rango de medición de 30 mm. Además, mide la distancia desde el sensor hasta el fondo del canal, así como la temperatura del agua.

El volumen de control de muestreo se encuentra 40 mm por debajo del sensor emisor, como se puede observar en la Figura 20, por lo tanto, es necesario contar con el tirante suficiente para cubrir los sensores del aparato. Cuando el tirante es bajo, el perfilador puede colocarse más cerca del fondo del canal disminuyendo la altura del volumen de medición.

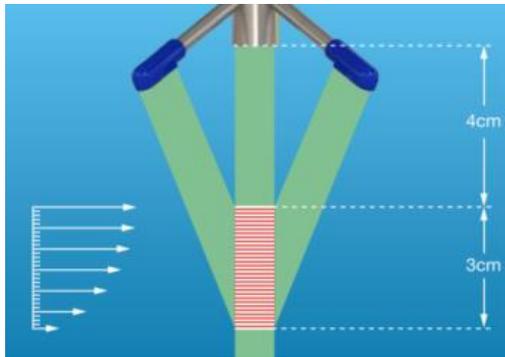


Figura 20. Esquema del rango de muestreo del perfilador de velocidades Vectrino Profiler  
Fuente: Nortek AS, s.f.

Otra característica de este perfilador es que permite visualizar los datos que registra en tiempo real, mediante el programa computacional *Multi-instrument Data Acquisition System* (MIDAS), con el cual es posible monitorear de forma gráfica la correlación de cada componente de velocidad, así como la relación señal – ruido y la amplitud de la señal en cada transductor, además de los perfiles de velocidad.

Bajo las condiciones de tirante en las que fue posible tomar mediciones, se registraron datos de velocidad en tres direcciones espaciados verticalmente a un milímetro, así como temperatura y distancia desde el perfilador hasta el fondo. Las tomas de datos se realizaron durante 60 segundos, con una frecuencia de muestreo de 60 Hz, y se verificó una correlación entre datos cercana a 90%. Además, se dio seguimiento a la relación señal – ruido, asegurándose que el muestreo se realizara en condiciones estables.

## Capítulo 5. Resultados

### 5.1. Caracterización de los materiales

El material elegido para continuar con la investigación de este proyecto fue sometido a un análisis geológico realizado por parte del geólogo Allan Cascante Valladares, quien determinó que el material corresponde mayoritariamente a basaltos con textura afanítica porfídica, con un máximo de 10% de fenocristales de cuarzo, un máximo de 5% de minerales ferromagnesianos y 30% de feldespatos (plagioclasas) como máximo. Además, se identifican obsidiana, clastos silificados de ignimbrita y algunas partículas de pómez. La mayoría corresponde a roca sana, y aquella que está alterada presenta pátinas de oxidación y hematita.

La Figura 21 muestra una fotografía de este material antes de ser clasificado por tamaño de partícula. Puede observarse que presenta forma angulosa y bordes afilados, debido a que se trata de un material quebrado.



Figura 21. Material granular utilizado como sedimento en pruebas de laboratorio

Por otra parte, se realizaron los ensayos de granulometría y densidad relativa, así como un análisis de la forma del grano para su caracterización. Los resultados se presentan a continuación.

#### *5.1.1. Análisis granulométrico*

En el Cuadro 7 se muestra la distribución porcentual de tamaños de partícula encontrados mediante el procedimiento de ensayo ASTM C136-14, análisis granulométrico por tamices de los agregados fino y grueso. La curva granulométrica obtenida se muestra en la Figura 22.

Cuadro 7. Análisis granulométrico del material

Tamiz	Abertura (mm)	Peso retenido (g)	Retenido (%)	Retenido acumulado (%)	Pasando (%)
3/4	19,00	0,0	0,0	0,0	100,0
1/2	12,50	0,0	0,0	0,0	100,0
3/8	9,00	8,3	0,3	0,3	99,7
5/16	8,00	132,3	5,6	5,9	94,1
1/4	6,30	611,7	25,7	31,6	68,4
Nº 4	4,75	736,0	31,0	62,6	37,4
Nº 5	4,00	458,7	19,3	81,9	18,1
Nº 6	3,35	253,6	10,7	92,6	7,4
Nº 8	2,36	114,4	4,8	97,4	2,6
Nº10	2,00	4,6	0,2	97,6	2,4
Nº 16	1,18	4,4	0,2	97,7	2,3
Nº 50	0,30	10,4	0,4	98,2	1,8
Nº 200	0,075	39,3	1,7	99,8	0,2
Charola	-	3,9	0,2	100,0	0,0

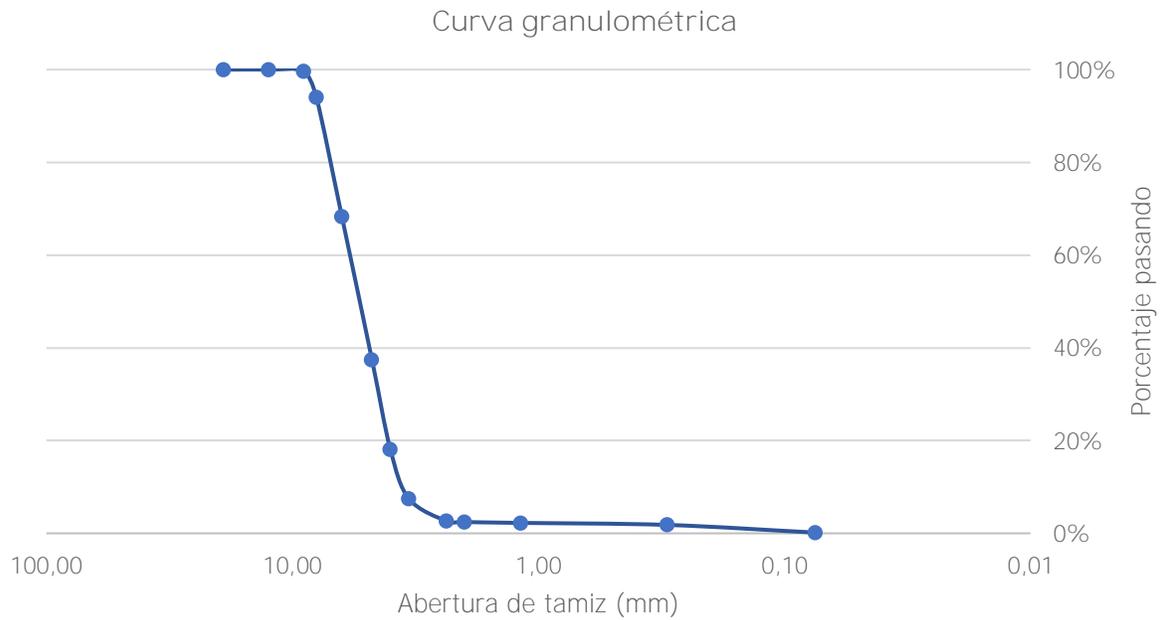


Figura 22. Curva granulométrica del material a utilizar

En el Cuadro 8 se tabulan algunos diámetros característicos del sedimento, y se muestran los coeficientes de uniformidad  $C_u$  y de curvatura  $C_c$ , calculados de acuerdo con las ecuaciones ( 3 ) y ( 4 ). Los coeficientes revelan que se trata de un material de sedimento mal graduado, cuyas partículas presentan tamaños bastante uniformes, por lo que se considera apropiado para las pruebas de transporte incipiente.

Cuadro 8. Características granulométricas del material utilizado

Diámetro característico	Tamaño (mm)	Coeficientes	Valor
D10	3,51	$C_u$	1,68
D30	4,46	$C_c$	0,97
D50	5,38		
D60	5,88		
D90	7,27		

### 5.1.2. Determinación de la densidad relativa

Se realizaron ensayos para determinar la densidad relativa seca, saturada superficie seca y aparente, así como del porcentaje de absorción de una muestra de material antes de realizar el tamizado. Seguidamente, se repitió el ensayo para cada uno de los tamaños de partícula a utilizar de forma individual. A continuación, en el Cuadro 9, se muestran los resultados obtenidos.

Cuadro 9. Resultados de los ensayos para la determinación de densidades relativas y absorción del material de fondo

Parámetro de ensayo	Muestra combinada	Retenido en tamiz N° 6	Retenido en tamiz N° 5	Retenido en tamiz N° 4
Rango de tamaño de partícula (mm)	<b><math>D \leq 12,5</math></b>	<b><math>3,35 &lt; D \leq 4,00</math></b>	<b><math>4,00 &lt; D \leq 4,75</math></b>	<b><math>4,75 &lt; D \leq 6,30</math></b>
Densidad relativa seca	2,36	2,39	2,37	2,39
Densidad relativa SSS	2,47	2,49	2,48	2,49
Densidad relativa aparente	1,61	1,60	1,60	1,60
Absorción (%)	4	5	5	4

### 5.1.3. Forma del grano

Con el fin de clasificar la forma de las partículas que componen el sedimento, se realizó la medición de tres dimensiones de 100 granos de cada uno de los tamaños utilizados como material de fondo del canal. Haciendo uso del diagrama de clasificación de la forma de Ziggan modificado por García (2008), se determinó que, en general las partículas presentan una forma esférica, independientemente de su tamaño, como se observa en la Figura 23.

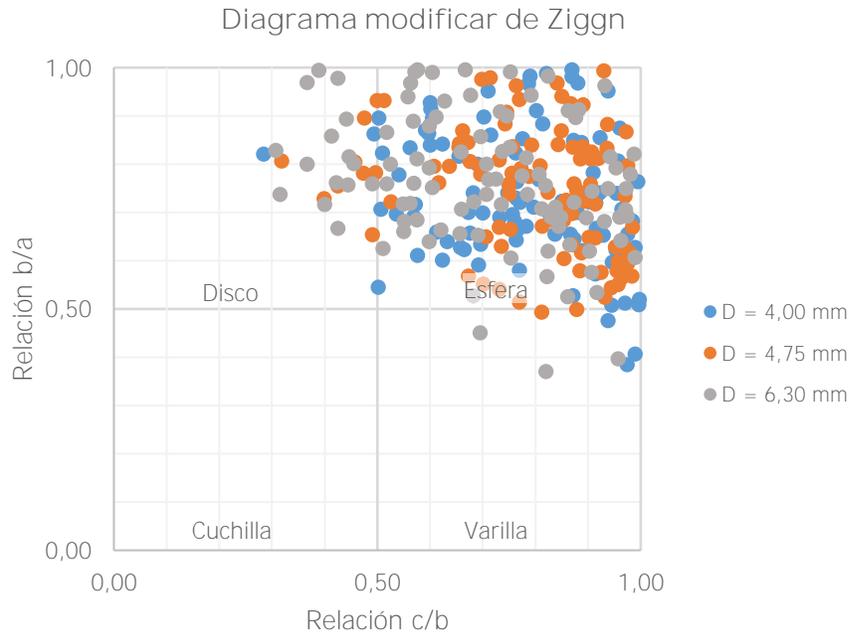


Figura 23. Clasificación de la forma del material según el diagrama modificado de Zignn (2008)

En el Cuadro 10 se muestran los porcentajes correspondientes a cada clase de acuerdo con la clasificación realizada. El 89% de las partículas medidas tiende a una forma esférica y ninguna partícula se clasifica como cuchilla.

Cuadro 10. Porcentaje de partícula de cada clase de Zignn según el diámetro de material

Forma	D = 4,00 mm	D = 4,75 mm	D = 6,30 mm	Total
Cuchilla	0%	0%	0%	0%
Disco	15%	8%	2%	8%
Esfera	82%	90%	95%	89%
Varilla	3%	2%	3%	3%

Ahora bien, de acuerdo con la clasificación de Sneed y Folk (1958), se tiene que la mayoría de los granos medidos son compactos y tienden a las formas de cuchilla y elongada. Como se aprecia en la Figura 24.

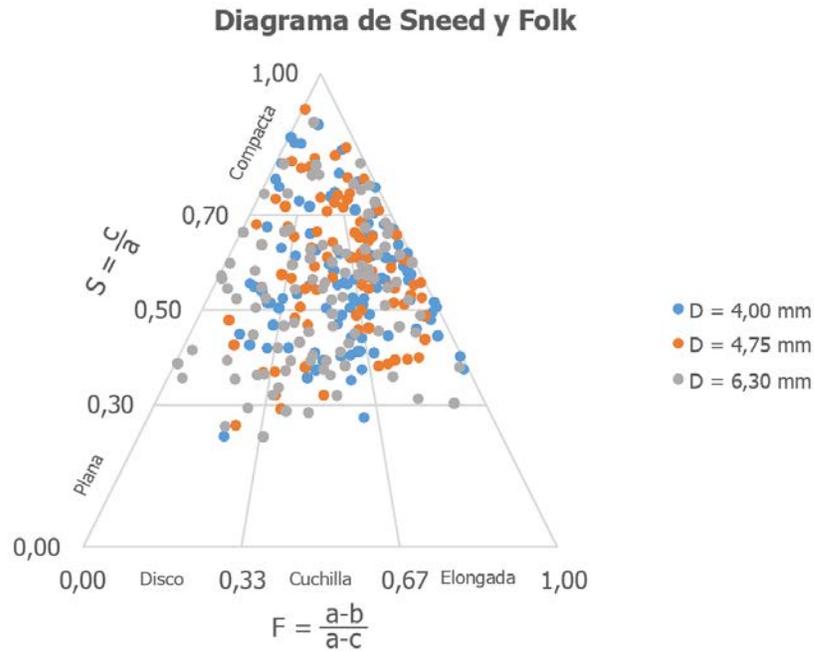


Figura 24. Clasificación de forma mediante el diagrama de Sneed y Folk (1958)

A continuación, en el Cuadro 11, se muestran los porcentajes de partículas de cada una de las clases de forma según los criterios de Sneed y Folk (1958), en donde se nota que un 68% se encuentra en las clases compactas, mientras que las partículas de las clases de forma de disco, suman un 15%, las de forma de cuchilla suman un 32% y las de forma elongada suman 35%. Finalmente, las clases más planas, presentan porcentajes muy bajos.

Cuadro 11. Porcentaje de partícula de cada clase de Sneed y Folk según el diámetro de material

Forma	D = 3,35 mm	D = 4,00 mm	D = 4,75 mm	Total
Compacta	18%	20%	13%	17%
Compacta - disco	9%	4%	13%	9%
Compacta - cuchilla	15%	18%	14%	16%
Compacta - elongada	28%	35%	18%	27%
Disco	4%	4%	8%	5%
Cuchilla	15%	9%	21%	15%
Elongada	9%	8%	8%	8%
Disco muy laminar	1%	1%	2%	1%
Cuchilla plana	1%	1%	3%	2%
Muy elongada	0%	0%	0%	0%

Por lo tanto, mediante ambas clasificaciones se observa que las partículas presentan dimensiones similares en sus tres ejes medidos, sin embargo, existe una dimensión un poco mayor que otorga la forma elongada, sin perder la característica de compactas.

## 5.2. Estimación teórica de la iniciación del movimiento

Conociendo el peso específico del material de fondo  $\gamma_s$  y el diámetro de los granos  $D$ , se puede realizar una estimación de las condiciones de flujo que producirán la iniciación del transporte del sedimento mediante el diámetro adimensional  $D_*$ .

Para realizar estas estimaciones, se tomará el valor de la aceleración de la gravedad  $g$  de  $9,78 \text{ m/s}^2$ , correspondiente al valor para Costa Rica (Paniagua, 2007), y se utilizarán los siguientes datos referentes a las propiedades del agua a una temperatura de  $22,58 \text{ }^\circ\text{C}$ :

Densidad del agua  $\rho = 997,63 \text{ kg/m}^3$

Peso específico del agua  $\gamma = 9\,752,75 \text{ N/m}^3$

Viscosidad cinemática  $\nu = 9,44 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

### 5.2.1. Estimación con el ajuste de la curva de Shields (1936)

A continuación, se muestra el procedimiento de cálculo, a manera de ejemplo, que permite estimar las condiciones de flujo que producen el transporte incipiente de granos de diámetro  $D = 4,00 \text{ mm}$ , bajo la suposición de que el material se comporta como los analizados en 1936 por Albert Shields.

Se obtiene el diámetro adimensional definido en la ecuación ( 20 ) como se muestra,

$$D^* = D \cdot \left[ \frac{(\gamma_s - \gamma)}{\gamma} \cdot \frac{g}{\nu^2} \right]^{1/3} \quad ( 75 )$$

$$= 0,004 \text{ m} \left[ \frac{(23\,276 \text{ N/m}^3 - 9\,752,75 \text{ N/m}^3)}{9\,752,75 \text{ N/m}^3} \frac{9,78 \text{ m/s}^2}{(9,44 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s})^2} \right]^{1/3} = 99,14$$

Aplicando la ecuación de García Flores ( 21 ) para  $3,460007 < D_{*c} < 182,011861$ , se obtiene el parámetro de Shields  $\tau_{*c}$  asociado a la condición crítica (transporte incipiente),

$$\begin{aligned}\tau_{*c} &= \frac{0,2061}{D_{*c}^{0,9690}} + 0,0947 \exp \left\{ - \left[ \frac{44,6685}{D_{*c}} \right]^{0,5170} \right\} \\ &= \frac{0,2061}{99,14^{0,9690}} + 0,0947 \exp \left\{ - \left[ \frac{44,6685}{99,14} \right]^{0,5170} \right\} = 0,051\end{aligned}\quad (76)$$

A partir de este parámetro, se obtiene el esfuerzo cortante en el fondo que induce el transporte  $\tau_c$ , como se muestra a continuación,

$$\tau_c = \tau_* \cdot (\gamma_s - \gamma) \cdot D = 0,051(23\,276\, N/m^3 - 9\,752,75\, N/m^3)(0,004\, m) = 2,77\, Pa \quad (77)$$

La velocidad de corte  $u_{*c}$  asociada al esfuerzo cortante crítico, es

$$u_{*c} = \sqrt{\frac{\tau_c}{\rho}} = \sqrt{\frac{2,76\, Pa}{997,63\, kg/m^3}} = 0,053\, m/s \quad (78)$$

El número de Reynolds granular  $Re_{*c}$  es, por lo tanto,

$$Re_{*c} = \frac{u_{*c} \cdot D}{\nu} = \frac{(0,053\, m/s)(0,004\, m)}{9,44 \times 10^{-7}\, m^2/s} = 223,4 \quad (79)$$

El procedimiento se siguió para los tres tamaños de partícula estudiados. A continuación, en el Cuadro 12, se muestran los resultados. Se tienen valores del parámetro adimensional de Shields menores a 0,06, mientras que el número de Reynolds granular varía desde 223 hasta 468, aproximadamente.

Cuadro 12. Estimación de características mecánicas críticas para los tres tamaños de partícula, según el ajuste de García Flores de los resultados de Shields

Diámetro (mm)	Peso específico $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	Diámetro adimensional	Parámetro de Shields	Esfuerzo cortante crítico (Pa)	Velocidad de corte (m/s)	Número de Reynolds granular
4,00	23 276	99,14	0,051	2,77	0,053	223
4,75	23 133	117,31	0,054	3,41	0,058	294
6,30	23 272	156,12	0,058	4,91	0,070	468

A partir de los cálculos anteriores, es posible estimar otras características del flujo, como tirante  $h$ , radio hidráulico  $R$  y caudal  $Q$  asociados a una pendiente de fondo del canal. A continuación, se muestra un ejemplo de cálculo para una pendiente de fondo de 1,0%. El tirante  $h$  se determina a partir de las definiciones de esfuerzo cortante  $\tau_b$  y radio hidráulico  $R$  presentadas en las ecuaciones ( 5 ) y ( 6 ) para canales rectangulares, como se muestra a continuación, recordando que el esfuerzo cortante en el fondo para la condición de transporte incipiente se denota  $\tau_c$  (esfuerzo cortante crítico),

$$h = \frac{B \cdot \tau_c}{\gamma \cdot i \cdot B - 2\tau_c} = \frac{(0,309 \text{ m})(2,77 \text{ Pa})}{(9 \text{ 752,75 N/m}^3)(0,01)(0,309 \text{ m}) - 2(2,77 \text{ Pa})} = 0,035 \text{ m} \quad (80)$$

El radio hidráulico  $R$  en el canal rectangular se determina como sigue

$$R = \frac{B \cdot h}{B + 2h} = \frac{(0,309 \text{ m})(0,035 \text{ m})}{0,309 \text{ m} + 2(0,035 \text{ m})} = 0,028 \text{ m} \quad (81)$$

Ahora, con el fin de estimar el caudal crítico que generará la condición de transporte incipiente, se hace uso de la ecuación de Manning, como se mostró en ( 26 ), para lo cual es necesario estimar la relación entre el tirante y el tamaño de partícula  $h/D$ , así como el coeficiente de resistencia de Manning  $n$ , como sigue,

$$\frac{h}{D} = \frac{0,035 \text{ m}}{0,004 \text{ m}} = 8,7 < 50 \quad (82)$$

$$\begin{aligned} n &= \frac{R^{1/6}}{\sqrt{8g}} \left[ 2 \log \left( \frac{h}{D_{84}} \right) + 1,4 \right]^{-1} \\ &= \frac{(0,028 \text{ m})^{1/6}}{\sqrt{8(9,78 \text{ m/s}^2)}} \left[ 2 \log \left( \frac{0,035 \text{ m}}{0,004} \right) + 1,4 \right]^{-1} = 0,019 \text{ s/m}^{1/3} \end{aligned} \quad (83)$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{n} B \cdot h \cdot i^{1/2} \cdot R^{2/3} \\ &= \frac{1}{0,019 \text{ s/m}^{1/3}} (0,309 \text{ m})(0,035 \text{ m}) (0,01)^{1/2} (0,028 \text{ m})^{2/3} = 0,005 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned} \quad (84)$$

Los cálculos anteriores se realizaron para los tres diámetros de partícula analizados, para pendientes de fondo desde 0,2% hasta 1,0%, en incrementos de 0,2%. Los resultados obtenidos se muestran, a continuación, en el Cuadro 13, Cuadro 14 y Cuadro 15. Debe aclararse que para pendientes de 0,0%, por definición del modelo matemático empleado (Ecuación ( 5 )), el esfuerzo cortante en el fondo debe ser igual a cero, por lo tanto, no es posible realizar las estimaciones correspondientes.

Los valores calculados del tirante  $h$  para una pendiente de 0,2%, utilizando material de diámetro 4,75 mm y 6,30 mm, resultan en datos negativos (Cuadro 14 y Cuadro 15), por lo que, según el procedimiento de cálculo anterior, no es posible alcanzar el valor del esfuerzo cortante crítico para estas condiciones. Mientras que el tirante estimado para la misma pendiente de fondo de 0,2%, pero del material de diámetro 4,00 mm (Cuadro 13), supera la altura del canal de laboratorio de 0,45 m.

Además, las estimaciones arrojan valores de caudal superiores a la capacidad del equipo de laboratorio ( $Q > 0,03 \text{ m}^3/\text{s}$ ) para la pendiente de 0,2% del material de 4,00 mm; pendiente de 0,4% del material de 4,75 mm; y pendientes de 0,4% y 0,6% del material de 6,30 mm.

Cuadro 13. Estimación de condiciones de flujo para la iniciación del transporte en partículas de 4,00 mm según el ajuste de García Flores de los resultados de Shields

Pendiente de fondo (%)	Tirante (m)	Radio hidráulico (m)	Coefficiente de resistencia ( $\text{s}/\text{m}^{1/3}$ )	Caudal ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
0,2	1,768	0,142	0,019	0,351
0,4	0,132	0,071	0,016	0,027
0,6	0,068	0,047	0,018	0,012
0,8	0,046	0,036	0,018	0,007
1,0	0,035	0,028	0,019	0,005

Cuadro 14. Estimación de condiciones de flujo para la iniciación del transporte en partículas de 4,75 mm según el ajuste de García Flores de los resultados de Shields

Pendiente de fondo (%)	Tirante (m)	Radio hidráulico (m)	Coefficiente de resistencia ( $s/m^{1/3}$ )	Caudal ( $m^3/s$ )
0,2	-1,331	-	-	-
0,4	0,201	0,087	0,016	0,048
0,6	0,094	0,058	0,018	0,019
0,8	0,061	0,044	0,019	0,011
1,0	0,045	0,035	0,019	0,008

Cuadro 15. Estimación de condiciones de flujo para la iniciación del transporte en partículas de 6,30 mm según el ajuste de García Flores de los resultados de Shields

Pendiente de fondo (%)	Tirante (m)	Radio hidráulico (m)	Coefficiente de resistencia ( $s/m^{1/3}$ )	Caudal ( $m^3/s$ )
0,2	-0,400	-	-	-
0,4	0,679	0,126	0,020	0,163
0,6	0,184	0,084	0,017	0,049
0,8	0,106	0,063	0,019	0,025
1,0	0,075	0,050	0,019	0,016

### 5.2.2. Estimación con el ajuste de las curvas de Yalin y Karahan (1979)

De igual manera, se estiman las condiciones de flujo que producen el transporte incipiente de los sedimentos, esta vez, a partir del ajuste de García Flores para las curvas de Yalin y Karahan.

Continuando con el ejemplo de cálculo para el material de tamaño  $D = 4 \text{ mm}$ , se tiene que el diámetro adimensional determinado previamente en la ecuación ( 75 ) es  $D^* = 99,14$ .

De acuerdo con la ecuación ( 22 ) de García Flores, para  $D_{*c} \geq 47,75233$  el parámetro adimensional de Shields es  $\tau_{*c} = 0,045$  en flujo turbulento.

A partir de lo anterior, el procedimiento de cálculo es el mismo que el mostrado en la sección previa (5.2.1). Los resultados obtenidos se muestran a continuación,

Cuadro 16. Estimación de características mecánicas críticas para los tres tamaños de partícula, según el ajuste de García Flores de los resultados de Yalin y Karahan

Diámetro (mm)	Peso específico $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	Diámetro adimensional	Parámetro de Shields	Esfuerzo cortante crítico (Pa)	Velocidad de corte (m/s)	Número de Reynolds granular
4,00	23 276	99,14	0,045	2,43	0,049	209
4,75	23 133	117,31	0,045	2,86	0,054	270
6,30	23 272	156,12	0,045	3,83	0,062	414

Como puede observarse en el Cuadro 16 todos los valores obtenidos mediante el ajuste de las curvas de Yalin y Karahan son menores a los estimados según el ajuste de la curva de Shields.

Del Cuadro 17 al Cuadro 19, se muestran los valores estimados de tirante, radio hidráulico y caudal para las diferentes pendientes de fondo del canal. En el caso del material de 6,30 mm (Cuadro 19), se obtuvo un valor de tirante menor a cero, lo que se interpreta como que, de acuerdo con el procedimiento de cálculo seguido, no existen condiciones de flujo que propicien la iniciación del transporte de sedimentos para este material, en una pendiente de fondo de 0,2%.

Por otra parte, se tiene que el tirante para una pendiente de 0,2% con el material de 4,75 mm, es de 2,9 m aproximadamente, y un caudal asociado de 0,57 m<sup>3</sup>/s, mucho mayores a las capacidades del canal del laboratorio, cuyo caudal máximo es de 0,03 m<sup>3</sup>/s y altura de 0,45 m.

Cuadro 17. Estimación de condiciones de flujo para la iniciación del transporte en partículas de 4,00 mm según el ajuste de García Flores de los resultados de Yalin y Karahan

Pendiente de fondo (%)	Tirante (m)	Radio hidráulico (m)	Coefficiente de resistencia (s/m <sup>1/3</sup> )	Caudal (m <sup>3</sup> /s)
0,2	0,649	0,125	0,019	0,118
0,4	0,105	0,062	0,017	0,019
0,6	0,057	0,042	0,018	0,009
0,8	0,039	0,031	0,019	0,006
1,0	0,030	0,025	0,019	0,004

Cuadro 18. Estimación de condiciones de flujo para la iniciación del transporte en partículas de 4,75 mm según el ajuste de García Flores de los resultados de Yalin y Karahan

Pendiente de fondo (%)	Tirante (m)	Radio hidráulico (m)	Coefficiente de resistencia ( $s/m^{1/3}$ )	Caudal ( $m^3/s$ )
0,2	2,878	0,147	0,020	0,566
0,4	0,140	0,073	0,017	0,028
0,6	0,071	0,049	0,018	0,013
0,8	0,048	0,037	0,019	0,008
1,0	0,036	0,029	0,020	0,005

Cuadro 19. Estimación de condiciones de flujo para la iniciación del transporte en partículas de 6,30 mm según el ajuste de García Flores de los resultados de Yalin y Karahan

Pendiente de fondo (%)	Tirante (m)	Radio hidráulico (m)	Coefficiente de resistencia ( $s/m^{1/3}$ )	Caudal ( $m^3/s$ )
0,2	-0,723	-	-	-
0,4	0,270	0,098	0,016	0,068
0,6	0,114	0,065	0,018	0,024
0,8	0,072	0,049	0,019	0,014
1,0	0,053	0,039	0,020	0,009

### 5.3. Condiciones de flujo observadas para el transporte incipiente del sedimento

A partir de las observaciones realizadas en laboratorio, se determinaron las condiciones de caudal y pendiente de fondo que provocan la iniciación del transporte de partículas en las diferentes camas de sedimento. Además, se realizaron mediciones del tirante de agua, con lo que se obtuvo el radio hidráulico en cada prueba. En aquellos ensayos en los que el tirante del agua era suficiente para sumergir el perfilador de velocidades, se tomaron datos de velocidad y temperatura del fluido.

Las pruebas se ejecutaron en dos secciones del canal, las cuales se nombraron sección aguas arriba y sección aguas abajo. Con el fin de reducir la subjetividad entre ensayos en cuanto a la definición del momento en que se genera el transporte incipiente del sedimento, en cada

una de las pruebas se realizó el conteo de partículas que se desprendieron de un área definida del canal en ambas secciones. Esta área comprendió el ancho del canal, de 0,309 m y una longitud de 0,400 m.

Se definió que la condición de transporte incipiente es aquella en la que se desprenden más de 10, pero menos de 20 partículas en un minuto de ensayo. El conteo de partículas fue verificado, posteriormente, por medio de videos tomados en el laboratorio. En el Apéndice D se presentan los datos tabulados de todas las pruebas realizadas.

Para cada pendiente de fondo del canal, se observó que inicialmente se produjo vibración de las partículas, sin que ninguna de ellas se desprendiera. Al incrementar el caudal, algunas partículas rodaron o saltaron, desprendiéndose de su posición original, pero se acomodaron unos centímetros aguas abajo (entre 10 cm y 30 cm aproximadamente). Finalmente, para el caudal que se determinó es el que produce el transporte incipiente, una fracción de las partículas desprendidas se acomodó temporalmente y volvió a desprenderse luego, mientras que la otra continuó rodando aguas abajo.

Los resultados de las pruebas donde se generó la iniciación del transporte de partículas se muestran a continuación del Cuadro 20 al Cuadro 25.

Cuadro 20. Condiciones de flujo que provocan la iniciación del transporte del sedimento de diámetro 4,00 mm en la sección aguas arriba del canal de laboratorio

Pendiente de fondo (%)	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Tirante (m)	Radio hidráulico (m)	Temperatura (°C)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Viscosidad cinemática (m <sup>2</sup> /s)
0,00	0,019	0,101	0,061	22,24	997,71	9,51E-07
0,20	0,017	0,086	0,055	22,24	997,71	9,51E-07
0,40	0,013	0,067	0,046	22,24	997,71	9,51E-07
0,60	0,010	0,053	0,039	22,24	997,71	9,51E-07
0,80	0,007	0,041	0,032	-	-	-
1,00	0,006	0,034	0,028	-	-	-

Cuadro 21. Condiciones de flujo que provocan la iniciación del transporte del sedimento de diámetro 4,00 mm en la sección aguas abajo del canal de laboratorio

Pendiente de fondo (%)	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Tirante (m)	Radio hidráulico (m)	Temperatura (°C)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Viscosidad cinemática (m <sup>2</sup> /s)
0,00	0,018	0,098	0,060	22,24	997,71	9,51E-07
0,20	0,015	0,082	0,053	22,42	997,67	9,47E-07
0,40	0,011	0,062	0,044	22,42	997,67	9,47E-07
0,60	0,008	0,049	0,037	22,42	997,67	9,47E-07
0,80	0,007	0,042	0,033	-	-	-
1,00	0,006	0,035	0,028	-	-	-

Cuadro 22. Condiciones de flujo que provocan la iniciación del transporte del sedimento de diámetro 4,75 mm en la sección aguas arriba del canal de laboratorio

Pendiente de fondo (%)	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Tirante (m)	Radio hidráulico (m)	Temperatura (°C)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Viscosidad cinemática (m <sup>2</sup> /s)
0,00	0,019	0,109	0,064	22,42	997,67	9,47E-07
0,20	0,019	0,103	0,062	22,60	997,63	9,43E-07
0,40	0,017	0,090	0,057	22,60	997,63	9,43E-07
0,60	0,014	0,076	0,051	22,60	997,63	9,43E-07
0,80	0,010	0,057	0,042	-	-	-
1,00	0,008	0,047	0,036	-	-	-

Cuadro 23. Condiciones de flujo que provocan la iniciación del transporte del sedimento de diámetro 4,75 mm en la sección aguas abajo del canal de laboratorio

Pendiente de fondo (%)	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Tirante (m)	Radio hidráulico (m)	Temperatura (°C)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Viscosidad cinemática (m <sup>2</sup> /s)
0,00	0,021	0,099	0,060	22,77	997,59	9,39E-07
0,20	0,017	0,082	0,053	22,77	997,59	9,39E-07
0,40	0,014	0,066	0,046	22,77	997,59	9,39E-07
0,60	0,010	0,048	0,037	-	-	-
0,80	0,008	0,042	0,033	-	-	-
1,00	0,007	0,035	0,029	-	-	-

Cuadro 24. Condiciones de flujo que provocan la iniciación del transporte del sedimento de diámetro 6,30 mm en la sección aguas arriba del canal de laboratorio

Pendiente de fondo (%)	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Tirante (m)	Radio hidráulico (m)	Temperatura (°C)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Viscosidad cinemática (m <sup>2</sup> /s)
0,00	> 0,024	-	-	-	-	-
0,20	0,024	0,109	0,064	22,95	997,55	9,36E-07
0,40	0,024	0,104	0,062	23,12	997,51	9,32E-07
0,60	0,019	0,087	0,056	23,12	997,51	9,32E-07
0,80	0,017	0,077	0,051	23,12	997,51	9,32E-07
1,00	> 0,013	-	-	-	-	-

Cuadro 25. Condiciones de flujo que provocan la iniciación del transporte del sedimento de diámetro 6,30 mm en la sección aguas abajo del canal de laboratorio

Pendiente de fondo (%)	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Tirante (m)	Radio hidráulico (m)	Temperatura (°C)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Viscosidad cinemática (m <sup>2</sup> /s)
0,00	0,018	0,0840	0,054	22,42	997,67	9,47E-07
0,20	0,018	0,0790	0,052	22,60	997,63	9,43E-07
0,40	0,017	0,0710	0,049	22,77	997,59	9,39E-07
0,60	0,015	0,0645	0,046	22,77	997,59	9,39E-07
0,80	0,011	0,0510	0,038	-	-	-
1,00	0,010	0,0450	0,035	-	-	-

De acuerdo con los resultados obtenidos de las condiciones que generan la iniciación del transporte de los diferentes materiales, se puede observar que con el incremento de las pendientes de fondo se da una reducción del caudal necesario para llegar a la condición de transporte incipiente. Esto se debe a que, a mayor pendiente, el aporte de la fuerza gravitacional en el sentido paralelo al fondo del canal es mayor, propiciando el desplazamiento de las partículas.

En la Figura 25 se muestra una comparación entre los resultados obtenidos en la sección de aguas arriba y en la de aguas abajo, en la condición de transporte incipiente de los diferentes materiales. Se observa que existen diferencias pequeñas entre los caudales determinados en ambas secciones para los granos de 4,00 mm de diámetro. En algunas ocasiones, estos caudales llegan a ser iguales, como en el caso de la pendiente de 0,8%, en la que el caudal determinado tanto aguas arriba como aguas abajo es de 0,007 m<sup>3</sup>/s. Lo mismo sucede para la pendiente de 1,0%, cuyo caudal correspondiente es 0,006 m<sup>3</sup>/s en ambas secciones del canal.

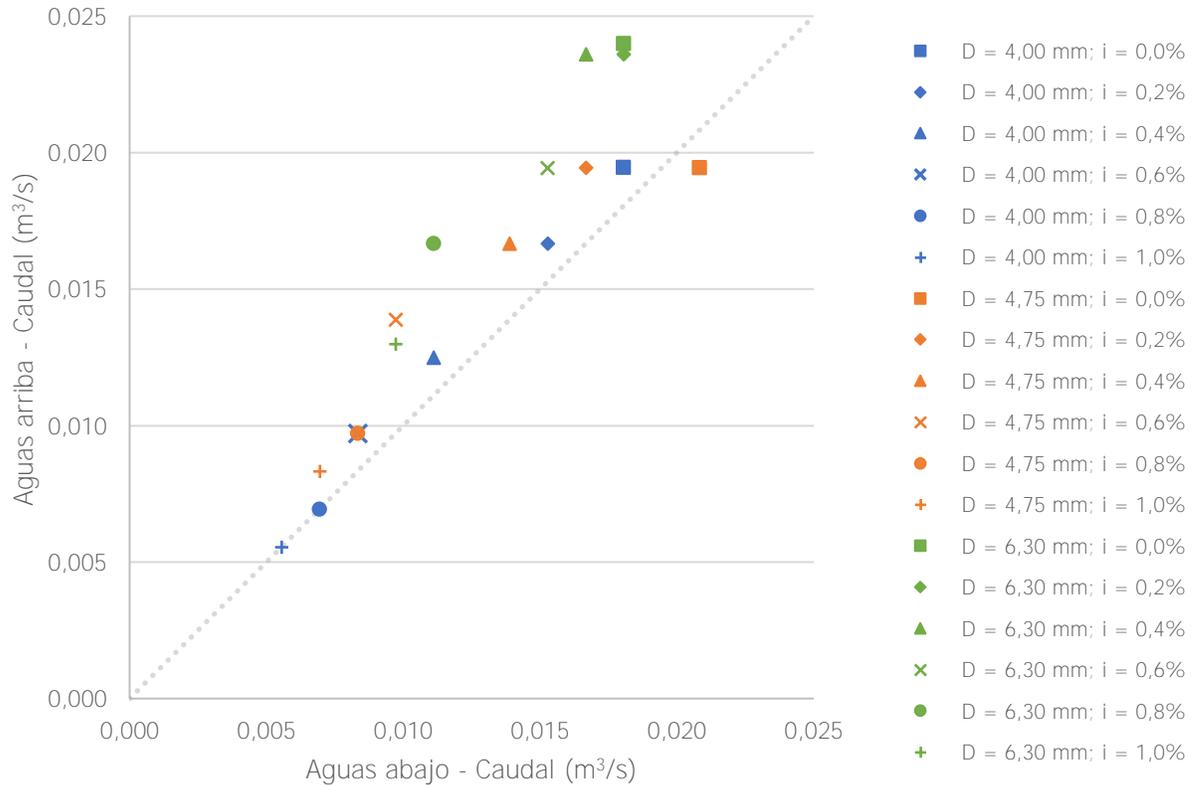


Figura 25. Comparación de las condiciones que generan el transporte incipiente de los granos

En lo que respecta al material de diámetro de 4,75 mm se observó que, en general, en la sección de aguas arriba se requieren mayores caudales para propiciar el transporte de los granos, sin embargo, cuando la pendiente del canal se fijó en 0,0%, el transporte incipiente se alcanzó con un caudal menor aguas arriba que aguas abajo, como se aprecia en la Figura 25, donde el punto correspondiente a esta condición se nota desplazado hacia la derecha de la diagonal.

En cuanto a las partículas de 6,30 mm de diámetro, se nota que el caudal asociado a la iniciación del transporte es mayor en la sección de aguas arriba, y las diferencias de caudal son más notorias que en los dos casos anteriores, lo que se refleja en el gráfico de la Figura 25 como un mayor desplazamiento hacia la izquierda de la línea diagonal, en comparación con los datos de las partículas de 4,75 mm y 4,00 mm.

Debe señalarse que no fue posible determinar el caudal crítico asociado a las pendientes de 0,0% y de 1,0% para el material de diámetro 6,30 mm en la sección del canal aguas arriba,

debido a que el aumento del caudal propició el transporte generalizado de los sedimentos en la sección de aguas abajo. Se determinó que en la sección de aguas arriba, para la pendiente de 0,0% un caudal de 0,024 m<sup>3</sup>/s no es suficiente para alcanzar la condición de transporte incipiente. Mientras que para una pendiente de 1,0%, se requiere un caudal mayor a 0,013 m<sup>3</sup>/s.

Por otra parte, como se esperaba, las partículas de mayor tamaño requieren de mayores caudales para alcanzar la condición de transporte incipiente. Sin embargo, en ambas secciones analizadas se observa que esto no se cumple para la pendiente de 0,0%. Aguas arriba es necesario un caudal de 0,019 m<sup>3</sup>/s para generar el incipiente transporte tanto de partículas de 4,00 mm de diámetro, como de partículas de 4,75 mm. Mientras que aguas abajo, los granos con un tamaño de 4,75 mm requieren un caudal más elevado que aquellos de 6,30 mm.

Las diferencias observadas entre las condiciones que inducen el transporte en la sección aguas abajo y las que lo inducen en la sección aguas arriba podrían corresponder a la formación de un perfil de flujo cuya superficie libre no era paralela al fondo del canal. Esto se observó durante las pruebas en el laboratorio, en las que se midió la altura del agua en ambas secciones para diferentes combinaciones de caudal, pendiente de fondo y material granular.

Se encontraron diferencias de hasta 18,5 mm entre mediciones de tirante de agua tomadas aguas abajo y las realizadas aguas arriba. Esto genera que, para las mismas condiciones de caudal, pendiente y material del fondo, en la sección de menor tirante de agua se produzca un aumento de la velocidad media de flujo y, por lo tanto, una mayor fuerza de arrastre. Mientras que en la sección donde la elevación del agua es mayor, la fuerza de arrastre producida por el mismo caudal es menor. Las diferencias de caudal crítico encontradas para una misma pendiente y mismo material de fondo son, en promedio, de 0,003 m<sup>3</sup>/s.

La formación de este perfil de flujo de superficie libre no paralela al fondo puede deberse a un efecto de grada en el extremo de una de las láminas colocadas con material granular adherido.

Por otra parte, en el Cuadro 26 se muestran las diferencias de los datos observados en laboratorio durante las pruebas de transporte incipiente del material de diámetro 4,00 mm, con respecto a los valores de caudal, tirante y radio hidráulico que fueron estimados, a partir de los resultados tanto de Shields, como de Yalin y Karahan, en la sección 5.2. Se observan porcentajes de diferencia altos en las estimaciones de caudal y tirante para la pendiente de

0,2%. En general, los tres parámetros comparados presentan las mayores diferencias en pendientes de 0,2% y 0,4%.

Cuadro 26. Comparación de resultados de caudal, tirante y radio hidráulico en el sedimento de 4,00 mm

i (%)	Sección	Diferencia con Shields (%)			Diferencia con Yalin y Karahan (%)		
		Caudal	Tirante	Radio hidráulico	Caudal	Tirante	Radio hidráulico
0,2	Arriba	95,2	95,1	61,1	85,9	86,7	55,7
0,2	Abajo	95,6	95,4	62,4	87,1	87,4	57,2
0,4	Arriba	53,5	49,4	34,6	34,7	36,5	25,5
0,4	Abajo	58,6	53,2	38,1	41,9	41,2	29,5
0,6	Arriba	20,0	23,1	17,3	6,7	7,8	5,8
0,6	Abajo	31,5	29,0	22,1	8,5	14,8	11,3
0,8	Arriba	7,2	11,1	8,8	21,7	4,9	3,9
0,8	Abajo	7,2	8,9	7,0	21,7	7,4	5,8
1,0	Arriba	5,6	3,8	3,1	37,5	12,5	10,3
1,0	Abajo	5,6	0,9	0,8	37,5	15,9	13,0

A continuación, se muestran los porcentajes de diferencia calculados para las estimaciones de caudal, tirante y radio hidráulico para las condiciones de transporte incipiente del material de diámetro 4,75 mm. Como se mencionó anteriormente, la estimación de estos parámetros para la pendiente de 0,2% arroja valores de tirante negativo, lo cual indica que, según el procedimiento de cálculo seguido, no existen condiciones de flujo que produzcan la iniciación del transporte de partículas de 4,75 mm en un canal de pendiente 0,2%, por lo que no se incluye una comparación de estos valores en el Cuadro 27.

En el caso de este material, se observa que los mayores porcentajes de diferencia corresponden a la pendiente de 0,4%, donde se alcanza un 71,0% en el cálculo del caudal comparado con los resultados de Shields, y un 50,9% al comparar con los datos de Yalin y Karahan.

