Cristián Rodríguez

La naturaleza de la geometría

Cada loco con su tema. El que hemos escogido para este artículo no puede ser más inoportuno o, mejor dicho, siempre es oportuno para ciertas personas, aunque la actualidad del tema no sea palpitante. Dichosamente en la Página Quince cabe cuanto asunto se le ocurra tratar al escritor, por más disparatado que sea.

Cuando hace trece o catorce años, don José Joaquín Trejos Fernández, quien luego ocupó la presidencia de la República, preparaba una tesis científico-filosófica, tuvo la gentileza de enviarme a Nueva York el manuscrito para que lo leyera y le diera mi opinión. Sin embargo, ya estaba en prensa y no podía modificarse el texto, aun suponiendo que yo tuviera algunas observaciones críticas que hacer. En el curso de la correspondencia que con ese motivo sostuvimos, dije que consideraba la geometría una disciplina empírica, y, naturalmente don José Joaquín no estuvo de acuerdo. La discusión no pasó más allá de esa apreciación y no tuve entonces la oportunidad de justificarla. Me propongo ahora hacerlo.

Don José Joaquín, estudiante y estudioso de las matemáticas superiores, tenía toda razón al sustentar la tesis contraria y considerar la geometría como puramente deductiva, a pesar de que, por lo menos en el mundo en que vivimos, las afirmaciones de la geometría coinciden en general con los datos de la experiencia, aunque no exista en la naturaleza ni el punto geométrico, ni la raya ni el plano, salvo que esos conceptos se aprecien **grosso modo.**

En lo que se refiere al espacio corriente, la geometría euclideana parece describirlo perfectamente, sin dejar nada que desear. El espacio parece poder representarse de modo cabal con la geometría corriente y por medio de las coordenadas cartesianas. En efecto, estas líneas imaginarias, perpendiculares entre sí, que representan el ancho, el alto y el fondo, no dejan margen para imaginarse nada que no concuerde con ellas.

En la geometría de Euclides la recta es la línea más corta entre dos puntos. En las geometrías no euclideanas es la curva. En Euclides los ángulos de todo triángulo suman 180 grados (o sea una recta). En las geometrías de Lobachewsky, Riemann y Bolyali suman, en un caso, más de 180 grados, y en otro menos.

Es difícil imaginarse que haya otro espacio que el que resulta de la geometría de Euclides. Y en efecto, si se imagina uno un espacio exento de materia, el espacio es plano, por decirlo así. ¿Cuál de las diversas geometrías es la cierta? Desde el punto de vista abstracto, todas son ciertas ¿Y por qué los físicos modernos desechan en sus investigaciones del espacio en el universo la geometría de Euclides?

Antes de contestar esta pregunta conviene distinguir entre dos geometrías: la pura, abstracta y deductiva, y la geometría física. La geometría física es una ciencia empírica, es decir que las propiedades del espacio físico se comprueban por medio de observaciones e investigaciones, pues esa geometría se considera una ciencia natural.

En la geometría pura los postulados y axiomas constituyen una construcción humana, independiente de la realidad física. Por eso al decir en mi correspondencia con el profesor Trejos Fernández que la geometría es una disciplina empírica, me refería, naturalmente, a la geometría física.

El profano, especialmente si no conoce matemáticas superiores, no puede sino dar por cierto y averiguado lo que dicen los físicos del espacio y el tiempo, sin darse plena cuenta de tal afirmación. Cuando los físicos dicen que el espacio y el tiempo son curvos y que la gravitación depende precisamente de tal propiedad, no se refieren al espacio comprendido entre las coordenadas cartesianas, sino al espacio físico que no puede ser independiente de la masa y energía.

Esta exposición es sucinta y tiene por objeto dar siquiera una ligera idea de la geometría en su carácter abstracto o como parte de la física.

Sin embargo, los científicos modernos sostienen que la geometría euclideana es cierta porque es falsa; dicho de otro modo, es una construcción humana que descansa en ciertos postulados y axiomas, los cuales se derivan unos de otros deductivamente. Kant creía que las verdades de la geometría eran concepciones sintéticas **a priori.** Cuando Kant vivió la única geometría que existía era la griega de Euclides, cuyas verdades nadie había discutido ni negado. Posteriormente se idearon otros sistemas geométricos, el de Lobachewsky (1793-1856), el de Riemann (1826-1866) y de otros. Esos sistemas son perfectamente congruentes, parten de postulados diferentes, pero su engranaje lógico es tan completo y perfecto como el de Euclides.

Purgada de todo defecto mediante razonamientos falaces, la geometría de Euclides brilló ante los ojos de sus adoradores como verdad absoluta y eterna, la única posible matemática del espacio. Fueron esas "verdades", junto con los principios de la mecánica de Newton, lo que indujo a Kant a formular sus juicios sintéticos **a priori.** Al derrumbarse de su trono la geometría euclideana y la modificación o ampliación de la mecánica de Newton, cuando apareció la teoría de la Relatividad, de Einstein, se terminó el mito de los juicios sintéticos **a priori**, y, por otra parte, nuevas especulaciones demostraron que los principios de la geometría son analíticos, no sintéticos.

En realidad, Kant llegaba hasta la ingenuidad de creer que el resultado de la 5 + 7: 12 representa un juicio sintético, lo cual no es cierto: es un juicio analítico, puesto que el resultado está implícito en la naturaleza de los dos sumandos (5 y 7).

Gauss, desde que tenía doce años, empezó a sospechar que el postulado euclideano de las paralelas no podía deducirse de los demás postulados, sino que representaba una afirmación independiente. Gauss previó la construcción de las geometrías no euclideanas.