Cuadro 27. Comparación de resultados de caudal, tirante y radio hidráulico en el sedimento de 4,75 mm

i (%)	Sección	Diferencia con Shields (%)			Diferencia con Yalin y Karahan (%)		
		Caudal	Tirante	Radio hidráulico	Caudal	Tirante	Radio hidráulico
0,4	Arriba	65,2	55,5	35,2	41,1	35,9	22,7
0,4	Abajo	71,0	67,5	47,4	50,9	53,1	37,3
0,6	Arriba	27,1	18,8	12,6	10,6	6,3	4,2
0,6	Abajo	49,0	48,7	37,1	22,6	32,9	25,1
0,8	Arriba	13,6	6,5	4,7	26,8	18,6	13,6
0,8	Abajo	26,0	31,1	24,4	8,7	12,6	9,9
1,0	Arriba	7,5	2,9	2,2	55,5	28,5	21,9
1,0	Abajo	10,4	22,5	18,4	29,6	3,3	2,7

De igual manera, en el Cuadro 28 se encuentran tabuladas las diferencias de las observaciones de este trabajo con respecto a las estimaciones realizadas según los resultados obtenidos por Shields y por Yalin y Karahan.

Se observa la misma tendencia en donde las mayores diferencias están asociadas a las pendientes más bajas. De igual forma en que ocurrió para los granos de diámetro 4,75 mm, los valores de tirante estimados para una pendiente de 0,2% arrojaron resultados negativos, por lo que las estimaciones para ese caso se consideran fuera de lugar.

Cuadro 28. Comparación de resultados de caudal, tirante y radio hidráulico en el sedimento de 6,30 mm

i (%)	Sección	Diferencia con Shields (%)			Diferencia con Yalin y Karahan (%)		
		Caudal	Tirante	Radio hidráulico	Caudal	Tirante	Radio hidráulico
0,4	Arriba	85,5	84,7	50,7	65,4	61,6	36,9
0,4	Abajo	89,8	89,5	61,3	75,6	73,7	50,5
0,6	Arriba	60,1	52,6	33,7	19,3	23,5	15,0
0,6	Abajo	68,6	64,9	45,8	36,6	43,3	30,5
0,8	Arriba	33,5	27,5	18,3	21,5	6,9	4,6
0,8	Abajo	55,7	52,0	39,1	19,0	29,2	21,9
1,0	Abajo	40,1	39,7	30,8	4,9	14,6	11,3

De acuerdo con los porcentajes observados, se nota que los valores estimados con los resultados de Yalin y Karahan se aproximan más que los de Shields, a los datos obtenidos de los ensayos en laboratorio. Sin embargo, en todos los casos, los porcentajes de diferencia son altos en pendientes bajas, por lo que se concluye que las estimaciones de las características geométricas del flujo no pueden representarse mediante los procedimientos de cálculo llevados a cabo. Debido a que dichas características se determinan a partir de estimaciones mecánicas ( $\tau_*$  y  $Re_*$ ) bajo la suposición de que los datos se ajustan a los determinados por Shields o por Yalin y Karahan, se arrastran diferencias en cada paso de cálculo.

#### 5.4. Características mecánicas del flujo de agua

Una vez identificadas las condiciones que producen la iniciación del transporte de los sedimentos, se determinó, para la condición crítica, el esfuerzo cortante en el fondo  $\tau_c$ , parámetro adimensional de Shields  $\tau_{*c}$ , velocidad de corte  $u_{*c}$  y número de Reynolds granular  $Re_{*c}$  para cada una de las pruebas realizadas, de acuerdo con las ecuaciones ( 5 ), ( 14 ), ( 15 ) y ( 16 ) respectivamente.

El Cuadro 29 muestra los resultados de los cálculos realizados para el sedimento de diámetro 4,00 mm, en donde se puede notar que los valores del número de Reynolds granular se ubican

entre 136 y 221 (sin considerar el valor obtenido para pendiente de 0,0%, en los que  $Re_* = 0$ ), y se observa que todos los valores del parámetro adimensional de Shields se encuentran por debajo de 0,06. Además, se señalan los valores promedio de cada uno de estos parámetros, sin considerar la condición de pendiente 0,0%, y su incertidumbre estándar asociada a la repetibilidad de los datos.

Cuadro 29. Características del flujo en condición de transporte incipiente del sedimento de diámetro 4,00 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Esfuerzo cortante crítico (Pa)	Parámetro de Shields	Velocidad de corte (m/s)	Reynolds granular
0,0	Arriba	0,019	0,000	0,000	0,000	0
0,0	Abajo	0,018	0,000	0,000	0,000	0
0,2	Arriba	0,017	1,078	0,020	0,033	138
0,2	Abajo	0,015	1,041	0,019	0,032	136
0,4	Arriba	0,013	1,814	0,034	0,043	179
0,4	Abajo	0,011	1,716	0,032	0,041	175
0,6	Arriba	0,010	2,293	0,042	0,048	201
0,6	Abajo	0,008	2,160	0,040	0,047	196
0,8	Arriba	0,007	2,528	0,047	0,050	212
0,8	Abajo	0,007	2,577	0,048	0,051	214
1,0	Arriba	0,006	2,685	0,050	0,052	218
1,0	Abajo	0,006	2,751	0,051	0,053	221
Promedio*			2,06	0,0382	0,0449	189
Incertidumbre*			0,39	0,0072	0,0078	33

\* Este valor no contempla la condición crítica para pendientes de 0,0%

En cuanto al esfuerzo cortante crítico, se nota que para las pendientes de 0,2%, 0,4% y 0,6%, en la sección de aguas arriba se presentan mayores esfuerzos que en la sección de aguas abajo. Lo contrario ocurre para las pendientes de 0,8% y 1,0%, en las que los mayores esfuerzos cortantes en el fondo se presentaron en la sección de aguas abajo. El mismo comportamiento se nota en los valores de velocidad de corte, ya que ésta depende directamente del esfuerzo  $\tau_c$ .

En el caso del material de tamaño 4,75 mm (Cuadro 30), se obtuvieron valores de Reynolds granular entre 163 y 297, aproximadamente (omitiendo los de pendiente 0,0%). Nuevamente, ningún valor del parámetro de movilidad de Shields alcanza el valor de 0,06, siendo el más alto de 0,055.

Cuadro 30. Características del flujo en condición de transporte incipiente del sedimento de diámetro 4,75 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Esfuerzo cortante crítico (Pa)	Parámetro de Shields	Velocidad de corte (m/s)	Reynolds granular
0,0	Arriba	0,019	0,000	0,000	0,000	0
0,0	Abajo	0,021	0,000	0,000	0,000	0
0,2	Arriba	0,019	1,205	0,019	0,035	175
0,2	Abajo	0,017	1,041	0,016	0,032	163
0,4	Arriba	0,017	2,211	0,035	0,047	237
0,4	Abajo	0,014	1,794	0,028	0,042	215
0,6	Arriba	0,014	2,981	0,047	0,055	275
0,6	Abajo	0,010	2,143	0,034	0,046	234
0,8	Arriba	0,010	3,249	0,051	0,057	287
0,8	Abajo	0,008	2,576	0,041	0,051	257
1,0	Arriba	0,008	3,486	0,055	0,059	297
1,0	Abajo	0,007	2,783	0,044	0,053	267
Promedio*			2,35	0,0369	0,0477	241
Incertidumbre*			0,47	0,0075	0,0083	42

\* Este valor no contempla la condición crítica para pendientes de 0,0%

Por otra parte, en el Cuadro 30 se aprecia también que todos los parámetros calculados presentan valores menores en la sección de aguas abajo, para todas las pendientes de ensayo.

En cuanto al sedimento de 6,30 mm, cuyos valores correspondientes se presentan en el Cuadro 31, las condiciones de transporte incipiente generan números de Reynolds granular que van desde 213 hasta 427, aproximadamente, y no se logra alcanzar el valor de 0,06 del parámetro

de Shields. De hecho, a pesar de que en este material se presenta el mayor número de Reynolds granular, es el que presenta menores valores de  $\tau_*$ .

Se nota, además, que los parámetros calculados para el material de 6,30 mm son mayores en la sección de aguas arriba, en todas las pendientes para las que se determinaron las condiciones de flujo durante la iniciación del transporte.

Cuadro 31. Características del flujo en condición de transporte incipiente del sedimento de diámetro 6,30 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Esfuerzo cortante crítico (Pa)	Parámetro de Shields	Velocidad de corte (m/s)	Reynolds granular
0,0	Abajo	0,018	0,000	0,000	0,000	0
0,2	Arriba	0,024	1,246	0,015	0,035	238
0,2	Abajo	0,018	1,020	0,012	0,032	213
0,4	Arriba	0,024	2,418	0,028	0,049	332
0,4	Abajo	0,017	1,898	0,022	0,044	291
0,6	Arriba	0,019	3,257	0,038	0,057	385
0,6	Abajo	0,015	2,663	0,031	0,052	345
0,8	Arriba	0,017	4,009	0,047	0,063	427
0,8	Abajo	0,011	2,992	0,035	0,055	366
1,0	Abajo	0,010	3,399	0,040	0,058	390
Promedio*			2,54	0,0299	0,0495	332
Incertidumbre*			0,50	0,0058	0,0074	50

\* Este valor no contempla la condición crítica para pendientes de 0,0%

Como se observó en los cuadros anteriores, para una pendiente de fondo de 0,0%, las ecuaciones ( 5 ), ( 14 ), ( 15 ) y ( 16 ) resultan en valores iguales a cero para todos los parámetros, por lo que éstos no se incluyen en el cálculo de los promedios mostrados en las partes inferiores de dichos cuadros. A continuación, se muestra un resumen de los valores promedio obtenidos para cada tamaño de partícula sin contemplar los datos de pendiente 0,0%.

Cuadro 32. Valores promedio de parámetros mecánicos del flujo por tamaño de partícula

Diámetro	Esfuerzo cortante crítico (Pa)	Parámetro de Shields	Velocidad de corte (m/s)	Reynolds granular
4,00	2,06 + 0,39	0,0382 + 0,0072	0,0449 + 0,0078	189 + 33
4,75	2,35 + 0,47	0,0369 + 0,0075	0,0477 + 0,0083	241 + 42
6,30	2,54 + 0,50	0,0299 + 0,0058	0,0495 + 0,0074	332 + 50

Puede notarse que el valor promedio del parámetro de Shields tiende hacia valores menores cuando se aumenta el diámetro característico del sedimento, mientras que los demás datos promedio muestran el comportamiento contrario.

Ahora bien, al graficar el valor del parámetro adimensional de movilidad de Shields  $\tau_{*c}$  obtenido en la condición de transporte incipiente, contra el número de Reynolds granular  $Re_{*c}$  asociado, se observa que las partículas de un mismo tamaño presentan una tendencia lineal con pendiente positiva, como se aprecia en la Figura 26, la cual no contempla los valores obtenidos para las pendientes de 0,0%. Se nota, además, que, a mayor tamaño del sedimento, la recta formada por los datos se ubica cada vez más hacia la derecha en el gráfico.

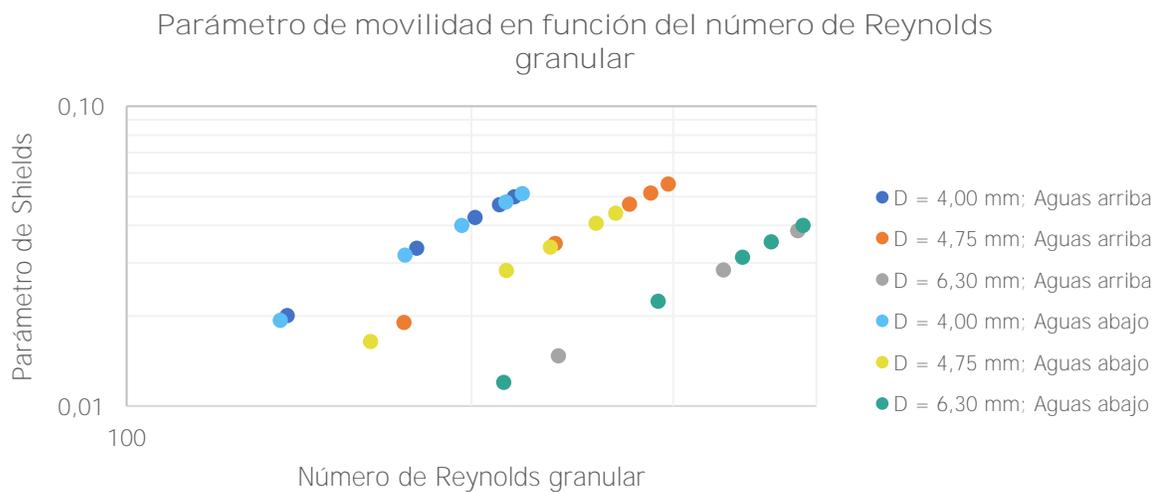


Figura 26. Variación del parámetro adimensional de Shields con el número de Reynolds granular

Esto orienta a determinar la relación lineal para cada tamaño de partícula. En el caso de los granos de diámetro 4,00 mm, se encuentra que la ecuación ( 85 ) se ajusta a los datos observados, con un coeficiente de determinación de 0,996.

$$(\tau_{*c})_{D4,00} = (3,71 \times 10^{-4})Re_* - 0,0319 \quad ( 85 )$$

Donde

$(\tau_{*c})_{D4,00}$  = parámetro de Shields en la condición crítica para el material de diámetro 4,00 mm

Por otra parte, el comportamiento mostrado por el sedimento de 4,75 mm de diámetro se ajusta a la ecuación ( 86 ) con un coeficiente de determinación de 0,991

$$(\tau_{*c})_{D4,75} = (2,85 \times 10^{-4})Re_* - 0,0317 \quad ( 86 )$$

Donde

$(\tau_{*c})_{D4,75}$  = parámetro de Shields en la condición crítica para el material de diámetro 4,75 mm

Finalmente, el esfuerzo cortante crítico del material de 6,30 mm de diámetro sigue el ajuste lineal mostrado en la ecuación ( 87 ) con un coeficiente de determinación de 0,992.

$$(\tau_{*c})_{D6,30} = (1,64 \times 10^{-4})Re_* - 0,0244 \quad ( 87 )$$

Donde

$(\tau_{*c})_{D6,30}$  = parámetro de Shields en la condición crítica para el material de diámetro 6,30 mm

### 5.5. Comparación de valores experimentales con los obtenidos por diferentes autores

El Cuadro 33 muestra una comparación de las características de los sedimentos utilizados por Shields en su investigación (1936), con los empleados en el presente trabajo. Puede notarse que Shields hizo uso de ámbar y lignito, cuyos pesos específicos relativos son menores a los de los materiales de esta investigación, mientras que el granito y barita poseen mayores pesos específicos.

Por otra parte, los diámetros promedio de las partículas de los ensayos de Shields son menores a los tamaños analizados en este trabajo.

Cuadro 33. Características de los sedimentos utilizados en la investigación de Shields (1939) y en esta investigación

Investigador	Tipo de sedimento	Peso específico relativo	Tamaño máximo (mm)	Diámetro medio (mm)	Forma del grano
Shields (1936)	Ámbar	1,06	0,38 - 3,00	1,56	Bordes afilados
	Lignito I	1,27	0,75 - 2,00	1,77	Angular, extremos redondeados
	Lignito II	1,27	0,75 - 5,00	1,88	
	Lignito III	1,27	2,00 - 5,00	2,53	
	Granito I	2,69	2,00 - 3,00	2,44	Angular, bordes y extremos afilados
	Granito II	2,71	1,02 - 1,50	1,23	Angular, bordes y extremos redondeados
	Granito III	2,70	0,75 - 1,02	0,85	
	Barita I	4,20	3,00 - 4,00	3,44	Angular, material quebrado
	Barita II	4,19	2,00 - 3,00	2,46	
	Barita III	4,20	1,00 - 2,00	1,52	
	Barita IV	4,25	0,49 - 0,75	0,69	
	Barita V	4,30	0,25 - 0,49	0,36	
	Barita VI	4,20	2,00 - 5,00	2,76	
Oviedo (2020)	Basalto	2,39	4,00	4,00	Angular, material quebrado
	Basalto	2,37	4,75	4,75	
	Basalto	2,39	6,30	6,30	

Debe considerarse, además, que los equipos del Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Costa Rica, permiten controlar mejor los parámetros involucrados en las pruebas de transporte incipiente, debido a la ventaja tecnológica que significa el realizar los ensayos 84 años después de la publicación de la investigación de Albert Shields.

Con el fin de comparar los resultados de este proyecto con los datos publicados por Shields, se realizó una superposición de los valores de esfuerzo cortante crítico contra número de Reynolds granular sobre el gráfico original publicado en 1936. La Figura 27 muestra esta comparación, en la que se nota una marcada diferencia en la tendencia de los datos obtenidos con respecto a los del diagrama.

### Diagrama de Shields

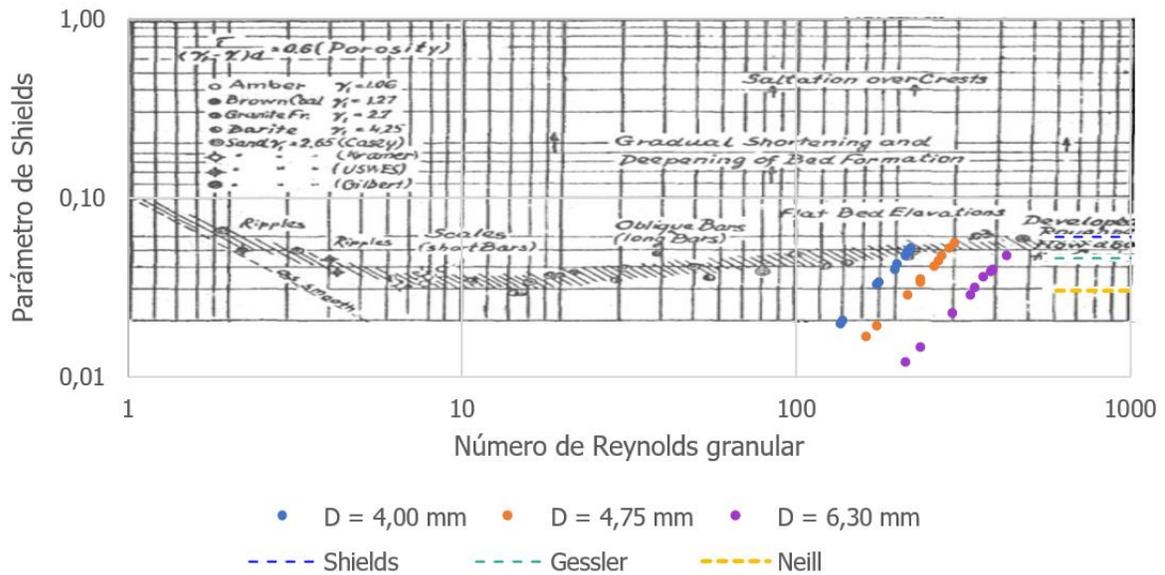


Figura 27. Parámetro de Shields contra número de Reynolds granular sobre diagrama de Shields (1936)

Se observa que los resultados de esta investigación presentan una pendiente positiva que se aleja de los resultados de Shields en los que los valores del parámetro adimensional de movilidad  $\tau_{*c}$  rondan los 0,04, para números de Reynolds granular cercanos a 200, y tienden a un valor constante de 0,06, para números de Reynolds granular mayores a 400.

En la gráfica de la Figura 27 se señalan los valores de  $\tau_{*c}$  propuestos por Gessler (1971) y Neil (1968) para números de Reynolds granular mayores a 600, siendo éstos 0,046 y 0,030, respectivamente. A pesar de que no se alcanzaron valores tan altos del número de Reynolds granular, no se observa ninguna tendencia que indique que se llegará a un valor constante de  $\tau_{*c}$ .

Se observó que la pendiente de las rectas de ajuste para los datos obtenidos disminuye cuando se aumenta el tamaño del grano. Con esto, y con la Figura 26 y Figura 27, debe notarse que el tamaño de partícula tiene una alta influencia en el esfuerzo cortante que induce al transporte de los sedimentos, si se comparan materiales de peso específico muy similar.

Una comparación análoga fue realizada contra los resultados obtenidos por Yalin y Karahan en 1979. Ésta se presenta mediante la superposición de gráficos de la Figura 28. De la misma

manera, se nota que la tendencia hallada en este trabajo se aleja de las observaciones realizadas por estos autores en 1979.

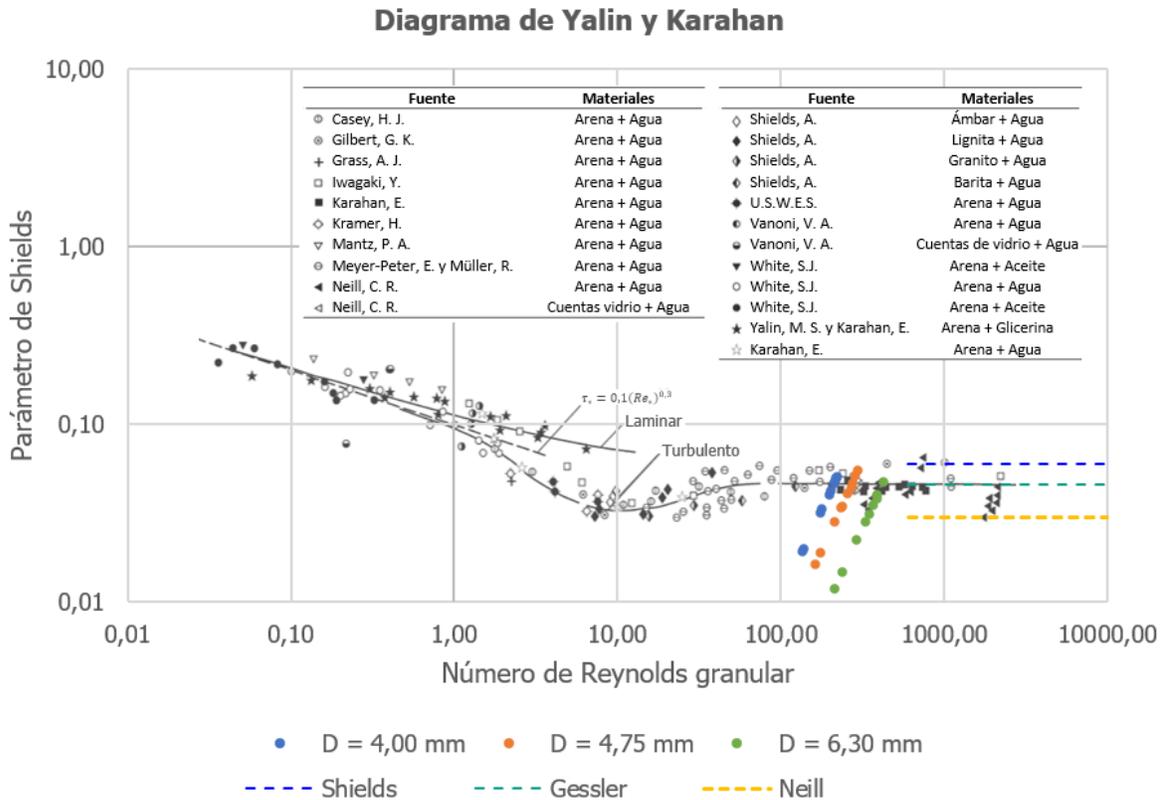


Figura 28. Esfuerzo cortante crítico contra número de Reynolds granular sobre diagrama de Yalin y Karahan (1979)

Ahora bien, en el Cuadro 34 se muestran los porcentajes de diferencia de esfuerzo cortante crítico, velocidad de corte y número de Reynolds granular calculados con los datos experimentales, comparados con los datos de estos mismos parámetros estimados en la sección 5.2 para el material de diámetro 4,00 mm. Se aclara que no se muestran los porcentajes de diferencia del parámetro adimensional de Shields, debido a que son idénticos a las diferencias de esfuerzo cortante crítico, esto por el procedimiento de cálculo llevado a cabo.

Los valores estimados a partir de la curva de Shields y de la curva de Yalin y Karahan son independientes de la inclinación del fondo del canal, mientras que los valores calculados utilizando los datos experimentales parten de la ecuación ( 5 ) ( $\tau_b = \gamma \cdot R \cdot i$ ), por lo que para pendientes de 0,0%, el porcentaje de diferencia será siempre 100%.

Cuadro 34. Comparación de resultados experimentales con estimados de características mecánicas del flujo para granos de 4,00 mm de diámetro

i (%)	Sección	Diferencia con Shields (%)			Diferencia con Yalin y Karahan (%)		
		$\tau_c$	$u_*$	$Re_*$	$\tau_c$	$u_*$	$Re_*$
0,0	Arriba	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
0,0	Abajo	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
0,2	Arriba	61,12	37,64	38,18	55,73	33,46	34,04
0,2	Abajo	62,45	38,72	39,03	57,25	34,61	34,94
0,4	Arriba	34,56	19,10	19,80	25,49	13,68	14,43
0,4	Abajo	38,08	21,31	21,70	29,50	16,04	16,45
0,6	Arriba	17,26	9,04	9,83	5,80	2,94	3,78
0,6	Abajo	22,06	11,72	12,16	11,26	5,80	6,27
0,8	Arriba	8,78	4,49	5,32	3,86	1,91	1,03
0,8	Abajo	7,03	3,58	4,06	5,85	2,88	2,37
1,0	Arriba	3,12	1,57	2,42	10,30	5,03	4,12
1,0	Abajo	0,75	0,38	0,88	13,00	6,30	5,77

Se nota que, con el incremento de la pendiente, los porcentajes de diferencia se reducen. Incluso, llegan al orden de decimales para la pendiente máxima de 1,0% en la sección de aguas abajo cuando se comparan con los valores estimados a partir de la curva de Shields.

Por otra parte, se observa que, en la mayoría de los casos, las diferencias encontradas con Shields son mayores que las encontradas con Yalin y Karahan, sin embargo, esto no ocurre para la pendiente de 1,0%, en la que, en ambas secciones del canal, existen menores diferencias con los resultados de Shields.

En el Cuadro 35 se realizan las mismas comparaciones anteriores para los datos obtenidos del material de diámetro 4,75 mm. El comportamiento es muy similar al observado para los granos de menor tamaño.

Cuadro 35. Comparación de resultados experimentales con estimados de características mecánicas del flujo para granos de 4,75 mm de diámetro

i (%)	Sección	Diferencia con Shields (%)			Diferencia con Yalin y Karahan (%)		
		$\tau_c$	$u_*$	$Re_*$	$\tau_c$	$u_*$	$Re_*$
0,0	Arriba	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
0,0	Abajo	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
0,2	Arriba	64,64	40,54	40,64	57,85	35,08	35,18
0,2	Abajo	69,48	44,75	44,48	63,61	39,68	39,39
0,4	Arriba	35,16	19,48	19,61	22,70	12,08	12,22
0,4	Abajo	47,37	27,45	27,10	37,26	20,79	20,41
0,6	Arriba	12,57	6,50	6,65	4,23	2,09	1,93
0,6	Abajo	37,15	20,72	20,34	25,07	13,44	13,02
0,8	Arriba	4,72	2,39	2,54	13,59	6,58	6,41
0,8	Abajo	24,43	13,07	12,65	9,91	5,09	4,63
1,0	Arriba	2,24	1,11	0,95	21,88	10,40	10,22
1,0	Abajo	18,38	9,65	9,22	2,69	1,36	0,88

Para el caso presentado en el Cuadro 35 se tiene que los porcentajes de diferencia se reducen con el incremento de la pendiente, y, en general, los resultados de Yalin y Karahan se aproximan más a los obtenidos en este trabajo. No obstante, para las pendientes de 0,8% y 1,0%, en la sección de aguas arriba, los resultados de Shields presentan diferencias menores.

Finalmente, en el Cuadro 36, se muestran las diferencias de los cálculos realizados a partir de las observaciones en laboratorio con respecto a los predichos en la sección 5.2 para el material de mayor tamaño. En este caso se nota también que los resultados de Shields y de Yalin y Karahan estiman mejor lo observado en las pendientes más elevadas, a pesar de ello, en general, este material es el que presenta mayores diferencias entre valores calculados.

Cuadro 36. Comparación de resultados experimentales con estimados de características mecánicas del flujo para granos de 6,30 mm de diámetro

i (%)	Sección	Diferencia con Shields (%)			Diferencia con Yalin y Karahan (%)		
		$\tau_c$	$u_*$	$Re_*$	$\tau_c$	$u_*$	$Re_*$
0,0	Abajo	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
0,2	Arriba	74,61	49,61	49,11	67,47	42,97	42,41
0,2	Abajo	79,23	54,43	54,44	73,40	48,42	48,44
0,4	Arriba	50,75	29,82	29,13	36,91	20,57	19,79
0,4	Abajo	61,34	37,83	37,84	50,49	29,63	29,65
0,6	Arriba	33,66	18,55	17,75	15,02	7,82	6,91
0,6	Abajo	45,76	26,35	26,37	30,53	16,65	16,67
0,8	Arriba	18,33	9,63	8,74	4,61	2,28	3,29
0,8	Abajo	39,06	21,94	21,96	21,95	11,65	11,67
1,0	Abajo	30,77	16,79	16,82	11,32	5,83	5,86

En la Figura 29 se muestran los valores de esfuerzo cortante crítico obtenidos a partir de los ensayos de laboratorio, así como los estimados por medio de las ecuaciones de García Flores para los resultados de Shields y los resultados de Yalin y Karahan. No se muestran los datos experimentales para pendientes de 0,0% debido a que éstos corresponden a valores de  $\tau_c = 0 Pa$ .

En la Figura 29 se nota que las estimaciones a partir de los datos de Yalin y Karahan se ubican dentro del rango de valores obtenidos experimentalmente en este trabajo, mientras que los de Shields son superiores para las partículas de 4,00 mm y 6,30 mm. Para los granos de tamaño 4,75 mm el valor estimado de  $\tau_c$  por los resultados de Shields es superado únicamente por el valor experimental obtenido en la sección aguas arriba para una pendiente de 1,0%.

Los datos obtenidos mediante el ajuste de los resultados de Yalin y Karahan, si bien no superan la totalidad de los datos experimentales, se encuentran cerca del mayor valor obtenido para cada uno de los tamaños de partícula analizados.

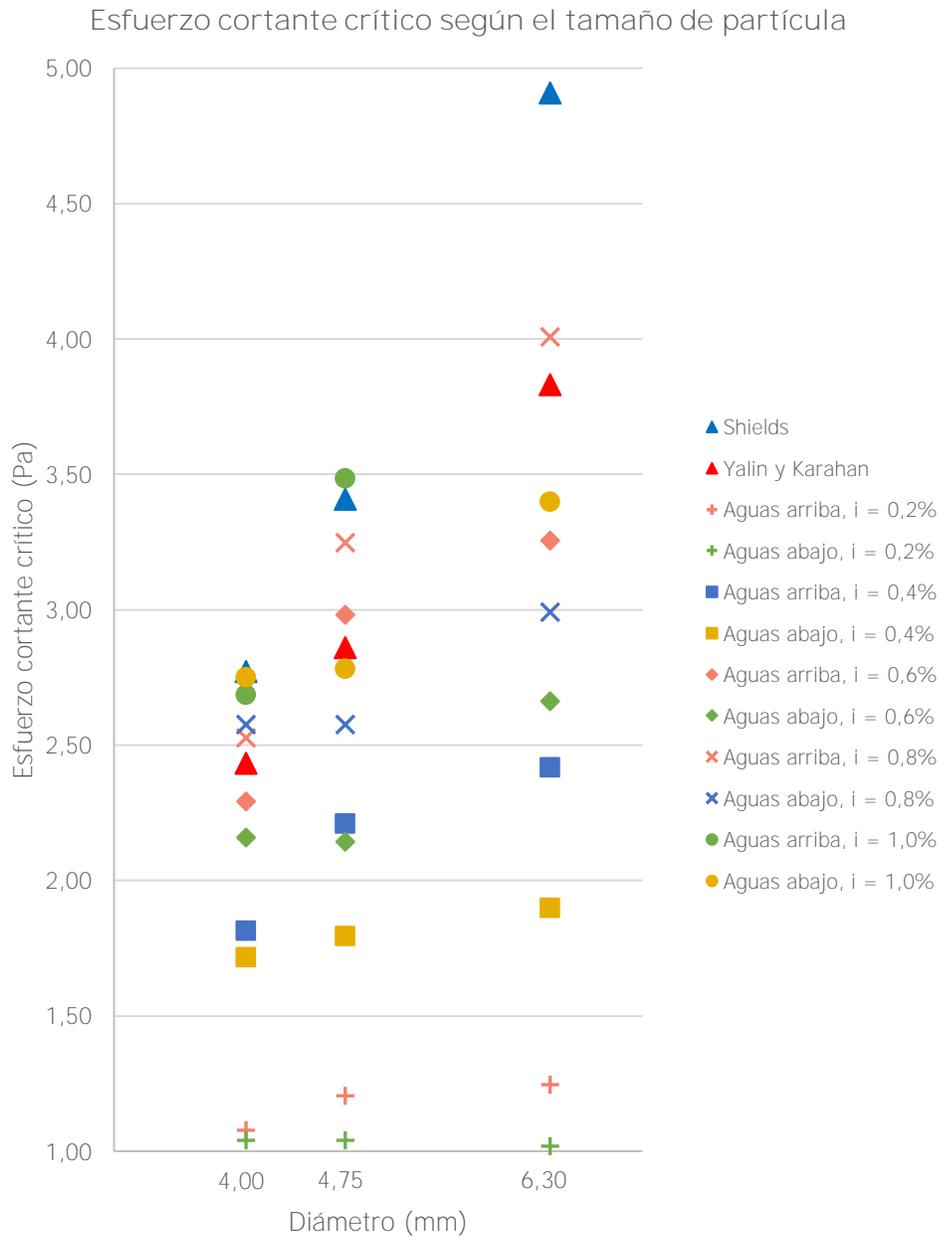


Figura 29. Comparación de valores de esfuerzo cortante crítico observados experimentalmente contra los estimados de acuerdo con los resultados de Shields y los de Yalin y Karahan

Por otra parte, las estimaciones realizadas a partir de los resultados de otros autores no contemplan la influencia de la pendiente de fondo, cuando en la Figura 29 se nota una relación directa entre el valor de la pendiente y el esfuerzo cortante crítico.

De acuerdo con las comparaciones realizadas previamente, se considera que los cálculos llevados a cabo en la sección 5.2 pueden ser apropiados para estimar los parámetros mecánicos de  $\tau_c$ ,  $\tau_{*c}$ ,  $u_{*c}$  y  $Re_{*c}$  para las mayores pendientes (0,6%, 0,8% y 1,0%), según el porcentaje de error y la incertidumbre requerida para futuras investigaciones sobre este tema.

Dadas las tendencias observadas, se realizó, además, una comparación con el gráfico mostrado en la Figura 11, en el que se presenta una recopilación de datos experimentales encontrados por distintos autores, realizada por Aguirre, Olivero y Moncada (2000).

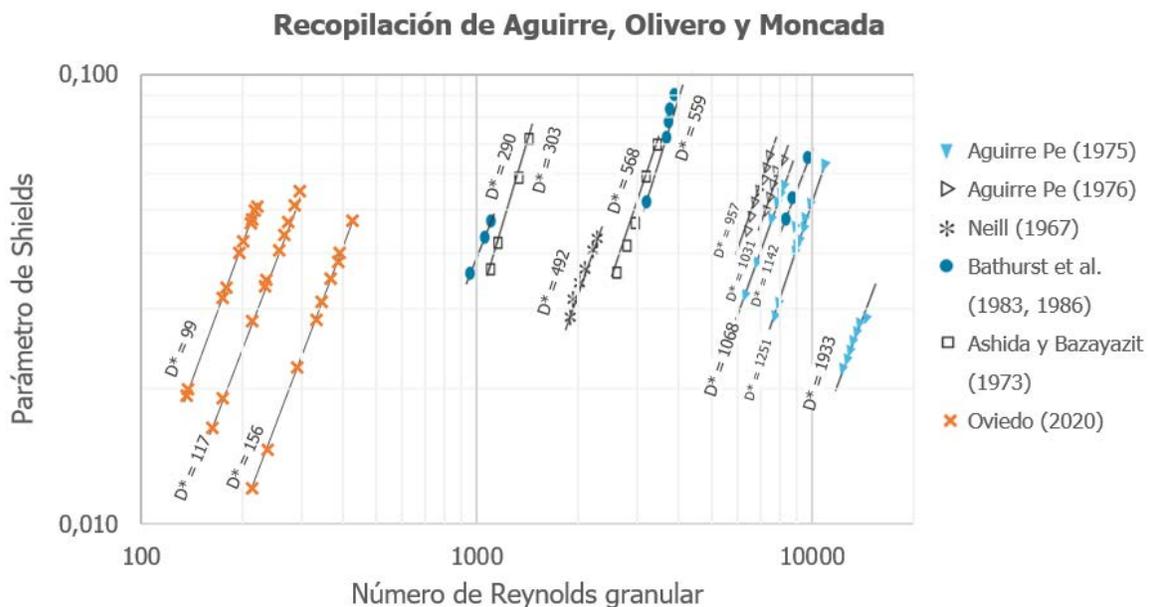


Figura 30. Comparación de datos obtenidos en esta investigación con los recopilados por Aguirre, Olivero y Moncada (2000)

Como puede observarse, los resultados encontrados coinciden con otros datos experimentales, en cuanto a la tendencia lineal que se asocia a cada tamaño de partícula. Además, en general, para mayor tamaño del diámetro de los granos, los datos se ubican más a la derecha de la gráfica. Finalmente, por observación se encuentra que las pendientes de las líneas de ajuste presentan magnitudes similares a las encontradas por otros autores.

## 5.6. Análisis de incertidumbre asociada al esfuerzo cortante crítico

A continuación, se presenta, de forma detallada, la estimación de la incertidumbre asociada al cálculo del esfuerzo cortante crítico obtenido a partir de las observaciones en laboratorio.

### 5.6.1. Identificación y cuantificación de las fuentes de incertidumbre

De acuerdo con la ecuación ( 5 ), se tiene que el esfuerzo cortante en el fondo del canal depende del peso específico del agua, del radio hidráulico y de la pendiente de fondo en flujos uniformes permanentes. Esta ecuación puede escribirse de la siguiente manera, incorporando la expresión ( 7 ) que define el peso específico del fluido,

$$\tau_b [Pa] = \gamma \cdot R \cdot i = \rho \cdot g \cdot R \cdot i \quad ( 88 )$$

En la Figura 31 se presenta el diagrama de causa y efecto para la propagación de la incertidumbre en la estimación del esfuerzo cortante crítico a partir de las pruebas de laboratorio.

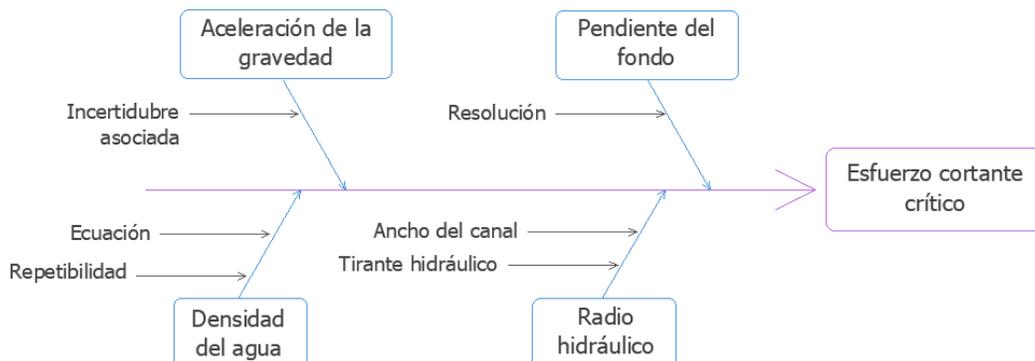


Figura 31. Diagrama de Ishikawa para la determinación de la incertidumbre asociada a la estimación del esfuerzo cortante crítico

A continuación, se detallan las fuentes de incertidumbre asociadas a cada una de las magnitudes de influencia, así como la incertidumbre estándar combinada de cada una de ellas.

#### 5.6.1.1. Densidad del agua

La formulación IAPWS 1995 para las propiedades termodinámicas de la sustancia agua ordinaria para uso general y científico (o simplemente IAPWS-95) de la Asociación Internacional para las Propiedades del Agua y el Vapor (IAPWS, por sus siglas en inglés) es una ecuación

fundamental explícita en la energía libre de Helmholtz  $f(\rho, T)$  que relaciona las propiedades térmicas de la región monofásica del agua: presión, densidad y temperatura; propiedades térmicas del límite de fase vapor-líquido: presión de vapor, densidad del líquido saturado, densidad de vapor saturado y temperatura; y las propiedades calóricas del agua (Wagner y Pruß, 2002).

La fórmula se expresa de forma adimensional  $\phi = f/(R_{GI} \cdot T)$  y es separada en una parte de gas ideal  $\phi^o$  y otra parte residual  $\phi^r$ , como se muestra

$$\frac{f(\rho, T)}{R_{GI} \cdot T} = \phi(\delta, \tau_{95}) = \phi^o(\delta, \tau_{95}) + \phi^r(\delta, \tau_{95}) \quad (89)$$

Donde

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_c} \quad (90)$$

$$\tau_{95} = \frac{T}{T_c} \quad (91)$$

$\rho_c = 322 \text{ kg/m}^3 =$  densidad crítica del agua

$T_c = 647,096 \text{ K} =$  temperatura crítica del agua

$R_{GI} = 0,461 \text{ 518 05 kJ/(kg} \cdot \text{K)} =$  constante específica del gas ideal

$T =$  temperatura del agua [K]

El desarrollo de la ecuación ( 96 ) no se encuentra dentro del alcance de este proyecto, sin embargo se puede encontrar su forma extendida en el Anexo único de este documento, así como los coeficientes que la componen.

La presión del agua  $P$  se relaciona con la energía libre de Helmholtz mediante la siguiente expresión

$$\frac{P}{\rho \cdot R_{GI} \cdot T} = 1 + \delta \cdot \left[ \frac{\partial \phi^r}{\partial \delta} \right]_{\tau_{95}} \quad (92)$$

La Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Ciencias Aplicadas de Zittau/Goerlitz (*Zittau/Goerlitz University of Applied Sciences*) desarrolló una calculadora de propiedades del

fluido a partir de la fórmula IAPWS-97, la cual fue diseñada para lograr un cálculo veloz. De acuerdo con *The International Association for the Properties of Water and Steam* (IAPWS, 2000) la fórmula IAPWS-97 presenta diferencias muy pequeñas con respecto a la IAPWS-95, y es el estándar en contrataciones, pruebas y otros documentos oficiales.

En la literatura se encuentran tablas que resumen algunas propiedades del agua como la densidad y la viscosidad, las cuales varían con la temperatura. Sin embargo, estos valores se presentan, en general, para una presión atmosférica de 101 325 Pa, correspondiente a la presión atmosférica media a nivel del mar. Es por esto, que se hace uso de la calculadora de la Universidad de Ciencias Aplicadas de Zittau/Goerlitz, la cual permite determinar, entre otras cosas, la densidad y viscosidad cinemática del agua, a partir de los valores de temperatura y presión.

Durante las pruebas de iniciación del transporte de sedimentos, se toman datos de temperatura cuando las condiciones de flujo permiten hacer uso del perfilador de velocidades. De esta forma se obtienen  $l$  mediciones de temperatura en cada una de las clasificaciones presentadas en la sección 4.2, es decir, según el diámetro del material y la sección del canal donde se realizaron las observaciones.

Con el fin de conocer la presión del agua, que corresponde a la presión atmosférica en la ubicación del laboratorio, se consultó el registro de mediciones meteorológicas de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Costa Rica (Universidad de Costa Rica, 2020), en el que se tiene que la presión máxima registrada durante el año es de 88 400 Pa, y la mínima es de 87 420 Pa.

Se utilizó la calculadora de la Universidad de Ciencias Aplicadas de Zittau/Goerlitz con la que se obtienen  $l$  datos de densidad del agua ( $q_{\rho i}$ ). Se determinó que en el rango de presiones considerado no se presentan variaciones en los resultados de densidad y viscosidad obtenidos mediante el uso de la calculadora.

A partir de estos datos, se decidió asociar un único valor de densidad del agua a las pruebas según el tamaño de partícula y sección del canal. Este valor, debe determinarse como el mejor estimado de la densidad del agua de acuerdo con la ecuación ( 43 ) y presentará una incertidumbre estándar asociada por repetibilidad  $u_{rep}(\rho)$  según la ecuación ( 45 ), de acuerdo con la evaluación tipo A de la GUM (JCGM/WG 1, 2008), como se muestra,

$$u_{rep}(\rho)[kg/m^3] = \frac{s(q_\rho)}{\sqrt{l}} \quad (93)$$

Donde

$s(q_\rho)$  = desviación estándar muestral de los datos de densidad del agua

A continuación, en el Cuadro 37, se muestra el mejor estimado de la densidad del agua, así como su desviación estándar por tamaño de partícula y sección del canal.

Cuadro 37. Densidad promedio y desviación estándar asociada por tipo de prueba

Diámetro (mm)	Sección	Cantidad de observaciones	Densidad promedio (kg/m <sup>3</sup> )	Desviación estándar (kg/m <sup>3</sup> )
4,00	Arriba	18	997,72	0,015
4,00	Abajo	13	997,68	0,031
4,75	Arriba	16	997,65	0,022
4,75	Abajo	12	997,59	0,021
6,30	Arriba	20	997,54	0,033
6,30	Abajo	18	997,64	0,032

Por otra parte, de acuerdo con Wagner y Pruß (2002), la formulación IAPWS-95 provee valores de densidad con una extraordinaria precisión, con una incertidumbre menor o igual a 0,0001% en la fase líquida a presión ambiente.

Por lo tanto, se estima la incertidumbre asociada a la densidad del agua por ecuación  $u_{ec}(\rho)$  como se muestra a continuación,

$$u_{ec}(\rho)[kg/m^3] = \frac{\rho \cdot (0,0001\%)}{\sqrt{3}} = \frac{\rho \cdot (1 \times 10^{-6})}{\sqrt{3}} \quad (94)$$

Finalmente, la incertidumbre estándar combinada asociada a la densidad del agua  $u(\rho)$ , se determina mediante la expresión

$$u(\rho) = \sqrt{[u_{rep}(\rho)]^2 + [u_{ec}(\rho)]^2} = \sqrt{\left[\frac{s(q_\rho)}{\sqrt{l}}\right]^2 + \left[\frac{\rho \cdot (1 \times 10^{-6})}{\sqrt{3}}\right]^2} \quad (95)$$

El Cuadro 38 resume los valores de las incertidumbres asociadas a la densidad del agua

Cuadro 38. Incertidumbres asociadas a la densidad del agua

Diámetro (mm)	Sección del canal	Incertidumbre estándar de la densidad del agua (kg/m <sup>3</sup> )		
		Por repetibilidad	Por ecuación	Combinada
4,00	Arriba	3,5E10-3	5,8E10-4	3,6E10-3
4,00	Abajo	8,5E10-3	5,8E10-4	8,5E10-3
4,75	Arriba	5,4E10-3	5,8E10-4	5,5E10-3
4,75	Abajo	6,1E10-3	5,8E10-4	6,2E10-3
6,30	Arriba	7,6E10-3	5,8E10-4	7,6E10-3
6,30	Abajo	7,3E10-3	5,8E10-4	7,3E10-3

Se considera una distribución de probabilidad t-Student para la variable densidad del agua, debido a que las mediciones estimadas por pocas observaciones del mensurando tienden a presentar este comportamiento.

#### 5.6.1.2. Aceleración de la gravedad

Según Paniagua (2007), la aceleración de la gravedad  $g$  para Costa Rica puede tomarse como  $g = 9,775\ 89\ m/s^2$  con la siguiente incertidumbre estándar asociada

$$u(g) = 0,003\ 41\ m/s^2 \quad (96)$$

#### 5.6.1.3. Radio hidráulico

Como se vio anteriormente en la ecuación ( 6 ), el radio hidráulico de un canal rectangular como el utilizado en este proyecto, depende tanto del ancho del canal como del tirante.

De acuerdo con las especificaciones del canal de laboratorio utilizado en este trabajo, el ancho del canal rectangular es de  $B = 0,309 \text{ m}$ , por lo que se toma el valor de la incertidumbre asociada a este parámetro  $u(B)$  de acuerdo al número finito de cifras significativas como sigue,

$$u(B) = \frac{0,001}{\sqrt{12}} m \quad ( 97 )$$

La incertidumbre estándar asociada al tirante  $u(h)$  se relaciona con la resolución del instrumento de medición, el cual se encuentra graduado en milímetros, por lo tanto, se tiene que

$$u(h) = \frac{0,001}{\sqrt{12}} m \quad ( 98 )$$

Se considera que, tanto  $B$  como  $h$ , poseen una distribución de probabilidad rectangular, es decir, la probabilidad de que sus valores exactos se encuentren en los intervalos  $B \pm u(B)$  y  $h \pm u(h)$ , respectivamente, es constante a lo largo de cada intervalo.

La incertidumbre estándar combinada asociada al radio hidráulico  $u(R)$ , se determina a partir de la ecuación ( 49 ), resultando en la siguiente expresión,

$$u(R)[m] = \sqrt{\left[ u(B) \cdot \frac{\partial R}{\partial B} \right]^2 + \left[ u(h) \cdot \frac{\partial R}{\partial h} \right]^2} \quad ( 99 )$$

Los coeficientes de sensibilidad, es decir, las derivadas parciales del radio hidráulico con respecto al ancho del canal y al tirante  $\left( \frac{\partial R}{\partial B} \text{ y } \frac{\partial R}{\partial h} \right)$  se presentan respectivamente en las ecuaciones ( 100 ) y ( 101 ),

$$\frac{\partial R}{\partial B} = \frac{2h^2}{(2h + B)^2} = \frac{2h^2}{(2h + 0,309 \text{ m})^2} \quad ( 100 )$$

$$\frac{\partial R}{\partial h} = \frac{B^2}{(2h + B)^2} = \frac{(0,309 \text{ m})^2}{(2h + 0,309 \text{ m})^2} \quad ( 101 )$$

Por lo tanto, la ecuación ( 99 ) puede escribirse de la siguiente forma

$$u(R)[m] = \frac{0,001 m}{(2h + 0,309 m)^2 \sqrt{12}} \cdot \sqrt{4h^4 + (0,309 m)^4} \quad ( 102 )$$

Ésta debe estimarse para cada una de las condiciones de flujo que provocan la iniciación del transporte de sedimentos. Del Cuadro 39 al Cuadro 41, se muestran los valores calculados.

Cuadro 39. Coeficientes de sensibilidad de ancho del canal y tirante, e incertidumbre estándar combinada asociados al radio hidráulico para un tamaño de partícula de 4,00 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Coeficientes de sensibilidad		Incertidumbre estándar combinada (m)
		Ancho de canal	Tirante	
0,0	Arriba	0,08	0,37	1,1E-04
0,0	Abajo	0,07	0,38	1,1E-04
0,2	Arriba	0,06	0,41	1,2E-04
0,2	Abajo	0,06	0,43	1,2E-04
0,4	Arriba	0,05	0,49	1,4E-04
0,4	Abajo	0,04	0,51	1,5E-04
0,6	Arriba	0,03	0,56	1,6E-04
0,6	Abajo	0,03	0,58	1,7E-04
0,8	Arriba	0,02	0,62	1,8E-04
0,8	Abajo	0,02	0,62	1,8E-04
1,0	Arriba	0,02	0,68	2,0E-04
1,0	Abajo	0,02	0,67	1,9E-04

Cuadro 40. Coeficientes de sensibilidad de ancho del canal y tirante, e incertidumbre estándar combinada asociados al radio hidráulico para un tamaño de partícula de 4,75 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Coeficientes de sensibilidad		Incertidumbre estándar combinada (m)
		Ancho de canal	Tirante	
0,0	Arriba	0,09	0,34	1,0E-04
0,0	Abajo	0,08	0,37	1,1E-04
0,2	Arriba	0,08	0,36	1,1E-04
0,2	Abajo	0,06	0,43	1,2E-04
0,4	Arriba	0,07	0,40	1,2E-04
0,4	Abajo	0,04	0,49	1,4E-04
0,6	Arriba	0,05	0,45	1,3E-04
0,6	Abajo	0,03	0,58	1,7E-04
0,8	Arriba	0,04	0,53	1,5E-04
0,8	Abajo	0,02	0,62	1,8E-04
1,0	Arriba	0,03	0,59	1,7E-04
1,0	Abajo	0,02	0,66	1,9E-04

Cuadro 41. Coeficientes de sensibilidad de ancho del canal y tirante, e incertidumbre estándar combinada asociados al radio hidráulico para un tamaño de partícula de 6,30 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Coeficientes de sensibilidad		Incertidumbre estándar combinada (m)
		Ancho de canal	Tirante	
0,0	Abajo	0,06	0,42	1,2E-04
0,2	Arriba	0,09	0,34	1,0E-04
0,2	Abajo	0,06	0,44	1,3E-04
0,4	Arriba	0,08	0,36	1,1E-04
0,4	Abajo	0,05	0,47	1,4E-04
0,6	Arriba	0,06	0,41	1,2E-04
0,6	Abajo	0,04	0,50	1,4E-04
0,8	Arriba	0,06	0,45	1,3E-04
0,8	Abajo	0,03	0,57	1,6E-04
1,0	Abajo	0,03	0,60	1,7E-04

Se considera que el radio hidráulico presenta una distribución de probabilidad trapezoidal simétrica, por tratarse de la convolución de dos variables cuyas funciones de distribución de probabilidad poseen forma rectangular.

#### 5.6.1.4. Pendiente de fondo

La incertidumbre estándar asociada a la pendiente de fondo  $u(i)$  se debe a la resolución de la escala de pendientes del canal de laboratorio, la cual se encuentra graduada en intervalos de 0,1%, es decir, 0,001 m/m. Por lo tanto, se determina  $u(i)$  como sigue,

$$u(i) = \frac{0,001}{\sqrt{12}} m/m \quad (103)$$

Por tratarse de una incertidumbre asociada a la resolución del método de medición, se considera que presenta una distribución de probabilidad rectangular.

### 5.6.2. Incertidumbre estándar combinada

Una vez cuantificadas las incertidumbres de cada una de las magnitudes de influencia, se estima la incertidumbre estándar combinada del esfuerzo cortante crítico a partir de la ecuación ( 49 ), como se muestra a continuación,

$$u(\tau_c)[Pa] = \sqrt{\left[ u(\rho) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial \rho} \right]^2 + \left[ u(g) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial g} \right]^2 + \left[ u(R) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial R} \right]^2 + \left[ u(i) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial i} \right]^2} \quad ( 104 )$$

Donde

$$\frac{\partial \tau_c}{\partial \rho} = g \cdot R \cdot i \quad ( 105 )$$

$$\frac{\partial \tau_c}{\partial g} = \rho \cdot R \cdot i \quad ( 106 )$$

$$\frac{\partial \tau_c}{\partial R} = \rho \cdot g \cdot i \quad ( 107 )$$

$$\frac{\partial \tau_c}{\partial i} = \rho \cdot g \cdot R \quad ( 108 )$$

corresponden a las derivadas parciales del esfuerzo cortante crítico, con respecto a cada una de las variables independientes, y representan el coeficiente de sensibilidad para las magnitudes de densidad, aceleración de la gravedad, radio hidráulico y pendiente de fondo, respectivamente.

Del Cuadro 42 al Cuadro 44 se muestran las estimaciones realizadas de la incertidumbre asociada al esfuerzo cortante crítico en cada una de las pruebas donde se observó iniciación del transporte de sedimentos, así como el aporte de cada una de las magnitudes de influencia.

Cuadro 42. Incertidumbre estándar combinada asociada al esfuerzo cortante crítico del material de diámetro 4,00 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Aporte por variable (Pa)				Incertidumbre estándar combinada (Pa)
		$\left[ u(\rho) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial \rho} \right]$	$\left[ u(g) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial g} \right]$	$\left[ u(R) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial R} \right]$	$\left[ u(i) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial i} \right]$	
0,0	Arriba	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,7E-01	0,17
0,0	Abajo	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,7E-01	0,17
0,2	Arriba	3,9E-06	3,8E-04	2,4E-03	1,6E-01	0,16
0,2	Abajo	8,9E-06	3,6E-04	2,4E-03	1,5E-01	0,15
0,4	Arriba	6,5E-06	6,3E-04	5,5E-03	1,3E-01	0,13
0,4	Abajo	1,5E-05	6,0E-04	5,8E-03	1,2E-01	0,12
0,6	Arriba	8,2E-06	8,0E-04	9,4E-03	1,1E-01	0,11
0,6	Abajo	1,8E-05	7,5E-04	9,8E-03	1,0E-01	0,10
0,8	Arriba	9,1E-06	8,8E-04	1,4E-02	9,1E-02	0,09
0,8	Abajo	2,2E-05	9,0E-04	1,4E-02	9,3E-02	0,09
1,0	Arriba	9,6E-06	9,4E-04	1,9E-02	7,8E-02	0,08
1,0	Abajo	2,3E-05	9,6E-04	1,9E-02	7,9E-02	0,08

Cuadro 43. Incertidumbre estándar combinada asociada al esfuerzo cortante crítico del material de diámetro 4,75 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Aporte por variable (Pa)				Incertidumbre estándar combinada (Pa)
		$\left[ u(\rho) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial \rho} \right]$	$\left[ u(g) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial g} \right]$	$\left[ u(R) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial R} \right]$	$\left[ u(i) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial i} \right]$	
0,0	Arriba	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,8E-01	0,18
0,0	Abajo	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,7E-01	0,17
0,2	Arriba	6,6E-06	4,2E-04	2,1E-03	1,7E-01	0,17
0,2	Abajo	6,4E-06	3,6E-04	2,4E-03	1,5E-01	0,15
0,4	Arriba	1,2E-05	7,7E-04	4,6E-03	1,6E-01	0,16
0,4	Abajo	1,1E-05	6,3E-04	5,6E-03	1,3E-01	0,13
0,6	Arriba	1,6E-05	1,0E-03	7,6E-03	1,4E-01	0,14
0,6	Abajo	1,3E-05	7,5E-04	9,8E-03	1,0E-01	0,10
0,8	Arriba	1,8E-05	1,1E-03	1,2E-02	1,2E-01	0,12
0,8	Abajo	1,6E-05	9,0E-04	1,4E-02	9,3E-02	0,09
1,0	Arriba	1,9E-05	1,2E-03	1,7E-02	1,0E-01	0,10
1,0	Abajo	1,7E-05	9,7E-04	1,9E-02	8,0E-02	0,08

Cuadro 44. Incertidumbre estándar combinada asociada al esfuerzo cortante crítico del material de diámetro 6,30 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Aporte por variable (Pa)				Incertidumbre estándar combinada (Pa)
		$\left[ u(\rho) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial \rho} \right]$	$\left[ u(g) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial g} \right]$	$\left[ u(R) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial R} \right]$	$\left[ u(i) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial i} \right]$	
0,0	Abajo	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,5E-01	0,15
0,2	Arriba	9,2E-06	4,3E-04	2,0E-03	1,8E-01	0,18
0,2	Abajo	7,8E-06	3,6E-04	2,5E-03	1,5E-01	0,15
0,4	Arriba	1,8E-05	8,4E-04	4,1E-03	1,7E-01	0,17
0,4	Abajo	1,5E-05	6,6E-04	5,3E-03	1,4E-01	0,14
0,6	Arriba	2,4E-05	1,1E-03	7,0E-03	1,6E-01	0,16
0,6	Abajo	2,0E-05	9,3E-04	8,4E-03	1,3E-01	0,13
0,8	Arriba	3,0E-05	1,4E-03	1,0E-02	1,4E-01	0,15
0,8	Abajo	2,3E-05	1,0E-03	1,3E-02	1,1E-01	0,11
1,0	Abajo	2,6E-05	1,2E-03	1,7E-02	9,8E-02	0,10

### 5.6.3. Incertidumbre expandida

Debido a que, para los tres diámetros de partícula, hay una notoria diferencia entre el aporte de la pendiente y las contribuciones de las demás variables, se realiza la comprobación según las ecuaciones de la ( 56 ) a la ( 58 ) para verificar si la pendiente es realmente el término dominante. Se tiene entonces que

$$u_R(\tau_c) = \sqrt{\sum [u_i(\tau_c)]^2} = \sqrt{\left[ u(\rho) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial \rho} \right]^2 + \left[ u(g) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial g} \right]^2 + \left[ u(R) \cdot \frac{\partial \tau_c}{\partial R} \right]^2} \quad ( 109 )$$

El cálculo anterior se realizó para cada una de las pruebas y se verificó que, efectivamente, al aplicar la ecuación ( 58 ), como se muestra a continuación, se obtuvo un resultado menor a 0,3 en todas las ocasiones. Es decir, la principal fuente de incertidumbre en la estimación del esfuerzo cortante crítico se debe a la resolución de la escala de pendiente de fondo del canal.

$$\frac{u_R(y)}{u_c(y)} = \frac{u_R(\tau_c)}{u(\tau_c)} < 0,3 \text{ en todos los casos} \quad (110)$$

Por lo tanto, el factor de cobertura  $k$  se determina mediante la siguiente expresión, de acuerdo con la ecuación ( 59 ) para un término dominante con distribución de probabilidad rectangular, y una probabilidad de cobertura  $p$  de 95,45%

$$k = p\sqrt{3} = 0,9545\sqrt{3} = 1,65 \quad (111)$$

Finalmente, se obtiene la incertidumbre expandida al multiplicar el factor de cobertura por la incertidumbre estándar combinada. En Cuadro 45 se muestran los valores estimados de esfuerzo cortante crítico con su respectivas incertidumbres expandidas reportadas con dos cifras significativas, como lo establece la GUM.

Cuadro 45. Reporte del esfuerzo cortante crítico y su respectiva incertidumbre expandida con una probabilidad de cobertura de 95,45% ( $k=1,65$ )

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	D = 4,00 mm	D = 4,75 mm	D = 6,30 mm
0,00	Arriba	0,00 ± 0,28	0,00 ± 0,30	-
0,00	Abajo	0,00 ± 0,28	0,00 ± 0,28	0,00 ± 0,25
0,20	Arriba	1,08 ± 0,26	1,21 ± 0,29	1,25 ± 0,30
0,20	Abajo	1,04 ± 0,25	1,04 ± 0,25	1,02 ± 0,24
0,40	Arriba	1,81 ± 0,22	2,21 ± 0,26	2,42 ± 0,29
0,40	Abajo	1,72 ± 0,20	1,79 ± 0,21	1,90 ± 0,23
0,60	Arriba	2,29 ± 0,18	2,98 ± 0,24	3,26 ± 0,26
0,60	Abajo	2,16 ± 0,17	2,14 ± 0,17	2,66 ± 0,21
0,80	Arriba	2,53 ± 0,15	3,25 ± 0,19	4,01 ± 0,24
0,80	Abajo	2,58 ± 0,16	2,58 ± 0,16	2,99 ± 0,18
1,00	Arriba	2,69 ± 0,13	3,49 ± 0,17	-
1,00	Abajo	2,75 ± 0,13	2,78 ± 0,14	3,40 ± 0,16

El análisis anterior permite notar que las diferencias presentadas en los valores de esfuerzo cortante crítico hallados en cada sección de medición (aguas arriba y aguas abajo) del material de 4,00 mm no son significativas entre sí. Bajo las mismas condiciones de pendiente, los valores obtenidos en ambas secciones del canal se encuentran dentro del rango proporcionado por la incertidumbre.

Sin embargo, esto no ocurre empleando los materiales de 4,75 mm y 6,30 mm. Por ejemplo, en una pendiente de 1,0% empleando el material de 4,75 mm, el valor exacto del esfuerzo cortante crítico se encuentra entre 3,32 Pa y 3,66 Pa en la sección de aguas arriba, y entre 2,64 Pa y 2,92 Pa en la sección de aguas abajo, es decir, los rangos de incertidumbre no cubren estas diferencias.

## 5.7. Análisis de incertidumbre asociada al parámetro de movilidad de Shields

### 5.7.1. Identificación y cuantificación de las fuentes de incertidumbre

El parámetro adimensional de Shields, o parámetro de movilidad, se define como se indicó en la ecuación ( 14 ), la cual puede describirse de la siguiente manera para  $\tau_b = \tau_c$ ,

$$\tau_* = \frac{\tau_c}{(\gamma_s - \gamma) \cdot D} = \frac{R \cdot i}{(G_{BS} - 1) \cdot D} \quad ( 112 )$$

El diagrama de la Figura 32 representa las fuentes de incertidumbre identificadas en el cálculo del parámetro de Shields. En ésta se presentan el radio hidráulico  $R$ , la pendiente de fondo  $i$  y la gravedad específica del sedimento  $G_{BS}$ , como las magnitudes de influencia.

Debido a que el tamaño de partícula  $D$  es un valor que se establece a partir de la separación de los granos por medio de tamices, no se consideran fuentes de incertidumbre asociadas a esta variable, ya que, bajo esta clasificación, el tamaño del sedimento es un valor representativo del modelo de elección binario entre si la partícula se retiene, o no, en el tamiz.

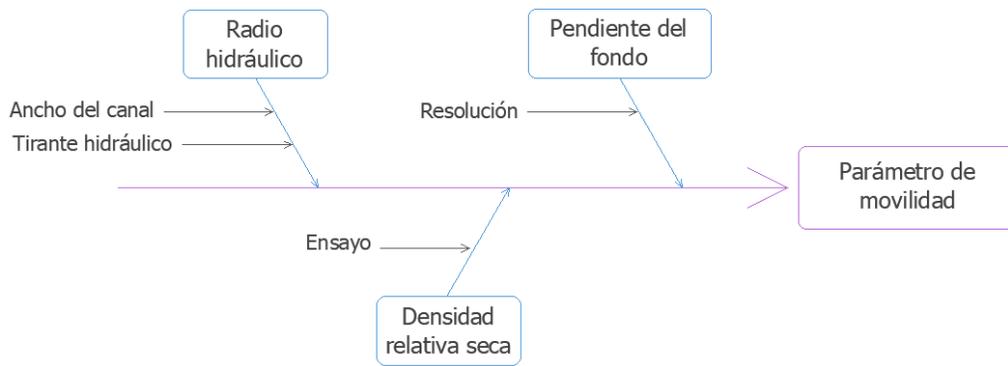


Figura 32. Diagrama de Ishikawa para la determinación de la incertidumbre asociada a la estimación del parámetro adimensional de movilidad

A continuación, se detallan las fuentes de incertidumbre y la estimación de sus magnitudes para cada una de las variables independientes del parámetro adimensional de Shields.

#### 5.7.1.1. Radio hidráulico

Como se determinó previamente, se asocian dos fuentes de incertidumbre al radio hidráulico  $R$ , una debida a la magnitud del ancho del canal  $u(B)$ , y la otra, a la resolución del instrumento de medición de tirante  $u(h)$ . Ambas forman la incertidumbre estándar combinada del radio hidráulico  $u(R)$ , como se mostró en la ecuación ( 102 ), y cuyos valores se presentaron del Cuadro 39 al Cuadro 41.

#### 5.7.1.1. Pendiente del fondo

De igual manera, la incertidumbre estándar asociada a la pendiente de fondo del canal se determinó por medio de la ecuación ( 103 ) en la sección 5.6.1.4, teniendo ésta un único valor por tratarse de una incertidumbre generada por la resolución de la escala de pendiente del canal de laboratorio,  $u(i) = (0,001/\sqrt{12}) m/m$ .

#### 5.7.1.2. Densidad relativa seca del sedimento

Debido a que este parámetro se determina mediante condiciones estandarizadas de laboratorio bajo control estadístico, se considera que la incertidumbre asociada proviene del ensayo propio, para el cual se cuenta con una desviación estándar histórica  $s_p(G_{bs})$  de 0,009, de acuerdo con la norma estándar ASTM C-127.

Por lo tanto, la incertidumbre asociada a la densidad relativa del material, con una distribución de probabilidad normal, se expresa como sigue, y su valor es independiente de las observaciones de iniciación del transporte de sedimentos,

$$u(G_{bs}) = \frac{s_p(G_{bs})}{\sqrt{l}} = \frac{0,009}{\sqrt{1}} = 0,009 \quad (113)$$

### 5.7.2. Incertidumbre estándar combinada

Como se explicó previamente, la incertidumbre estándar combinada consiste en la suma geométrica del aporte de las magnitudes de entrada, de acuerdo con la ecuación ( 49 ), entonces,

$$u(\tau_*) = \sqrt{\left[ u(R) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial R} \right]^2 + \left[ u(i) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial i} \right]^2 + \left[ u(G_{bs}) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial G_{bs}} \right]^2} \quad (114)$$

Donde los coeficientes de sensibilidad se determinan como sigue,

$$\frac{\partial \tau_*}{\partial R} = \frac{i}{(G_{bs} - 1) \cdot D} \quad (115)$$

$$\frac{\partial \tau_*}{\partial i} = \frac{R}{(G_{bs} - 1) \cdot D} \quad (116)$$

$$\frac{\partial \tau_*}{\partial G_{bs}} = \frac{-R \cdot i}{(G_{bs} - 1)^2 \cdot D} \quad (117)$$

Aplicando las ecuaciones anteriores a cada una de las observaciones de transporte incipiente se obtienen los resultados que se muestran a continuación del Cuadro 46 al Cuadro 48.

Cuadro 46. Incertidumbre estándar combinada asociada al parámetro de Shields del material de diámetro 4,00 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Aporte por variable			Incertidumbre estándar combinada
		$\left[ u(R) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial R} \right]$	$\left[ u(i) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial i} \right]$	$\left[ u(G_{bs}) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial G_{bs}} \right]$	
0,0	Arriba	0,0E+00	3,2E-03	0,0E+00	3,2E-03
0,0	Abajo	0,0E+00	3,1E-03	0,0E+00	3,1E-03
0,2	Arriba	4,3E-05	2,9E-03	-1,3E-04	2,9E-03
0,2	Abajo	4,5E-05	2,8E-03	-1,2E-04	2,8E-03
0,4	Arriba	1,0E-04	2,4E-03	-2,2E-04	2,4E-03
0,4	Abajo	1,1E-04	2,3E-03	-2,1E-04	2,3E-03
0,6	Arriba	1,7E-04	2,0E-03	-2,8E-04	2,1E-03
0,6	Abajo	1,8E-04	1,9E-03	-2,6E-04	1,9E-03
0,8	Arriba	2,6E-04	1,7E-03	-3,0E-04	1,7E-03
0,8	Abajo	2,6E-04	1,7E-03	-3,1E-04	1,8E-03
1,0	Arriba	3,5E-04	1,4E-03	-3,2E-04	1,5E-03
1,0	Abajo	3,5E-04	1,5E-03	-3,3E-04	1,5E-03

Cuadro 47. Incertidumbre estándar combinada asociada al parámetro de Shields del material de diámetro 4,75 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Aporte por variable			Incertidumbre estándar combinada
		$\left[ u(R) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial R} \right]$	$\left[ u(i) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial i} \right]$	$\left[ u(G_{bs}) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial G_{bs}} \right]$	
0,0	Arriba	0,0E+00	2,8E-03	0,0E+00	2,8E-03
0,0	Abajo	0,0E+00	2,7E-03	0,0E+00	2,7E-03
0,2	Arriba	3,3E-05	2,7E-03	-1,2E-04	2,7E-03
0,2	Abajo	3,8E-05	2,4E-03	-1,1E-04	2,4E-03
0,4	Arriba	7,2E-05	2,5E-03	-2,3E-04	2,5E-03
0,4	Abajo	8,8E-05	2,0E-03	-1,9E-04	2,0E-03
0,6	Arriba	1,2E-04	2,3E-03	-3,1E-04	2,3E-03
0,6	Abajo	1,5E-04	1,6E-03	-2,2E-04	1,6E-03
0,8	Arriba	1,9E-04	1,8E-03	-3,4E-04	1,9E-03
0,8	Abajo	2,2E-04	1,5E-03	-2,7E-04	1,5E-03
1,0	Arriba	2,6E-04	1,6E-03	-3,6E-04	1,6E-03
1,0	Abajo	2,9E-04	1,3E-03	-2,9E-04	1,3E-03

Cuadro 48. Incertidumbre estándar combinada asociada al parámetro de Shields del material de diámetro 6,30 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Aporte por variable			Incertidumbre estándar combinada
		$\left[ u(R) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial R} \right]$	$\left[ u(i) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial i} \right]$	$\left[ u(G_{bs}) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial G_{bs}} \right]$	
0,0	Abajo	0,0E+00	1,8E-03	0,0E+00	1,8E-03
0,2	Arriba	2,3E-05	2,1E-03	-9,5E-05	2,1E-03
0,2	Abajo	2,9E-05	1,7E-03	-7,8E-05	1,7E-03
0,4	Arriba	4,9E-05	2,0E-03	-1,8E-04	2,1E-03
0,4	Abajo	6,2E-05	1,6E-03	-1,4E-04	1,6E-03
0,6	Arriba	8,2E-05	1,8E-03	-2,5E-04	1,9E-03
0,6	Abajo	9,9E-05	1,5E-03	-2,0E-04	1,5E-03
0,8	Arriba	1,2E-04	1,7E-03	-3,1E-04	1,7E-03
0,8	Abajo	1,5E-04	1,3E-03	-2,3E-04	1,3E-03
1,0	Abajo	2,0E-04	1,2E-03	-2,6E-04	1,2E-03

### 5.7.3. Incertidumbre expandida

En los cuadros anteriores se nota que, en todos los casos, el mayor aporte a la incertidumbre proviene de la variable  $i$ . Para verificar esto, se realiza la suma geométrica del aporte del resto de variables y se aplica la ecuación ( 58 ),

$$u_R(\tau_*) = \sqrt{\left[ u(R) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial R} \right]^2 + \left[ u(G_{bs}) \cdot \frac{\partial \tau_*}{\partial G_{bs}} \right]^2} \quad (118)$$

$$\frac{u_R(y)}{u_c(y)} = \frac{u_R(\tau_*)}{u(\tau_*)} < 0,3 \text{ en la mayoría de los casos} \quad (119)$$

Con ello se encontró que, en la mayoría de las pruebas, predomina el aporte de la incertidumbre asociada a la pendiente de fondo del canal, sin embargo, esto no se cumple en las pruebas del material de 4,00 mm con pendiente de fondo de 1,0%; tampoco para la sección aguas abajo, con pendiente de 1,0% del material de tamaño 4,75 mm. En estas tres observaciones se comprobó que tanto la pendiente de fondo  $i$  como el  $G_{bs}$  tienen un aporte considerable a la incertidumbre del parámetro de Shields.

En las pruebas donde predomina únicamente la pendiente de fondo, se elige un factor de cobertura  $k$  de 1,65, asociado a la probabilidad de cobertura  $p$  de 95,45% para una distribución de probabilidad rectangular.

Debido a que la gravedad específica  $G_{bs}$  posee una distribución normal, y la pendiente de fondo  $i$ , una distribución rectangular, se considera que la convolución de ambas produce una distribución de probabilidad normal centrada en el mejor estimado del parámetro de Shields. Por lo tanto, a estas pruebas se les asigna un factor de cobertura  $k$  de 2,00, asociado a una probabilidad de cobertura  $p$  de 95,45%.

En el Cuadro 49 se muestran los valores del parámetro adimensional de Shields en las condiciones de transporte incipiente, reportados con su correspondiente incertidumbre expandida con dos cifras significativas, de acuerdo a lo establecido en la GUM. Los datos resaltados en negrita poseen un factor de cobertura  $k = 2,00$ , mientras que el resto posee  $k = 1,65$ .

Cuadro 49. Reporte del parámetro de Shields y su respectiva incertidumbre expandida con una probabilidad de cobertura de 95,45% ( $k=1,65$ )\*

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	D = 4,00 mm	D = 4,75 mm	D = 6,30 mm
0,00	Arriba	0,0000 ± 0,0052	0,0000 ± 0,0047	-
0,00	Abajo	0,0000 ± 0,0051	0,0000 ± 0,0044	0,0000 ± 0,0030
0,20	Arriba	0,0199 ± 0,0048	0,0190 ± 0,0045	0,0146 ± 0,0035
0,20	Abajo	0,0192 ± 0,0046	0,0164 ± 0,0039	0,0120 ± 0,0029
0,40	Arriba	0,0335 ± 0,0040	0,0348 ± 0,0042	0,0284 ± 0,0034
0,40	Abajo	0,0317 ± 0,0038	0,0282 ± 0,0034	0,0223 ± 0,0027
0,60	Arriba	0,0424 ± 0,0034	0,0469 ± 0,0038	0,0382 ± 0,0031
0,60	Abajo	0,0399 ± 0,0032	0,0337 ± 0,0027	0,0313 ± 0,0025
0,80	Arriba	0,0467 ± 0,0029	0,0511 ± 0,0031	0,0471 ± 0,0029
0,80	Abajo	0,0476 ± 0,0029	0,0405 ± 0,0025	0,0351 ± 0,0021
1,00	Arriba	0,0496 ± 0,0030	0,0548 ± 0,0027	-
1,00	Abajo	0,0508 ± 0,0031	0,0438 ± 0,0027	0,0399 ± 0,0020

\*Los valores resaltados en negrita poseen un factor de cobertura  $k = 2,00$

En el Cuadro 49 se muestra que, para una misma pendiente del canal, los valores del parámetro de movilidad del material de diámetro 4,00 mm determinados en ambas secciones de medición se encuentran dentro de los rangos de incertidumbre calculados. Mientras que los valores obtenidos para los granos de 4,75 mm en las pendientes de fondo de 0,6%, 0,8% y 1,0%, y los granos de 6,30 mm en las pendientes de 0,6% y 0,8%, presentan diferencias, entre lo observado aguas arriba y lo observado aguas abajo, que no pueden ser explicadas mediante el análisis de incertidumbre realizado.

## 5.8. Análisis de incertidumbre asociada a la velocidad de corte

### 5.8.1. Identificación y cuantificación de las fuentes de incertidumbre

A partir de la ecuación ( 15 ), la velocidad de corte puede escribirse de la siguiente manera,

$$u_*[m/s] = \sqrt{\frac{\tau_c}{\rho}} = \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot R \cdot i}{\rho}} = \sqrt{g \cdot R \cdot i} \quad (120)$$

De la expresión anterior se identifican la aceleración de la gravedad  $g$ , el radio hidráulico  $R$  y la pendiente de fondo  $i$ , como las magnitudes de influencia, las cuales se muestran en la Figura 33, junto con sus fuentes de incertidumbre.

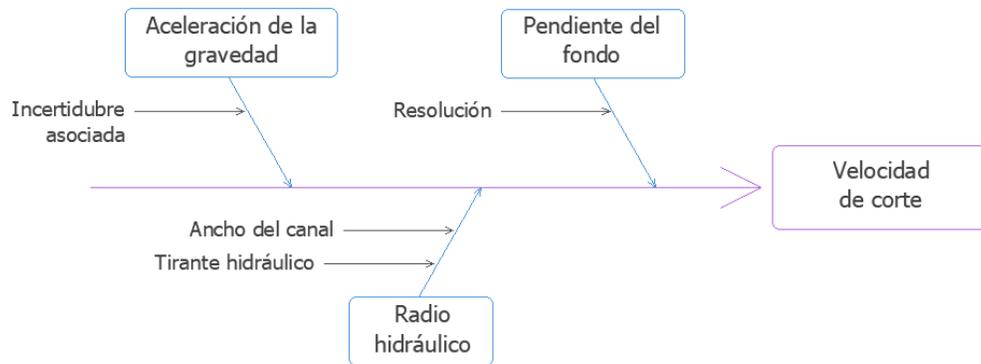


Figura 33. Diagrama de Ishikawa para la determinación de la incertidumbre asociada a la estimación de la velocidad de corte

A continuación, se detallan las fuentes de incertidumbre identificadas para cada magnitud de influencia en la estimación de la velocidad de corte  $u_*$ .

#### 5.8.1.1. Aceleración de la gravedad

Se toma el mejor estimado, de acuerdo con Paniagua (2007), como  $g = 9,775\ 89\ m/s^2$  y su incertidumbre estándar asociada  $u(g) = 0,003\ 41\ m/s^2$ .

#### 5.8.1.2. Radio hidráulico

Como ya se ha mencionado, las fuentes de incertidumbre del radio hidráulico  $R$  provienen de del ancho del canal  $u(B)$ , y de la medición de tirante  $u(h)$ . Los valores de la incertidumbre estándar combinada del radio hidráulico  $u(R)$ , se presentaron del Cuadro 39 al Cuadro 41.

### 5.8.1.3. Pendiente del fondo

La incertidumbre estándar asociada a la pendiente de fondo del canal fue determinada mediante la ecuación ( 103 ), donde se encontró un valor de  $u(i) = (0,001/\sqrt{12}) m/m$ , el cual proviene de la resolución de la escala de pendientes del laboratorio.

### 5.8.2. Incertidumbre estándar combinada

Aplicando la ecuación ( 49 ), se tiene la siguiente suma geométrica para determinar la incertidumbre estándar combinada asociada a la velocidad de corte,

$$u(u_*) = \sqrt{\left[ u(g) \frac{\partial u_*}{\partial g} \right]^2 + \left[ u(R) \frac{\partial u_*}{\partial R} \right]^2 + \left[ u(i) \frac{\partial u_*}{\partial i} \right]^2} \quad (121)$$

Donde los coeficientes de sensibilidad se determinan para cada una de las pruebas de transporte incipiente de la siguiente manera,

$$\frac{\partial u_*}{\partial g} = \frac{\sqrt{R \cdot i}}{2\sqrt{g}} \quad (122)$$

$$\frac{\partial u_*}{\partial R} = \frac{\sqrt{g \cdot i}}{2\sqrt{R}} \quad (123)$$

$$\frac{\partial u_*}{\partial i} = \frac{\sqrt{R \cdot g}}{2\sqrt{i}} \quad (124)$$

Del Cuadro 50 al Cuadro 52 se encuentran tabulados tanto el aporte de cada variable, como la incertidumbre estándar combinada en las condiciones de iniciación del transporte de sedimentos.

Debe notarse que en las pruebas cuya pendiente de fondo es igual a 0,0%, no es posible calcular el coeficiente de sensibilidad de la variable  $i$ , por lo tanto, tampoco es posible obtener la incertidumbre estándar combinada de la velocidad de corte en esas pruebas.

Cuadro 50. Incertidumbre estándar combinada asociada a la velocidad de corte del material de diámetro 4,00 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Aporte por variable (m/s)			Incertidumbre estándar combinada (m/s)
		$\left[ u(g) \frac{\partial u_*}{\partial g} \right]$	$\left[ u(R) \frac{\partial u_*}{\partial R} \right]$	$\left[ u(i) \frac{\partial u_*}{\partial i} \right]$	
0,0	Arriba	0,0E+00	0,0E+00	-	-
0,0	Abajo	0,0E+00	0,0E+00	-	-
0,2	Arriba	5,7E-06	3,6E-05	2,4E-03	2,4E-03
0,2	Abajo	5,6E-06	3,8E-05	2,3E-03	2,3E-03
0,4	Arriba	7,4E-06	6,5E-05	1,5E-03	1,5E-03
0,4	Abajo	7,2E-06	7,0E-05	1,5E-03	1,5E-03
0,6	Arriba	8,4E-06	9,9E-05	1,2E-03	1,2E-03
0,6	Abajo	8,1E-06	1,1E-04	1,1E-03	1,1E-03
0,8	Arriba	8,8E-06	1,4E-04	9,1E-04	9,2E-04
0,8	Abajo	8,9E-06	1,4E-04	9,2E-04	9,3E-04
1,0	Arriba	9,0E-06	1,8E-04	7,5E-04	7,7E-04
1,0	Abajo	9,2E-06	1,8E-04	7,6E-04	7,8E-04

Cuadro 51. Incertidumbre estándar combinada asociada a la velocidad de corte del material de diámetro 4,75 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Aporte por variable (m/s)			Incertidumbre estándar combinada (m/s)
		$\left[ u(g) \frac{\partial u_*}{\partial g} \right]$	$\left[ u(R) \frac{\partial u_*}{\partial R} \right]$	$\left[ u(i) \frac{\partial u_*}{\partial i} \right]$	
0,0	Arriba	0,0E+00	0,0E+00	-	-
0,0	Abajo	0,0E+00	0,0E+00	-	-
0,2	Arriba	6,1E-06	3,0E-05	2,5E-03	2,5E-03
0,2	Abajo	5,6E-06	3,8E-05	2,3E-03	2,3E-03
0,4	Arriba	8,2E-06	4,9E-05	1,7E-03	1,7E-03
0,4	Abajo	7,4E-06	6,6E-05	1,5E-03	1,5E-03
0,6	Arriba	9,5E-06	7,0E-05	1,3E-03	1,3E-03
0,6	Abajo	8,1E-06	1,1E-04	1,1E-03	1,1E-03
0,8	Arriba	1,0E-05	1,1E-04	1,0E-03	1,0E-03
0,8	Abajo	8,9E-06	1,4E-04	9,2E-04	9,3E-04
1,0	Arriba	1,0E-05	1,4E-04	8,5E-04	8,6E-04
1,0	Abajo	9,2E-06	1,8E-04	7,6E-04	7,8E-04

Cuadro 52. Incertidumbre estándar combinada asociada a la velocidad de corte del material de diámetro 6,30 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Aporte por variable (m/s)			Incertidumbre estándar combinada (m/s)
		$\left[ u(g) \frac{\partial u_*}{\partial g} \right]$	$\left[ u(R) \frac{\partial u_*}{\partial R} \right]$	$\left[ u(i) \frac{\partial u_*}{\partial i} \right]$	
0,0	Abajo	0,0E+00	0,0E+00	-	-
0,2	Arriba	6,2E-06	2,8E-05	2,6E-03	2,6E-03
0,2	Abajo	5,6E-06	3,9E-05	2,3E-03	2,3E-03
0,4	Arriba	8,6E-06	4,2E-05	1,8E-03	1,8E-03
0,4	Abajo	7,6E-06	6,1E-05	1,6E-03	1,6E-03
0,6	Arriba	1,0E-05	6,1E-05	1,4E-03	1,4E-03
0,6	Abajo	9,0E-06	8,2E-05	1,2E-03	1,2E-03
0,8	Arriba	1,1E-05	8,0E-05	1,1E-03	1,1E-03
0,8	Abajo	9,6E-06	1,2E-04	9,9E-04	9,9E-04
1,0	Abajo	1,0E-05	1,5E-04	8,4E-04	8,5E-04

### 5.8.3. Incertidumbre expandida

En todos los casos mostrados en los cuadros anteriores, se observa que el aporte de la incertidumbre de la gravedad  $\left[ u(g) \frac{\partial u_*}{\partial g} \right]$  y del radio hidráulico  $\left[ u(R) \frac{\partial u_*}{\partial R} \right]$  presentan magnitudes mucho menores al aporte de la incertidumbre de la pendiente de fondo  $\left[ u(i) \frac{\partial u_*}{\partial i} \right]$ . Con el fin de verificar lo anterior, se realiza el siguiente cálculo,

$$u_R(u_*) = \sqrt{\left[ u(g) \frac{\partial u_*}{\partial g} \right]^2 + \left[ u(R) \frac{\partial u_*}{\partial R} \right]^2} \quad (125)$$

Con lo cual se comprueba que

$$\frac{u_R(y)}{u_c(y)} = \frac{u_R(u_*)}{u(u_*)} < 0,3 \text{ en todos los casos} \quad (126)$$

Por lo tanto, la incertidumbre predominante se trata, nuevamente, de la pendiente de fondo del canal, con una distribución de probabilidad rectangular, a la cual se le asocia un factor de cobertura  $k$  de 1,65 para una probabilidad de cobertura  $p$  de 95,45%.

A continuación, en el Cuadro 53, se muestran las magnitudes de la velocidad de corte en condiciones de transporte incipiente, así como los valores de la incertidumbre expandida asociada.

Cuadro 53. Reporte de velocidad de corte y su respectiva incertidumbre expandida con una probabilidad de cobertura de 95,45% ( $k=1,65$ )

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	D = 4,00 mm	D = 4,75 mm	D = 6,30 mm
0,00	Arriba	-	-	-
0,00	Abajo	-	-	-
0,20	Arriba	0,0329 ± 0,0039	0,0348 ± 0,0041	0,0353 ± 0,0042
0,20	Abajo	0,0323 ± 0,0039	0,0323 ± 0,0039	0,0320 ± 0,0038
0,40	Arriba	0,0426 ± 0,0025	0,0471 ± 0,0028	0,0492 ± 0,0029
0,40	Abajo	0,0415 ± 0,0025	0,0424 ± 0,0025	0,0436 ± 0,0026
0,60	Arriba	0,0479 ± 0,0019	0,0547 ± 0,0022	0,0571 ± 0,0023
0,60	Abajo	0,0465 ± 0,0019	0,0463 ± 0,0019	0,0517 ± 0,0021
0,80	Arriba	0,0503 ± 0,0015	0,0571 ± 0,0017	0,0634 ± 0,0019
0,80	Abajo	0,0508 ± 0,0015	0,0508 ± 0,0015	0,0548 ± 0,0016
1,00	Arriba	0,0519 ± 0,0013	0,0591 ± 0,0014	-
1,00	Abajo	0,0525 ± 0,0013	0,0528 ± 0,0013	0,0584 ± 0,0014

El Cuadro 53 permite notar que, en una misma pendiente, las velocidades de corte obtenidas en ambas secciones de medición empleando partículas de 4,00 mm, presentan diferencias no significativas. Mientras que para los sedimentos de 4,75 mm y 6,30 mm, los valores calculados en la sección de aguas arriba en general difieren de los calculados en la sección de aguas abajo, en cada una de las pendientes de fondo del canal a partir de 0,6%.

## 5.9. Análisis de incertidumbre asociada al número de Reynolds granular

### 5.9.1. Identificación y cuantificación de las fuentes de incertidumbre

La ecuación ( 16 ), que define el número de Reynolds granular, puede escribirse de la siguiente manera,

$$Re_* = \frac{u_* \cdot D}{\nu} = \frac{\sqrt{R \cdot g \cdot i} \cdot D}{\nu} \quad ( 127 )$$

En la Figura 34 se muestra el diagrama de causa y efecto de Ishikawa para la determinación de la incertidumbre asociada al número de Reynolds granular. Se identifican las magnitudes de influencia: radio hidráulico, aceleración de la gravedad, pendiente del fondo del canal y la viscosidad cinemática del agua.

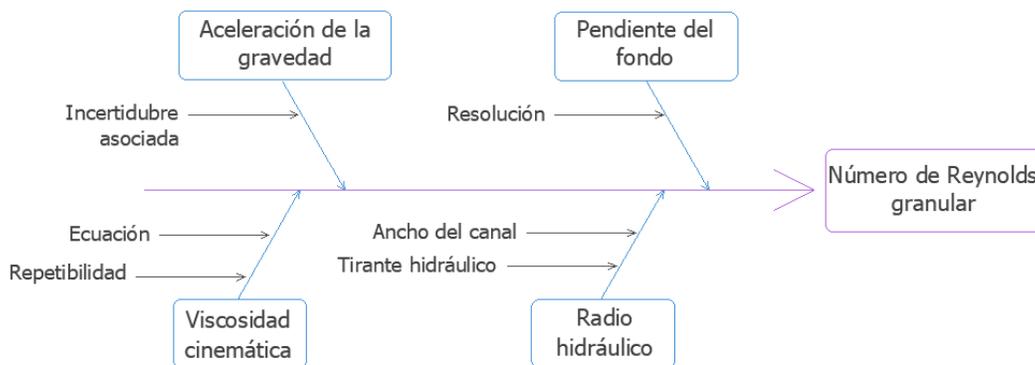


Figura 34. Diagrama de Ishikawa para la determinación de la incertidumbre asociada a la estimación del número de Reynolds granular

Las incertidumbres asociadas al radio hidráulico, la aceleración de la gravedad y la pendiente de fondo del canal, ya han sido analizadas previamente, por lo que en esta sección se analizará únicamente la incertidumbre asociada a la viscosidad cinemática del agua, la incertidumbre estándar combinada asociada al número de Reynolds granular, y su correspondiente incertidumbre expandida.

#### 5.9.1.1. Viscosidad cinemática del agua

Mediante la calculadora de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Ciencias Aplicadas de Zittau/Goerlitz, la cual aplica la formulación IAPWS-97 (Wagner y Pruß, 2002), se determinó la viscosidad del agua, a partir de las mediciones de temperatura realizadas en

laboratorio, y los registros de presión atmosférica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Costa Rica.

Se estableció un único valor de viscosidad cinemática a las pruebas de transporte incipiente según la sección del canal donde se realizaron y el tamaño de partícula. Este valor corresponde a la media aritmética de los datos en cada tipo de prueba. A continuación, se muestran los valores promedio de viscosidad cinemática, así como la cantidad de observaciones de las cuales resulta dicho promedio, y su respectiva desviación estándar.

Cuadro 54. Viscosidad cinemática promedio y desviación estándar asociada por tipo de prueba

Diámetro (mm)	Sección	Cantidad de observaciones	Viscosidad cinemática promedio (m <sup>2</sup> /s)	Desviación estándar (m <sup>2</sup> /s)
4,00	Arriba	18	9,52E-07	1,46E-09
4,00	Abajo	13	9,48E-07	2,99E-09
4,75	Arriba	16	9,45E-07	2,01E-09
4,75	Abajo	12	9,39E-07	1,99E-09
6,30	Arriba	20	9,34E-07	3,03E-09
6,30	Abajo	18	9,44E-07	3,03E-09

A partir de los datos del Cuadro 54, se estima la incertidumbre por repetibilidad de la viscosidad cinemática del agua para cada tipo de prueba como se muestra a continuación,

$$u_{rep}(v)[m^2/s] = \frac{s(q_v)}{\sqrt{l}} \quad (128)$$

Donde,  $s(q_v)$  representa la desviación estándar de cada tipo de prueba, y  $l$ , la cantidad de observaciones.

Por otra parte, la incertidumbre estándar de la viscosidad cinemática por la ecuación IAPWS-97, se cuantifica mediante la siguiente expresión,

$$u_{ec}(v)[m^2/s] = \frac{v \cdot (0,0001\%)}{\sqrt{3}} = \frac{v \cdot (1 \times 10^{-6})}{\sqrt{3}} \quad (129)$$

La incertidumbre estándar combinada asociada a la viscosidad del agua  $u(v)$ , se determina como sigue,

$$u(v) = \sqrt{[u_{rep}(v)]^2 + [u_{ec}(v)]^2} = \sqrt{\left[\frac{s(q_\rho)}{\sqrt{l}}\right]^2 + \left[\frac{v \cdot (1 \times 10^{-6})}{\sqrt{3}}\right]^2} \quad (130)$$

En el Cuadro 55 se tabulan las incertidumbres por repetibilidad y por ecuación, así como la estándar combinada, asociadas a la viscosidad cinemática del agua.

Cuadro 55. Incertidumbres asociadas a la viscosidad cinemática del agua

Diámetro (mm)	Sección del canal	Incertidumbre estándar de la viscosidad cinemática del agua (m <sup>2</sup> /s)		
		Por repetibilidad	Por ecuación	Combinada
4,00	Arriba	3,4E-10	5,5E-13	3,4E-10
4,00	Abajo	8,3E-10	5,5E-13	8,3E-10
4,75	Arriba	5,0E-10	5,5E-13	5,0E-10
4,75	Abajo	5,7E-10	5,4E-13	5,7E-10
6,30	Arriba	6,8E-10	5,4E-13	6,8E-10
6,30	Abajo	7,1E-10	5,4E-13	7,1E-10

Se considera que la incertidumbre de la viscosidad cinemática del agua presenta una distribución de probabilidad t-Student.

### 5.9.2. Incertidumbre estándar combinada

Una vez cuantificadas las incertidumbres de cada una de las magnitudes de influencia, se estima la incertidumbre estándar combinada del número de Reynolds granular a partir de la ecuación ( 49 ), como se muestra a continuación,

$$u(Re_*) = \sqrt{\left[u(g) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial g}\right]^2 + \left[u(R) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial R}\right]^2 + \left[u(i) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial i}\right]^2 + \left[u(v) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial v}\right]^2} \quad (131)$$

Donde los coeficientes de sensibilidad se calculan como sigue,

$$\frac{\partial Re_*}{\partial g} = \frac{\sqrt{R \cdot i} \cdot D}{2v \cdot \sqrt{g}} \quad (132)$$

$$\frac{\partial Re_*}{\partial R} = \frac{\sqrt{g \cdot i} \cdot D}{2v \cdot \sqrt{R}} \quad (133)$$

$$\frac{\partial Re_*}{\partial i} = \frac{\sqrt{g \cdot R} \cdot D}{2v \cdot \sqrt{i}} \quad (134)$$

$$\frac{\partial Re_*}{\partial v} = -\frac{\sqrt{g \cdot R \cdot i} \cdot D}{v^2} \quad (135)$$

Los valores obtenidos al aplicar las ecuaciones anteriores se observan del Cuadro 56 al Cuadro 58.

Cuadro 56. Incertidumbre estándar combinada asociada al número de Reynolds granular del material de diámetro 4,00 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Aporte por variable (m/s)				Incertidumbre estándar combinada (m/s)
		$\left[ u(g) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial g} \right]$	$\left[ u(R) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial R} \right]$	$\left[ u(i) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial i} \right]$	$\left[ u(v) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial v} \right]$	
0,0	Arriba	0,000	0,00	-	0,00	-
0,0	Abajo	0,000	0,00	-	0,00	-
0,2	Arriba	0,024	0,15	9,97	-0,05	9,97
0,2	Abajo	0,024	0,16	9,83	-0,12	9,83
0,4	Arriba	0,031	0,27	6,47	-0,06	6,47
0,4	Abajo	0,031	0,29	6,31	-0,15	6,32
0,6	Arriba	0,035	0,41	4,85	-0,07	4,86
0,6	Abajo	0,034	0,45	4,72	-0,17	4,75
0,8	Arriba	0,037	0,59	3,82	-0,08	3,86
0,8	Abajo	0,037	0,58	3,87	-0,19	3,92
1,0	Arriba	0,038	0,77	3,15	-0,08	3,24
1,0	Abajo	0,039	0,76	3,20	-0,19	3,29

Cuadro 57. Incertidumbre estándar combinada asociada al número de Reynolds granular del material de diámetro 4,75 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Aporte por variable (m/s)				Incertidumbre estándar combinada (m/s)
		$\left[ u(g) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial g} \right]$	$\left[ u(R) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial R} \right]$	$\left[ u(i) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial i} \right]$	$\left[ u(v) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial v} \right]$	
0,0	Arriba	0,000	0,00	-	0,00	-
0,0	Abajo	0,000	0,00	-	0,00	-
0,2	Arriba	0,030	0,15	12,61	-0,09	12,61
0,2	Abajo	0,028	0,19	11,79	-0,10	11,79
0,4	Arriba	0,041	0,24	8,54	-0,13	8,54
0,4	Abajo	0,037	0,33	7,74	-0,13	7,75
0,6	Arriba	0,048	0,35	6,61	-0,15	6,62
0,6	Abajo	0,041	0,54	5,64	-0,14	5,67
0,8	Arriba	0,050	0,53	5,17	-0,15	5,20
0,8	Abajo	0,045	0,70	4,64	-0,16	4,69
1,0	Arriba	0,052	0,71	4,29	-0,16	4,35
1,0	Abajo	0,047	0,90	3,86	-0,16	3,96

Cuadro 58. Incertidumbre estándar combinada asociada al número de Reynolds granular del material de diámetro 6,30 mm

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	Aporte por variable (m/s)				Incertidumbre estándar combinada (m/s)
		$\left[ u(g) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial g} \right]$	$\left[ u(R) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial R} \right]$	$\left[ u(i) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial i} \right]$	$\left[ u(v) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial v} \right]$	
0,0	Abajo	0,000	0,00	-	0,00	-
0,2	Arriba	0,042	0,19	17,20	-0,17	17,20
0,2	Abajo	0,037	0,26	15,40	-0,16	15,40
0,4	Arriba	0,058	0,28	11,98	-0,24	11,98
0,4	Abajo	0,051	0,41	10,50	-0,22	10,51
0,6	Arriba	0,067	0,41	9,27	-0,28	9,28
0,6	Abajo	0,060	0,55	8,30	-0,26	8,32
0,8	Arriba	0,075	0,54	7,71	-0,31	7,74
0,8	Abajo	0,064	0,78	6,59	-0,28	6,65
1,0	Abajo	0,068	0,97	5,62	-0,29	5,71

### 5.9.3. Incertidumbre expandida

Se puede notar, de los resultados anteriores, que el mayor aporte a la incertidumbre de la viscosidad cinemática proviene de la pendiente de fondo. Esto se verifica mediante las siguientes ecuaciones,

$$u_R(Re_*) = \sqrt{\left[ u(g) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial g} \right]^2 + \left[ u(R) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial R} \right]^2 + \left[ u(v) \cdot \frac{\partial Re_*}{\partial v} \right]^2} \quad (136)$$

$$\frac{u_R(y)}{u_c(y)} = \frac{u_R(Re_*)}{u(Re_*)} < 0,3 \text{ en todos los casos} \quad (137)$$

El resultado obtenido en la ecuación ( 137 ) indica que, en todos los casos, predomina el aporte de la incertidumbre de la pendiente. Por lo tanto, se estima un factor de cobertura  $k$  de 1,65

para una probabilidad de cobertura  $p$  de 95,45%. Las magnitudes del número de Reynolds granular y sus respectivas incertidumbres expandidas se muestran en el Cuadro 59.

Cuadro 59. Reporte del número de Reynolds granular y su respectiva incertidumbre expandida con una probabilidad de cobertura de 95,45% ( $k=1,65$ )

Pendiente de fondo (%)	Sección del canal	D = 4,00 mm	D = 4,75 mm	D = 6,30 mm
0,00	Arriba	-	-	-
0,00	Abajo	-	-	-
0,20	Arriba	138 ± 16	175 ± 21	238 ± 28
0,20	Abajo	136 ± 16	163 ± 19	213 ± 25
0,40	Arriba	179 ± 11	237 ± 14	332 ± 20
0,40	Abajo	175 ± 10	215 ± 13	291 ± 17
0,60	Arriba	201,5 ± 8,0	275 ± 11	385 ± 15
0,60	Abajo	196,3 ± 7,8	234,4 ± 9,4	345 ± 14
0,80	Arriba	211,5 ± 6,4	286,8 ± 8,6	427 ± 13
0,80	Abajo	214,3 ± 6,5	257,1 ± 7,8	366 ± 11
1,00	Arriba	218,0 ± 5,4	297,1 ± 7,2	-
1,00	Abajo	221,5 ± 5,4	267,2 ± 6,6	389,6 ± 9,4

Puede notarse, del Cuadro anterior, que algunos de los números de Reynolds granular hallados en la sección de aguas arriba y los obtenidos en la sección de aguas abajo para una misma pendiente, empleando los materiales de 4,75 mm y 6,30 mm, poseen rangos de incertidumbre cuyos valores no cubren las diferencias presentadas. Sin embargo, los resultados obtenidos a partir de los granos de 4,00 mm, se encuentran dentro de los rangos de incertidumbre determinados en ambas secciones del canal para cada una de las pendientes de fondo.

## Capítulo 6. Medición de perfiles de velocidad

Durante los ensayos de observación de la iniciación del transporte de los sedimentos, se tomaron mediciones de velocidad en tres direcciones por medio del perfilador de velocidad Vectrino Profiler. Con el fin de caracterizar el flujo que produjo la condición crítica de transporte incipiente, se muestran, en esta sección, los perfiles medidos durante cada prueba de laboratorio.

Se resumen los parámetros medidos durante la condición crítica de transporte incipiente: pendiente del fondo  $i$ , caudal  $Q$ , tirante  $h$  y temperatura  $T$ ; y los parámetros calculados como se explicó en secciones previas:

- Radio hidráulico  $R$ , según ecuación ( 6 )
- Velocidad media de flujo  $u_m$ , según ecuación ( 24 )
- Esfuerzo cortante crítico  $\tau_c$ , según ecuación ( 5 )
- Parámetro adimensional de Shields  $\tau_*$ , según ecuación ( 14 )
- Velocidad de corte  $u_{*c}$ , según ecuación ( 15 )
- Número de Reynolds granular  $Re_*$ , según ecuación ( 16 )
- Altura de la subcapa viscosa  $\delta_v$ , según ecuación ( 34 ) para pruebas con pendiente de fondo distinta a cero ( $i \neq 0,0\%$ )
- Peso específico del grano  $\gamma_s$ , de acuerdo con la caracterización de los materiales

Además, se incluye el cálculo del Número de Froude  $Fr$ , como indicador del régimen de flujo, de acuerdo con la siguiente ecuación

$$Fr = \frac{u_m}{\sqrt{g \cdot h}} \quad ( 138 )$$

A fin de corroborar que no existieron efectos viscosos de frontera por las paredes de vidrio del canal, se determinó el espesor de la capa límite generada en las paredes en ambas secciones de medición. Como se mencionó anteriormente, las observaciones se realizaron a 3,49 m (sección aguas arriba) y 4,39 m (sección aguas abajo) desde el inicio del canal de laboratorio. A partir de las ecuaciones de ( 30 ) a ( 32 ), se calcularon el número de Reynolds basado en la distancia longitudinal  $Re_x$  y el espesor de la capa límite  $\delta$  para todas las pruebas en la condición de transporte incipiente.

Como ejemplo de cálculo, se considera la condición crítica del material de 4,00 mm, con una pendiente de fondo de 0,0% en la sección de aguas arriba. El caudal que genera esta condición corresponde a  $Q = 0,019 \text{ m}^3/\text{s}$  y el tirante registrado es  $h = 0,10 \text{ m}$ , por lo tanto, la velocidad media de flujo se calcula de acuerdo con la ecuación ( 24 ) como sigue,

$$u_m = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{B \cdot h} = \frac{0,019 \text{ m}^3/\text{s}}{(0,309 \text{ m})(0,100 \text{ m})} = 0,626 \text{ m/s} \quad ( 139 )$$

El valor de viscosidad promedio para las pruebas empleando material de 4,00 mm en la sección de aguas arriba, es de  $\nu = 9,52 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ . El número de Reynolds basado en la distancia longitudinal  $Re_x$ , se obtiene al aplicar la expresión ( 30 ), como se muestra a continuación,

$$Re_x = \frac{u_m \cdot x}{\nu} = \frac{(0,626 \text{ m/s})(3,49 \text{ m})}{9,52 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}} = 2\,295\,808 \quad ( 140 )$$

Debido a que el valor de  $Re_x$  es mayor a 1 000 000, se tiene que la sección de observación de aguas arriba se encuentra en la zona turbulenta y, por lo tanto, el espesor de la capa límite se determina a partir de la ecuación ( 32 ),

$$\delta = \frac{0,37x}{Re_x^{0,2}} = \frac{0,37 (3,49 \text{ m})}{2\,295\,808^{0,2}} = 0,069 \text{ m} \quad ( 141 )$$

El procedimiento anterior, fue realizado para todas las pruebas donde se observó iniciación del transporte de sedimentos. Los resultados del número de Reynolds basado en la distancia longitudinal se muestran resumidos en el Cuadro 60, donde se observa que todos los casos se encuentran en la zona turbulenta.

Cuadro 60. Número de Reynolds basado en la longitud del canal para las pruebas de transporte incipiente

Diámetro	4,00 mm		4,75 mm		6,30 mm	
Sección	Arriba	Abajo	Arriba	Abajo	Arriba	Abajo
Pendiente 0,0%	2 295 808	2 774 226	2 131 745	3 183 708	-	3 235 373
0,2%	2 299 621	2 808 266	2 255 924	3 093 861	2 618 244	3 440 144
0,4%	2 230 460	2 706 562	2 225 317	3 208 011	2 757 378	3 533 322
0,6%	2 197 416	2 574 024	2 183 836	3 064 319	2 701 447	3 565 277
0,8%	2 009 832	2 476 988	2 038 247	3 001 782	2 616 244	3 279 292
1,0%	1 967 835	2 412 371	2 141 569	3 001 782	-	3 251 965

En el Cuadro 61 se muestran los espesores de la capa límite de las paredes del canal para todas las pruebas de transporte incipiente realizadas.

Cuadro 61. Espesor de la capa límite [m] generado en las paredes del canal para las pruebas de transporte incipiente

Diámetro	4,00 mm		4,75 mm		6,30 mm	
Sección	Arriba	Abajo	Arriba	Abajo	Arriba	Abajo
Pendiente 0,0%	0,069	0,084	0,070	0,081	-	0,081
0,2%	0,069	0,083	0,069	0,082	0,067	0,080
0,4%	0,069	0,084	0,069	0,081	0,067	0,080
0,6%	0,070	0,085	0,070	0,082	0,067	0,079
0,8%	0,071	0,085	0,071	0,082	0,067	0,081
1,0%	0,071	0,086	0,070	0,082	-	0,081

El espesor máximo calculado corresponde a 0,086 m. Este espesor de capa límite se forma en ambas paredes del canal, por lo tanto, un ancho de aproximadamente 0,14 m en la zona central de la sección transversal se encuentra fuera de la capa límite. Adicionalmente, el espesor estimado de la subcapa laminar en el lecho es menor a 1 mm y el fondo en todas las pruebas es hidrodinámicamente rugoso (ver sección 6.1). Por todo lo anterior, se considera que no hay efectos viscosos significativos en los resultados obtenidos. Además, debido a que todas las mediciones de velocidad y tirante se toman justo en centro del ancho del canal, se considera que no hay influencia de la rugosidad de las paredes en los datos tomados del perfil de velocidad en la dirección longitudinal, como se muestra en el esquema de la Figura 35.

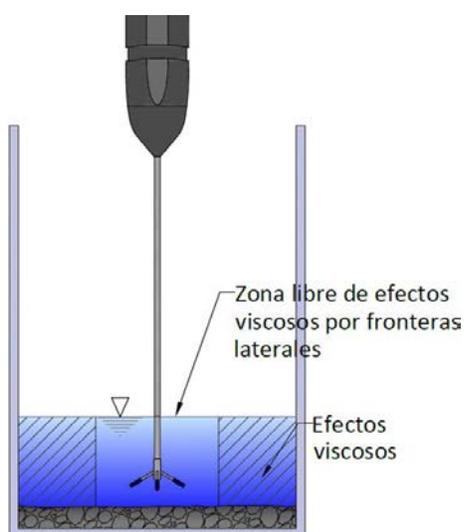


Figura 35. Esquema de efectos de viscosidad producidos en las paredes de vidrio del canal

#### 6.1. Perfiles de velocidad y esfuerzo cortante durante el transporte incipiente del material de diámetro 4,00 mm

A continuación, del Cuadro 62 al Cuadro 67, se muestra un resumen de las características del flujo y los parámetros calculados a partir de las pruebas de iniciación del movimiento para un fondo de sedimentos de 4,00 mm de diámetro. De la Figura 36 a la Figura 41 se muestran los perfiles de velocidad en la dirección de flujo  $u$ , perfil adimensional, velocidad transversal al flujo  $v$  y velocidad en la dirección vertical  $w$ . Además, se muestran los valores promedio de las velocidades en cada dirección, denotados como  $u_{prom}$ ,  $v_{prom}$  y  $w_{prom}$ , respectivamente.

Se puede notar que en la sección de aguas arriba para las pendientes de 0,0% y 0,2% (Figura 36 y Figura 38, respectivamente), se logró medir la velocidad en aproximadamente un 17% de

la altura total del agua. En estas condiciones se observa, además, que la curva del perfil en la dirección de avance del agua presenta una forma distinta a la planteada por la teoría. En ambos perfiles se notan dos concavidades, en lugar de la forma esperada presentada en la Figura 12.

En el resto de las pruebas para el material de 4,00 mm, se obtuvieron los perfiles de velocidades entre 21% y 27% del tirante aproximadamente, y las curvas presentan una forma más similar a la esperada.

La altura efectiva de rugosidad  $k_s$ , se toma como dos veces el diámetro del material de grava, de acuerdo con Kaless (2017), por lo tanto, para el caso de partículas de tamaño 4,00 mm, el valor de  $k_s$  corresponde a 8,00 mm. Para todos los casos donde es posible calcular  $\delta_v$ , se observa que la altura de rugosidad sobrepasa el espesor de la subcapa viscosa  $\delta_v$ , es decir, se trata de un fondo hidrodinámicamente rugoso. Por lo tanto, se espera que el perfil de velocidades se represente mediante la ecuación ( 38 ), con  $B_s = 8,5$ , es decir,

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z}{k_s}\right) + 8,5 \quad ( 142 )$$

La verificación del ajuste de la curva de los perfiles obtenidos a la ecuación anterior queda fuera del alcance de este proyecto.

Por otra parte, únicamente en la sección aguas abajo para las pendientes de 0,0% y 0,2% se alcanza el valor de la velocidad media, lo que se puede observar en los gráficos de perfiles adimensionales cuando la curva adquiere el valor de  $u/u_m = 100\%$  en la Figura 37 y Figura 39, respectivamente. Esto ocurre a una elevación relativa de 21% para la pendiente de 0,0%, y a una elevación de 28,5% para la pendiente de 0,2%.

Si se realiza una comparación entre las velocidades promedio transversal al flujo y en dirección al flujo, se nota que en todos los casos  $v_{prom}$  corresponde a un porcentaje entre 9% y 14% de  $u_{prom}$ ; mientras que  $w_{prom}$  se encuentra entre 1,5% y 3% de  $u_{prom}$ , aproximadamente.

Finalmente, el número de Froude, menor a 1 en todas las mediciones, indica que el flujo se encuentra en régimen subcrítico.

Cuadro 62. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas arriba del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas arriba	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,71
Pendiente $i$ (%)	0,00	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23278
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,019	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,626
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	70,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	0,000
Tirante $h$ (m)	0,101	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,000
Radio hidráulico $R$ (m)	0,061	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,000
Temperatura (°C)	22,24	Número de Reynolds granular $Re_*$	0,000
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	-	Número de Froude $Fr$	0,632

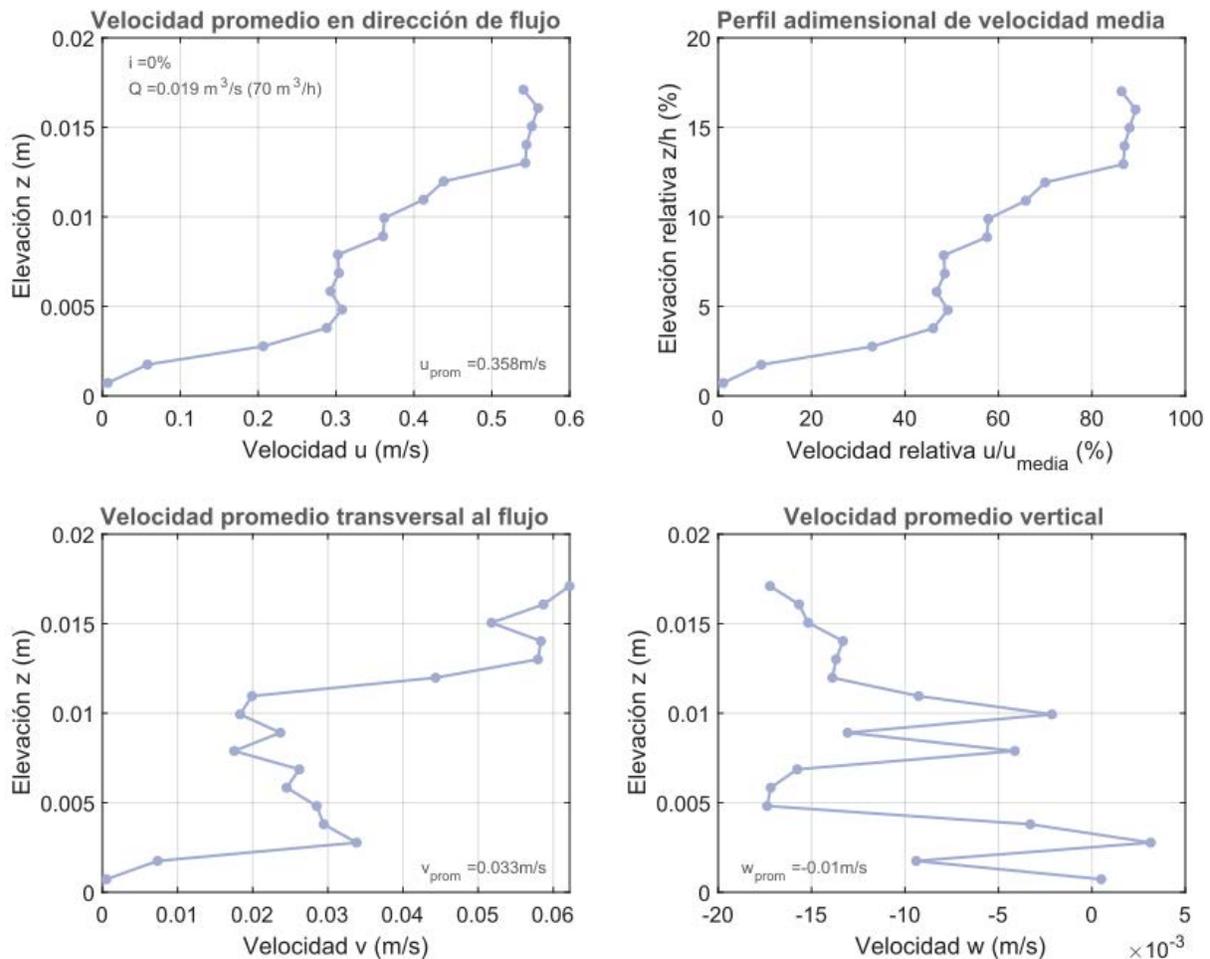


Figura 36. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas arriba del canal

Cuadro 63. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas abajo del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas abajo	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,71
Pendiente $i$ (%)	0,00	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23277
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,018	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,599
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	65,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	0,000
Tirante $h$ (m)	0,098	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,000
Radio hidráulico $R$ (m)	0,060	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,000
Temperatura (°C)	22,24	Número de Reynolds granular $Re_*$	0,000
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	-	Número de Froude $Fr$	0,614

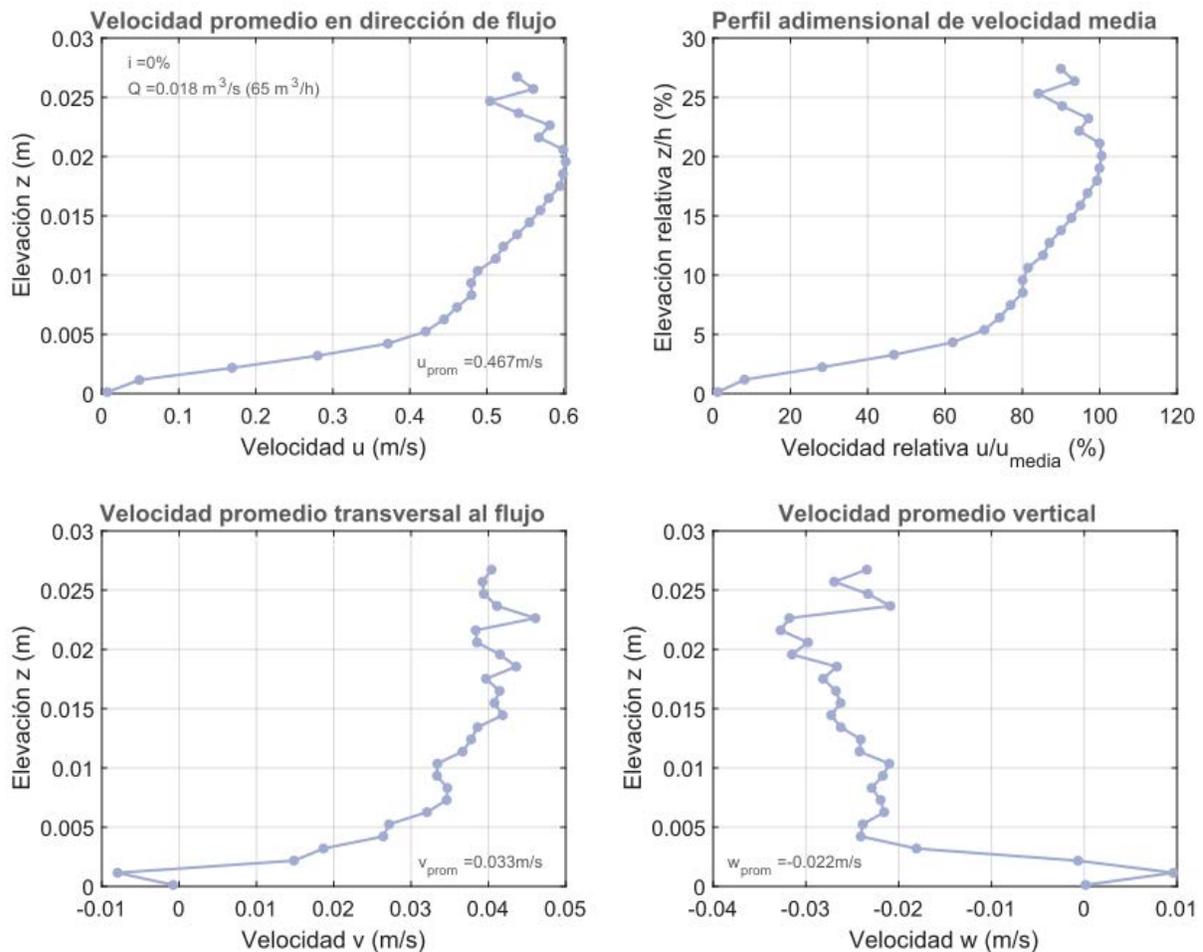


Figura 37. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas abajo del canal

Cuadro 64. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas arriba del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas arriba	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,71
Pendiente $i$ (%)	0,20	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23278
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,017	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,627
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	60,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	1,078
Tirante $h$ (m)	0,086	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,020
Radio hidráulico $R$ (m)	0,055	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,033
Temperatura (°C)	22,24	Número de Reynolds granular $Re_*$	138
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,353	Número de Froude $Fr$	0,684

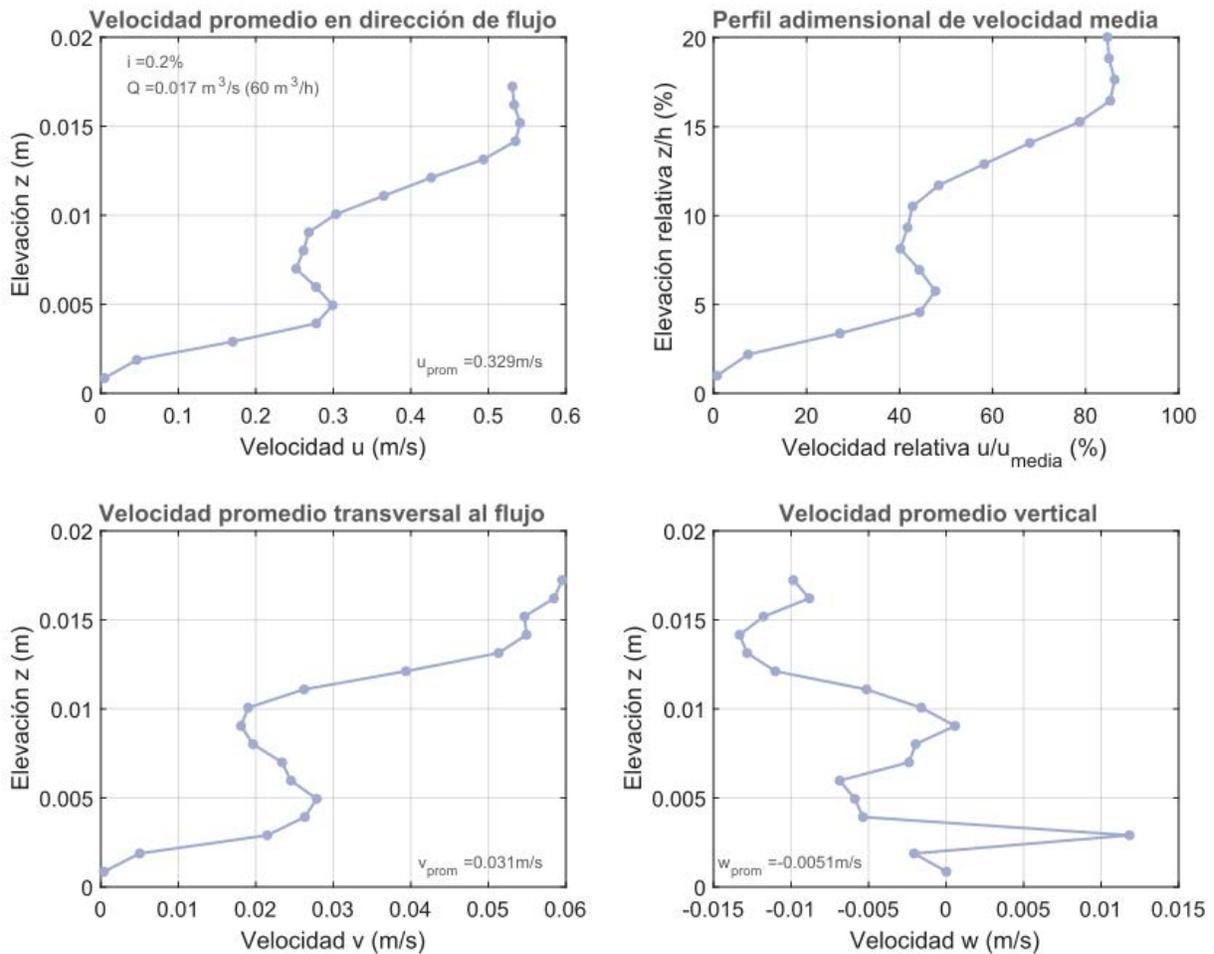


Figura 38. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas arriba del canal

Cuadro 65. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas abajo del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas abajo	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,67
Pendiente $i$ (%)	0,20	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23277
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,015	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,607
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	55,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	1,041
Tirante $h$ (m)	0,082	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,019
Radio hidráulico $R$ (m)	0,053	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,032
Temperatura (°C)	22,42	Número de Reynolds granular $Re_*$	136
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,359	Número de Froude $Fr$	0,680

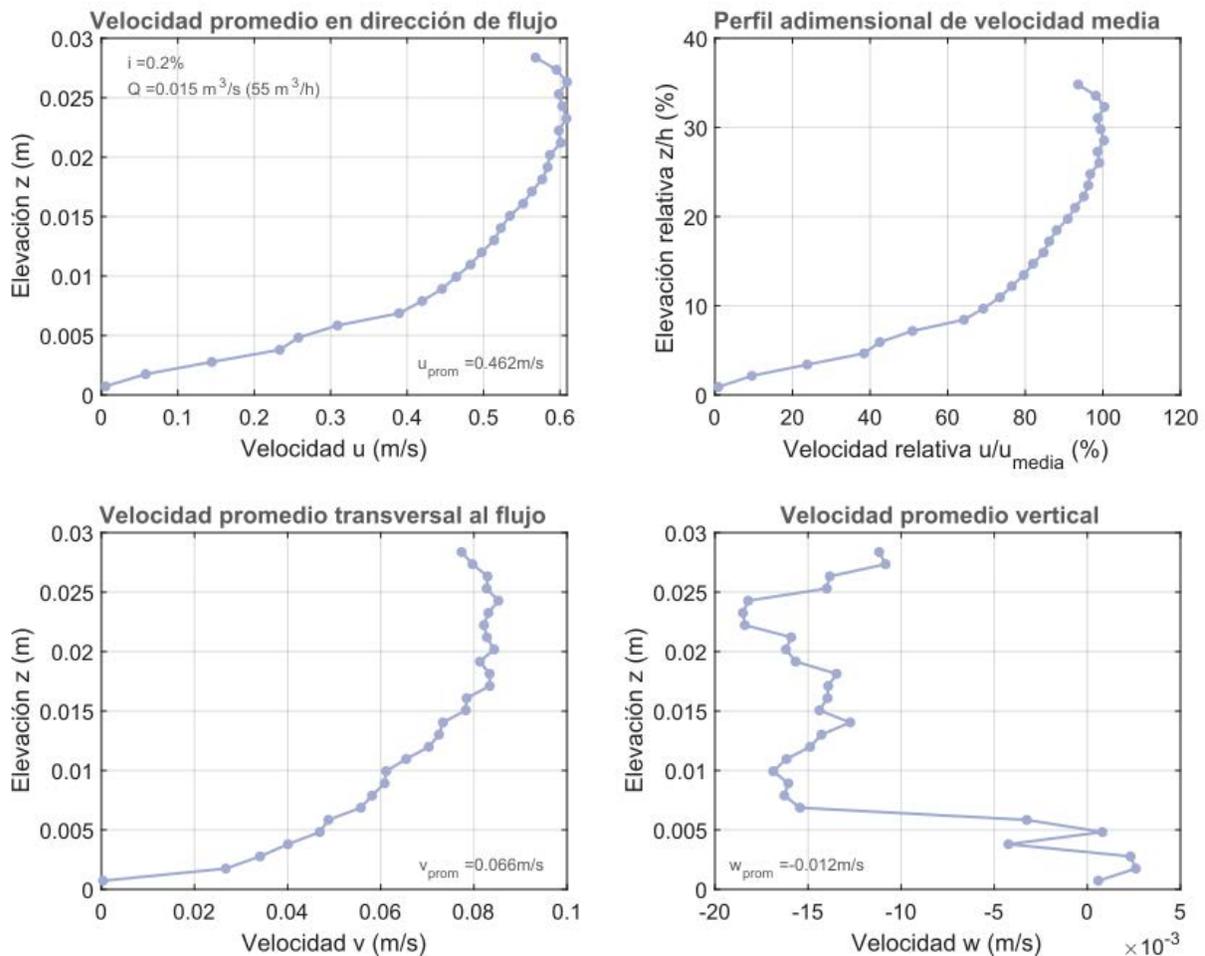


Figura 39. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas abajo del canal

Cuadro 66. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas abajo del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas abajo	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,67
Pendiente $i$ (%)	0,40	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23277
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,011	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,585
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	40,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	1,716
Tirante $h$ (m)	0,062	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,032
Radio hidráulico $R$ (m)	0,044	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,041
Temperatura (°C)	22,42	Número de Reynolds granular $Re_*$	175
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,280	Número de Froude $Fr$	0,754

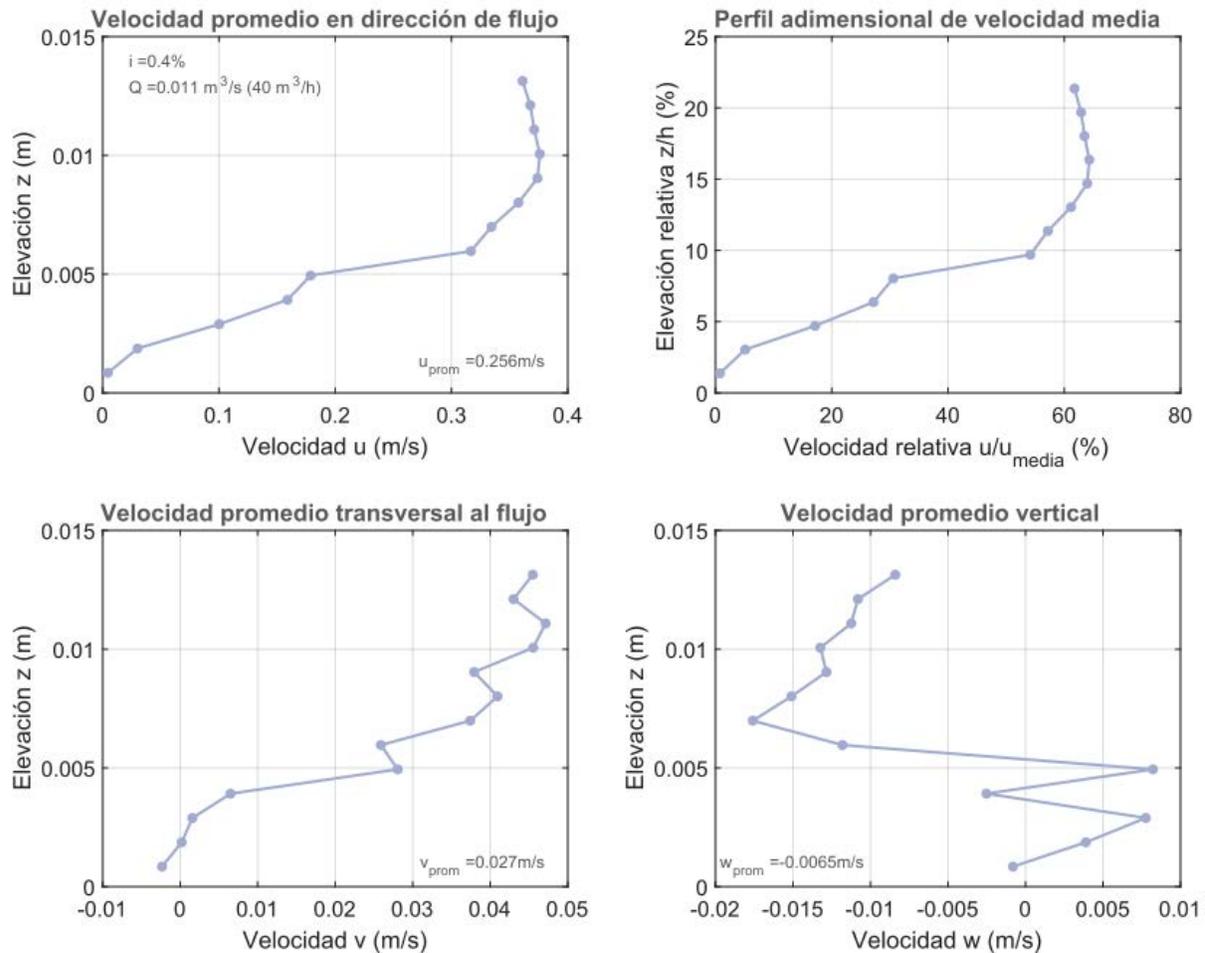


Figura 40. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas abajo del canal

Cuadro 67. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,6% en la sección aguas abajo del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas abajo	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,67
Pendiente $i$ (%)	0,60	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23277
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,008	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,556
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	30,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	2,160
Tirante $h$ (m)	0,049	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,040
Radio hidráulico $R$ (m)	0,037	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,047
Temperatura (°C)	22,42	Número de Reynolds granular $Re_*$	196
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,249	Número de Froude $Fr$	0,808

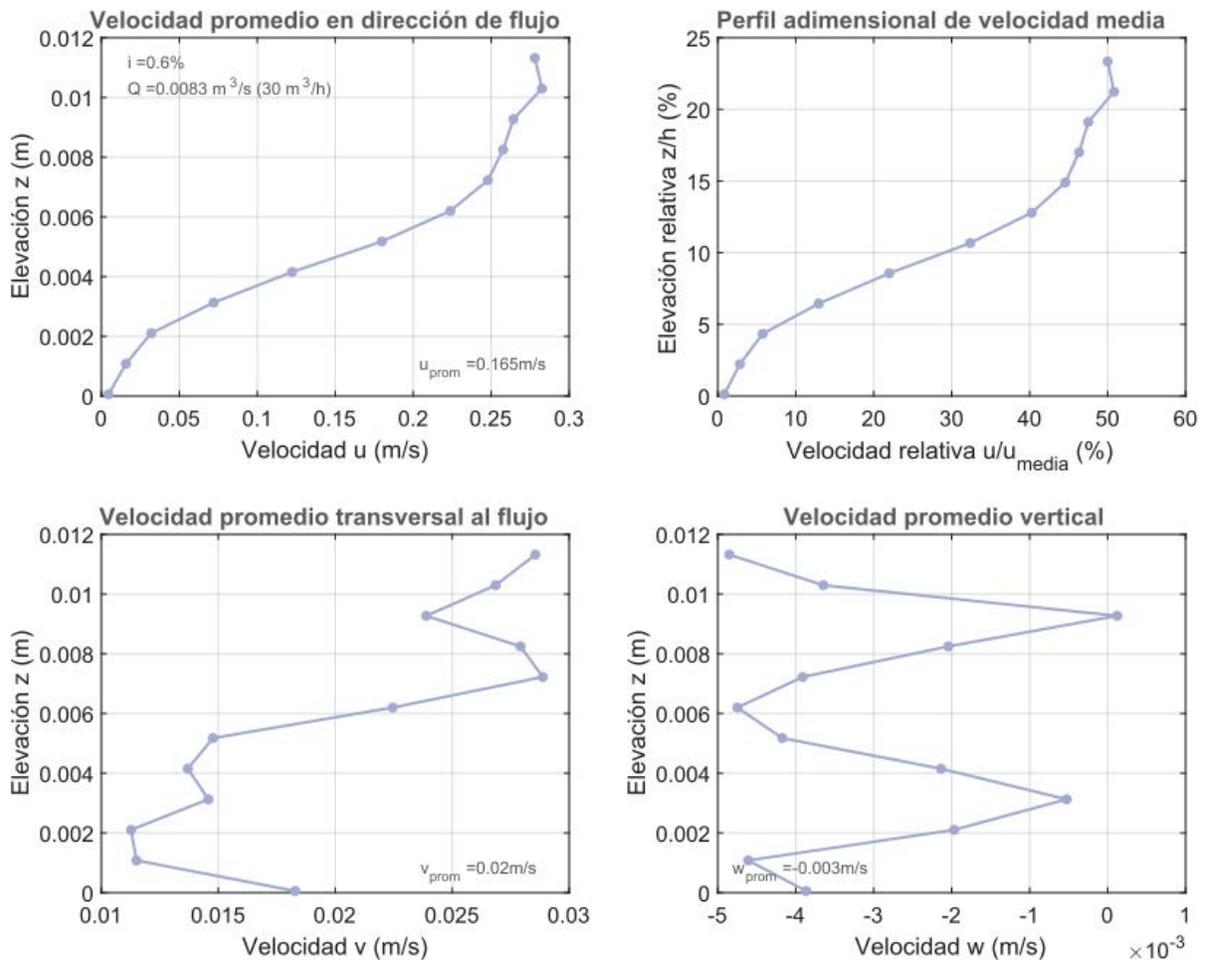


Figura 41. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,00 mm para una pendiente de fondo de 0,6% en la sección aguas abajo del canal

## 6.2. Perfiles de velocidad y esfuerzo cortante durante el transporte incipiente del material de diámetro 4,75 mm

Los parámetros obtenidos en las pruebas cuyo material de fondo corresponde a partículas de 4,75 mm se muestran a continuación del Cuadro 68 al Cuadro 73, y sus correspondientes perfiles se encuentran graficados a partir de la Figura 42 y hasta la Figura 47.

En el caso de este material, se logró medir la velocidad del agua en un espesor de entre 14% y 23% del tirante, aproximadamente. Además, la curva de velocidad  $u$  presenta la forma esperada en todos los casos, excepto para la pendiente de 0,4% en la sección aguas abajo, la cual es, además, en la que se logró menor altura de medición por poseer un tirante bajo de 6,6 cm.

Pese a lo anterior, se observa que en la parte superior de los perfiles de velocidad  $u$ , la curva tiende a orientarse hacia la izquierda, lo cual representa una disminución de la velocidad en esa zona. Se considera que esto puede deberse a la formación de estelas en la probeta del perfilador de velocidades, lo que ocasiona una distorsión de la forma de la curva.

Debido a que la altura efectiva de rugosidad  $k_s$  corresponde a 9,50 mm, sobrepasando en todas las pruebas la altura de la subcapa viscosa, se tiene que el fondo es hidrodinámicamente rugoso, y se espera que el perfil de velocidades siga la forma definida por la ecuación ( 142 ).

El valor de la velocidad media  $u_m$ , como se definió en la ecuación ( 24 ), se alcanzó para la pendiente de 0,0% a una altura relativa de 16% para la sección de aguas arriba, y a una altura relativa de 22% en la sección de aguas abajo (Figura 42 y Figura 43, respectivamente). Mientras que, para la pendiente de 0,2% en la sección aguas arriba (Figura 44), la velocidad media se da a una elevación de 16% del tirante.

Ahora bien, al comparar las velocidades promedio, se tiene que  $v_{prom}$  corresponde a un porcentaje entre 12% y 18% de  $u_{prom}$ , aproximadamente; mientras que  $w_{prom}$  se encuentra entre 0% y 3% de  $u_{prom}$ , aproximadamente.

Finalmente, se tiene que el flujo se encuentra en régimen subcrítico durante todas las pruebas realizadas.

Cuadro 68. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas arriba del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas arriba	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,67
Pendiente $i$ (%)	0,00	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23134
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,019	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,577
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	70,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	0,000
Tirante $h$ (m)	0,109	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,000
Radio hidráulico $R$ (m)	0,064	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,000
Temperatura (°C)	22,42	Número de Reynolds granular $Re_*$	0,000
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	-	Número de Froude $Fr$	0,559

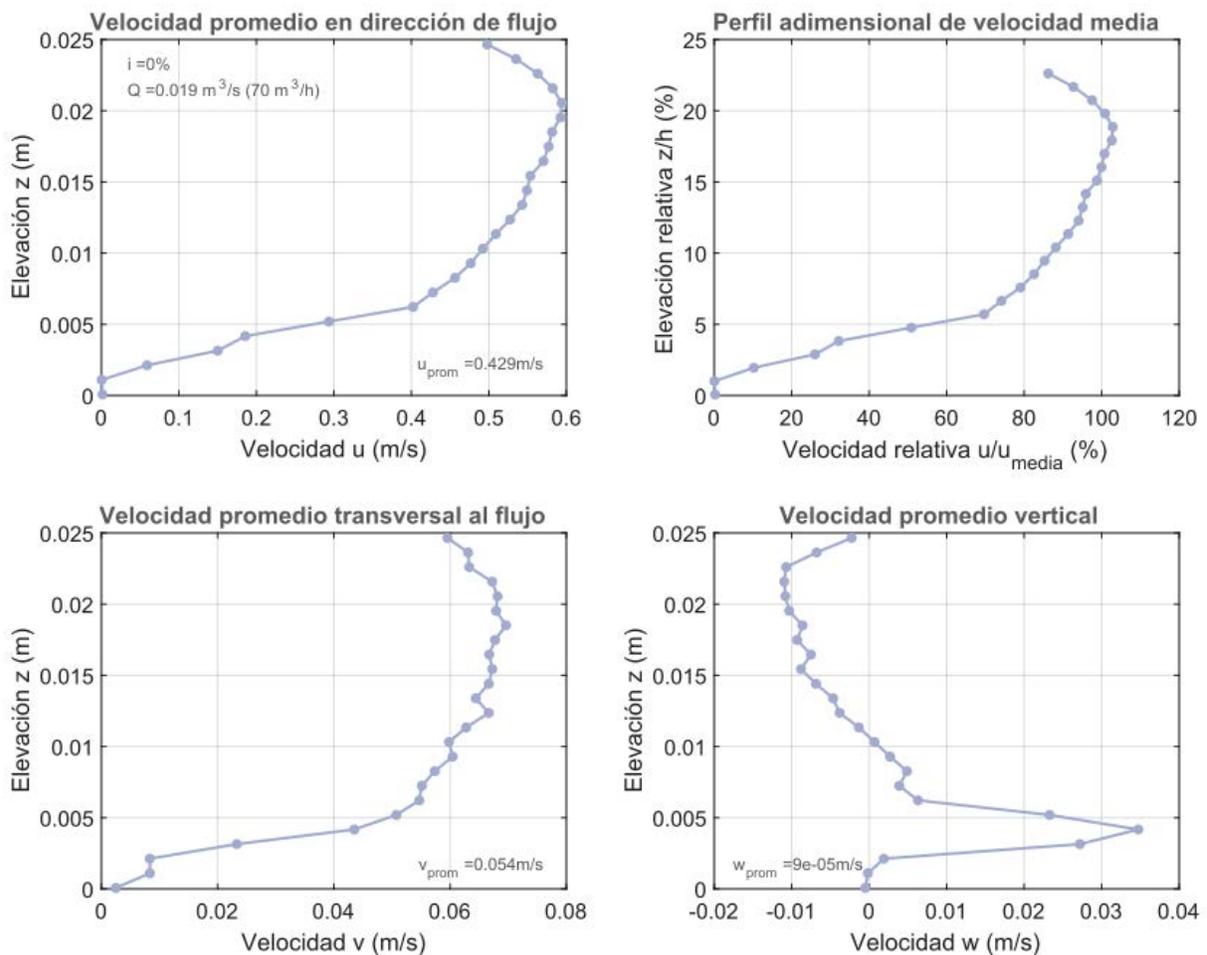


Figura 42. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas arriba del canal

Cuadro 69. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas abajo del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas abajo	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,59
Pendiente $i$ (%)	0,00	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23132
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,021	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,681
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	75,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	0,000
Tirante $h$ (m)	0,099	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,000
Radio hidráulico $R$ (m)	0,060	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,000
Temperatura (°C)	22,77	Número de Reynolds granular $Re_*$	0,000
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	-	Número de Froude $Fr$	0,692

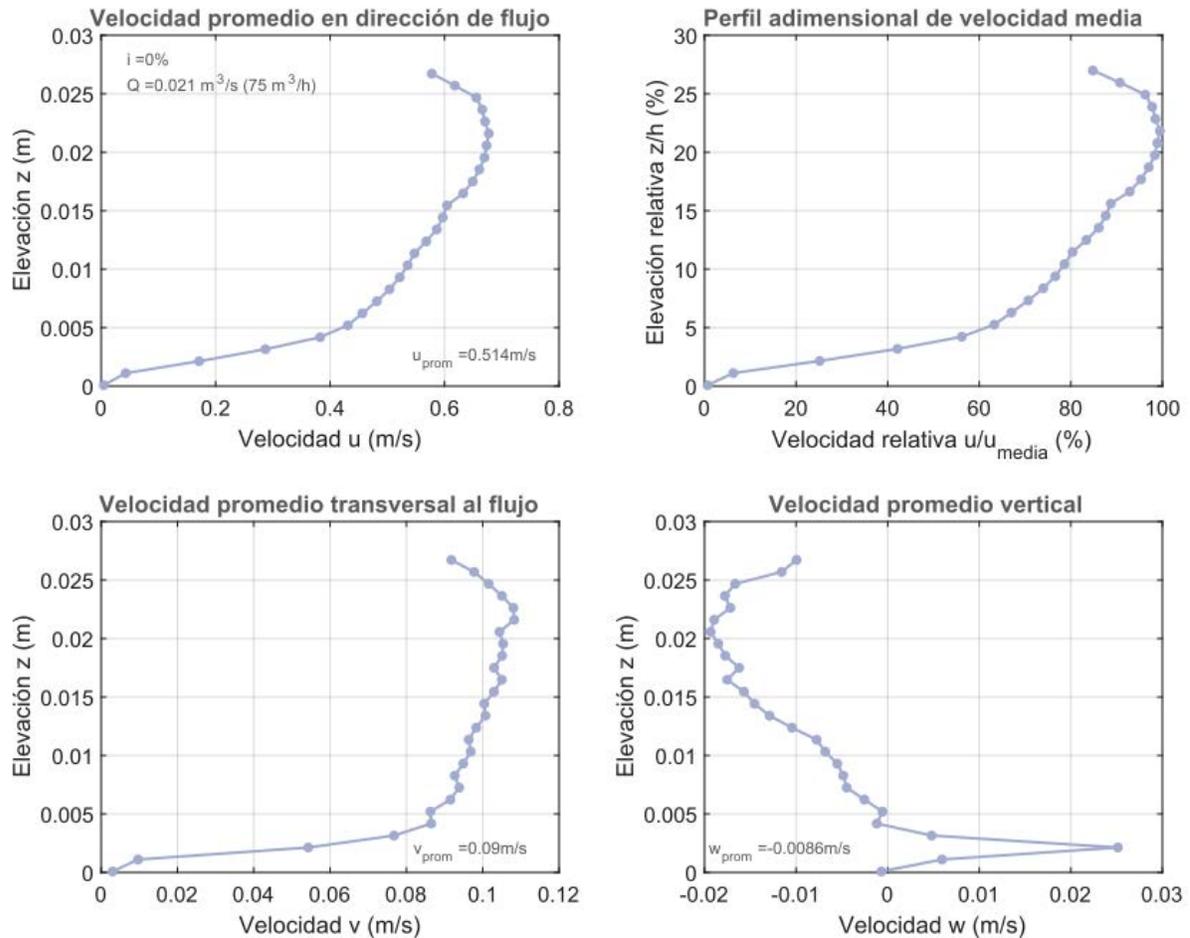


Figura 43. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas abajo del canal

Cuadro 70. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas arriba del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas arriba	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,63
Pendiente $i$ (%)	0,20	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23134
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,019	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,611
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	70,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	1,205
Tirante $h$ (m)	0,103	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,019
Radio hidráulico $R$ (m)	0,062	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,035
Temperatura (°C)	22,60	Número de Reynolds granular $Re_*$	175
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,334	Número de Froude $Fr$	0,609

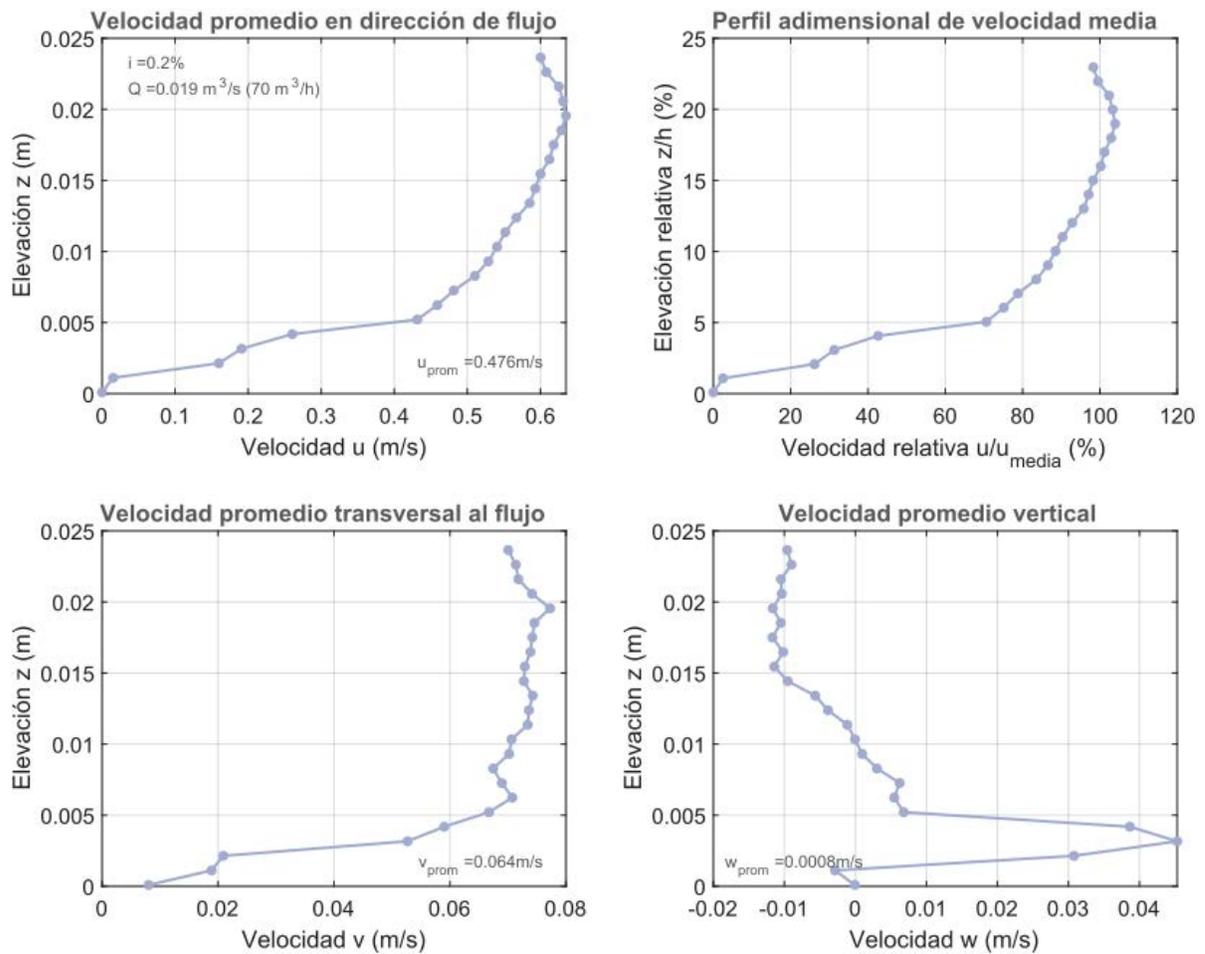


Figura 44. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas arriba del canal

Cuadro 71. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas abajo del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas abajo	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,59
Pendiente $i$ (%)	0,20	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23132
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,017	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,662
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	60,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	1,041
Tirante $h$ (m)	0,082	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,016
Radio hidráulico $R$ (m)	0,053	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,032
Temperatura (°C)	22,77	Número de Reynolds granular $Re_*$	163
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,359	Número de Froude $Fr$	0,741

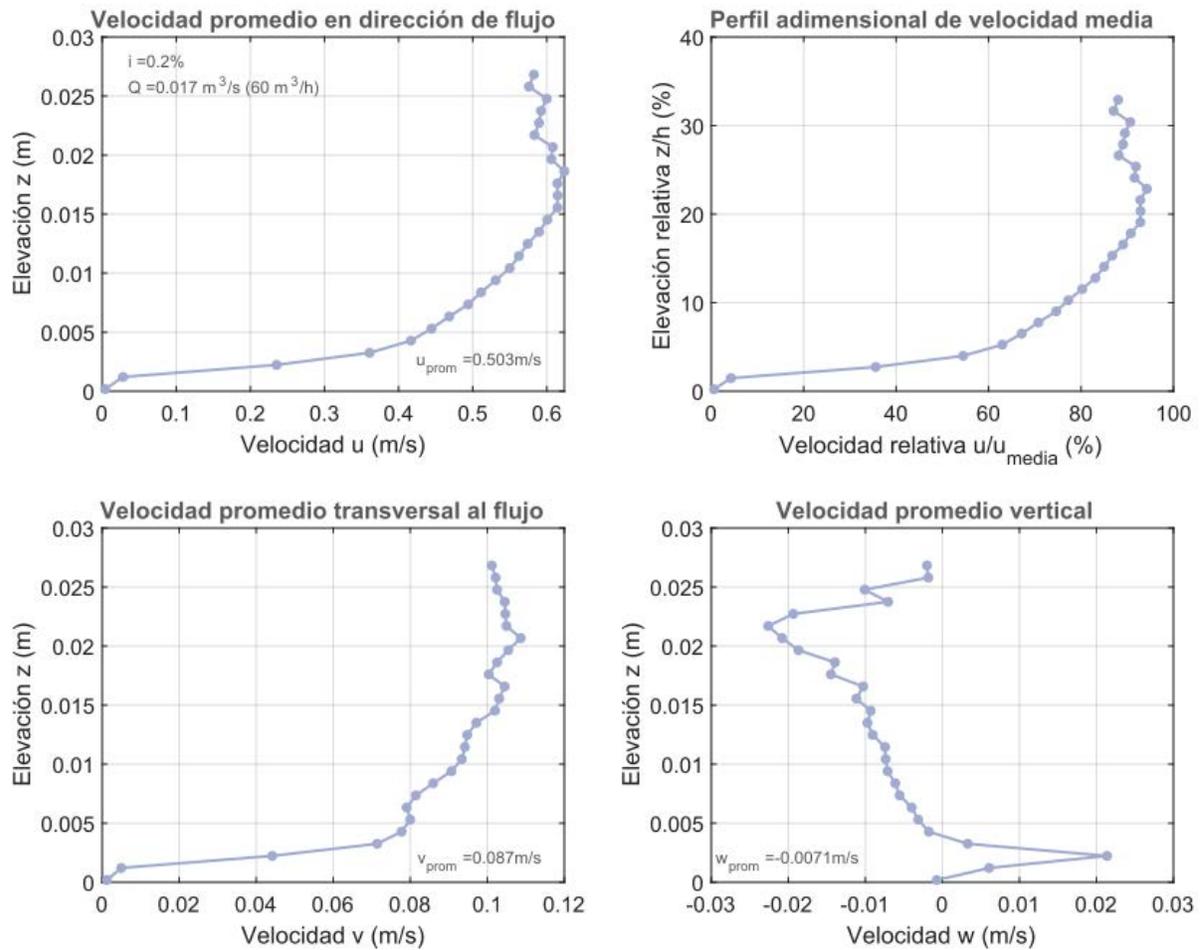


Figura 45. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas abajo del canal

Cuadro 72. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas arriba del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas arriba	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,63
Pendiente $i$ (%)	0,40	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23134
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,017	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,603
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	60,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	2,211
Tirante $h$ (m)	0,090	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,035
Radio hidráulico $R$ (m)	0,057	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,047
Temperatura (°C)	22,60	Número de Reynolds granular $Re_*$	237
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,246	Número de Froude $Fr$	0,644

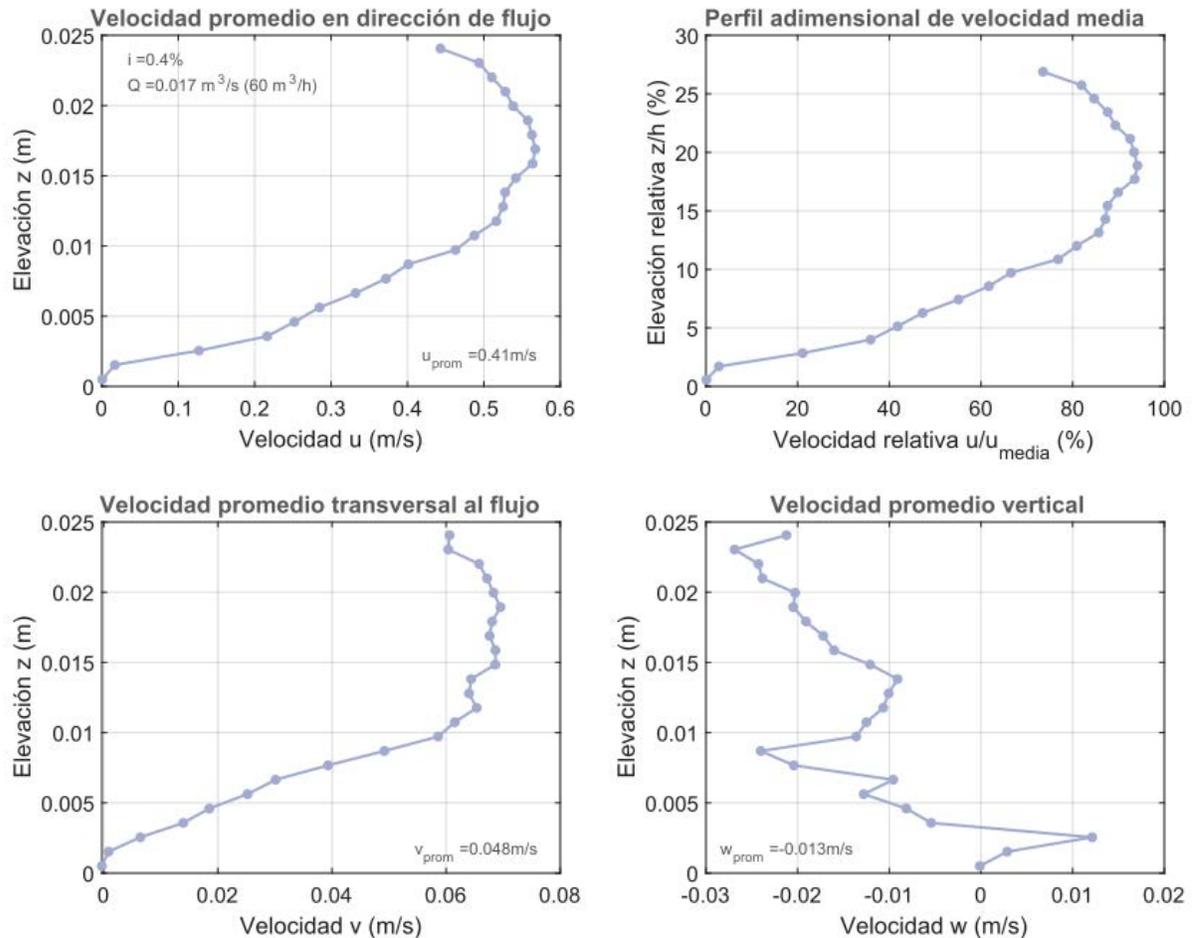


Figura 46. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas arriba del canal

Cuadro 73. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas abajo del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas abajo	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,59
Pendiente $i$ (%)	0,40	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23132
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,014	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,686
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	50,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	1,794
Tirante $h$ (m)	0,066	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,028
Radio hidráulico $R$ (m)	0,046	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,042
Temperatura (°C)	22,77	Número de Reynolds granular $Re_*$	215
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,274	Número de Froude $Fr$	0,858

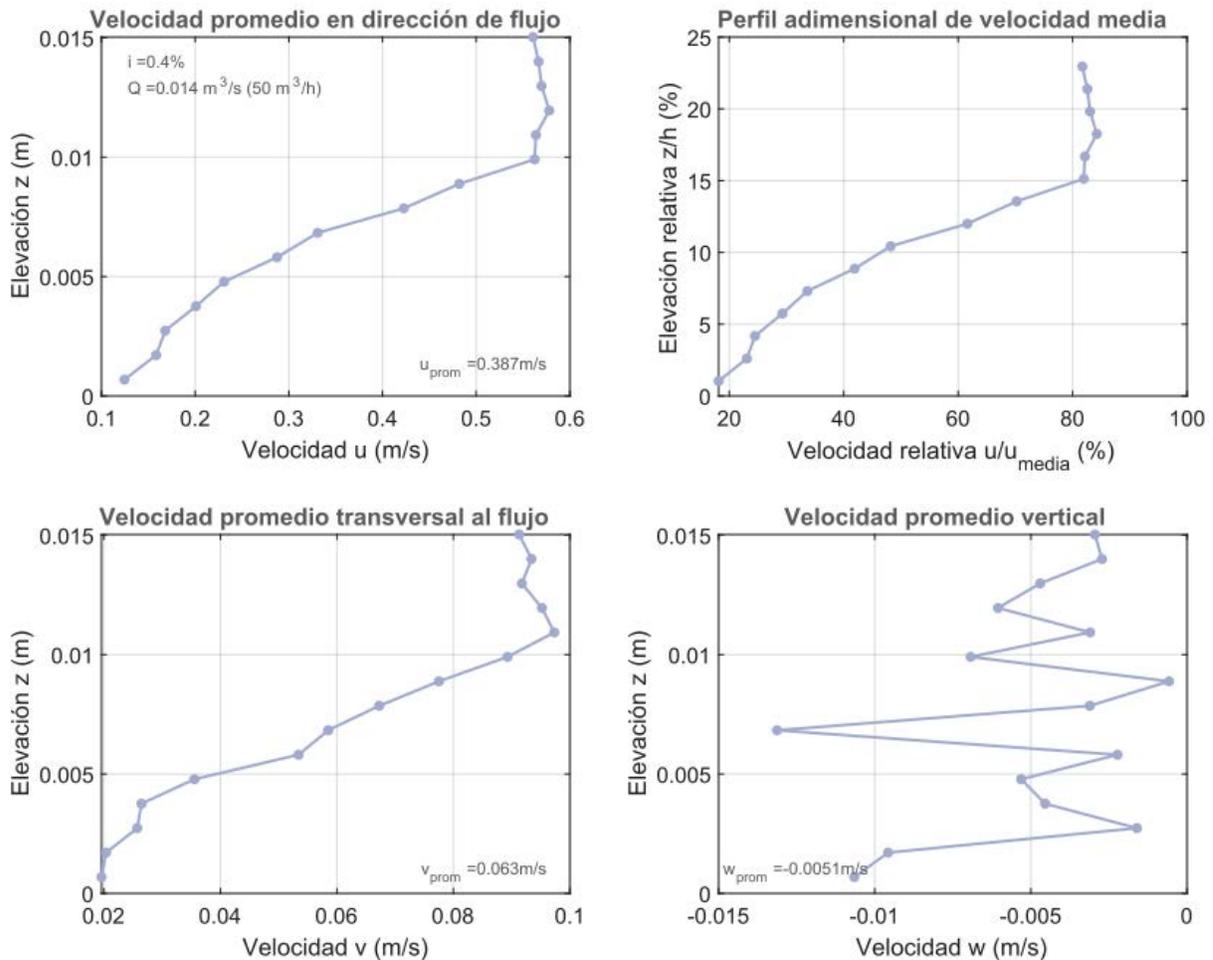


Figura 47. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 4,75 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas abajo del canal

### 6.3. Perfiles de velocidad y esfuerzo cortante durante el transporte incipiente del material de diámetro 6,30 mm

A continuación, del Cuadro 74 al Cuadro 81, y de la Figura 48 a la Figura 55, se muestran las características de las pruebas de transporte incipiente realizadas con el material de 6,30 mm de diámetro, así como los perfiles de velocidad y esfuerzo cortante obtenidos, respectivamente.

Para el caso de este material, la altura del volumen de medición alcanza entre 16% y 27% del tirante de agua, y, en general, los perfiles siguen la forma esperada, excepto para la pendiente de 0,0% en la sección aguas abajo (Figura 48).

Al tratarse del material de diámetro 6,30, la altura efectiva de rugosidad  $k_s$ , se toma como 12,6 mm, un valor muy superior a los estimados de la altura de la subcapa viscosa  $\delta_v$ , es decir, nuevamente se trata de un fondo hidrodinámicamente rugoso. Por lo tanto, se espera que el perfil de velocidades se represente mediante la ecuación ( 142 ).

El valor de velocidad media  $u_m$  se alcanza, en las siguientes pruebas, a las alturas relativas que se indican a continuación:

- Pendiente 0,2%, sección aguas arriba, Figura 49:  $z/h = 13\%$
- Pendiente 0,4%, sección aguas arriba, Figura 51:  $z/h = 14\%$
- Pendiente 0,6%, sección aguas arriba, Figura 53:  $z/h = 14\%$
- Pendiente 0,8%, sección aguas arriba, Figura 55:  $z/h = 15\%$

Con esto se puede realizar la observación de que la velocidad media  $u_m$ , se alcanza a menor elevación relativa, al aumentar el diámetro de partícula que compone el fondo rugoso.

Por otra parte, se nota que la relación  $v_{prom}/u_{prom}$  toma valores entre 2% y 3% en todas las pruebas realizadas en la sección aguas arriba, y  $w_{prom}/u_{prom}$  se encuentra entre 1% y 3% en esa misma sección. Mientras que aguas abajo  $v_{prom}$  corresponde a entre 4% y 16% de  $u_{prom}$ ; y  $w_{prom}$  se encuentra entre 2% y 4% de  $u_{prom}$ .

Al igual que en los casos anteriores, el régimen de flujo corresponde a subcrítico.

Cuadro 74. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas abajo del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas abajo	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,67
Pendiente $i$ (%)	0,00	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23272
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,018	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,696
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	65,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	0,000
Tirante $h$ (m)	0,084	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,000
Radio hidráulico $R$ (m)	0,054	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,000
Temperatura (°C)	22,42	Número de Reynolds granular $Re_*$	0,000
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	-	Número de Froude $Fr$	0,768

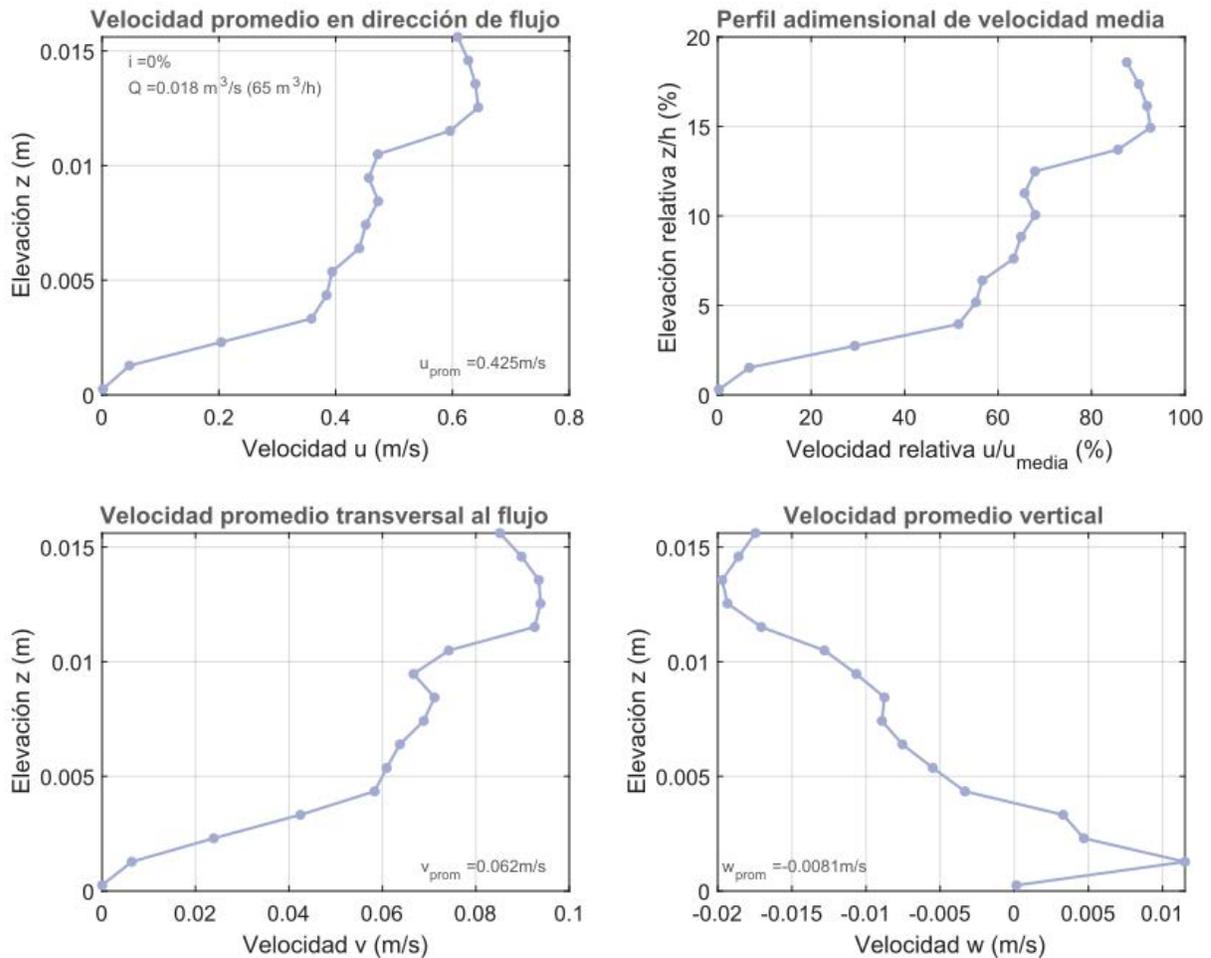


Figura 48. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,0% en la sección aguas abajo del canal

Cuadro 75. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas arriba del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas arriba	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,55
Pendiente $i$ (%)	0,20	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23270
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,024	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,701
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	85,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	1,246
Tirante $h$ (m)	0,109	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,015
Radio hidráulico $R$ (m)	0,064	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,035
Temperatura (°C)	22,95	Número de Reynolds granular $Re_*$	238
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,328	Número de Froude $Fr$	0,679

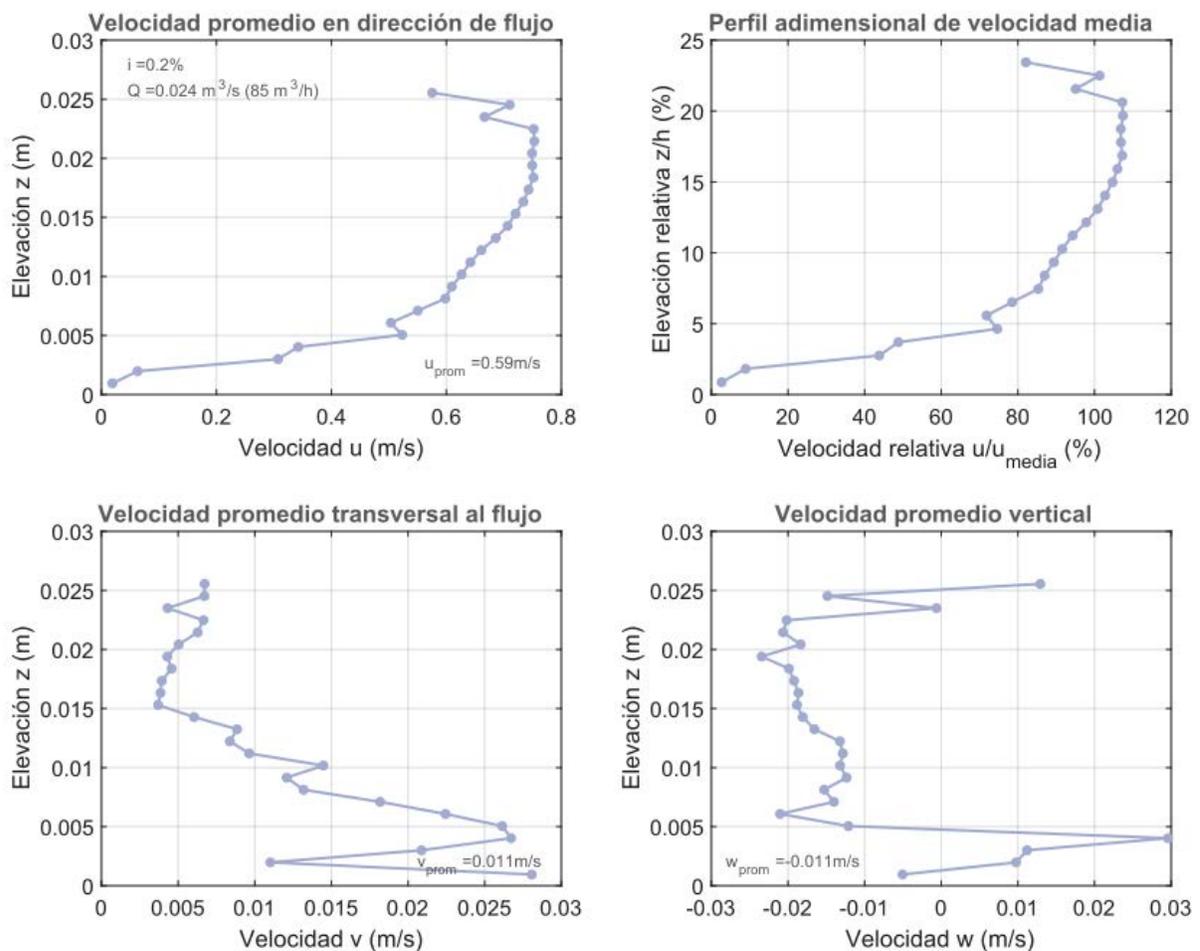


Figura 49. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas arriba del canal

Cuadro 76. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas abajo del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas abajo	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,63
Pendiente $i$ (%)	0,20	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23272
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,018	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,740
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	65,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	1,020
Tirante $h$ (m)	0,079	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,012
Radio hidráulico $R$ (m)	0,052	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,032
Temperatura (°C)	22,60	Número de Reynolds granular $Re_*$	213
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,363	Número de Froude $Fr$	0,842

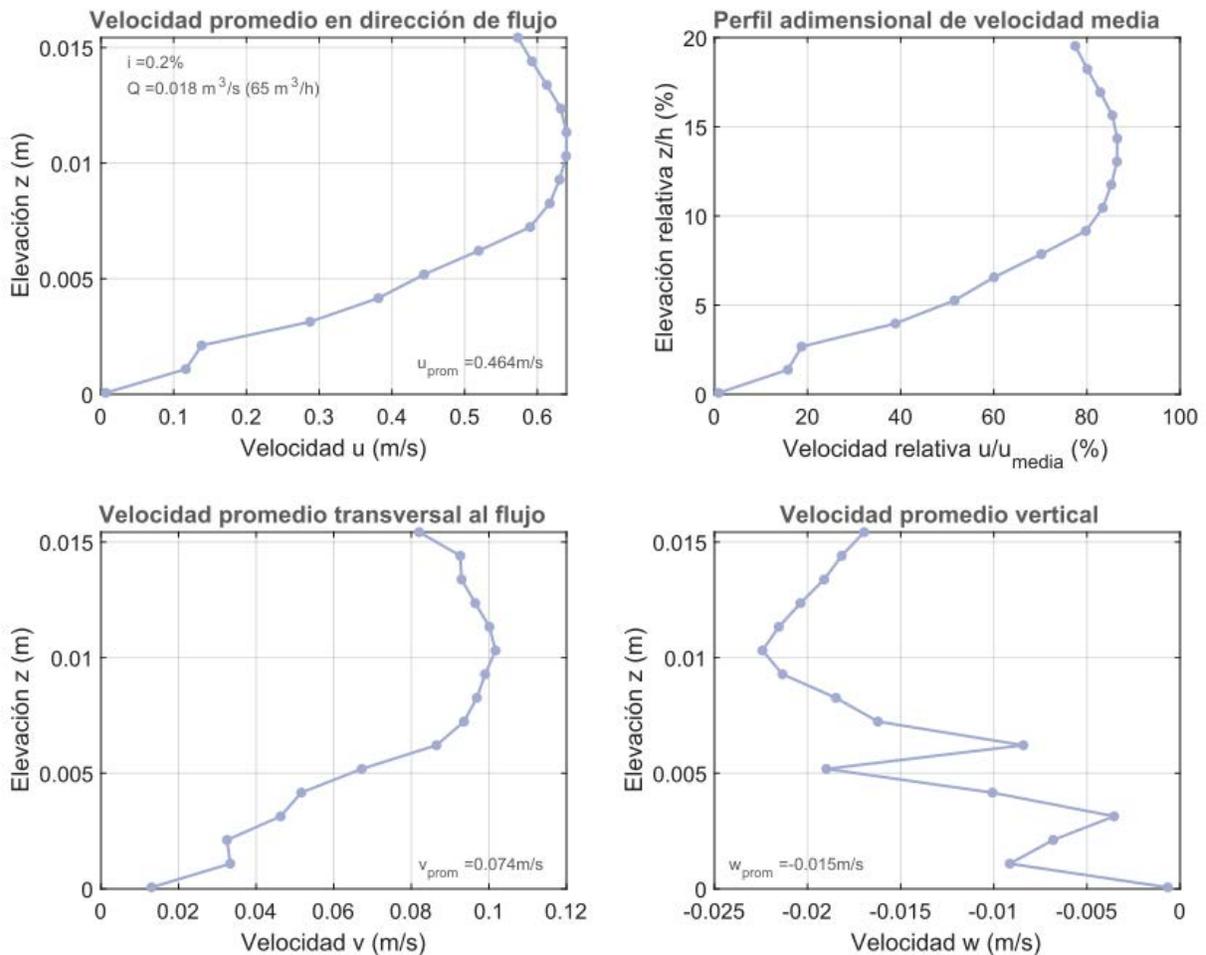


Figura 50. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,2% en la sección aguas abajo del canal

Cuadro 77. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas arriba del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas arriba	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,51
Pendiente $i$ (%)	0,40	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23270
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,024	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,738
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	85,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	2,418
Tirante $h$ (m)	0,104	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,028
Radio hidráulico $R$ (m)	0,062	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,049
Temperatura (°C)	23,12	Número de Reynolds granular $Re_*$	332
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,236	Número de Froude $Fr$	0,734

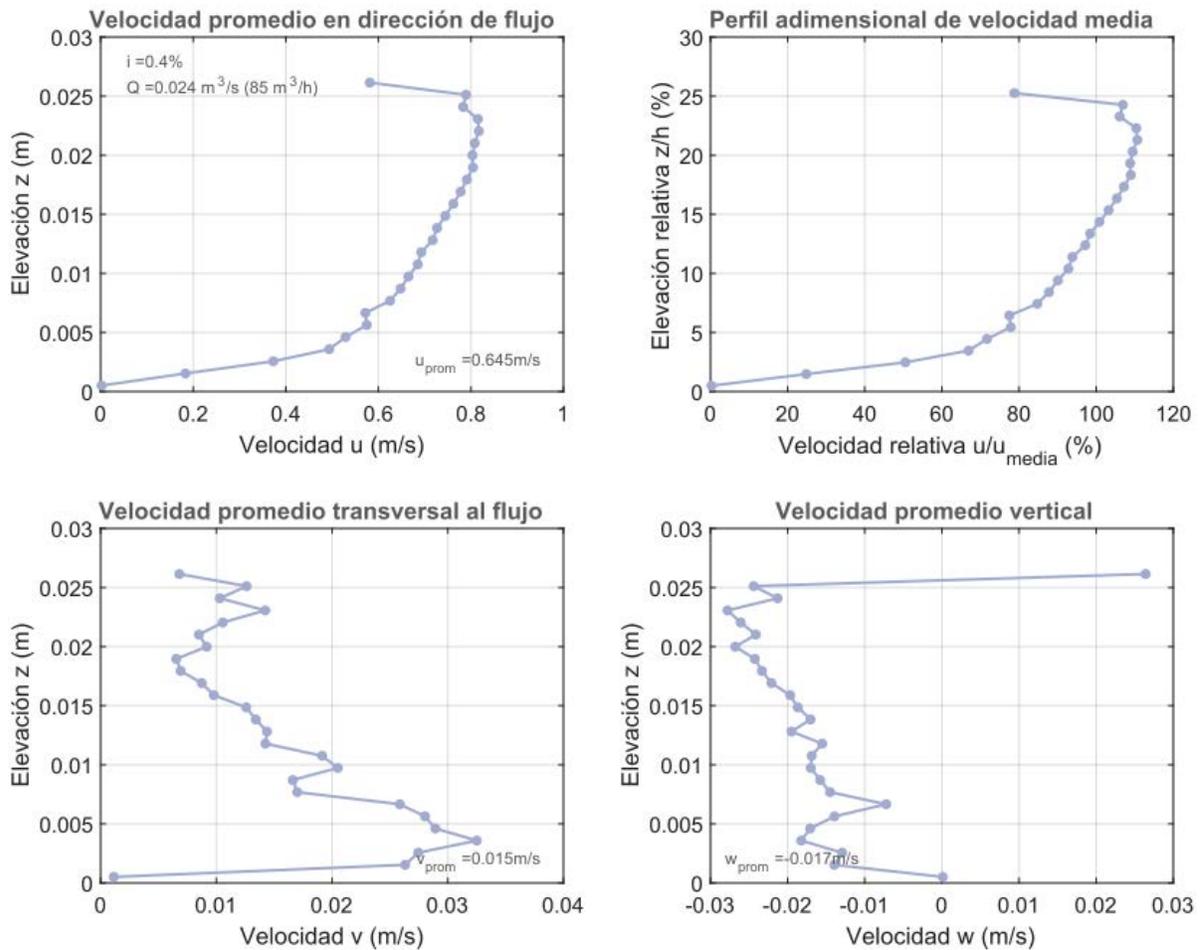


Figura 51. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas arriba del canal

Cuadro 78. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas abajo del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas abajo	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,59
Pendiente $i$ (%)	0,40	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23272
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,017	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,760
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	60,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	1,898
Tirante $h$ (m)	0,071	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,022
Radio hidráulico $R$ (m)	0,049	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,044
Temperatura (°C)	22,77	Número de Reynolds granular $Re_*$	291
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,266	Número de Froude $Fr$	0,912

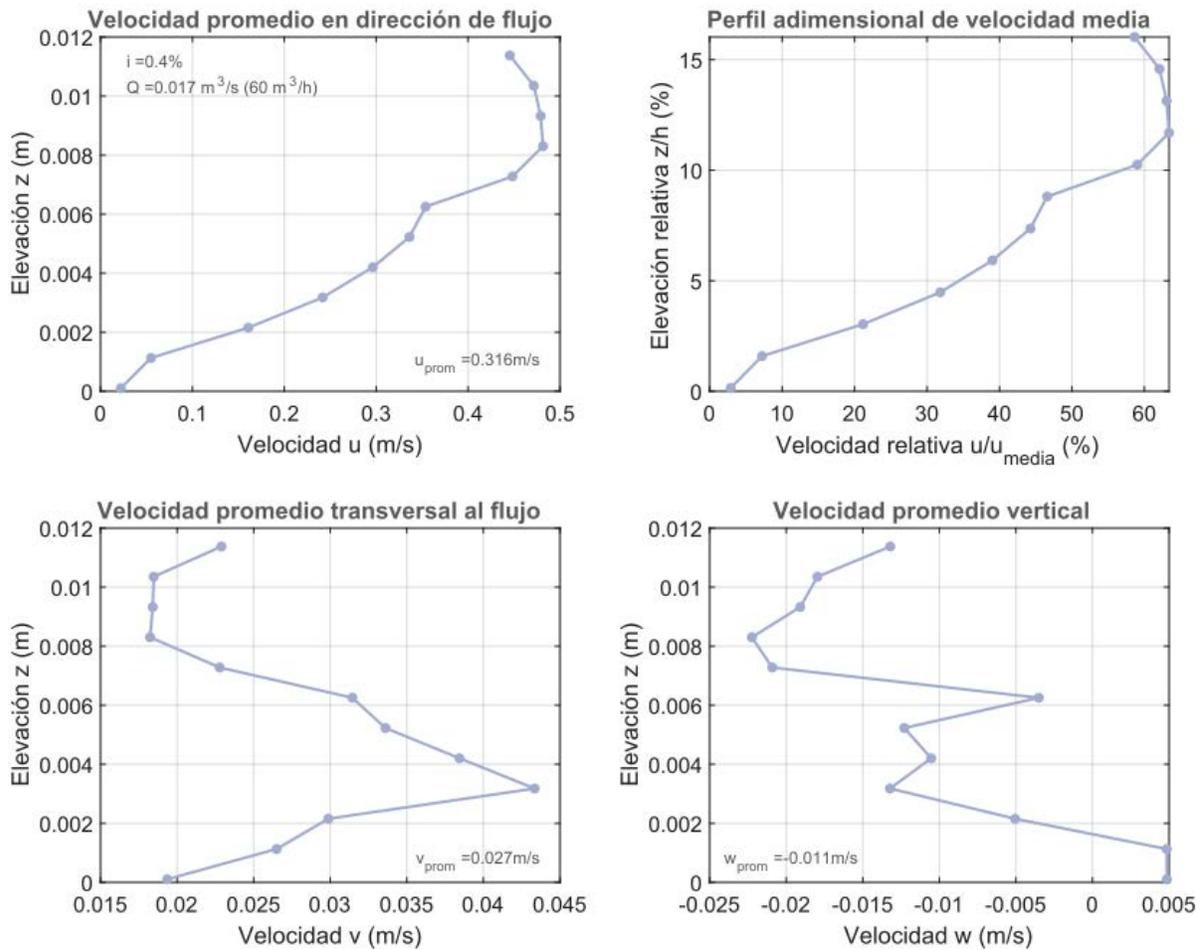


Figura 52. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,4% en la sección aguas abajo del canal

Cuadro 79. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,6% en la sección aguas arriba del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas arriba	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,51
Pendiente $i$ (%)	0,60	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23270
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,019	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,723
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	70,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	3,257
Tirante $h$ (m)	0,087	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,038
Radio hidráulico $R$ (m)	0,056	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,057
Temperatura (°C)	23,12	Número de Reynolds granular $Re_*$	385
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,203	Número de Froude $Fr$	0,784

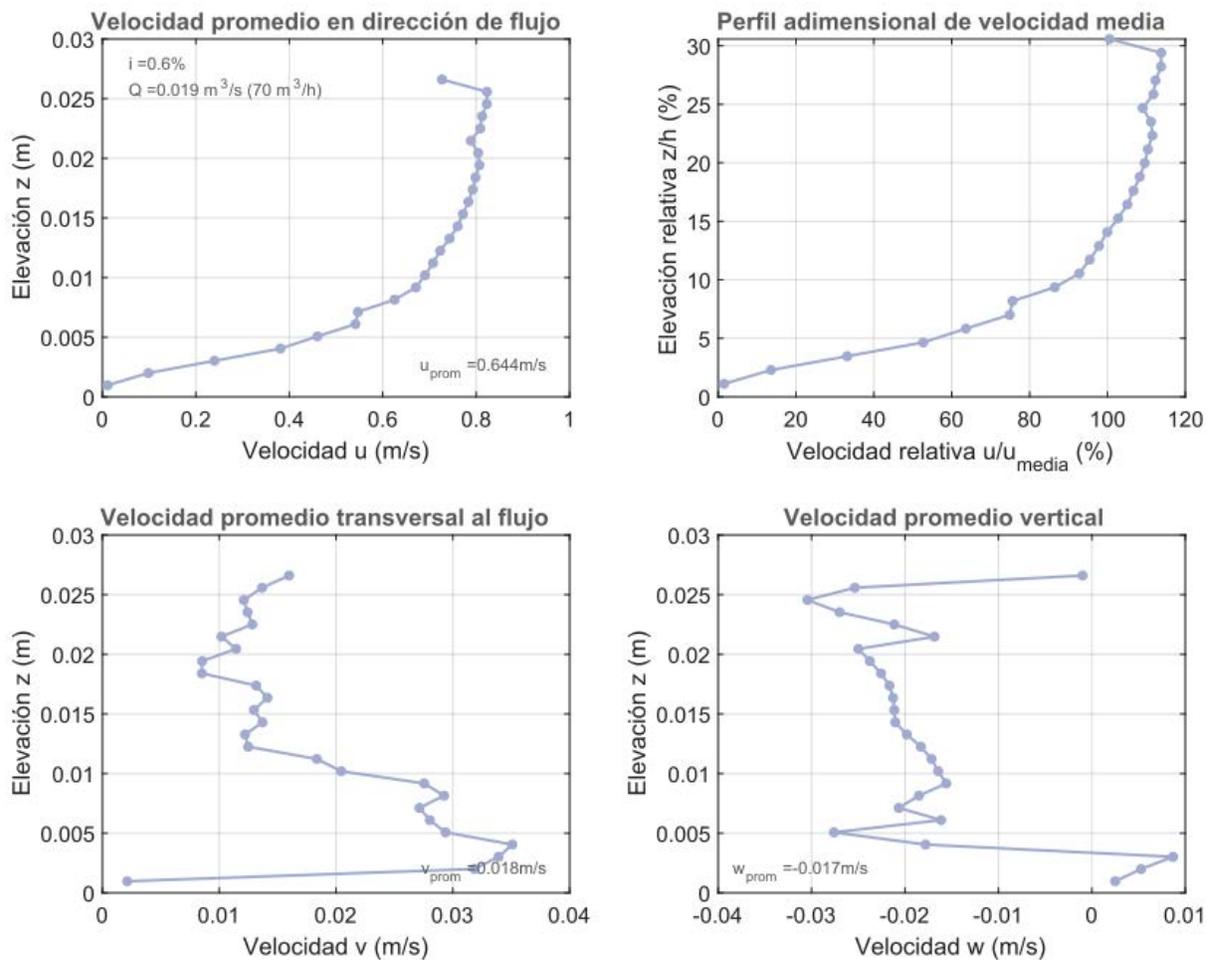


Figura 53. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,6% en la sección aguas arriba del canal

Cuadro 80. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,6% en la sección aguas abajo del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas abajo	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,59
Pendiente $i$ (%)	0,60	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23272
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,015	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,767
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	55,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	2,663
Tirante $h$ (m)	0,065	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,031
Radio hidráulico $R$ (m)	0,046	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,052
Temperatura (°C)	22,77	Número de Reynolds granular $Re_*$	345
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,225	Número de Froude $Fr$	0,965

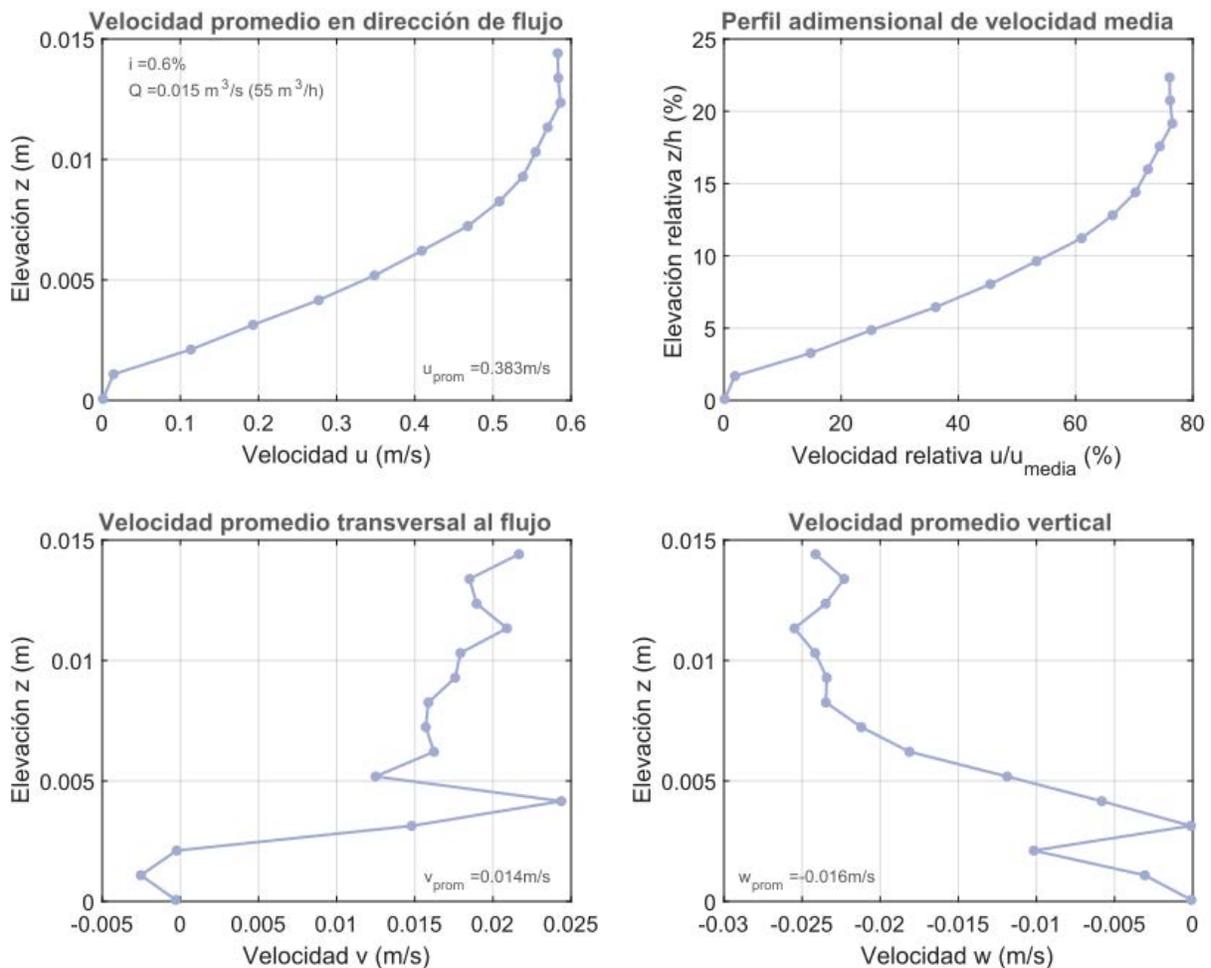


Figura 54. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,6% en la sección aguas abajo del canal

Cuadro 81. Parámetros del flujo durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,8% en la sección aguas arriba del canal

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Sección del canal	Aguas arriba	Densidad del agua $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997,51
Pendiente $i$ (%)	0,80	Peso específico del grano $\gamma_s$ (N/m <sup>3</sup> )	23270
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,017	Velocidad media $u_m$ (m/s)	0,700
Caudal $Q$ (m <sup>3</sup> /h)	60,00	Esfuerzo cortante crítico $\tau_c$ (N/m <sup>2</sup> )	4,009
Tirante $h$ (m)	0,077	Parámetro de Shields $\tau_*$	0,047
Radio hidráulico $R$ (m)	0,051	Velocidad de corte $u_*$ (m/s)	0,063
Temperatura (°C)	23,12	Número de Reynolds granular $Re_*$	427
Altura de subcapa viscosa $\delta_v$ (mm)	0,183	Número de Froude $Fr$	0,807

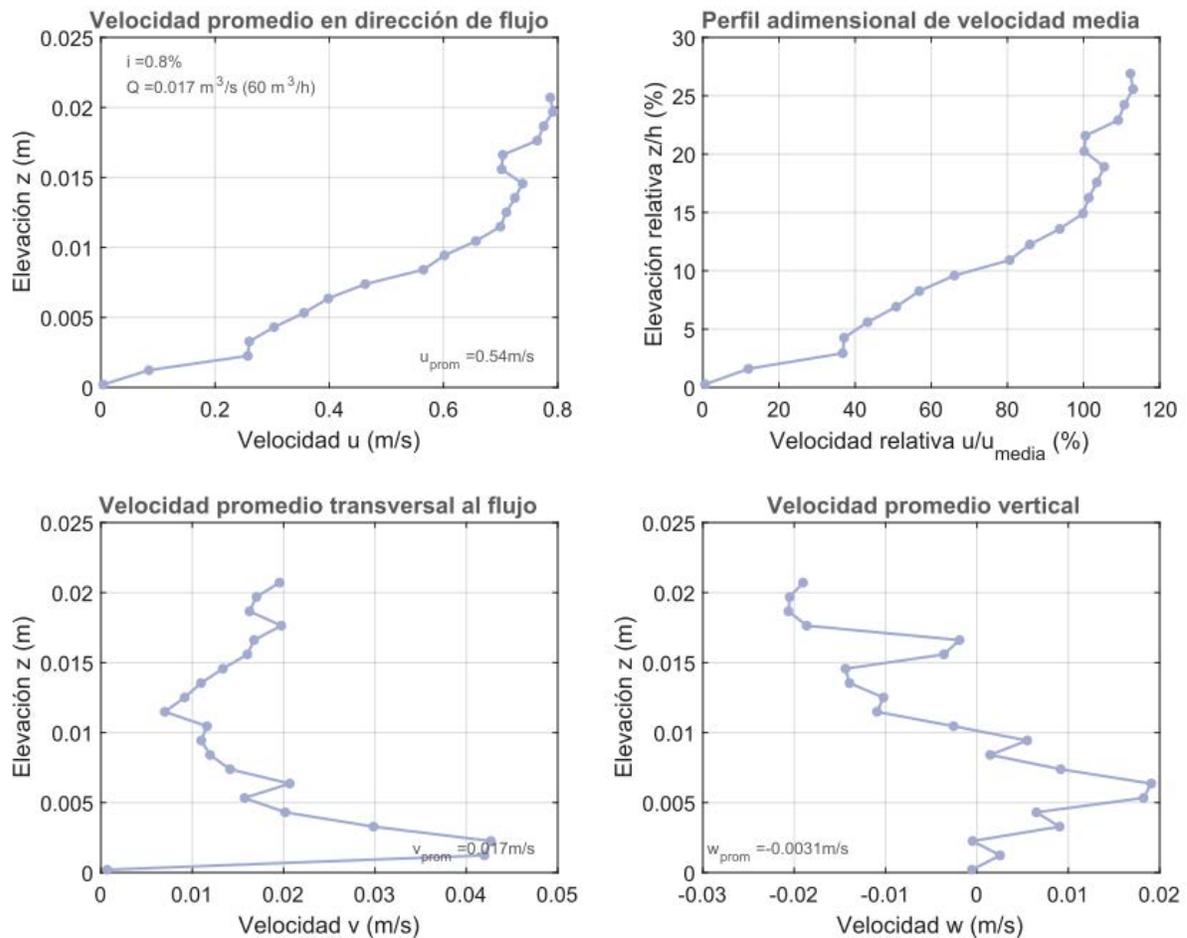


Figura 55. Perfiles de velocidad en tres direcciones durante el transporte incipiente del sedimento de 6,30 mm para una pendiente de fondo de 0,8% en la sección aguas arriba del canal

## Capítulo 7. Conclusiones y recomendaciones

### 7.1. Conclusiones

La caracterización de los materiales por medio de ensayos estandarizados de laboratorio, indica que el material empleado en este trabajo antes de ser separado en diferentes tamaños de partícula presentaba una granulometría con diámetros bastante uniformes, lo que lo hizo apropiado para los ensayos de observación del transporte incipiente. Además, se determinó que posee una densidad relativa seca de 2,36, valor que se encuentra dentro del rango empleado por otros investigadores.

Una vez separado el material, se determinó la densidad relativa para cada uno de los tamaños de partícula que se emplearon en la investigación, cuyos valores son muy similares al de la muestra combinada, siendo éstos, 2,39, 2,37 y 2,39 para los tamaños de 4,00 mm, 4,75 mm y 6,30 mm, respectivamente.

Mediante una comparación de materiales, se observó que los granos empleados por Albert Shields en 1936 poseían diámetros promedio menores a los tamaños de partícula analizados en este proyecto.

De acuerdo con el análisis geológico realizado por el señor Allan Cascante Valladares, el material corresponde en mayor medida a basaltos con textura afanítica porfírica, y contiene minerales ferromagnesianos, además de cuarzo y feldespatos.

La clasificación de la forma por medio de los diagramas de Sneed y Folk (1958) y de Zingg (1935) arrojó que las partículas poseen mayoritariamente formas compactas, aunque elongadas, independientemente del diámetro de partícula. Además, por observación se encuentra que los granos son angulosos y que poseen bordes afilados, debido a que se trata de un material quebrado.

Se logró determinar las condiciones de flujo que producen el transporte incipiente de material de tamaño uniforme para tres diferentes diámetros de partícula en el rango de gravas. Los parámetros registrados consistieron en caudal, tirante y radio hidráulico, asociados a distintas pendientes de fondo de 0,0% a 1,00%, en incrementos de 0,2%. Los caudales asociados a la iniciación del transporte de los sedimentos se encuentran en el rango de 0,006 m<sup>3</sup>/s y 0,024 m<sup>3</sup>/s.

Se determinó el esfuerzo cortante crítico durante la iniciación del transporte de los granos, así como el parámetro adimensional de movilidad o parámetro de Shields, la velocidad de corte y el número de Reynolds granular. Los esfuerzos cortantes críticos generados en pendientes distintas a 0,0% se encuentran entre valores de 1,02 Pa y 4,01 Pa, mientras que el número de Reynolds granular se ubica entre 136 y 427.

Se realizaron estimaciones de las características mecánicas del flujo en la condición crítica, a partir de los ajustes de García Flores a la curva del diagrama de Shields y a la curva de Yalin y Karahan. La obtención de estos valores es independiente de la inclinación del fondo del canal, por lo que se asociaron únicamente a los tamaños de partícula.

Los datos obtenidos mediante experimentación en este trabajo difieren de los resultados presentados por Shields en 1936. En general, los valores mostrados por Shields tienden a magnitudes altas de esfuerzo cortante crítico.

La curva de Yalin y Karahan presenta una mejor aproximación a los datos observados, en comparación con la curva de Shields, sin embargo, se encuentran porcentajes de diferencia cercanos a 74% para el material de mayor tamaño y pendientes bajas.

Se observó que tanto la curva de Shields, como la de Yalin y Karahan, se aproxima mejor a los datos obtenidos para las pendientes más altas, de 0,8% y 1,0%, y para los granos de menor tamaño.

Se comprobó que los valores del parámetro de movilidad no tienden hacia un valor constante, sino que presentan una marcada tendencia lineal con pendiente positiva asociada a cada tamaño de partícula, al graficar los valores del parámetro adimensional de Shields contra el número de Reynolds granular. Por lo anterior se obtuvieron las curvas de mejor ajuste lineal con coeficientes de determinación mayores a 0,99.

Con lo anterior, se confirma que el transporte incipiente para materiales de granulometría uniforme con diámetro característico entre 4,00 mm y 6,30 mm se representa con valores del parámetro de movilidad distintos a 0,06, lo que difiere del planteamiento de Shields.

Tanto los resultados de Shields, como los de Yalin y Karahan se consideran no apropiados en la estimación del esfuerzo cortante crítico para los materiales de grava empleados en los ensayos de esta investigación. Sin embargo, se deja a criterio del investigador de futuros trabajos, el utilizar dichas aproximaciones conociendo los porcentajes de diferencia hallados.

Se observó que los resultados obtenidos coinciden con el estudio realizado por Aguirre, Olivero, y Moncada en 2000, en el que se evidencia una tendencia lineal con pendiente positiva al graficar el parámetro de Shields contra el número de Reynolds granular, asociados a cada diámetro de partícula.

Se encontraron limitaciones de cálculo en la estimación de algunos parámetros de flujo asociados a pendientes de fondo de 0,0%, lo que impidió la comparación de los resultados obtenidos con los determinados mediante las curvas de Shields y de Yalin y Karahan.

A partir de las estimaciones realizadas de caudal, tirante y radio hidráulico, se identificaron condiciones para las cuales, según el procedimiento de cálculo llevado a cabo, no es posible generar una condición de transporte incipiente en las instalaciones del laboratorio, pues el caudal calculado supera el máximo posible del canal utilizado. Sin embargo, los ensayos de observación demostraron que la condición crítica se alcanza para caudales menores a 0,024 m<sup>3</sup>/s, excepto para la pendiente de 0% empleando material de 6,30 mm en la sección de aguas arriba.

Debido a los altos porcentajes de diferencia que presentan las observaciones realizadas en relación con las estimaciones de caudal, tirante y radio hidráulico, se considera que estas características del flujo presentes en la condición crítica no pueden representarse mediante los procedimientos de cálculo llevados a cabo en la sección 5.2 de este documento.

El análisis de incertidumbre permitió reportar los resultados hallados de esfuerzo cortante crítico, parámetro adimensional de Shields, velocidad de corte y número de Reynolds granular con un nivel de confianza de 95,45%. Lo anterior debido a la tecnología disponible en el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Costa Rica, que permitió disponer de mediciones de temperatura del agua, presión atmosférica, tirante, caudal, entre otros.

La formación de un perfil de flujo con superficie libre no paralela al fondo del canal genera diferencias entre los caudales que producen el transporte incipiente en la sección aguas arriba y en la sección aguas abajo para una misma pendiente de fondo. De acuerdo con lo observado en los Cuadros 45, 49, 53 y 59, se nota que las diferencias encontradas entre los parámetros mecánicos obtenidos en ambas secciones de medición no son significativas para el material de 4,00 mm. Esto porque los valores se encuentran dentro del rango proporcionado por la incertidumbre. Sin embargo, algunas diferencias entre los datos de la sección de aguas arriba

y la sección de aguas abajo, empleando los materiales de 4,75 mm y 6,30 mm, no pueden ser explicadas mediante el análisis de incertidumbre llevado a cabo.

Se identificó la mayor fuente de incertidumbre en la determinación del esfuerzo cortante crítico y demás parámetros mecánicos, siendo ésta la resolución de la escala de pendientes de fondo del canal de laboratorio.

A partir de la estimación de la altura de la subcapa viscosa y de la altura de rugosidad efectiva, se comprobó que los materiales empleados conforman fondos hidrodinámicamente rugosos.

Adicionalmente, se incorporaron los perfiles de velocidad de flujo en tres direcciones para 20 de los 34 ensayos en los que se observó iniciación del transporte de los sedimentos. La altura promedio del volumen de medición fue de 24% del tirante de agua. Mediante un análisis cualitativo se observó que la mayoría sigue la forma de la curva esperada para fondos hidrodinámicamente rugosos.

Se observó que los valores de velocidad en la dirección transversal al flujo y en la dirección vertical presentan, en general, un orden de magnitud menor a las mediciones de velocidad en la dirección de flujo, por lo que se considera que se trató con flujo unidimensional en todas las pruebas realizadas.

Finalmente, se observó que, a mayor tamaño de partícula, la velocidad media de flujo se alcanza en elevaciones relativas más bajas.

## 7.2. Recomendaciones

De acuerdo con los distintos análisis y las conclusiones expuestas en este proyecto, se expone una serie de recomendaciones a fin de que sean consideradas tanto por el personal de la Escuela de Ingeniería Civil de la Universidad de Costa Rica, así como por investigadores enfocados en el tema de transporte incipiente de sedimentos comunes en Costa Rica.

Prioritariamente, se propone mejorar el sistema de medición de la pendiente de fondo del canal del Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Costa Rica con el objeto de reducir la incertidumbre en la determinación de las características mecánicas del flujo en futuras investigaciones.

Dada la tecnología disponible, la cual permite medir y controlar algunas variables con mucha mayor precisión que años atrás, se recomienda continuar en esta línea de investigación

empleando material redondeado, de modo que se reproduzcan mejor las condiciones presentes en los ríos y se realicen comparaciones entre los esfuerzos cortantes que generan la condición de transporte incipiente en material redondeado y en material anguloso.

Asimismo, se sugiere llevar a cabo los ensayos de laboratorio de observación de transporte incipiente utilizando partículas de mayor tamaño, así como granos de diferente densidad relativa, con el fin de crear una base de información densa, que permita generar un modelo matemático actualizado sobre el comportamiento del sedimento ante esfuerzos cortantes inducidos por el flujo.

Adicionalmente, se plantea realizar una investigación orientada a determinar los valores de esfuerzo cortante crítico a partir de las mediciones de velocidad de flujo proporcionadas en este trabajo.

Por otra parte, se notó que en investigaciones similares no se presenta una definición clara del criterio utilizado para identificar la condición crítica, por lo que se propone que el investigador precise las observaciones necesarias para establecer la iniciación del transporte de las partículas, en busca de uniformizar este criterio.

La temperatura del agua y la presión atmosférica son necesarias para tener mayor precisión al realizar los cálculos de las propiedades mecánicas del fluido, por lo que se recomienda registrar esos datos en todas las mediciones.

## Bibliografía

- Aguirre, J., Olivero, M., & Moncada, A. (4 de Diciembre de 2000). Transporte de sedimentos en cauces de alta pendiente. *Ingeniería del Agua*, 7(4), 353-365.
- Álvarez, L. (2018). *Movimiento incipiente del sedimento de fondo de un río*. Proyecto de graduación para optar por el grado de Maestría Académica en Hidrología, Escuela de Ingeniería Civil, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
- American Society for Testing and Materials. (2014). *ASTM C136-14 Standard Test Method for Sieve Analysis of Fine and Coarse Aggregates*. ASTM.
- American Society for Testing and Materials. (2014). *ASTM D854-14 Standard Test Methods for Specific Gravity of Soil Solids by Water Pycnometer*. ASTM.
- American Society for Testing and Materials. (2015). *ASTM C127-15 Standard Test Method for Relative Density (Specific Gravity) and Absorption of Coarse Aggregate*. ASTM.
- Cascante, A. (comunicación personal, agosto 5, 2019). (s.f.).
- Crespo Villalaz, C. (2004). *Mecánica de suelos y cimentaciones* (Quinta ed.). México: Limusa S. A.
- Escamilla, A. (2014). *Metrología y sus aplicaciones*. México, D.F.: Grupo editorial Patria, S.A. de C.V.
- García Flores, M., & Maza Álvarez, J. A. (1986). Distribuciones de los tamaños de los sedimentos del fondo en cauces naturales. *XII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, III*, págs. 104 - 109. Sao Paulo.
- García, M. (2008). Transporte de sedimentos y morfodinámica. En *Ingeniería de sedimentos: Procesos, mediciones, modelado y práctica* (págs. 21-163). American Society of Civil Engineers.
- García, M., & Maza, J. (1997). Inicio de movimiento y acorazamiento. En Instituto de Ingeniería, *Manual de Ingeniería de Ríos*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Gessler, J. (1970). Self-Stabilizing Tendencies of Sediment Mixtures with Large Range of Grain Sizes. *Journal of Waterway and Harbor Division, ASCE*, 96(2), 235-249.

- Kaless, G. (2017). Rugosidad equivalente en ríos con lecho de gravas en condiciones de flujo de cauce lleno, casos de ríos en Patagonia. *Ríos 2017, VIII Simposio Regional Sobre Hidráulica de Ríos*. Córdoba.
- Kretzschmar, H., Herrmann, S., Kunick, M., & Posselt, J. (s.f.). *Fluid Property Calculator*. Obtenido de Zittau/Goerlitz University of Applied Sciences: [https://web1.hszg.de/thermo\\_fpc/index.php](https://web1.hszg.de/thermo_fpc/index.php)
- Martín, J. P. (2003). *Ingeniería de ríos*. Edicions UPC.
- Mott, R. L. (2006). *Mecánica de fluidos* (Sexta ed.). México: Pearson Educación.
- Neill, C. R. (1968). Note on Initial Movement of Coarse Uniform Material. *Journal of Hydraulic Research, IAHR, 6*(2), 157 - 184.
- Neill, C. R., & S., Y. M. (1969). Qualitative definition of beginning of bed movement. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 95*(1), 585–587.
- Nortek AS. (s.f.). *Vectrino Profiler Brochure*. Obtenido de Nortek AS-es: <http://www.nortek-es.com/es/acerca-de-nortek>
- Paniagua, C. (2007). Cálculo para Costa Rica de la aceleración de la gravedad y su incertidumbre, aplicando el método de Monte Carlo a la fórmula internacional de la gravedad. *Ingeniería. Revista semestral de la Universidad de Costa Rica, 17*(2), 131-138.
- Parker, G. (2005). *Sediment Transport Morphodynamics with applications to Rivers and Turbidity Currents*. Obtenido de [http://hydrolab.illinois.edu/people/parkerg/powerpoint\\_lectures.htm](http://hydrolab.illinois.edu/people/parkerg/powerpoint_lectures.htm)
- Pye, K., & Tsoar, H. (1990). Aeolian sand and sand dunes, Unwin Hyam, London. *Journal of Sedimentary Petrology, 63*, 569-570.
- Red Sismológica Nacional. (23 de Enero de 2019). *¿Cuáles tipos de roca existen?* Recuperado el 3 de Mayo de 2019, de Universidad de Costa Rica RSN: <https://rsn.ucr.ac.cr/documentos/educativos/geologia/2278-tipos-de-roca>
- Sanabria, R. (s.f.). *Capítulo 3 Estimación de la incertidumbre de medida*. Universidad de Costa Rica, Escuela de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, San José.

Schmid, W., & Lazos, R. (Mayo de 2000). *Guía para estimar la incertidumbre de la medición*. Obtenido de Centro Nacional de Metrología CENAM: [http://www.cenam.mx/publicaciones/gratuitas/descarga/default.aspx?arch=/GUIA\\_P\\_ESTIMAR\\_INCERTIDUMBRE\\_Med%202004\\_09\\_27.pdf](http://www.cenam.mx/publicaciones/gratuitas/descarga/default.aspx?arch=/GUIA_P_ESTIMAR_INCERTIDUMBRE_Med%202004_09_27.pdf)

Shields, A. (1936). *"Anwendung der Aechichkeits-Mechanic und der Turbuleng Forschung auf dir Geschiebewegung' Mitt Preussische," Versuchsanstalt für Wasserbau and Schiffbau*. Berlin, Germany (translated to English by W. P. ott and J. C. van Uchelen, Cali.

Snned, E. D., & Folk, R. L. (1958). Pebbles in the lower Colorado River, Texas: a study in particle morphogenesis. *Journal of Geology*, 114-150.

Sotelo, G. (2002). *Hidráulica de canales. Capítulo 5 del Manual de Ingeniería de Ríos*. México, D.F.: UNAM, Facultad de Ingeniería.

The International Association for the Properties of Water and Steam (IAPWS). (13 de Julio de 2000). *IAPWS has two thermodynamic property formulations. Which one should I use? What is the difference between the IAPWS-95 formulation "for general and scientific use" and the IAPWS-IF97 "industrial" formulation?* Obtenido de IAPWS: <http://iapws.org/faq2/twoform.html>

Universidad de Costa Rica. (Junio de 2020). *Condiciones Meteorológicas en la Fac. Ingeniería, UCR*. Obtenido de Meteoro: [http://meteoro.ucr.ac.cr/estaciones/ingenieria/fing\\_weather.html](http://meteoro.ucr.ac.cr/estaciones/ingenieria/fing_weather.html)

Vanoni, V. A.,ed.,. (2006). *Sedimentation Engineering*. Reston, Virginia: ASCE Manuals and Reports on Engineering Practice.

Wagner, W., & Pruß, A. (7 de Junio de 2002). The IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use. *J. Phys. Chem. Ref, XXXI(2)*, 387-535.

Working Group 1 of the Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM/WG 1). (Setiembre de 2008). *Evaluation of measurement data. Guide to the expression of uncertainty in measurement. GUM 1995 with minor corrections*. Obtenido de BIPM: [https://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM\\_100\\_2008\\_E.pdf](https://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf)

- Yalin, M. S. (1963). "An Expression for Bedload Transportation.". *Journal of the Hydraulic Division, ASCE, 89 (HY3)*, 221–250.
- Yalin, M., & Karahan, E. (1979). Inception of Sediment Transport. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 105*, 1433-1443.
- Zanoun, E. S., Durst, F., & Nagib, H. (4 de Setiembre de 2003). Evaluating of the wall in two-dimensional fully developed turbulent channel flows. *Physics of Fluids, 15(10)*, 3079–3089. doi:10.1063/1.1608010
- Zingg, T. (1935). *Beitrag zur Schotteranalyse*. Tesis doctoral. Universidad Técnica Federal de Zürich, Zürich.

## Apéndices

### Apéndice A. Cálculos para la selección de los tamaños de partícula a utilizar

Cuadro A - 1. Determinación de valores según el criterio de Shields y  $G_{bs} = 2,15$

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	h/D	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,060	0,5	2,00	No 10	1,4	0,028	0,034	17	0,016	0,004	0,037	74
0,060	0,5	2,36	No 8	1,6	0,033	0,041	17	0,016	0,006	0,040	94
0,060	0,5	3,35	No 6	2,3	0,046	0,066	20	0,017	0,011	0,048	160
0,060	0,5	4,00	No 5	2,7	0,055	0,086	21	0,017	0,016	0,052	208
0,060	0,5	4,75	No 4	3,2	0,066	0,114	24	0,017	0,023	0,057	269
0,060	0,5	6,30	1/4	4,3	0,087	0,199	32	0,017	0,050	0,065	411
0,060	0,5	8,00	5/16	5,4	0,110	0,387	48	0,016	0,119	0,074	589
0,060	0,5	9,00	3/8	6,1	0,124	0,633	70	0,022	0,159	0,078	702
0,060	1,0	2,00	No 10	1,4	0,014	0,015	8	0,018	0,002	0,037	74
0,060	1,0	2,36	No 8	1,6	0,016	0,018	8	0,018	0,002	0,040	94
0,060	1,0	3,35	No 6	2,3	0,023	0,027	8	0,019	0,004	0,048	160
0,060	1,0	4,00	No 5	2,7	0,028	0,034	8	0,019	0,005	0,052	208
0,060	1,0	4,75	No 4	3,2	0,033	0,042	9	0,019	0,007	0,057	269
0,060	1,0	6,30	1/4	4,3	0,043	0,060	10	0,020	0,012	0,065	411
0,060	1,0	8,00	5/16	5,4	0,055	0,086	11	0,020	0,019	0,074	589
0,060	1,0	9,00	3/8	6,1	0,062	0,104	12	0,020	0,025	0,078	702
0,060	1,5	2,00	No 10	1,4	0,009	0,010	5	0,019	0,001	0,037	74
0,060	1,5	2,36	No 8	1,6	0,011	0,012	5	0,019	0,001	0,040	94
0,060	1,5	3,35	No 6	2,3	0,015	0,017	5	0,020	0,002	0,048	160
0,060	1,5	4,00	No 5	2,7	0,018	0,021	5	0,020	0,003	0,052	208
0,060	1,5	4,75	No 4	3,2	0,022	0,025	5	0,021	0,004	0,057	269
0,060	1,5	6,30	1/4	4,3	0,029	0,036	6	0,022	0,006	0,065	411
0,060	1,5	8,00	5/16	5,4	0,037	0,048	6	0,022	0,009	0,074	589
0,060	1,5	9,00	3/8	6,1	0,041	0,057	6	0,022	0,012	0,078	702
0,060	2,0	2,00	No 10	1,4	0,007	0,007	4	0,020	0,001	0,037	74
0,060	2,0	2,36	No 8	1,6	0,008	0,009	4	0,020	0,001	0,040	94
0,060	2,0	3,35	No 6	2,3	0,012	0,012	4	0,021	0,001	0,048	160
0,060	2,0	4,00	No 5	2,7	0,014	0,015	4	0,022	0,002	0,052	208
0,060	2,0	4,75	No 4	3,2	0,016	0,018	4	0,022	0,002	0,057	269
0,060	2,0	6,30	1/4	4,3	0,022	0,025	4	0,023	0,004	0,065	411
0,060	2,0	8,00	5/16	5,4	0,028	0,034	4	0,023	0,006	0,074	589
0,060	2,0	9,00	3/8	6,1	0,031	0,039	4	0,024	0,007	0,078	702

Cuadro A - 1. Determinación de valores según el criterio de Shields y  $G_{bs} = 2,15$  (Cont.)

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	h/D	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,060	2,5	2,00	No 10	1,4	0,006	0,006	3	0,021	0,000	0,037	74
0,060	2,5	2,36	No 8	1,6	0,007	0,007	3	0,021	0,001	0,040	94
0,060	2,5	3,35	No 6	2,3	0,009	0,010	3	0,022	0,001	0,048	160
0,060	2,5	4,00	No 5	2,7	0,011	0,012	3	0,023	0,001	0,052	208
0,060	2,5	4,75	No 4	3,2	0,013	0,014	3	0,023	0,002	0,057	269
0,060	2,5	6,30	1/4	4,3	0,017	0,020	3	0,024	0,003	0,065	411
0,060	2,5	8,00	5/16	5,4	0,022	0,026	3	0,025	0,004	0,074	589
0,060	2,5	9,00	3/8	6,1	0,025	0,030	3	0,025	0,005	0,078	702

Cuadro A - 2. Determinación de valores según el criterio de Shields y  $G_{bs} = 2,65$ 

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	h/D	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,060	0,5	2,00	No 10	1,9	0,040	0,053	27	0,016	0,009	0,044	88
0,060	0,5	2,36	No 8	2,3	0,047	0,067	28	0,016	0,012	0,048	113
0,060	0,5	3,35	No 6	3,3	0,066	0,116	35	0,016	0,026	0,057	191
0,060	0,5	4,00	No 5	3,9	0,079	0,163	41	0,016	0,041	0,062	249
0,060	0,5	4,75	No 4	4,6	0,094	0,240	51	0,020	0,056	0,068	323
0,060	0,5	6,30	1/4	6,1	0,125	0,648	103	0,020	0,173	0,078	493
0,060	0,5	8,00	5/16	7,8	0,158	-6,275	-	-	-	-	-
0,060	0,5	9,00	3/8	8,7	0,178	-1,162	-	-	-	-	-
0,060	1,0	2,00	No 10	1,9	0,020	0,023	11	0,017	0,003	0,044	88
0,060	1,0	2,36	No 8	2,3	0,023	0,028	12	0,017	0,004	0,048	113
0,060	1,0	3,35	No 6	3,3	0,033	0,042	13	0,018	0,008	0,057	191
0,060	1,0	4,00	No 5	3,9	0,040	0,053	13	0,018	0,011	0,062	249
0,060	1,0	4,75	No 4	4,6	0,047	0,068	14	0,018	0,015	0,068	323
0,060	1,0	6,30	1/4	6,1	0,062	0,105	17	0,019	0,027	0,078	493
0,060	1,0	8,00	5/16	7,8	0,079	0,163	20	0,018	0,050	0,088	705
0,060	1,0	9,00	3/8	8,7	0,089	0,210	23	0,018	0,071	0,093	841
0,060	1,5	2,00	No 10	1,9	0,013	0,014	7	0,018	0,002	0,044	88
0,060	1,5	2,36	No 8	2,3	0,016	0,017	7	0,018	0,002	0,048	113
0,060	1,5	3,35	No 6	3,3	0,022	0,026	8	0,019	0,004	0,057	191
0,060	1,5	4,00	No 5	3,9	0,026	0,032	8	0,019	0,006	0,062	249
0,060	1,5	4,75	No 4	4,6	0,031	0,039	8	0,020	0,008	0,068	323
0,060	1,5	6,30	1/4	6,1	0,042	0,057	9	0,020	0,013	0,078	493
0,060	1,5	8,00	5/16	7,8	0,053	0,080	10	0,020	0,021	0,088	705
0,060	1,5	9,00	3/8	8,7	0,059	0,097	11	0,020	0,027	0,093	841
0,060	2,0	2,00	No 10	1,9	0,010	0,011	5	0,018	0,001	0,044	88
0,060	2,0	2,36	No 8	2,3	0,012	0,013	5	0,019	0,002	0,048	113
0,060	2,0	3,35	No 6	3,3	0,017	0,019	6	0,020	0,003	0,057	191
0,060	2,0	4,00	No 5	3,9	0,020	0,023	6	0,020	0,004	0,062	249
0,060	2,0	4,75	No 4	4,6	0,024	0,028	6	0,021	0,005	0,068	323

Cuadro A - 2. Determinación de valores según el criterio de Shields y  $G_{bs} = 2,65$  (Cont.)

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	h/D	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,060	2,0	6,30	1/4	6,1	0,031	0,039	6	0,021	0,008	0,078	493
0,060	2,0	8,00	5/16	7,8	0,040	0,053	7	0,022	0,012	0,088	705
0,060	2,0	9,00	3/8	8,7	0,045	0,063	7	0,022	0,016	0,093	841
0,060	2,5	2,00	No 10	1,9	0,008	0,008	4	0,019	0,001	0,044	88
0,060	2,5	2,36	No 8	2,3	0,009	0,010	4	0,020	0,001	0,048	113
0,060	2,5	3,35	No 6	3,3	0,013	0,015	4	0,021	0,002	0,057	191
0,060	2,5	4,00	No 5	3,9	0,016	0,018	4	0,021	0,003	0,062	249
0,060	2,5	4,75	No 4	4,6	0,019	0,021	5	0,021	0,003	0,068	323
0,060	2,5	6,30	1/4	6,1	0,025	0,030	5	0,022	0,006	0,078	493
0,060	2,5	8,00	5/16	7,8	0,032	0,040	5	0,023	0,009	0,088	705
0,060	2,5	9,00	3/8	8,7	0,036	0,046	5	0,023	0,011	0,093	841

Cuadro A - 3. Determinación de valores según criterio de Gessler y  $G_{bs} = 2,15$ 

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	h/D	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,060	0,5	2,00	No 10	1,0	0,021	0,025	12	0,017	0,002	0,032	64
0,060	0,5	2,36	No 8	1,2	0,025	0,030	13	0,017	0,003	0,035	83
0,060	0,5	3,35	No 6	1,7	0,035	0,046	14	0,018	0,006	0,042	140
0,060	0,5	4,00	No 5	2,1	0,042	0,058	15	0,018	0,009	0,046	182
0,060	0,5	4,75	No 4	2,5	0,050	0,074	16	0,018	0,012	0,050	236
0,060	0,5	6,30	1/4	3,3	0,067	0,117	19	0,018	0,023	0,057	360
0,060	0,5	8,00	5/16	4,2	0,085	0,187	23	0,018	0,044	0,064	515
0,060	0,5	9,00	3/8	4,7	0,095	0,248	28	0,018	0,063	0,068	615
0,060	1,0	2,00	No 10	1,0	0,011	0,011	6	0,018	0,001	0,032	64
0,060	1,0	2,36	No 8	1,2	0,012	0,014	6	0,019	0,001	0,035	83
0,060	1,0	3,35	No 6	1,7	0,018	0,020	6	0,020	0,002	0,042	140
0,060	1,0	4,00	No 5	2,1	0,021	0,025	6	0,020	0,003	0,046	182
0,060	1,0	4,75	No 4	2,5	0,025	0,030	6	0,020	0,004	0,050	236
0,060	1,0	6,30	1/4	3,3	0,033	0,042	7	0,021	0,006	0,057	360
0,060	1,0	8,00	5/16	4,2	0,042	0,058	7	0,021	0,010	0,064	515
0,060	1,0	9,00	3/8	4,7	0,048	0,069	8	0,021	0,013	0,068	615
0,060	1,5	2,00	No 10	1,0	0,007	0,007	4	0,019	0,001	0,032	64
0,060	1,5	2,36	No 8	1,2	0,008	0,009	4	0,020	0,001	0,035	83
0,060	1,5	3,35	No 6	1,7	0,012	0,013	4	0,021	0,001	0,042	140
0,060	1,5	4,00	No 5	2,1	0,014	0,016	4	0,022	0,002	0,046	182
0,060	1,5	4,75	No 4	2,5	0,017	0,019	4	0,022	0,002	0,050	236
0,060	1,5	6,30	1/4	3,3	0,022	0,026	4	0,023	0,003	0,057	360
0,060	1,5	8,00	5/16	4,2	0,028	0,035	4	0,023	0,005	0,064	515
0,060	1,5	9,00	3/8	4,7	0,032	0,040	4	0,024	0,006	0,068	615

Cuadro A - 3. Determinación de valores según criterio de Gessler y  $G_{bs} = 2,15$  (Cont.)

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	h/D	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,060	2,0	2,00	No 10	1,0	0,005	0,005	3	0,021	0,000	0,032	64
0,060	2,0	2,36	No 8	1,2	0,006	0,007	3	0,021	0,000	0,035	83
0,060	2,0	3,35	No 6	1,7	0,009	0,009	3	0,022	0,001	0,042	140
0,060	2,0	4,00	No 5	2,1	0,011	0,011	3	0,023	0,001	0,046	182
0,060	2,0	4,75	No 4	2,5	0,013	0,014	3	0,023	0,001	0,050	236
0,060	2,0	6,30	1/4	3,3	0,017	0,019	3	0,024	0,002	0,057	360
0,060	2,0	8,00	5/16	4,2	0,021	0,025	3	0,025	0,003	0,064	515
0,060	2,0	9,00	3/8	4,7	0,024	0,028	3	0,025	0,004	0,068	615
0,060	2,5	2,00	No 10	1,0	0,004	0,004	2	0,022	0,000	0,032	64
0,060	2,5	2,36	No 8	1,2	0,005	0,005	2	0,022	0,000	0,035	83
0,060	2,5	3,35	No 6	1,7	0,007	0,007	2	0,024	0,001	0,042	140
0,060	2,5	4,00	No 5	2,1	0,008	0,009	2	0,024	0,001	0,046	182
0,060	2,5	4,75	No 4	2,5	0,010	0,011	2	0,025	0,001	0,050	236
0,060	2,5	6,30	1/4	3,3	0,013	0,015	2	0,026	0,002	0,057	360
0,060	2,5	8,00	5/16	4,2	0,017	0,019	2	0,027	0,002	0,064	515
0,060	2,5	9,00	3/8	4,7	0,019	0,022	2	0,027	0,003	0,068	615

Cuadro A - 4. Determinación de valores según criterio de Gessler y  $G_{bs} = 2,65$ 

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	h/D	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,060	0,5	2,00	No 10	1,5	0,030	0,038	19	0,016	0,005	0,039	77
0,060	0,5	2,36	No 8	1,8	0,036	0,047	20	0,016	0,007	0,042	99
0,060	0,5	3,35	No 6	2,5	0,051	0,076	23	0,017	0,014	0,050	167
0,060	0,5	4,00	No 5	3,0	0,061	0,100	25	0,017	0,020	0,055	218
0,060	0,5	4,75	No 4	3,5	0,072	0,135	28	0,017	0,030	0,059	282
0,060	0,5	6,30	1/4	4,7	0,096	0,251	40	0,017	0,069	0,068	431
0,060	0,5	8,00	5/16	6,0	0,121	0,568	71	0,021	0,143	0,077	617
0,060	0,5	9,00	3/8	6,7	0,137	1,181	131	0,022	0,315	0,082	737
0,060	1,0	2,00	No 10	1,5	0,015	0,017	8	0,017	0,002	0,039	77
0,060	1,0	2,36	No 8	1,8	0,018	0,020	9	0,018	0,002	0,042	99
0,060	1,0	3,35	No 6	2,5	0,025	0,030	9	0,018	0,004	0,050	167
0,060	1,0	4,00	No 5	3,0	0,030	0,038	9	0,019	0,006	0,055	218
0,060	1,0	4,75	No 4	3,5	0,036	0,047	10	0,019	0,008	0,059	282
0,060	1,0	6,30	1/4	4,7	0,048	0,069	11	0,020	0,014	0,068	431
0,060	1,0	8,00	5/16	6,0	0,061	0,100	13	0,020	0,024	0,077	617
0,060	1,0	9,00	3/8	6,7	0,068	0,122	14	0,020	0,032	0,082	737
0,060	1,5	2,00	No 10	1,5	0,010	0,011	5	0,018	0,001	0,039	77
0,060	1,5	2,36	No 8	1,8	0,012	0,013	5	0,019	0,001	0,042	99
0,060	1,5	3,35	No 6	2,5	0,017	0,019	6	0,020	0,002	0,050	167
0,060	1,5	4,00	No 5	3,0	0,020	0,023	6	0,020	0,003	0,055	218
0,060	1,5	4,75	No 4	3,5	0,024	0,028	6	0,021	0,004	0,059	282

Cuadro A – 4. Determinación de valores según criterio de Gessler y  $G_{bs} = 2,65$  (Cont.)

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	h/D	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,060	1,5	6,30	1/4	4,7	0,032	0,040	6	0,021	0,007	0,068	431
0,060	1,5	8,00	5/16	6,0	0,040	0,055	7	0,022	0,011	0,077	617
0,060	1,5	9,00	3/8	6,7	0,046	0,065	7	0,022	0,014	0,082	737
0,060	2,0	2,00	No 10	1,5	0,008	0,008	4	0,019	0,001	0,039	77
0,060	2,0	2,36	No 8	1,8	0,009	0,010	4	0,020	0,001	0,042	99
0,060	2,0	3,35	No 6	2,5	0,013	0,014	4	0,021	0,002	0,050	167
0,060	2,0	4,00	No 5	3,0	0,015	0,017	4	0,021	0,002	0,055	218
0,060	2,0	4,75	No 4	3,5	0,018	0,020	4	0,022	0,003	0,059	282
0,060	2,0	6,30	1/4	4,7	0,024	0,028	4	0,022	0,005	0,068	431
0,060	2,0	8,00	5/16	6,0	0,030	0,038	5	0,023	0,007	0,077	617
0,060	2,0	9,00	3/8	6,7	0,034	0,044	5	0,023	0,009	0,082	737
0,060	2,5	2,00	No 10	1,5	0,006	0,006	3	0,020	0,001	0,039	77
0,060	2,5	2,36	No 8	1,8	0,007	0,008	3	0,021	0,001	0,042	99
0,060	2,5	3,35	No 6	2,5	0,010	0,011	3	0,022	0,001	0,050	167
0,060	2,5	4,00	No 5	3,0	0,012	0,013	3	0,022	0,002	0,055	218
0,060	2,5	4,75	No 4	3,5	0,014	0,016	3	0,023	0,002	0,059	282
0,060	2,5	6,30	1/4	4,7	0,019	0,022	3	0,024	0,003	0,068	431
0,060	2,5	8,00	5/16	6,0	0,024	0,029	4	0,024	0,005	0,077	617
0,060	2,5	9,00	3/8	6,7	0,027	0,033	4	0,024	0,006	0,082	737

Cuadro A - 5. Determinación de valores según criterio de Neill y  $G_{bs} = 2,15$ 

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	h/D	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,060	0,5	2,00	No 10	0,7	0,014	0,015	8	0,018	0,001	0,026	52
0,060	0,5	2,36	No 8	0,8	0,016	0,018	8	0,018	0,001	0,028	67
0,060	0,5	3,35	No 6	1,1	0,023	0,027	8	0,019	0,003	0,034	113
0,060	0,5	4,00	No 5	1,4	0,028	0,034	8	0,019	0,004	0,037	147
0,060	0,5	4,75	No 4	1,6	0,033	0,042	9	0,019	0,005	0,040	190
0,060	0,5	6,30	1/4	2,1	0,043	0,060	10	0,020	0,008	0,046	291
0,060	0,5	8,00	5/16	2,7	0,055	0,086	11	0,020	0,014	0,052	416
0,060	0,5	9,00	3/8	3,0	0,062	0,104	12	0,020	0,018	0,055	497
0,060	1,0	2,00	No 10	0,7	0,007	0,007	4	0,020	0,000	0,026	52
0,060	1,0	2,36	No 8	0,8	0,008	0,009	4	0,020	0,001	0,028	67
0,060	1,0	3,35	No 6	1,1	0,012	0,012	4	0,021	0,001	0,034	113
0,060	1,0	4,00	No 5	1,4	0,014	0,015	4	0,022	0,001	0,037	147
0,060	1,0	4,75	No 4	1,6	0,016	0,018	4	0,022	0,002	0,040	190
0,060	1,0	6,30	1/4	2,1	0,022	0,025	4	0,023	0,003	0,046	291
0,060	1,0	8,00	5/16	2,7	0,028	0,034	4	0,023	0,004	0,052	416
0,060	1,0	9,00	3/8	3,0	0,031	0,039	4	0,024	0,005	0,055	497

Cuadro A – 5. Determinación de valores según criterio de Neill y  $G_{bs} = 2,15$  (Cont.)

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	h/D	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,060	1,5	2,00	No 10	0,7	0,005	0,005	2	0,021	0,000	0,026	52
0,060	1,5	2,36	No 8	0,8	0,005	0,006	2	0,022	0,000	0,028	67
0,060	1,5	3,35	No 6	1,1	0,008	0,008	2	0,023	0,001	0,034	113
0,060	1,5	4,00	No 5	1,4	0,009	0,010	2	0,024	0,001	0,037	147
0,060	1,5	4,75	No 4	1,6	0,011	0,012	2	0,024	0,001	0,040	190
0,060	1,5	6,30	1/4	2,1	0,014	0,016	3	0,025	0,001	0,046	291
0,060	1,5	8,00	5/16	2,7	0,018	0,021	3	0,026	0,002	0,052	416
0,060	1,5	9,00	3/8	3,0	0,021	0,024	3	0,026	0,003	0,055	497
0,060	2,0	2,00	No 10	0,7	0,003	0,004	2	0,023	0,000	0,026	52
0,060	2,0	2,36	No 8	0,8	0,004	0,004	2	0,024	0,000	0,028	67
0,060	2,0	3,35	No 6	1,1	0,006	0,006	2	0,025	0,000	0,034	113
0,060	2,0	4,00	No 5	1,4	0,007	0,007	2	0,026	0,000	0,037	147
0,060	2,0	4,75	No 4	1,6	0,008	0,009	2	0,026	0,001	0,040	190
0,060	2,0	6,30	1/4	2,1	0,011	0,012	2	0,027	0,001	0,046	291
0,060	2,0	8,00	5/16	2,7	0,014	0,015	2	0,028	0,001	0,052	416
0,060	2,0	9,00	3/8	3,0	0,016	0,017	2	0,029	0,002	0,055	497
0,060	2,5	2,00	No 10	0,7	0,003	0,003	1	0,025	0,000	0,026	52
0,060	2,5	2,36	No 8	0,8	0,003	0,003	1	0,026	0,000	0,028	67
0,060	2,5	3,35	No 6	1,1	0,005	0,005	1	0,027	0,000	0,034	113
0,060	2,5	4,00	No 5	1,4	0,006	0,006	1	0,028	0,000	0,037	147
0,060	2,5	4,75	No 4	1,6	0,007	0,007	1	0,028	0,000	0,040	190
0,060	2,5	6,30	1/4	2,1	0,009	0,009	1	0,030	0,001	0,046	291
0,060	2,5	8,00	5/16	2,7	0,011	0,012	1	0,031	0,001	0,052	416
0,060	2,5	9,00	3/8	3,0	0,012	0,014	2	0,031	0,001	0,055	497

Cuadro A - 6. Determinación de valores según criterio de Neill y  $G_{bs} = 2,65$ 

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	h/D	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,060	0,5	2,00	No 10	1,0	0,020	0,023	11	0,017	0,002	0,031	62
0,060	0,5	2,36	No 8	1,1	0,023	0,028	12	0,017	0,003	0,034	80
0,060	0,5	3,35	No 6	1,6	0,033	0,042	13	0,018	0,005	0,040	135
0,060	0,5	4,00	No 5	1,9	0,040	0,053	13	0,018	0,007	0,044	176
0,060	0,5	4,75	No 4	2,3	0,047	0,068	14	0,018	0,011	0,048	228
0,060	0,5	6,30	1/4	3,1	0,062	0,105	17	0,019	0,019	0,055	348
0,060	0,5	8,00	5/16	3,9	0,079	0,163	20	0,018	0,036	0,062	499
0,060	0,5	9,00	3/8	4,4	0,089	0,210	23	0,018	0,050	0,066	595
0,060	1,0	2,00	No 10	1,0	0,010	0,011	5	0,018	0,001	0,031	62
0,060	1,0	2,36	No 8	1,1	0,012	0,013	5	0,019	0,001	0,034	80
0,060	1,0	3,35	No 6	1,6	0,017	0,019	6	0,020	0,002	0,040	135
0,060	1,0	4,00	No 5	1,9	0,020	0,023	6	0,020	0,003	0,044	176
0,060	1,0	4,75	No 4	2,3	0,024	0,028	6	0,021	0,003	0,048	228

Cuadro A – 6. Determinación de valores según criterio de Neill y  $G_{bs} = 2,65$  (Cont.)

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	h/D	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,060	1,0	6,30	1/4	3,1	0,031	0,039	6	0,021	0,006	0,055	348
0,060	1,0	8,00	5/16	3,9	0,040	0,053	7	0,022	0,009	0,062	499
0,060	1,0	9,00	3/8	4,4	0,045	0,063	7	0,022	0,011	0,066	595
0,060	1,5	2,00	No 10	1,0	0,007	0,007	3	0,020	0,000	0,031	62
0,060	1,5	2,36	No 8	1,1	0,008	0,008	3	0,020	0,001	0,034	80
0,060	1,5	3,35	No 6	1,6	0,011	0,012	4	0,021	0,001	0,040	135
0,060	1,5	4,00	No 5	1,9	0,013	0,014	4	0,022	0,001	0,044	176
0,060	1,5	4,75	No 4	2,3	0,016	0,017	4	0,022	0,002	0,048	228
0,060	1,5	6,30	1/4	3,1	0,021	0,024	4	0,023	0,003	0,055	348
0,060	1,5	8,00	5/16	3,9	0,026	0,032	4	0,024	0,005	0,062	499
0,060	1,5	9,00	3/8	4,4	0,030	0,037	4	0,024	0,006	0,066	595
0,060	2,0	2,00	No 10	1,0	0,005	0,005	3	0,021	0,000	0,031	62
0,060	2,0	2,36	No 8	1,1	0,006	0,006	3	0,022	0,000	0,034	80
0,060	2,0	3,35	No 6	1,6	0,008	0,009	3	0,023	0,001	0,040	135
0,060	2,0	4,00	No 5	1,9	0,010	0,011	3	0,023	0,001	0,044	176
0,060	2,0	4,75	No 4	2,3	0,012	0,013	3	0,024	0,001	0,048	228
0,060	2,0	6,30	1/4	3,1	0,016	0,017	3	0,025	0,002	0,055	348
0,060	2,0	8,00	5/16	3,9	0,020	0,023	3	0,025	0,003	0,062	499
0,060	2,0	9,00	3/8	4,4	0,022	0,026	3	0,026	0,003	0,066	595
0,060	2,5	2,00	No 10	1,0	0,004	0,004	2	0,022	0,000	0,031	62
0,060	2,5	2,36	No 8	1,1	0,005	0,005	2	0,023	0,000	0,034	80
0,060	2,5	3,35	No 6	1,6	0,007	0,007	2	0,024	0,000	0,040	135
0,060	2,5	4,00	No 5	1,9	0,008	0,008	2	0,025	0,001	0,044	176
0,060	2,5	4,75	No 4	2,3	0,009	0,010	2	0,025	0,001	0,048	228
0,060	2,5	6,30	1/4	3,1	0,012	0,014	2	0,026	0,001	0,055	348
0,060	2,5	8,00	5/16	3,9	0,016	0,018	2	0,027	0,002	0,062	499
0,060	2,5	9,00	3/8	4,4	0,018	0,020	2	0,027	0,002	0,066	595

## Apéndice B. Granulometría y densidad de los materiales preseleccionados

Cuadro B - 1. Análisis granulométrico del material gris

Peso inicial de la muestra (g)		2296,20			
Tamiz	Abertura (mm)	Peso retenido	Retenido (%)	Retenido acumulado (%)	Pasando (%)
3/8	9,00	10,7	0,5	0,5	99,5
5/16	8,00	107,3	4,7	5,1	94,9
1/4	6,30	424,3	18,4	23,6	76,4
No 4	4,75	687,0	29,9	53,4	46,6
No 5	4,00	480,9	20,9	74,3	25,7
No 6	3,35	308,1	13,4	87,7	12,3
No8	2,36	209,0	9,1	96,8	3,2
No10	2,00	18,0	0,8	97,6	2,4
No 16	1,18	6,9	0,3	97,9	2,1
Charola	-	48,8	2,1	100,0	0,0
Total (g)		2301,00			
Diferencia entre masa inicial y masa retenida total:			0,21%		

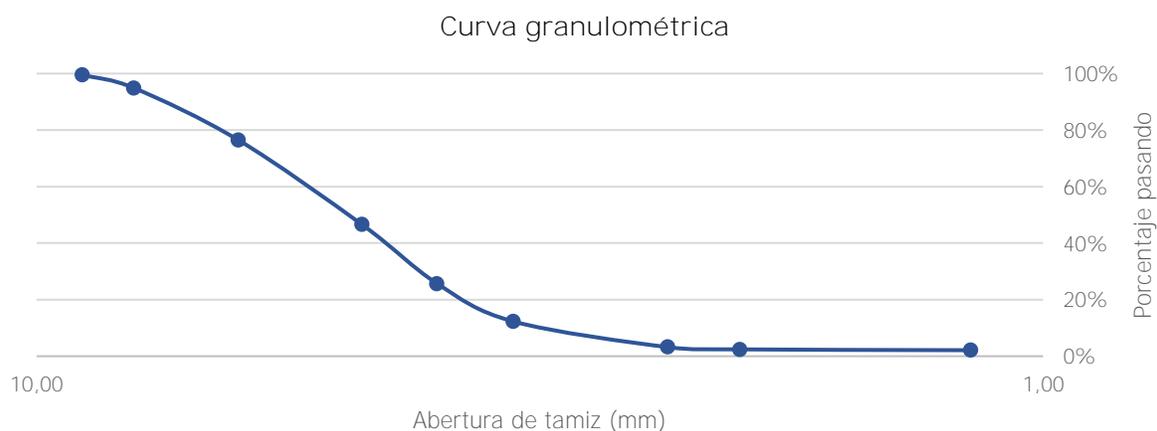


Figura B - 1. Curva granulométrica de material gris

Cuadro B - 2. Determinación de densidades y absorción del material gris

Peso SSS (g)	2060.70	Densidad relativa seca	2.35
Peso sumergido (g)	1225.30	Densidad relativa SSS	2.47
Peso seco (g)	1965.40	Densidad relativa aparente	1.60
		Absorción	5%

Cuadro B - 3. Análisis granulométrico del material rojo

Peso inicial de la muestra (g)		1935,50			
Tamiz	Abertura (mm)	Peso retenido	Retenido (%)	Retenido acumulado (%)	Pasando (%)
3/8	9,00	0,0	0,0	0,0	100,0
5/16	8,00	0,0	0,0	0,0	100,0
1/4	6,30	0,0	0,0	0,0	100,0
No 4	4,75	171,9	8,9	8,9	91,1
No 5	4,00	305,6	15,8	24,7	75,3
No 6	3,35	244,8	12,7	37,4	62,6
No8	2,36	523,7	27,1	64,4	35,6
No10	2,00	242,1	12,5	77,0	23,0
No 16	1,18	251,7	13,0	90,0	10,0
Charola	-	193,7	10,0	100,0	0,0
Total (g)		1933,50			
Diferencia entre masa inicial y masa retenida total:			0,10%		

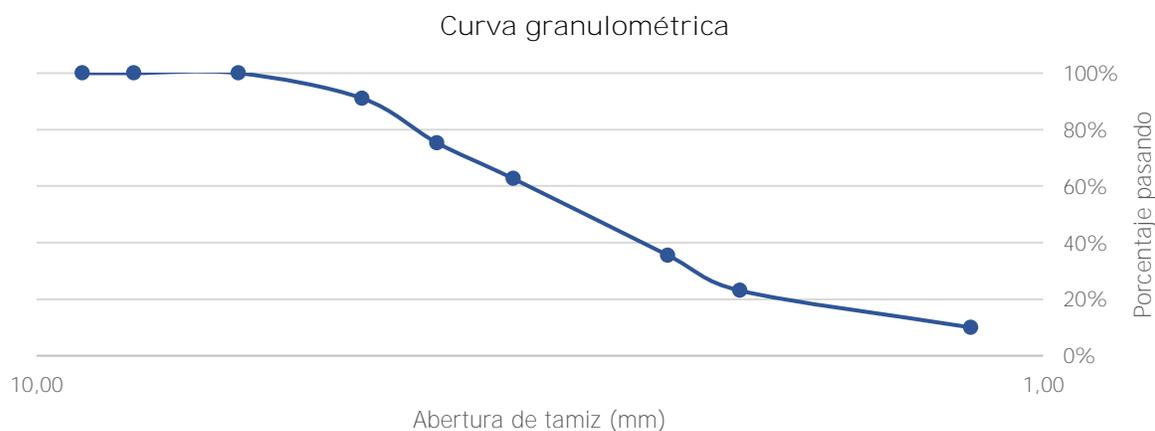


Figura B - 2. Curva granulométrica de material rojo

Cuadro B - 4. Determinación de densidades y absorción del material rojo

Peso SSS (g)	495,70	Densidad relativa seca	1,89
Picnómetro + agua (g)	660,60	Densidad relativa SSS	2,15
Picnómetro + agua + agregado (g)	925,80	Densidad relativa aparente	2,92
Picnómetro (g)	162,30	Absorción	14%
Cápsula (g)	123,20		
Cápsula + seco (g)	558,00		
Peso seco (g)	434,80		

Cuadro B - 5. Análisis granulométrico del material blanco

Peso inicial de la muestra (g)		2319,00			
Tamiz	Abertura (mm)	Peso retenido	Retenido (%)	Retenido acumulado (%)	Pasando (%)
3/8	9,00	0,0	0,0	0,0	100,0
5/16	8,00	0,0	0,0	0,0	100,0
1/4	6,30	0,4	0,0	0,0	100,0
No 4	4,75	16,4	0,7	0,7	99,3
No 5	4,00	308,3	13,3	14,0	86,0
No 6	3,35	440,6	19,0	33,0	67,0
No 8	2,36	1138,6	49,1	82,1	17,9
No 10	2,00	331,6	14,3	96,4	3,6
No 16	1,18	59,7	2,6	98,9	1,1
Charola	-	24,5	1,1	100,0	0,0
Total (g)		2320,10			
Diferencia entre masa inicial y masa retenida total:			0,05%		

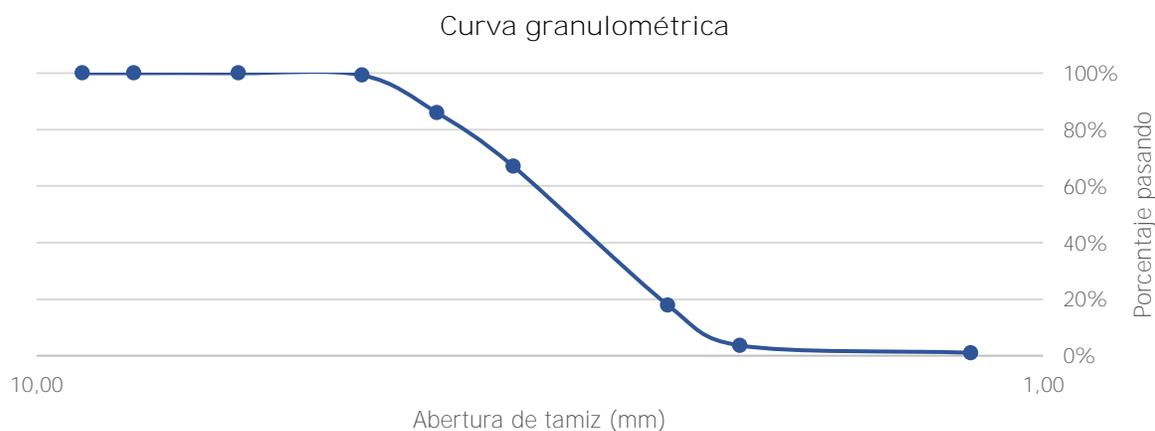


Figura B - 3. Curva granulométrica de material blanco

Cuadro B - 6. Determinación de densidades y absorción del material blanco

Peso SSS (g)	501,00	Densidad relativa seca	2,59
Picnómetro + agua (g)	660,60	Densidad relativa SSS	2,63
Picnómetro + agua + agregado (g)	971,30	Densidad relativa aparente	2,75
Picnómetro (g)	162,30	Absorción	2%
Cápsula (g)	166,20		
Cápsula + seco (g)	658,80		
Peso seco (g)	492,60		

Apéndice C. Estimación de las condiciones necesarias para generar el transporte incipiente del material seleccionado

Cuadro C - 1. Estimación de condiciones en transporte incipiente del material según el criterio de Shields, de acuerdo con la densidad relativa seca de la muestra combinada

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	Retenido (%)	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,060	0,5	2,36	No 10	0,8	1,9	0,038	0,051	0,016	0,008	0,043	102
0,060	0,5	3,35	No 8	9,1	2,7	0,054	0,084	0,017	0,016	0,052	173
0,060	0,5	4,00	No 6	13,4	3,2	0,065	0,112	0,017	0,024	0,056	226
0,060	0,5	4,75	No 5	20,9	3,8	0,077	0,154	0,017	0,037	0,061	292
0,060	0,5	6,30	No 4	29,9	5,0	0,102	0,302	0,016	0,089	0,071	446
0,060	0,5	8,00	1/4	18,4	6,4	0,130	0,814	0,021	0,214	0,080	638
0,060	0,5	9,00	5/16	4,7	7,2	0,146	2,682	0,022	0,749	0,085	762
0,060	1,0	2,36	No 10	0,8	1,9	0,02	0,022	0,018	0,003	0,043	102
0,060	1,0	3,35	No 8	9,1	2,7	0,03	0,033	0,018	0,005	0,052	173
0,060	1,0	4,00	No 6	13,4	3,2	0,03	0,041	0,019	0,007	0,056	226
0,060	1,0	4,75	No 5	20,9	3,8	0,04	0,051	0,019	0,010	0,061	292
0,060	1,0	6,30	No 4	29,9	5,0	0,05	0,076	0,019	0,017	0,071	446
0,060	1,0	8,00	1/4	18,4	6,4	0,06	0,112	0,019	0,029	0,080	638
0,060	1,0	9,00	5/16	4,7	7,2	0,07	0,139	0,019	0,039	0,085	762
0,060	1,5	2,36	No 10	0,8	1,9	0,01	0,014	0,019	0,002	0,043	102
0,060	1,5	3,35	No 8	9,1	2,7	0,02	0,021	0,019	0,003	0,052	173
0,060	1,5	4,00	No 6	13,4	3,2	0,02	0,025	0,020	0,004	0,056	226
0,060	1,5	4,75	No 5	20,9	3,8	0,03	0,031	0,020	0,005	0,061	292
0,060	1,5	6,30	No 4	29,9	5,0	0,03	0,044	0,021	0,008	0,071	446
0,060	1,5	8,00	1/4	18,4	6,4	0,04	0,060	0,021	0,013	0,080	638
0,060	1,5	9,00	5/16	4,7	7,2	0,05	0,071	0,021	0,017	0,085	762
0,060	2,0	2,36	No 10	0,8	1,9	0,01	0,010	0,019	0,001	0,043	102
0,060	2,0	3,35	No 8	9,1	2,7	0,01	0,015	0,020	0,002	0,052	173
0,060	2,0	4,00	No 6	13,4	3,2	0,02	0,018	0,021	0,002	0,056	226
0,060	2,0	4,75	No 5	20,9	3,8	0,02	0,022	0,021	0,003	0,061	292
0,060	2,0	6,30	No 4	29,9	5,0	0,03	0,031	0,022	0,005	0,071	446
0,060	2,0	8,00	1/4	18,4	6,4	0,03	0,041	0,023	0,008	0,080	638
0,060	2,0	9,00	5/16	4,7	7,2	0,04	0,048	0,023	0,010	0,085	762
0,060	2,5	2,36	No 10	0,8	1,9	0,01	0,008	0,020	0,001	0,043	102
0,060	2,5	3,35	No 8	9,1	2,7	0,01	0,012	0,021	0,001	0,052	173
0,060	2,5	4,00	No 6	13,4	3,2	0,01	0,014	0,022	0,002	0,056	226
0,060	2,5	4,75	No 5	20,9	3,8	0,02	0,017	0,022	0,002	0,061	292
0,060	2,5	6,30	No 4	29,9	5,0	0,02	0,024	0,023	0,004	0,071	446
0,060	2,5	8,00	1/4	18,4	6,4	0,03	0,031	0,024	0,006	0,080	638
0,060	2,5	9,00	5/16	4,7	7,2	0,03	0,036	0,024	0,007	0,085	762

Cuadro C - 2. Estimación de condiciones en transporte incipiente del material según el criterio de Gessler, de acuerdo con la densidad relativa seca de la muestra combinada

$\tau^*$	i (%)	D (mm)	Tamiz	Retenido (%)	$\tau_b$ (N/m <sup>2</sup> )	R (m)	h (m)	n (s/m <sup>1/3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	u* (m/s)	Re
0,046	0,5	2,36	No 10	0,8	1,4	0,029	0,036	0,017	0,005	0,012	29
0,046	0,5	3,35	No 8	9,1	2,0	0,042	0,057	0,017	0,009	0,014	48
0,046	0,5	4,00	No 6	13,4	2,4	0,050	0,073	0,017	0,012	0,016	63
0,046	0,5	4,75	No 5	20,9	2,9	0,059	0,096	0,018	0,018	0,017	82
0,046	0,5	6,30	No 4	29,9	3,8	0,078	0,159	0,018	0,036	0,020	125
0,046	0,5	8,00	1/4	18,4	4,9	0,100	0,280	0,017	0,077	0,022	178
0,046	0,5	9,00	5/16	4,7	5,5	0,112	0,407	0,017	0,124	0,024	213
0,046	1,0	2,36	No 10	0,8	1,4	0,01	0,016	0,018	0,002	0,012	29
0,046	1,0	3,35	No 8	9,1	2,0	0,02	0,024	0,019	0,003	0,014	48
0,046	1,0	4,00	No 6	13,4	2,4	0,02	0,030	0,019	0,004	0,016	63
0,046	1,0	4,75	No 5	20,9	2,9	0,03	0,037	0,020	0,005	0,017	82
0,046	1,0	6,30	No 4	29,9	3,8	0,04	0,053	0,020	0,009	0,020	125
0,046	1,0	8,00	1/4	18,4	4,9	0,05	0,073	0,021	0,015	0,022	178
0,046	1,0	9,00	5/16	4,7	5,5	0,06	0,088	0,021	0,019	0,024	213
0,046	1,5	2,36	No 10	0,8	1,4	0,01	0,010	0,019	0,001	0,012	29
0,046	1,5	3,35	No 8	9,1	2,0	0,01	0,015	0,020	0,002	0,014	48
0,046	1,5	4,00	No 6	13,4	2,4	0,02	0,019	0,021	0,002	0,016	63
0,046	1,5	4,75	No 5	20,9	2,9	0,02	0,023	0,021	0,003	0,017	82
0,046	1,5	6,30	No 4	29,9	3,8	0,03	0,031	0,022	0,005	0,020	125
0,046	1,5	8,00	1/4	18,4	4,9	0,03	0,042	0,022	0,007	0,022	178
0,046	1,5	9,00	5/16	4,7	5,5	0,04	0,049	0,023	0,009	0,024	213
0,046	2,0	2,36	No 10	0,8	1,4	0,01	0,008	0,020	0,001	0,012	29
0,046	2,0	3,35	No 8	9,1	2,0	0,01	0,011	0,022	0,001	0,014	48
0,046	2,0	4,00	No 6	13,4	2,4	0,01	0,014	0,022	0,001	0,016	63
0,046	2,0	4,75	No 5	20,9	2,9	0,01	0,016	0,023	0,002	0,017	82
0,046	2,0	6,30	No 4	29,9	3,8	0,02	0,022	0,023	0,003	0,020	125
0,046	2,0	8,00	1/4	18,4	4,9	0,02	0,030	0,024	0,005	0,022	178
0,046	2,0	9,00	5/16	4,7	5,5	0,03	0,034	0,024	0,006	0,024	213
0,046	2,5	2,36	No 10	0,8	1,4	0,01	0,006	0,022	0,000	0,012	29
0,046	2,5	3,35	No 8	9,1	2,0	0,01	0,009	0,023	0,001	0,014	48
0,046	2,5	4,00	No 6	13,4	2,4	0,01	0,011	0,023	0,001	0,016	63
0,046	2,5	4,75	No 5	20,9	2,9	0,01	0,013	0,024	0,001	0,017	82
0,046	2,5	6,30	No 4	29,9	3,8	0,02	0,017	0,025	0,002	0,020	125
0,046	2,5	8,00	1/4	18,4	4,9	0,02	0,023	0,025	0,003	0,022	178
0,046	2,5	9,00	5/16	4,7	5,5	0,02	0,026	0,026	0,004	0,024	213

Cuadro C - 3. Estimación de condiciones en transporte incipiente del material según el criterio de Neill, de acuerdo con la densidad relativa seca de la muestra combinada

<b><math>\tau^*</math></b>	<b>i (%)</b>	<b>D (mm)</b>	<b>Tamiz</b>	<b>Retenido (%)</b>	<b><math>\tau_b</math> (N/m<sup>2</sup>)</b>	<b>R (m)</b>	<b>h (m)</b>	<b>n (s/m<sup>1/3</sup>)</b>	<b>Q (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>u* (m/s)</b>	<b>Re</b>
0,030	0,5	2,36	No 10	0,8	0,9	0,019	0,022	0,017	0,002	0,010	23
0,030	0,5	3,35	No 8	9,1	1,3	0,027	0,033	0,018	0,003	0,012	39
0,030	0,5	4,00	No 6	13,4	1,6	0,032	0,041	0,019	0,005	0,013	51
0,030	0,5	4,75	No 5	20,9	1,9	0,039	0,052	0,019	0,007	0,014	66
0,030	0,5	6,30	No 4	29,9	2,5	0,051	0,078	0,019	0,012	0,016	101
0,030	0,5	8,00	1/4	18,4	3,2	0,065	0,114	0,019	0,020	0,018	144
0,030	0,5	9,00	5/16	4,7	3,6	0,073	0,142	0,019	0,027	0,019	172
0,030	1,0	2,36	No 10	0,8	0,9	0,010	0,010	0,019	0,001	0,010	23
0,030	1,0	3,35	No 8	9,1	1,3	0,014	0,015	0,020	0,001	0,012	39
0,030	1,0	4,00	No 6	13,4	1,6	0,016	0,018	0,021	0,002	0,013	51
0,030	1,0	4,75	No 5	20,9	1,9	0,019	0,022	0,021	0,002	0,014	66
0,030	1,0	6,30	No 4	29,9	2,5	0,026	0,031	0,022	0,004	0,016	101
0,030	1,0	8,00	1/4	18,4	3,2	0,032	0,041	0,023	0,006	0,018	144
0,030	1,0	9,00	5/16	4,7	3,6	0,037	0,048	0,023	0,007	0,019	172
0,030	1,5	2,36	No 10	0,8	0,9	0,006	0,007	0,021	0,000	0,010	23
0,030	1,5	3,35	No 8	9,1	1,3	0,009	0,010	0,022	0,001	0,012	39
0,030	1,5	4,00	No 6	13,4	1,6	0,011	0,012	0,023	0,001	0,013	51
0,030	1,5	4,75	No 5	20,9	1,9	0,013	0,014	0,023	0,001	0,014	66
0,030	1,5	6,30	No 4	29,9	2,5	0,017	0,019	0,024	0,002	0,016	101
0,030	1,5	8,00	1/4	18,4	3,2	0,022	0,025	0,025	0,003	0,018	144
0,030	1,5	9,00	5/16	4,7	3,6	0,024	0,029	0,025	0,004	0,019	172
0,030	2,0	2,36	No 10	0,8	0,9	0,005	0,005	0,023	0,000	0,010	23
0,030	2,0	3,35	No 8	9,1	1,3	0,007	0,007	0,024	0,000	0,012	39
0,030	2,0	4,00	No 6	13,4	1,6	0,008	0,009	0,025	0,001	0,013	51
0,030	2,0	4,75	No 5	20,9	1,9	0,010	0,010	0,025	0,001	0,014	66
0,030	2,0	6,30	No 4	29,9	2,5	0,013	0,014	0,026	0,001	0,016	101
0,030	2,0	8,00	1/4	18,4	3,2	0,016	0,018	0,027	0,002	0,018	144
0,030	2,0	9,00	5/16	4,7	3,6	0,018	0,021	0,027	0,002	0,019	172
0,030	2,5	2,36	No 10	0,8	0,9	0,004	0,004	0,024	0,000	0,010	23
0,030	2,5	3,35	No 8	9,1	1,3	0,005	0,006	0,026	0,000	0,012	39
0,030	2,5	4,00	No 6	13,4	1,6	0,006	0,007	0,026	0,000	0,013	51
0,030	2,5	4,75	No 5	20,9	1,9	0,008	0,008	0,027	0,001	0,014	66
0,030	2,5	6,30	No 4	29,9	2,5	0,010	0,011	0,028	0,001	0,016	101
0,030	2,5	8,00	1/4	18,4	3,2	0,013	0,014	0,029	0,001	0,018	144
0,030	2,5	9,00	5/16	4,7	3,6	0,015	0,016	0,029	0,002	0,019	172

## Apéndice D. Parámetros medidos en las pruebas de iniciación del movimiento

Cuadro D - 1. Pruebas de iniciación del movimiento con material de 4,00 mm de diámetro

Sección	i (%)	Q (m <sup>3</sup> /h)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Altura del agua (cm)	Espesor de cama (cm)	h (cm)	Temp. (°C)	Partículas desprendidas en 1 min	Iniciación del movimiento
Abajo	0,0%	40	0,011	8,65	1,45	7,20	-	-	No
Abajo	0,0%	50	0,014	9,95	1,45	8,50	-	-	No
Abajo	0,0%	55	0,015	10,35	1,45	8,90	22,07	-	No
Abajo	0,0%	60	0,017	10,90	1,45	9,45	-	-	No
Abajo	0,0%	65	0,018	11,20	1,45	9,75	22,24	-	Sí
Abajo	0,0%	70	0,019	12,05	1,45	10,60	22,24	-	No
Abajo	0,2%	60	0,017	10,10	1,45	8,65	22,24	-	No
Abajo	0,2%	65	0,018	10,50	1,45	9,05	22,42	-	No
Abajo	0,2%	55	0,015	9,60	1,45	8,15	22,42	-	Sí
Abajo	0,4%	45	0,013	8,10	1,45	6,65	22,42	-	No
Abajo	0,4%	40	0,011	7,60	1,45	6,15	22,42	-	Sí
Abajo	0,4%	35	0,010	7,35	1,45	5,90	22,42	-	No
Abajo	0,4%	50	0,014	8,40	1,45	6,95	22,42	-	No
Abajo	0,6%	30	0,008	6,30	1,45	4,85	22,42	-	Sí
Abajo	0,6%	35	0,010	6,60	1,45	5,15	22,42	-	No
Abajo	0,6%	40	0,011	6,95	1,45	5,50	22,60	-	No
Abajo	0,8%	25	0,007	5,65	1,45	4,20	-	-	Sí
Abajo	0,8%	30	0,008	6,15	1,45	4,70	-	-	No
Abajo	1,0%	20	0,006	4,90	1,45	3,45	-	-	Sí
Abajo	1,0%	25	0,007	5,25	1,45	3,80	-	-	No
Arriba	0,0%	55	0,015	10,25	1,45	8,80	22,07	9	No
Arriba	0,0%	60	0,017	10,85	1,45	9,40	22,07	6	No
Arriba	0,0%	65	0,018	11,00	1,45	9,55	22,07	15	No
Arriba	0,0%	70	0,019	11,50	1,45	10,05	22,24	14	Sí
Arriba	0,0%	75	0,021	1,95	1,45	0,50	22,24	23	No
Arriba	0,2%	50	0,014	9,10	1,45	7,65	22,24	7	No
Arriba	0,2%	55	0,015	9,45	1,45	8,00	22,24	12	No
Arriba	0,2%	60	0,017	10,05	1,45	8,60	22,24	15	Sí
Arriba	0,2%	65	0,018	10,20	1,45	8,75	22,24	31	No
Arriba	0,4%	35	0,010	7,30	1,45	5,85	22,24	2	No
Arriba	0,4%	40	0,011	7,50	1,45	6,05	22,24	5	No
Arriba	0,4%	45	0,013	8,10	1,45	6,65	22,24	12	Sí
Arriba	0,4%	50	0,014	8,45	1,45	7,00	22,24	23	No
Arriba	0,4%	55	0,015	9,85	1,45	8,40	22,24	57	No
Arriba	0,6%	25	0,007	5,90	1,45	4,45	-	3	No
Arriba	0,6%	30	0,008	6,35	1,45	4,90	22,24	11	No
Arriba	0,6%	35	0,010	6,70	1,45	5,25	22,24	20	Sí
Arriba	0,6%	40	0,011	7,10	1,45	5,65	22,24	59	No
Arriba	0,6%	45	0,013	7,70	1,45	6,25	22,24	82	No
Arriba	0,8%	20	0,006	5,05	1,45	3,60	-	3	No
Arriba	0,8%	25	0,007	5,55	1,45	4,10	-	9	Sí
Arriba	0,8%	30	0,008	6,00	1,45	4,55	-	26	No
Arriba	0,8%	35	0,010	6,40	1,45	4,95	-	68	No
Arriba	1,0%	15	0,004	4,25	1,45	2,80	-	0	No
Arriba	1,0%	20	0,006	4,80	1,45	3,35	-	2	Sí
Arriba	1,0%	25	0,007	5,30	1,45	3,85	-	28	No

Cuadro D - 2. Pruebas de iniciación del movimiento con material de 4,75 mm de diámetro

Sección	i (%)	Q (m <sup>3</sup> /h)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Altura del agua (m)	Espesor de cama (m)	h (m)	Temp. (°C)	Partículas desprendidas en 1 min	Iniciación del movimiento
Abajo	0,0%	60	0,017	10,10	1,60	8,50	22,60	10	No
Abajo	0,0%	65	0,018	10,65	1,60	9,05	22,77	4	No
Abajo	0,0%	70	0,019	11,00	1,60	9,40	22,77	22	No
Abajo	0,0%	75	0,021	11,50	1,60	9,90	22,77	19	Sí
Abajo	0,0%	80	0,022	11,95	1,60	10,35	22,77	33	No
Abajo	0,2%	55	0,015	9,30	1,60	7,70	22,77	13	No
Abajo	0,2%	60	0,017	9,75	1,60	8,15	22,77	19	Sí
Abajo	0,2%	65	0,018	10,20	1,60	8,60	22,77	30	No
Abajo	0,2%	70	0,019	10,65	1,60	9,05	22,77	67	No
Abajo	0,4%	50	0,014	8,15	1,60	6,55	22,77	17	Sí
Abajo	0,4%	55	0,015	8,50	1,60	6,90	22,95	56	No
Abajo	0,6%	35	0,010	6,40	1,60	4,80	-	19	Sí
Abajo	0,6%	40	0,011	6,70	1,60	5,10	-	24	No
Abajo	0,6%	45	0,013	7,10	1,60	5,50	22,95	95	No
Abajo	0,8%	25	0,007				-	10	No
Abajo	0,8%	30	0,008	5,80	1,60	4,20	-	13	Sí
Abajo	0,8%	35	0,010	6,10	1,60	4,50	-	49	No
Abajo	1,0%	25	0,007	5,10	1,60	3,50	-	15	Sí
Abajo	1,0%	30	0,008	5,50	1,60	3,90	-	44	No
Arriba	0,0%	55	0,015	10,70	1,40	9,30	22,42	3	No
Arriba	0,0%	60	0,017	11,45	1,40	10,05	22,42	6	No
Arriba	0,0%	65	0,018	11,70	1,40	10,30	22,42	10	No
Arriba	0,0%	70	0,019	12,30	1,40	10,90	22,42	14	Sí
Arriba	0,0%	75	0,021	12,50	1,40	11,10	22,42	28	No
Arriba	0,2%	55	0,015	10,40	1,40	9,00	22,42	1	No
Arriba	0,2%	60	0,017	11,00	1,40	9,60	22,42	3	No
Arriba	0,2%	65	0,018	11,15	1,40	9,75	22,42	7	No
Arriba	0,2%	70	0,019	11,70	1,40	10,30	22,60	14	Sí
Arriba	0,4%	50	0,014	9,80	1,40	8,40	22,60	0	No
Arriba	0,4%	55	0,015	9,85	1,40	8,45	22,60	3	No
Arriba	0,4%	60	0,017	10,35	1,40	8,95	22,60	12	Sí
Arriba	0,6%	40	0,011	8,30	1,40	6,90	22,60	5	No
Arriba	0,6%	45	0,013	8,65	1,40	7,25	22,60	4	No
Arriba	0,6%	50	0,014	9,00	1,40	7,60	22,60	7	Sí
Arriba	0,6%	55	0,015	9,10	1,40	7,70	22,60	43	No
Arriba	0,8%	25	0,007	6,05	1,40	4,65	-	10	No
Arriba	0,8%	30	0,008	6,50	1,40	5,10	-	15	No
Arriba	0,8%	35	0,010	7,10	1,40	5,70	-	18	Sí
Arriba	1,0%	25	0,007	5,65	1,40	4,25	-	14	No
Arriba	1,0%	30	0,008	6,05	1,40	4,65	-	10	Sí
Arriba	1,0%	35	0,010	6,50	1,40	5,10	-	50	No

Cuadro D - 3. Pruebas de iniciación del movimiento con material de 6,30 mm de diámetro

Sección	i (%)	Q (m <sup>3</sup> /h)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Altura del agua (m)	Espesor de cama (m)	h (m)	T (°C)	Partículas desprendidas en 1 min	Iniciación del movimiento
Abajo	0,0%	45	0,013	9,20	2,60	6,60	22,42	7	No
Abajo	0,0%	50	0,014	9,60	2,60	7,00	22,42	3	No
Abajo	0,0%	55	0,015	10,00	2,60	7,40	22,42	2	No
Abajo	0,0%	60	0,017	10,45	2,60	7,85	22,42	12	No
Abajo	0,0%	65	0,018	11,00	2,60	8,40	22,42	13	Sí
Abajo	0,0%	70	0,019	11,35	2,60	8,75	22,42	24	No
Abajo	0,0%	75	0,021	11,60	2,60	9,00	22,42	25	No
Abajo	0,0%	80	0,022	12,00	2,60	9,40	22,60	53	No
Abajo	0,2%	60	0,017	10,30	2,60	7,70	22,60	10	No
Abajo	0,2%	65	0,018	10,50	2,60	7,90	22,60	13	Sí
Abajo	0,2%	70	0,019	10,80	2,60	8,20	22,60	29	No
Abajo	0,2%	75	0,021	11,20	2,60	8,60	22,60	38	No
Abajo	0,2%	80	0,022	11,65	2,60	9,05	22,60	61	No
Abajo	0,4%	50	0,014	9,05	2,60	6,45	22,60	4	No
Abajo	0,4%	55	0,015	9,40	2,60	6,80	22,77	6	No
Abajo	0,4%	60	0,017	9,70	2,60	7,10	22,77	18	Sí
Abajo	0,4%	65	0,018	10,20	2,60	7,60	22,77	26	No
Abajo	0,6%	40	0,011	7,85	2,60	5,25	-	0	No
Abajo	0,6%	45	0,013	8,30	2,60	5,70	-	4	No
Abajo	0,6%	50	0,014	8,65	2,60	6,05	-	9	No
Abajo	0,6%	55	0,015	9,05	2,60	6,45	22,77	22	Sí
Abajo	0,8%	30	0,008	6,90	2,60	4,30	-	4	No
Abajo	0,8%	35	0,010	7,25	2,60	4,65	-	10	No
Abajo	0,8%	40	0,011	7,70	2,60	5,10	-	15	Sí
Abajo	0,8%	45	0,013	8,05	2,60	5,45	-	30	No
Abajo	0,8%	50	0,014	8,50	2,60	5,90	-	34	No
Abajo	1,0%	30	0,008	6,65	2,60	4,05	-	8	No
Abajo	1,0%	35	0,010	7,10	2,60	4,50	-	15	Sí
Arriba	0,0%	60	0,017	11,45	2,30	9,15	22,77	1	No
Arriba	0,0%	65	0,018	11,85	2,30	9,55	22,77	3	No
Arriba	0,0%	70	0,019	12,20	2,30	9,90	22,77	1	No
Arriba	0,0%	75	0,021	12,70	2,30	10,40	22,77	3	No
Arriba	0,0%	80	0,022	13,15	2,30	10,85	22,95	1	No
Arriba	0,0%	85	0,024	13,50	2,30	11,20	22,95	4	No
Arriba	0,2%	75	0,021	12,35	2,30	10,05	22,95	5	No
Arriba	0,2%	80	0,022	12,85	2,30	10,55	22,95	7	No
Arriba	0,2%	85	0,024	13,20	2,30	10,90	22,95	12	Sí
Arriba	0,4%	60	0,017	10,70	2,30	8,40	22,95	8	No
Arriba	0,4%	70	0,019	11,75	2,30	9,45	23,12	1	No
Arriba	0,4%	75	0,021	12,20	2,30	9,90	23,12	2	No
Arriba	0,4%	80	0,022	12,60	2,30	10,30	23,12	6	No
Arriba	0,4%	85	0,024	12,65	2,30	10,35	23,12	12	Sí
Arriba	0,6%	65	0,018	10,85	2,30	8,55	23,12	8	No
Arriba	0,6%	70	0,019	11,00	2,30	8,70	23,12	18	Sí
Arriba	0,8%	50	0,014	9,35	2,30	7,05	23,12	3	No
Arriba	0,8%	55	0,015	9,80	2,30	7,50	23,12	6	No
Arriba	0,8%	60	0,017	10,00	2,30	7,70	23,12	11	Sí
Arriba	1,0%	40	0,011	8,25	2,30	5,95	-	3	No
Arriba	1,0%	45	0,013	8,75	2,30	6,45	-	3	No

Apéndice E. Datos de los perfiles de velocidad promedio y esfuerzo cortante de pruebas de iniciación del movimiento

Cuadro E - 1. Diámetro de partícula 4,00 mm, pendiente de fondo 0,0%, sección del canal aguas arriba

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,017	0,541	0,062	-0,017	86,35	17,01
0,016	0,559	0,059	-0,016	89,35	15,99
0,015	0,551	0,052	-0,015	88,07	14,98
0,014	0,545	0,058	-0,013	86,98	13,96
0,013	0,543	0,058	-0,014	86,73	12,94
0,012	0,438	0,044	-0,014	70,01	11,92
0,011	0,412	0,020	-0,009	65,85	10,90
0,010	0,362	0,018	-0,002	57,82	9,88
0,009	0,360	0,024	-0,013	57,56	8,87
0,008	0,302	0,018	-0,004	48,29	7,85
0,007	0,304	0,026	-0,016	48,52	6,83
0,006	0,293	0,025	-0,017	46,78	5,81
0,005	0,308	0,029	-0,017	49,16	4,79
0,004	0,288	0,029	-0,003	46,03	3,77
0,003	0,207	0,034	0,003	32,98	2,76
0,002	0,058	0,007	-0,009	9,24	1,74
0,001	0,007	0,001	0,000	1,10	0,72
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,019 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 2. Diámetro de partícula 4,00 mm, pendiente de fondo 0,0% , sección del canal aguas abajo

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,027	0,539	0,040	-0,023	89,95	27,42
0,026	0,560	0,039	-0,027	93,51	26,37
0,025	0,504	0,039	-0,023	84,10	25,32
0,024	0,541	0,041	-0,021	90,31	24,27
0,023	0,582	0,046	-0,032	97,09	23,22
0,022	0,567	0,038	-0,033	94,68	22,17
0,021	0,599	0,039	-0,030	99,98	21,12
0,020	0,602	0,042	-0,032	100,52	20,07
0,019	0,599	0,044	-0,027	99,92	19,02
0,018	0,595	0,040	-0,028	99,32	17,97
0,016	0,580	0,041	-0,027	96,85	16,92
0,015	0,569	0,041	-0,026	95,01	15,87
0,014	0,555	0,042	-0,027	92,68	14,82
0,013	0,539	0,039	-0,026	90,00	13,77
0,012	0,521	0,038	-0,024	86,99	12,72
0,011	0,511	0,037	-0,024	85,33	11,67
0,010	0,488	0,033	-0,021	81,46	10,62
0,009	0,480	0,033	-0,022	80,03	9,57
0,008	0,480	0,035	-0,023	80,10	8,52
0,007	0,461	0,035	-0,022	76,96	7,47
0,006	0,444	0,032	-0,022	74,14	6,42
0,005	0,420	0,027	-0,024	70,16	5,38
0,004	0,371	0,026	-0,024	61,98	4,33
0,003	0,280	0,019	-0,018	46,78	3,28
0,002	0,169	0,015	-0,001	28,23	2,23
0,001	0,049	-0,008	0,010	8,14	1,18
0,000	0,007	-0,001	0,000	1,20	0,13

Caudal 0,018 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 3. Diámetro de partícula 4,00 mm, pendiente de fondo 0,2% , sección del canal aguas arriba

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa $u/u_m$ (%)	Elevación relativa $y/h$ (%)
0,015	0,531	0,060	-0,010	84,68	17,71
0,014	0,533	0,058	-0,009	85,03	16,52
0,013	0,541	0,055	-0,012	86,25	15,33
0,012	0,535	0,055	-0,013	85,30	14,14
0,011	0,494	0,051	-0,013	78,71	12,95
0,010	0,426	0,039	-0,011	67,98	11,76
0,009	0,365	0,026	-0,005	58,20	10,57
0,008	0,304	0,019	-0,002	48,41	9,38
0,007	0,268	0,018	0,001	42,78	8,19
0,006	0,262	0,020	-0,002	41,71	7,00
0,005	0,252	0,023	-0,002	40,18	5,81
0,004	0,278	0,025	-0,007	44,28	4,62
0,003	0,299	0,028	-0,006	47,71	3,43
0,002	0,278	0,026	-0,005	44,32	2,24
0,001	0,170	0,021	0,012	27,14	1,05
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,017 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 4. Diámetro de partícula 4,00 mm, pendiente de fondo 0,2% , sección del canal aguas abajo

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,028	0,568	0,077	-0,011	93,64	34,81
0,027	0,596	0,080	-0,011	98,18	33,56
0,026	0,609	0,083	-0,014	100,41	32,30
0,025	0,599	0,083	-0,014	98,66	31,04
0,024	0,603	0,085	-0,018	99,41	29,79
0,023	0,608	0,083	-0,018	100,30	28,53
0,022	0,598	0,082	-0,018	98,65	27,27
0,021	0,601	0,083	-0,016	99,09	26,02
0,020	0,587	0,084	-0,016	96,74	24,76
0,019	0,584	0,081	-0,016	96,23	23,51
0,018	0,577	0,083	-0,013	95,08	22,25
0,017	0,563	0,083	-0,014	92,83	20,99
0,016	0,552	0,078	-0,014	90,95	19,74
0,015	0,534	0,078	-0,014	88,10	18,48
0,014	0,523	0,073	-0,013	86,15	17,22
0,013	0,514	0,073	-0,014	84,71	15,97
0,012	0,498	0,070	-0,015	82,01	14,71
0,011	0,483	0,065	-0,016	79,62	13,45
0,010	0,464	0,061	-0,017	76,53	12,20
0,009	0,446	0,061	-0,016	73,47	10,94
0,008	0,420	0,058	-0,016	69,18	9,68
0,007	0,389	0,056	-0,015	64,20	8,43
0,006	0,309	0,049	-0,003	50,93	7,17
0,005	0,258	0,047	0,001	42,49	5,91
0,004	0,233	0,040	-0,004	38,47	4,66
0,003	0,144	0,034	0,002	23,80	3,40
0,002	0,058	0,027	0,003	9,55	2,15
0,001	0,005	0,000	0,001	0,89	0,89
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,015 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 5. Diámetro de partícula 4,00 mm, pendiente de fondo 0,4% , sección del canal aguas abajo

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,013	0,361	0,045	-0,008	61,76	21,35
0,012	0,368	0,043	-0,011	62,91	19,69
0,011	0,371	0,047	-0,011	63,48	18,02
0,010	0,376	0,046	-0,013	64,31	16,36
0,009	0,374	0,038	-0,013	63,96	14,69
0,008	0,358	0,041	-0,015	61,17	13,03
0,007	0,334	0,037	-0,018	57,18	11,36
0,006	0,317	0,026	-0,012	54,16	9,70
0,005	0,179	0,028	0,008	30,59	8,03
0,004	0,159	0,006	-0,003	27,18	6,37
0,003	0,100	0,002	0,008	17,14	4,70
0,002	0,030	0,000	0,004	5,12	3,04
0,001	0,004	-0,002	-0,001	0,76	1,37
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,011 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 6. Diámetro de partícula 4,00 mm, pendiente de fondo 0,6% , sección del canal aguas abajo

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,011	0,278	0,029	-0,005	50,00	23,34
0,010	0,283	0,027	-0,004	50,82	21,23
0,009	0,264	0,024	0,000	47,53	19,12
0,008	0,258	0,028	-0,002	46,33	17,01
0,007	0,248	0,029	-0,004	44,58	14,90
0,006	0,224	0,022	-0,005	40,25	12,79
0,005	0,180	0,015	-0,004	32,36	10,67
0,004	0,122	0,014	-0,002	22,00	8,56
0,003	0,072	0,015	-0,001	12,95	6,45
0,002	0,032	0,011	-0,002	5,75	4,34
0,001	0,016	0,012	-0,005	2,84	2,23
0,000	0,005	0,018	-0,004	0,83	0,12
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,008 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 7. Diámetro de partícula 4,75 mm, pendiente de fondo 0,0%, sección del canal aguas arriba

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,025	0,498	0,060	-0,002	86,23	22,62
0,024	0,535	0,063	-0,007	92,70	21,68
0,023	0,563	0,063	-0,011	97,54	20,74
0,022	0,582	0,067	-0,011	100,86	19,80
0,021	0,594	0,068	-0,011	102,87	18,86
0,020	0,592	0,068	-0,010	102,62	17,92
0,019	0,581	0,070	-0,009	100,72	16,98
0,017	0,577	0,068	-0,009	99,97	16,04
0,016	0,570	0,067	-0,008	98,80	15,10
0,015	0,554	0,067	-0,009	95,90	14,16
0,014	0,549	0,067	-0,007	95,12	13,22
0,013	0,543	0,064	-0,005	94,05	12,28
0,012	0,527	0,067	-0,004	91,36	11,34
0,011	0,509	0,063	-0,001	88,18	10,40
0,010	0,492	0,060	0,001	85,27	9,46
0,009	0,477	0,060	0,003	82,55	8,52
0,008	0,456	0,057	0,005	79,05	7,58
0,007	0,428	0,055	0,004	74,12	6,65
0,006	0,402	0,055	0,006	69,67	5,71
0,005	0,294	0,051	0,023	50,87	4,77
0,004	0,186	0,044	0,035	32,16	3,83
0,003	0,150	0,023	0,027	26,00	2,89
0,002	0,059	0,008	0,002	10,24	1,95
0,001	0,000	0,008	0,000	0,07	1,01
0,000	0,001	0,002	0,000	0,26	0,07
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,019 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 8. Diámetro de partícula 4,75 mm, pendiente de fondo 0,0%, sección del canal aguas abajo

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,027	0,578	0,092	-0,010	84,82	26,99
0,026	0,618	0,098	-0,012	90,74	25,96
0,025	0,656	0,102	-0,017	96,26	24,92
0,024	0,666	0,105	-0,018	97,77	23,89
0,023	0,671	0,108	-0,017	98,49	22,85
0,022	0,677	0,108	-0,019	99,45	21,82
0,021	0,673	0,104	-0,019	98,89	20,78
0,020	0,670	0,105	-0,018	98,35	19,75
0,019	0,661	0,105	-0,018	97,03	18,71
0,018	0,649	0,103	-0,016	95,33	17,68
0,016	0,633	0,105	-0,018	92,87	16,64
0,015	0,604	0,103	-0,016	88,74	15,61
0,014	0,597	0,100	-0,015	87,63	14,57
0,013	0,586	0,101	-0,013	86,11	13,54
0,012	0,568	0,098	-0,010	83,40	12,50
0,011	0,547	0,096	-0,008	80,37	11,47
0,010	0,535	0,097	-0,007	78,63	10,43
0,009	0,522	0,095	-0,006	76,60	9,40
0,008	0,504	0,093	-0,005	73,97	8,36
0,007	0,482	0,094	-0,004	70,72	7,33
0,006	0,456	0,092	-0,003	67,03	6,29
0,005	0,431	0,086	-0,001	63,29	5,26
0,004	0,383	0,086	-0,001	56,19	4,22
0,003	0,287	0,077	0,005	42,14	3,19
0,002	0,171	0,054	0,025	25,13	2,15
0,001	0,043	0,010	0,006	6,31	1,12
0,000	0,005	0,003	-0,001	0,66	0,08
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,021 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 9. Diámetro de partícula 4,75 mm, pendiente de fondo 0,2%, sección del canal aguas arriba

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,024	0,600	0,070	-0,010	98,27	22,96
0,023	0,608	0,071	-0,009	99,52	21,96
0,022	0,625	0,072	-0,010	102,36	20,97
0,021	0,631	0,074	-0,010	103,30	19,98
0,020	0,635	0,077	-0,012	103,93	18,98
0,019	0,629	0,075	-0,010	102,91	17,99
0,018	0,618	0,074	-0,012	101,19	16,99
0,016	0,612	0,074	-0,010	100,22	16,00
0,015	0,600	0,073	-0,011	98,23	15,00
0,014	0,593	0,073	-0,010	97,08	14,01
0,013	0,585	0,074	-0,006	95,81	13,01
0,012	0,567	0,074	-0,004	92,84	12,02
0,011	0,552	0,073	-0,001	90,34	11,03
0,010	0,541	0,071	0,000	88,50	10,03
0,009	0,529	0,070	0,001	86,56	9,04
0,008	0,510	0,067	0,003	83,54	8,04
0,007	0,481	0,069	0,006	78,80	7,05
0,006	0,459	0,071	0,005	75,11	6,05
0,005	0,432	0,067	0,007	70,63	5,06
0,004	0,260	0,059	0,039	42,62	4,06
0,003	0,191	0,053	0,045	31,27	3,07
0,002	0,160	0,021	0,031	26,17	2,07
0,001	0,015	0,019	-0,003	2,49	1,08
0,000	0,000	0,008	0,000	0,00	0,09
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,019 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 10. Diámetro de partícula 4,75 mm, pendiente de fondo 0,2% , sección del canal aguas abajo

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,027	0,583	0,101	-0,002	88,03	32,91
0,026	0,576	0,102	-0,002	87,04	31,65
0,025	0,600	0,103	-0,010	90,65	30,40
0,024	0,592	0,105	-0,007	89,49	29,14
0,023	0,590	0,105	-0,019	89,09	27,88
0,022	0,583	0,105	-0,023	88,14	26,62
0,021	0,608	0,109	-0,021	91,88	25,37
0,020	0,606	0,105	-0,019	91,58	24,11
0,019	0,624	0,103	-0,014	94,24	22,85
0,018	0,614	0,100	-0,014	92,82	21,60
0,017	0,615	0,104	-0,010	92,88	20,34
0,016	0,614	0,103	-0,011	92,84	19,08
0,015	0,601	0,102	-0,009	90,77	17,82
0,014	0,590	0,097	-0,010	89,09	16,57
0,012	0,574	0,095	-0,009	86,75	15,31
0,011	0,562	0,094	-0,007	84,98	14,05
0,010	0,550	0,093	-0,007	83,10	12,79
0,009	0,531	0,091	-0,007	80,25	11,54
0,008	0,511	0,086	-0,006	77,25	10,28
0,007	0,494	0,081	-0,006	74,63	9,02
0,006	0,468	0,079	-0,004	70,77	7,77
0,005	0,445	0,080	-0,003	67,17	6,51
0,004	0,417	0,078	-0,002	62,96	5,25
0,003	0,361	0,071	0,003	54,51	3,99
0,002	0,235	0,044	0,021	35,57	2,74
0,001	0,028	0,005	0,006	4,27	1,48
0,000	0,004	0,001	-0,001	0,62	0,22
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,017 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 11. Diámetro de partícula 4,75 mm, pendiente de fondo 0,4% , sección del canal aguas arriba

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,024	0,443	0,061	-0,021	73,53	26,88
0,023	0,494	0,060	-0,027	81,94	25,74
0,022	0,510	0,066	-0,024	84,68	24,59
0,021	0,528	0,067	-0,024	87,65	23,45
0,020	0,538	0,068	-0,020	89,32	22,30
0,019	0,558	0,070	-0,020	92,52	21,16
0,018	0,563	0,068	-0,019	93,40	20,02
0,017	0,567	0,068	-0,017	94,14	18,87
0,016	0,564	0,069	-0,016	93,55	17,73
0,015	0,542	0,069	-0,012	89,92	16,58
0,014	0,528	0,064	-0,009	87,60	15,44
0,013	0,525	0,064	-0,010	87,13	14,29
0,012	0,516	0,065	-0,011	85,69	13,15
0,011	0,488	0,062	-0,012	80,90	12,00
0,010	0,463	0,059	-0,014	76,81	10,86
0,009	0,401	0,049	-0,024	66,56	9,71
0,008	0,372	0,039	-0,020	61,70	8,57
0,007	0,332	0,030	-0,010	55,11	7,43
0,006	0,285	0,025	-0,013	47,28	6,28
0,005	0,252	0,019	-0,008	41,82	5,14
0,004	0,216	0,014	-0,005	35,91	3,99
0,003	0,127	0,006	0,012	21,09	2,85
0,002	0,017	0,001	0,003	2,82	1,70
0,000	0,001	0,000	0,000	0,09	0,56
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,017 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 12. Diámetro de partícula 4,75 mm, pendiente de fondo 0,4% , sección del canal aguas abajo

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,015	0,561	0,091	-0,003	81,70	22,95
0,014	0,567	0,093	-0,003	82,58	21,38
0,013	0,570	0,092	-0,005	83,04	19,82
0,012	0,578	0,095	-0,006	84,24	18,25
0,011	0,564	0,097	-0,003	82,15	16,69
0,010	0,562	0,089	-0,007	81,96	15,12
0,009	0,482	0,078	-0,001	70,23	13,56
0,008	0,423	0,067	-0,003	61,61	11,99
0,007	0,331	0,059	-0,013	48,21	10,43
0,006	0,287	0,053	-0,002	41,89	8,87
0,005	0,231	0,036	-0,005	33,63	7,30
0,004	0,201	0,026	-0,005	29,28	5,74
0,003	0,168	0,026	-0,002	24,49	4,17
0,002	0,158	0,020	-0,010	23,08	2,61
0,001	0,124	0,020	-0,011	18,14	1,04
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,014 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 13. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,0% , sección del canal aguas abajo

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa $u/u_m$ (%)	Elevación relativa $y/h$ (%)
0,016	0,609	0,085	-0,017	87,54	18,58
0,015	0,627	0,090	-0,019	90,14	17,36
0,014	0,639	0,093	-0,020	91,89	16,15
0,013	0,644	0,094	-0,019	92,60	14,93
0,012	0,596	0,093	-0,017	85,66	13,71
0,010	0,472	0,074	-0,013	67,90	12,49
0,009	0,457	0,067	-0,011	65,67	11,27
0,008	0,473	0,071	-0,009	67,97	10,05
0,007	0,452	0,069	-0,009	64,91	8,83
0,006	0,441	0,064	-0,008	63,33	7,61
0,005	0,394	0,061	-0,005	56,64	6,39
0,004	0,384	0,058	-0,003	55,26	5,17
0,003	0,359	0,042	0,003	51,54	3,95
0,002	0,204	0,024	0,005	29,32	2,74
0,001	0,047	0,006	0,012	6,75	1,52
0,000	0,002	0,000	0,000	0,23	0,30
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,018 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 14. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,2% , sección del canal aguas arriba

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,026	0,575	0,007	0,013	82,08	23,44
0,025	0,710	0,007	-0,015	101,31	22,50
0,024	0,666	0,004	-0,001	95,06	21,56
0,022	0,752	0,007	-0,020	107,26	20,62
0,021	0,753	0,006	-0,021	107,41	19,68
0,020	0,749	0,005	-0,018	106,86	18,74
0,019	0,749	0,004	-0,023	106,89	17,80
0,018	0,752	0,005	-0,020	107,21	16,86
0,017	0,743	0,004	-0,019	105,98	15,92
0,016	0,734	0,004	-0,019	104,69	14,98
0,015	0,720	0,004	-0,019	102,75	14,04
0,014	0,707	0,006	-0,018	100,81	13,10
0,013	0,686	0,009	-0,017	97,83	12,16
0,012	0,661	0,008	-0,013	94,28	11,22
0,011	0,642	0,010	-0,013	91,57	10,28
0,010	0,626	0,014	-0,013	89,36	9,34
0,009	0,610	0,012	-0,012	86,96	8,40
0,008	0,598	0,013	-0,015	85,32	7,45
0,007	0,550	0,018	-0,014	78,49	6,51
0,006	0,503	0,022	-0,021	71,82	5,57
0,005	0,523	0,026	-0,012	74,61	4,63
0,004	0,342	0,027	0,030	48,84	3,69
0,003	0,307	0,021	0,011	43,82	2,75
0,002	0,063	0,011	0,010	8,96	1,81
0,001	0,019	0,028	-0,005	2,71	0,87
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,024 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 15. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,2% , sección del canal aguas abajo

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,015	0,573	0,082	-0,017	77,49	19,53
0,014	0,592	0,093	-0,018	80,09	18,23
0,013	0,613	0,093	-0,019	82,87	16,94
0,012	0,632	0,096	-0,020	85,47	15,64
0,011	0,640	0,100	-0,022	86,53	14,34
0,010	0,640	0,102	-0,022	86,47	13,05
0,009	0,630	0,099	-0,021	85,23	11,75
0,008	0,617	0,097	-0,018	83,42	10,45
0,007	0,590	0,094	-0,016	79,78	9,16
0,006	0,519	0,086	-0,008	70,20	7,86
0,005	0,444	0,067	-0,019	60,06	6,56
0,004	0,381	0,052	-0,010	51,58	5,27
0,003	0,288	0,046	-0,004	38,87	3,97
0,002	0,138	0,032	-0,007	18,72	2,67
0,001	0,117	0,033	-0,009	15,78	1,38
0,000	0,007	0,013	-0,001	0,88	0,08
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,018 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 16. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,4% , sección del canal aguas arriba

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,026	0,582	0,007	0,026	78,77	25,26
0,025	0,789	0,013	-0,024	106,92	24,27
0,024	0,783	0,010	-0,021	106,09	23,28
0,023	0,815	0,014	-0,028	110,40	22,29
0,022	0,817	0,011	-0,026	110,68	21,29
0,021	0,808	0,008	-0,024	109,46	20,30
0,020	0,803	0,009	-0,027	108,81	19,31
0,019	0,805	0,007	-0,024	108,97	18,32
0,018	0,791	0,007	-0,023	107,19	17,33
0,017	0,778	0,009	-0,022	105,36	16,34
0,016	0,762	0,010	-0,020	103,23	15,35
0,015	0,745	0,013	-0,019	100,86	14,36
0,014	0,727	0,013	-0,017	98,46	13,37
0,013	0,717	0,014	-0,020	97,15	12,38
0,012	0,693	0,014	-0,016	93,81	11,39
0,011	0,685	0,019	-0,017	92,79	10,40
0,010	0,665	0,020	-0,017	90,07	9,41
0,009	0,648	0,017	-0,016	87,77	8,42
0,008	0,625	0,017	-0,014	84,71	7,42
0,007	0,572	0,026	-0,007	77,47	6,43
0,006	0,575	0,028	-0,014	77,87	5,44
0,005	0,529	0,029	-0,017	71,68	4,45
0,004	0,494	0,033	-0,018	66,91	3,46
0,003	0,373	0,027	-0,013	50,51	2,47
0,002	0,183	0,026	-0,014	24,81	1,48
0,001	0,002	0,001	0,000	0,26	0,49
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,024 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 17. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,4% , sección del canal aguas abajo

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa $u/u_m$ (%)	Elevación relativa $y/h$ (%)
0,011	0,445	0,023	-0,013	58,64	16,02
0,010	0,472	0,018	-0,018	62,08	14,58
0,009	0,479	0,018	-0,019	63,05	13,14
0,008	0,482	0,018	-0,022	63,40	11,69
0,007	0,448	0,023	-0,021	59,02	10,25
0,006	0,354	0,031	-0,004	46,57	8,81
0,005	0,336	0,034	-0,012	44,27	7,36
0,004	0,296	0,038	-0,011	39,02	5,92
0,003	0,242	0,043	-0,013	31,82	4,48
0,002	0,161	0,030	-0,005	21,16	3,03
0,001	0,055	0,026	0,005	7,22	1,59
0,000	0,022	0,019	0,005	2,91	0,15
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,017 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 18. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,6% , sección del canal aguas arriba

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,027	0,727	0,014	0,016	100,49	30,58
0,026	0,823	0,016	-0,019	113,80	29,40
0,025	0,823	0,016	-0,028	113,76	28,22
0,024	0,812	0,013	-0,026	112,33	27,04
0,023	0,809	0,017	-0,023	111,81	25,86
0,021	0,789	0,016	-0,019	109,02	24,68
0,020	0,804	0,016	-0,026	111,19	23,51
0,019	0,807	0,011	-0,026	111,54	22,33
0,018	0,798	0,011	-0,023	110,39	21,15
0,017	0,792	0,010	-0,024	109,56	19,97
0,016	0,783	0,013	-0,024	108,30	18,79
0,015	0,772	0,015	-0,023	106,67	17,61
0,014	0,760	0,013	-0,023	105,11	16,43
0,013	0,743	0,015	-0,022	102,74	15,25
0,012	0,723	0,013	-0,021	99,96	14,08
0,011	0,708	0,016	-0,020	97,83	12,90
0,010	0,690	0,015	-0,018	95,44	11,72
0,009	0,671	0,018	-0,018	92,75	10,54
0,008	0,625	0,022	-0,018	86,45	9,36
0,007	0,547	0,026	-0,017	75,63	8,18
0,006	0,542	0,027	-0,017	74,88	7,00
0,005	0,460	0,031	-0,022	63,63	5,83
0,004	0,381	0,029	-0,016	52,68	4,65
0,003	0,240	0,030	0,014	33,16	3,47
0,002	0,098	0,031	0,000	13,59	2,29
0,001	0,011	0,003	0,003	1,53	1,11
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,019 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 19. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,6%, sección del canal aguas abajo

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,014	0,583	0,022	-0,024	76,04	22,34
0,013	0,584	0,018	-0,022	76,13	20,75
0,012	0,587	0,019	-0,023	76,52	19,16
0,011	0,570	0,021	-0,025	74,38	17,57
0,010	0,555	0,018	-0,024	72,36	15,98
0,009	0,538	0,018	-0,023	70,24	14,40
0,008	0,508	0,016	-0,023	66,32	12,81
0,007	0,468	0,016	-0,021	61,02	11,22
0,006	0,409	0,016	-0,018	53,34	9,63
0,005	0,348	0,012	-0,012	45,45	8,04
0,004	0,277	0,024	-0,006	36,15	6,45
0,003	0,193	0,015	0,000	25,18	4,86
0,002	0,113	0,000	-0,010	14,80	3,28
0,001	0,015	-0,003	-0,003	1,89	1,69
0,000	0,001	0,000	0,000	0,13	0,10
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,015 m<sup>3</sup>/s

Cuadro E - 20. Diámetro de partícula 6,30 mm, pendiente de fondo 0,8% , sección del canal aguas arriba

Elevación (m)	Velocidad u (m/s)	Velocidad v (m/s)	Velocidad w (m/s)	Velocidad relativa u/u <sub>m</sub> (%)	Elevación relativa y/h (%)
0,021	0,787	0,020	-0,019	112,33	26,90
0,020	0,792	0,017	-0,020	113,02	25,57
0,019	0,776	0,016	-0,021	110,72	24,24
0,018	0,764	0,020	-0,019	109,12	22,91
0,017	0,704	0,017	-0,002	100,49	21,57
0,016	0,702	0,016	-0,004	100,19	20,24
0,015	0,739	0,013	-0,014	105,44	18,91
0,014	0,725	0,011	-0,014	103,50	17,58
0,013	0,710	0,009	-0,010	101,37	16,25
0,011	0,700	0,007	-0,011	99,88	14,92
0,010	0,657	0,012	-0,003	93,75	13,58
0,009	0,602	0,011	0,006	85,91	12,25
0,008	0,565	0,012	0,001	80,60	10,92
0,007	0,463	0,014	0,009	66,10	9,59
0,006	0,398	0,021	0,019	56,86	8,26
0,005	0,356	0,016	0,018	50,82	6,93
0,004	0,303	0,020	0,007	43,28	5,59
0,003	0,260	0,030	0,009	37,10	4,26
0,002	0,257	0,043	0,000	36,75	2,93
0,001	0,084	0,042	0,003	11,99	1,60
0,000	0,004	0,001	-0,001	0,61	0,27
0,000	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00

Caudal 0,017 m<sup>3</sup>/s

Anexo único. Formulación IAPWS-95 de las propiedades termodinámicas de la sustancia agua ordinaria para uso general y científico

La formulación IAPWS-95 es una ecuación fundamental específica de la energía libre de Helmholtz. Su forma adimensional se expresa como sigue, y presenta una parte de gas ideal ( $\phi^o$ ) y una parte residual ( $\phi^r$ ).

$$\frac{f(\rho, T)}{R_{Gl} \cdot T} = \phi(\delta_{95}, \tau_{95}) = \phi^o(\delta_{95}, \tau_{95}) + \phi^r(\delta_{95}, \tau_{95}) \quad (\text{A. 1})$$

Donde

$$\delta_{95} = \frac{\rho}{\rho_c} \quad (\text{A. 2})$$

$$\tau_{95} = \frac{T}{T_c} \quad (\text{A. 3})$$

$\rho_c = 322 \text{ kg/m}^3 =$  densidad crítica del agua

$T_c = 647,096 \text{ K} =$  temperatura crítica del agua

$R_{Gl} = 0,461 \text{ 518 05 kJ/(kg} \cdot \text{K)} =$  constante específica del gas ideal

$T =$  temperatura del agua [K]

Parte del gas ideal:

$$\phi^o = \ln \delta_{95} + n_1^o + n_2^o \tau_{95} + n_3^o \ln(\tau_{95}) + \sum_{i=4}^8 n_i^o \ln[1 - e^{-\gamma_i^o \tau_{95}}] \quad (\text{A. 4})$$

Donde

Coefficientes de la ecuación (A. 4)

$i$	$n_i^o$	$\gamma_i^o$	$i$	$n_i^o$	$\gamma_i^o$
1	-8.320 446 482 01	...	5	0.973 15	3.537 342 22
2	6.683 210 526 8	...	6	1.279 50	7.740 737 08
3	3.006 32	...	7	0.969 56	9.244 377 96
4	0.012 436	1.287 289 67	8	0.248 73	27.507 510 5

Fuente: Wagner y Pruiß, 2002

Parte residual:

$$\phi^r = \sum_{i=1}^7 n_i \delta_{95}^{d_i} \tau_{95}^{t_i} + \sum_{i=8}^{51} n_i \delta_{95}^{d_i} \tau_{95}^{t_i} e^{-\delta_{95} c_i} + \sum_{i=52}^{54} n_i \delta_{95}^{d_i} \tau_{95}^{t_i} e^{-\delta_{95} \alpha_i (\delta_{95} - \epsilon_i)^2 - \beta_i (\tau_{95} - \gamma_i)^2} + \sum_{i=55}^{56} n_i \Delta^{b_i} \delta_{95} \psi \quad (\text{A. 5})$$

Donde

$$\Delta = \theta^2 + B_i [(\delta_{95} - 1)^2]^{a_i} \quad (\text{A. 6})$$

$$\theta = (1 - \tau_{95}) + A_i [(\delta_{95} - 1)^2]^{1/(2\beta)} \quad (\text{A. 7})$$

$$\psi = e^{-C_i (\delta_{95} - 1)^2 - D_i (1 - \tau_{95})^2} \quad (\text{A. 8})$$

Coeficientes y exponentes de la ecuación (A. 5)

$i$	$c_i$	$d_i$	$t_i$	$n_i$
1	...	1	-0.5	$0.125\ 335\ 479\ 355\ 23 \times 10^{-1}$
2	...	1	0.875	$0.789\ 576\ 347\ 228\ 28 \times 10^1$
3	...	1	1	$-0.878\ 032\ 033\ 035\ 61 \times 10^1$
4	...	2	0.5	$0.318\ 025\ 093\ 454\ 18$
5	...	2	0.75	$-0.261\ 455\ 338\ 593\ 58$
6	...	3	0.375	$-0.781\ 997\ 516\ 879\ 81 \times 10^{-2}$
7	...	4	1	$0.880\ 894\ 931\ 021\ 34 \times 10^{-2}$
8	1	1	4	$-0.668\ 565\ 723\ 079\ 65$
9	1	1	6	$0.204\ 338\ 109\ 509\ 65$
10	1	1	12	$-0.662\ 126\ 050\ 396\ 87 \times 10^{-4}$
11	1	2	1	$-0.192\ 327\ 211\ 560\ 02$
12	1	2	5	$-0.257\ 090\ 430\ 034\ 38$
13	1	3	4	$0.160\ 748\ 684\ 862\ 51$
14	1	4	2	$-0.400\ 928\ 289\ 258\ 07 \times 10^{-1}$
15	1	4	13	$0.393\ 434\ 226\ 032\ 54 \times 10^{-6}$
16	1	5	9	$-0.759\ 413\ 770\ 881\ 44 \times 10^{-5}$
17	1	7	3	$0.562\ 509\ 793\ 518\ 88 \times 10^{-3}$
18	1	9	4	$-0.156\ 086\ 522\ 571\ 35 \times 10^{-4}$
19	1	10	11	$0.115\ 379\ 964\ 229\ 51 \times 10^{-8}$
20	1	11	4	$0.365\ 821\ 651\ 442\ 04 \times 10^{-6}$
21	1	13	13	$-0.132\ 511\ 800\ 746\ 68 \times 10^{-11}$
22	1	15	1	$-0.626\ 395\ 869\ 124\ 54 \times 10^{-9}$
23	2	1	7	$-0.107\ 936\ 009\ 089\ 32$
24	2	2	1	$0.176\ 114\ 910\ 087\ 52 \times 10^{-1}$
25	2	2	9	$0.221\ 322\ 951\ 675\ 46$
26	2	2	10	$-0.402\ 476\ 697\ 635\ 28$
27	2	3	10	$0.580\ 833\ 999\ 857\ 59$
28	2	4	3	$0.499\ 691\ 469\ 908\ 06 \times 10^{-2}$
29	2	4	7	$-0.313\ 587\ 007\ 125\ 49 \times 10^{-1}$
30	2	4	10	$-0.743\ 159\ 297\ 103\ 41$
31	2	5	10	$0.478\ 073\ 299\ 154\ 80$
32	2	6	6	$0.205\ 279\ 408\ 959\ 48 \times 10^{-1}$
33	2	6	10	$-0.136\ 364\ 351\ 103\ 43$
34	2	7	10	$0.141\ 806\ 344\ 006\ 17 \times 10^{-1}$
35	2	9	1	$0.833\ 265\ 048\ 807\ 13 \times 10^{-2}$
36	2	9	2	$-0.290\ 523\ 360\ 095\ 85 \times 10^{-1}$
37	2	9	3	$0.386\ 150\ 855\ 742\ 06 \times 10^{-1}$
38	2	9	4	$-0.203\ 934\ 865\ 137\ 04 \times 10^{-1}$
39	2	9	8	$-0.165\ 540\ 500\ 637\ 34 \times 10^{-2}$
40	2	10	6	$0.199\ 555\ 719\ 795\ 41 \times 10^{-2}$
41	2	10	9	$0.158\ 703\ 083\ 241\ 57 \times 10^{-3}$
42	2	12	8	$-0.163\ 885\ 683\ 425\ 30 \times 10^{-4}$
43	3	3	16	$0.436\ 136\ 157\ 238\ 11 \times 10^{-1}$
44	3	4	22	$0.349\ 940\ 054\ 637\ 65 \times 10^{-1}$
45	3	4	23	$-0.767\ 881\ 978\ 446\ 21 \times 10^{-1}$
46	3	5	23	$0.224\ 462\ 773\ 320\ 06 \times 10^{-1}$
47	4	14	10	$-0.626\ 897\ 104\ 146\ 85 \times 10^{-4}$
48	6	3	50	$-0.557\ 111\ 185\ 656\ 45 \times 10^{-9}$
49	6	6	44	$-0.199\ 057\ 183\ 544\ 08$
50	6	6	46	$0.317\ 774\ 973\ 307\ 38$
51	6	6	50	$-0.118\ 411\ 824\ 259\ 81$

$i$	$c_i$	$d_i$	$t_i$	$n_i$	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\gamma_i$	$\epsilon_i$
52	...	3	0	$-0.313\ 062\ 603\ 234\ 35 \times 10^2$	20	150	1.21	1
53	...	3	1	$0.315\ 461\ 402\ 377\ 81 \times 10^2$	20	150	1.21	1
54	...	3	4	$-0.252\ 131\ 543\ 416\ 95 \times 10^4$	20	250	1.25	1

$i$	$a_i$	$b_i$	$B_i$	$n_i$	$C_i$	$D_i$	$A_i$	$\beta_i$
55	3.5	0.85	0.2	$-0.148\ 746\ 408\ 567\ 24$	28	700	0.32	0.3
56	3.5	0.95	0.2	$0.318\ 061\ 108\ 784\ 44$	32	800	0.32	0.3

Fuente: Wagner y Pruß, 2002